

퍼지추론법을 이용한 로봇 역기구학의 해

吳甲錫* · 高敬天** · 姜根澤*

*부산수산대학교 공과대학 전자공학과

**성광전자주식회사 기술연구소

(1993년 10월 2일 접수)

Robot Inverse Kinematics by Using Fuzzy Reasoning

Kab-Suk OH, Gyeong-Chun KO, Geun-Taek KANG

*Dept. of Electronics Eng., Naional Fisheries University of Pusan.

**Seongkwang Electronic Co., Ltd.

(Received October 2, 1993)

Robot inverse kinematics solution is a complex nonlinear equation and very time-consuming task. This paper proposes to use TSK fuzzy reasoning for solving robot inverse kinematics. A fuzzy model of inverse kinematics is identified by using input-output data and the model is used to solve the inverse kinematics. To show that, when used in robot inverse kinematics, fuzzy model is simple and generates a fairly accurate solution, a fuzzy model of inverse kinematics for PUMA robot is constructed.

1. 서 론

로봇 기구학은 로봇 end-effector의 위치 및 방향과 각 조인트의 위치와의 관계를 다루는 것이다. 직교좌표 공간상의 end-effector의 위치 및 방향을 각 조인트의 위치로 표현하는 것이 정기구학(direct kinematics)이며, 그 역이 역기구학(inverse kinematics)이다. 로봇을 응용하는데 있어서 수행해야 할 대부분의 일들이 직교좌표 공간상에 주어지므로 정기구학보다는 역기구학에 더 많은 관심을 가져왔으며, 산업용로봇은 대부분 위치 서보(position servo)형태의 제어방식을 취하고 있으므로 로봇의 제어에 있어서 역기구학의 해를 효과적으로 구하는 것이 중

요한 문제이다^{1,2)}.

역기구학 방정식은 일반적으로 삼각함수로 구성된 복잡한 비선형함수로 표현되므로 이들의 해를 폐형식(closed form) 또는 수치해석적으로 보다는 효과적으로 구하기 위한 연구가 진행되어 왔다^{1~4)}. 그러나 이러한 방법은 로봇의 정확한 기구학적 특성을 요구할 뿐만 아니라 로봇의 물리적 구조가 바뀔 경우에는 새로운 해를 구해야 한다는 단점을 안고 있다. 이러한 단점을 극복하기 위한 하나의 시도로서 최근에는 신경회로망을 이용하여 역기구학의 해를 구하고자 하는 연구가 이루어지고 있다^{5,6)}. 이 방법은 신경회로망이 학습을 통하여 비선형 함수를 구현하는 능력이 있다는 점에 기초를 두고 있으며, 흔히 사용되는 신경회로망

모델은 역전달 학습방법(back propagation learning)을 이용하는 다층 퍼셉트론(multi-layer perceptron)이다. 그러나, 이러한 방법 역시 많은 메모리가 요구되고 수렴여부가 불확실하며 학습시간이 오래 걸린다는 단점이 지적되고 있다. 따라서 로봇의 역기구학의 해를 구하는 문제에 있어서 로봇의 정확한 기구학적 특성에 대한 지식을 요구하지 않고 신경회로망의 단점도 극복할 수 있는 새로운 방법이 요구된다고 하겠다.

본 논문에서는 TSK형 퍼지모델을 사용하여 역기구학의 해를 구하는 방법을 제안하고자 한다. TSK형 퍼지모델을 사용하면 입력변수 공간의 퍼지분할을 통하여 입출력 데이터만으로 주어진 비선형 시스템을 잘 표현하는 퍼지모델을 얻을 수 있다. 따라서, 이 방법은 역기구학 방정식 및 역자코비안과 같은 비선형 함수의 구현에도 뛰어난 능력을 갖는다⁷⁻⁹⁾. 역기구학의 퍼지모델을 얻기 위하여 입력으로는 로봇 end-effector의 위치를, 출력으로는 각 조인트 변수를 사용하였다. 이 방법은 신경회로망 뿐만 아니라 다른 기존의 방법에 비하여 해를 구하기가 쉬우며 계산시간이 적게 소요되어 실시간 응용이 가능한 장점을 지니고 있다. 제2장에서는 TSK형 퍼지모델 형태로 역기구학에 대한 퍼지모델을 구하는 방법을 제시하며, 제3장에서는 2축 평면 로봇과 PUMA 560 로봇에 적용한 예를 컴퓨터 시뮬레이션으로 보인다.

II. 역기구학의 퍼지모델

매니플레이터 end-effector 위치와 관절각도의 관계를 퍼지모델로 표현하여, 임의의 end-effector 위치에 대한 관절각도를 구할 수 있도록 한다. 이때 사용되는 퍼지모델은 TSK형 퍼지모델이다.

1. TSK형 퍼지모델로 표현한 매니플레이터 역기구학

로봇 매니플레이터의 역기구학을 표현하는

TSK형 퍼지모델은 식(1)과 같은 퍼지규칙들로 구성된다.

$$L^i : \text{If } p_1 \text{ is } A_1^i, p_2 \text{ is } A_2^i, \dots, p_m \text{ is } A_m^i \\ \text{then } \theta^i = c_0^i + c_1^i p_1 + c_2^i p_2 + \dots + c_m^i p_m \quad (1)$$

여기서, L^i 는 i 번째 퍼지규칙, p_i 는 매니플레이터 end-effector 위치를 나타내는 변수, A_j^i 는 퍼지 집합, θ^i 는 퍼지규칙 L^i 에서 출력되는 관절 각도, c_j^i 는 결론부 선형식의 계수를 나타낸다. 매니플레이터 end-effector의 어느 한 위치에 대해서, 퍼지모델로부터 추론되는 관절 각도 θ 는 식(2)와 같이 구해진다.

$$\theta = \frac{\sum_{i=1}^n W^i \theta^i}{\sum_{i=1}^n W^i} \quad (2)$$

여기서 n 은 퍼지규칙의 수, W^i 는 퍼지규칙 L^i 전제부의 적합도를 나타내며, 퍼지 집합 A_j^i 의 x_j^0 에서 멤버십값을 $A_j^i(x_j^0)$ 로 표현 할 경우, W^i 는 다음과 같이 된다.

$$W^i = \prod_{j=1}^m A_j^i(x_j^0) \quad (3)$$

위와 같은 퍼지 규칙들로 시스템을 표현하는 것은 입력 공간을 퍼지 분할하여 각 퍼지 부분 공간을 선형 입출력 관계식으로 표현한 형태이며, 전제부의 적합도 W^i 는 입력이 i 번째 퍼지부분 공간에 포함되는 정도를 나타낸다. 위의 형태의 TSK형 퍼지모델은 비선형 함수에 대한 표현 능력이 매우 뛰어나 복잡한 비선형 시스템의 모델링에 많이 사용되고 있다.

위 형태의 퍼지 모델을 인식하는 방법이 Sugeno와 Kang에 의해 제안 되어 있다⁸⁾. 그 인식방법에서는, 퍼지 규칙의 수, 전제부에서 필요한 변수 및 퍼지 집합의 형태, 결론부에서 필요한 변수 및 계수 등을 시스템 입출력 데이터를 이용하여 인식하도록 되어 있다. 따라서, 매니플레이터 end-effector 위치와 관절각도의 데이터만 주

어지면, 위 형태의 퍼지모델을 만들 수가 있으며, 그 퍼지 모델로부터 임의의 매니플레이터 end-effector 위치에 대한 관절각도를 추론함으로써 역기구학을 구할 수 있게 된다.

Ⅲ. 2축 평면 로봇과 PUMA 560 로봇의 역기구학 퍼지모델

3-1. 2축 평면 로봇의 퍼지모델

2축 평면 로봇에 대한 기구학 식(4) 및 역기구학 식(5)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P_x &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) \\
 P_y &= L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) \quad (4) \\
 \theta_1 &= \arctan_2\left(\frac{P_y}{P_x}\right) - \arccos\left(\frac{P_x^2 + P_y^2 - (L_2^2 - L_1^2)}{2L_1\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right) \\
 \theta_2 &= \pi - \arccos\left(\frac{L_1^2 + L_2^2 - P_x^2 - P_y^2}{2L_1L_2}\right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

2축 평면 로봇의 작업공간을 $-0.4m < P_x < -0.1m$, $0.1m < P_y < 0.4m$ 로 하고, 각 관절의 길이는 $0.3m$ 로 하였을 때, 역기구학 퍼지모델을 식(1)과 같이 표현하면 그림2와 같다.

이때 인식용 데이터는 주어진 작업공간의 범위 내에서 임의로 추출된 800개를 사용하였다. 2축 평면 로봇의 역기구학 퍼지모델의 인식용 데이터에 대한 오차는 표1에 나타내었다.

그림2의 역기구학 퍼지모델을 이용하여 원(P_x

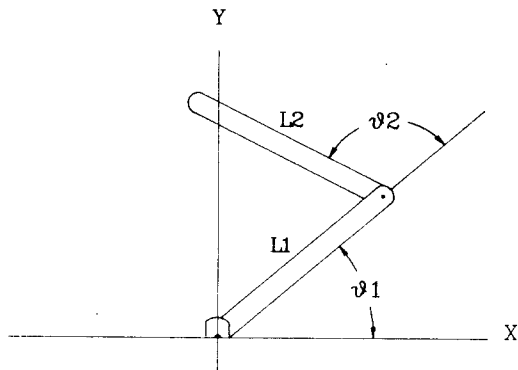


Fig. 1. The configuration of two-link planer manipulator.

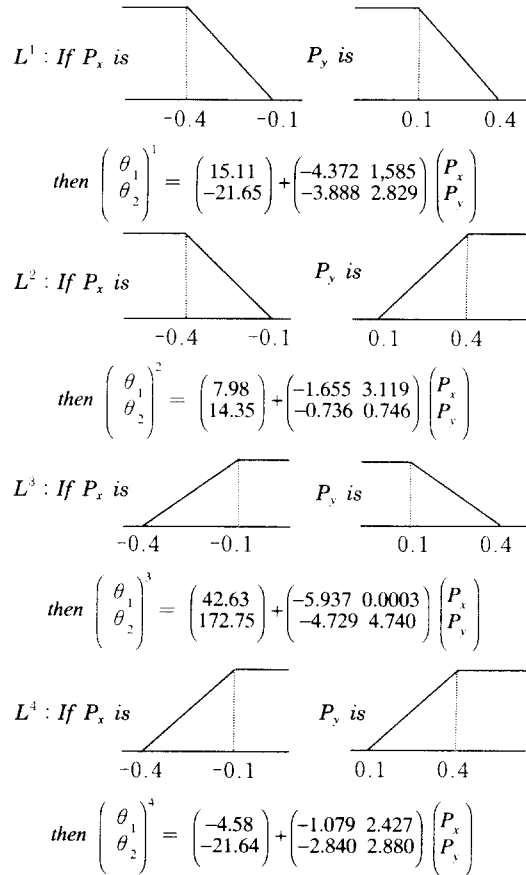


Fig. 2. Fuzzy model of θ_1, θ_2 .

Table 1. The error of Fig. 2.

	평균오차(rad.)	최대오차(rad.)	중상관계수
θ_1	0.0053	0.0070	0.99906
θ_2	0.0022	0.0034	0.99677

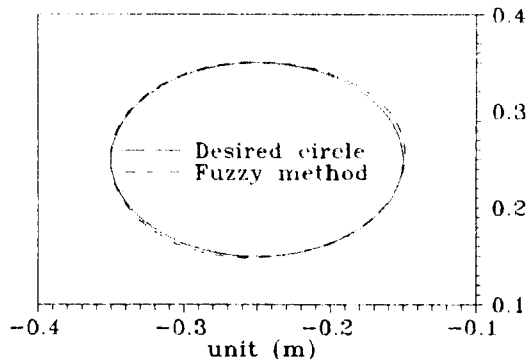


Fig. 3. The Result of Computer Simulation. $R=0.1$, $(X, Y)=(0.25, -0.25)$

$+X)^2 + (P_y + Y)^2 = R$ 의 제적에 대한 컴퓨터 시뮬레이션결과를 그림3에 보인다.

3-2. PUMA 560 로봇의 퍼자모델

PUMA 560 로봇은 그림4에서와 같이 6축으로 구성 되어 있으며, 관절1에서 관절3까지의 3축에 의해 end effector의 위치가 정해지고, 나머지 관절4에서 관절 6까지는 방향을 결정한다. 이 로봇의 link coordinate parameter는 표2와 같다.

Table 2. Link Coordinate Parameters of PUMA 560 robot.

Joint i	$\theta_i(^{\circ})$	$a_i(^{\circ})$	a_i (mm)	d_i (mm)	Joint range($^{\circ}$)
1	90	-90	0	0	-160~160
2	0	0	149.09	149.09	-225~45
3	90	90	-20.32	0	-45~225

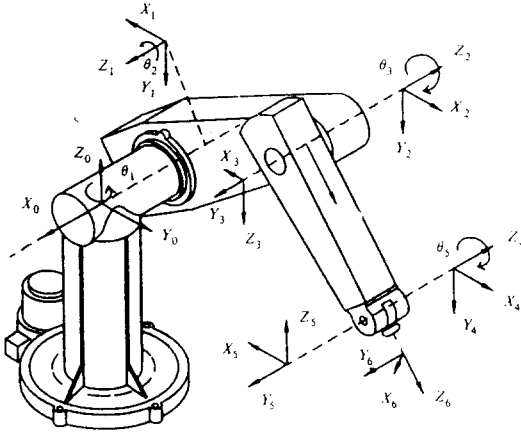


Fig. 4. The configuration of PUMA 560 robot.

PUMA 560 로봇의 위치를 결정하는 3축에 대한 기구학 식(6) 및 역 기구학 식(7)은 매우 복잡한 비선형이다.

$$P_x = \cos \theta_1 (d_4 \sin (\theta_2 + \theta_3) + a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cos \theta_2) - d_2 \sin \theta_1 \quad (6a)$$

$$P_y = \sin \theta_1 (d_4 \sin (\theta_2 + \theta_3) + a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cos \theta_2) + d_2 \cos \theta_1 \quad (6b)$$

$$P_z = -(-d_4 \cos (\theta_2 + \theta_3) + a_3 \sin (\theta_2 + \theta_3) +$$

$$a_2 \sin \theta_2) \quad (6c)$$

$$\theta_1 = \text{atan} 2 \left[\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} \right] \quad (7a)$$

$$\sin \theta_1 = \frac{-ARM \cdot P_y \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - d_2^2} - P_x d_2}{P_x^2 + P_y^2}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{-ARM \cdot P_x \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - d_2^2} - P_y d_2}{P_x^2 + P_y^2}$$

$$\theta_2 = \text{atan} 2 \left[\frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right] \quad (7b)$$

$$\sin \theta_2 = \sin a \cdot \cos \beta + (ARM \cdot ELBOW) \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos \theta_2 = \cos a \cdot \cos \beta - (ARM \cdot ELBOW) \sin a \cdot \sin \beta$$

$$\cos a = -\frac{ARM \cdot \sqrt{P_x^2 + P_y^2 - d_2^2}}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d_2^2}}$$

$$\sin a = -\frac{P_z}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d_2^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d_2^2 + a_2^2 - d_4^2 - a_3^2}{2a_2 \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d_2^2}}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$$

$$\theta_3 = \text{atan} 2 \left[\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right] \quad (7c)$$

$$\sin \theta_3 = \sin a \cdot \cos \beta - \cos a \cdot \sin \beta,$$

$$\cos \theta_3 = \cos a \cdot \cos \beta + \sin a \cdot \sin \beta$$

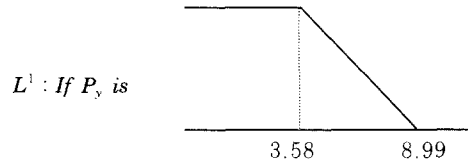
$$\sin a = ARM \cdot ELBOW \sqrt{1 - \cos^2 \alpha},$$

$$\sin \beta = \frac{d_4}{\sqrt{d_4^2 + a_3^2}},$$

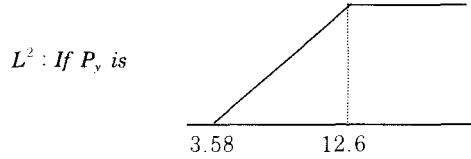
$$\cos a = \frac{a_2^2 + (d_4^2 + a_3^2) - (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - d_2^2)}{2a_2 \sqrt{d_4^2 + a_3^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{|a_3|}{\sqrt{d_4^2 + a_3^2}}$$

PUMA 560 로봇의 역기구학 퍼자모델은, 로봇의 end-effector의 위치(P_x, P_y, P_z)로부터 관절각($\theta_1, \theta_2, \theta_3$)을 구하는 모델이 된다. 역 기구학의 퍼자 모델을 인식하기 위한 데이터는, $15\text{Cm} < P_x < 45\text{Cm}$, $25\text{Cm} < P_y < 85\text{Cm}$, $5\text{Cm} < P_z < 65\text{Cm}$ 인 공간을 작업 공간으로 하여 그 공

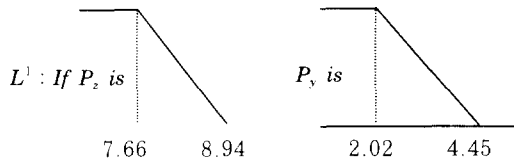


than $\theta_1^1 = 0.7463 - 0.1901 P_x + 0.1314 P_y + 0.0002 P_z$

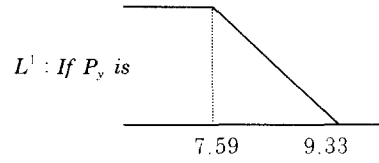


than $\theta_1^2 = -0.1506 - 0.0996 P_x + 0.1727 P_y - 0.0001 P_z$

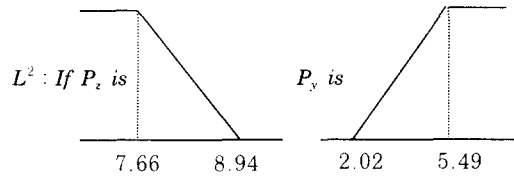
Fig. 5(a). Fuzzy model of θ_1 .



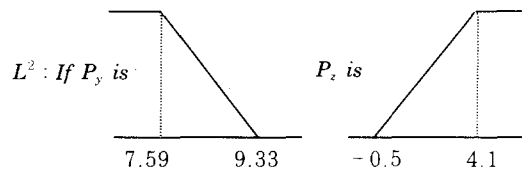
than $\theta_2^1 = -2.1962 - 0.0008 P_x + 0.2193 P_y - 0.1097 P_z$



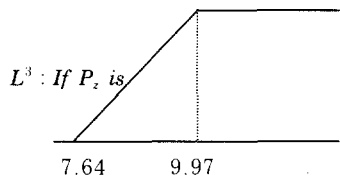
than $\theta_3^1 = 5.4468 - 0.0021 P_x - 0.3899 P_y - 0.2535 P_z$



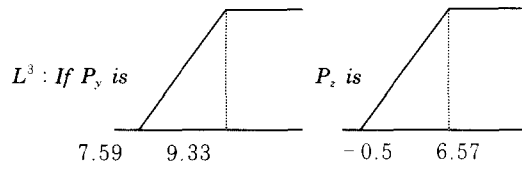
than $\theta_2^2 = -3.8191 + 0.0148 P_x + 0.4083 P_y + 0.1205 P_z$



than $\theta_3^2 = -7.7333 - 0.0020 P_x - 0.4271 P_y - 0.6013 P_z$



than $\theta_2^3 = -3.3072 + 0.0092 P_x + 0.3825 P_y - 0.0405 P_z$



than $\theta_3^3 = 20.7164 + 0.0537 P_x - 2.1105 P_y - 0.8725 P_z$

Fig. 5(b). Fuzzy model of θ_2 .

Fig. 5(c). Fuzzy model of θ_3 .

Table 3. The error of Fig. 5.

	평균오차(rad.)	최대오차(rad.)	중상관계수
θ_1	0.0022	0.013	0.99946
θ_2	0.0185	0.128	0.99932
θ_3	0.0342	0.247	0.99837

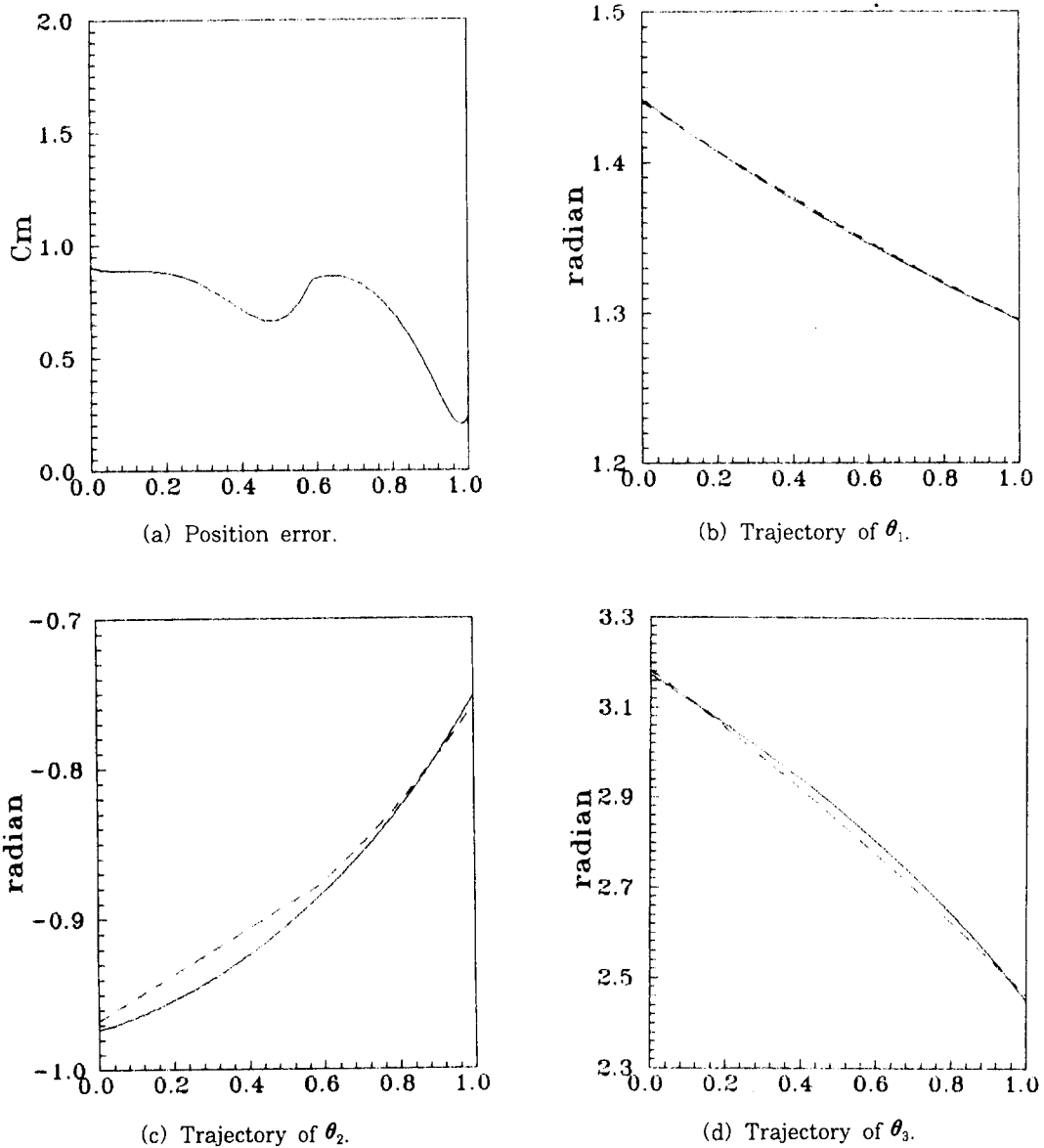


Fig. 6. The result of computer simulation for drawing a straight line with start point(-7.62,12) and end point(6,76,26).
 (Solid line : Fuzzy model, Dashed line : using inverse kinematics)

간에서 임의로 추출하였다. 각 관절의 퍼지모델은 그림5와 같다.

그림5 퍼지모델의 인식용 데이터에 대한 오차는 표3에 나타내었다.

위의 역기구학의 퍼지모델을 이용하여, 작업 공간내에 임의 직선을 정하여 로봇트가 그리도록 했을 때의 결과를 그림 6에 보인다.

IV. 결 론

본논문에서는 TSK형 퍼지모델을 사용하여 역기구학의 해를 구하는 방법을 제안하였다. 로봇 매니플레이터의 역기구학 퍼지모델을 얻기 위하여 입력으로는 로봇 end-effector의 위치를, 출력으로는 각 조인트 변수를 사용하였다. 2축 평면 로봇과 PUMA 560 로봇에 적용하여 시뮬레이션한 결과 비교적 간단하며, 계산시간이 적게 소요됨을 확인하였다. 또한 이 방법은 신경회로망 뿐만 아니라 다른 기존의 방법에 비하여 해를 구하기가 쉬우며 계산시간이 적게 소요되어 실시간 응용이 가능하리라 생각된다.

앞으로의 과제는 여유자유도를 갖는 로봇 매니플레이터에 퍼지이론을 적용시키는 것이라 하겠다.

참고문헌

- 1) C.S.G.Lee(1982) : Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control, *Computer*, 15-12, 62-80.
- 2) D.E Whitney(1972) : The mathematics of coordinated control of prosthetic arms and manipulators., *ASME Trans. J. Dyn. Measurement Contr.*, 94(4), 303-309.
- 3) R.P.Paul(1979) : Manipulator Cartesian path control. *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, Vol. SMC-9, 702-711.
- 4) Russell H. Taylor(1979) : Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories, *IBM Journal of Research and Development*, Vol.23-4, 253-264.
- 5) A. Guez and Z. Ahmad(1988) : Solution to the Inverse Kinematics Problems in Robotics by Neural Networks, *Proc. of IEEE Int. Conf. on Neural Networks*, Vol. 2, 617-624.
- 6) S. Y. Kung and J. H. Hwang(1989) : Neural Networks Architectures for Robotic Applications, *IEEE trans. on Robotics and Automation*, 5-5, 614-657.
- 7) T.Takagi and M. Sugeno(1985) : Fuzzy Identification of Systems and Its Application to Modelling and Control, *IEEE Trans. System, Man and Control*, Vol. 15, 115-132.
- 8) M. Sugeno and G.T.Kang(1986) : Structure Identification of Fuzzy Model, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 18, 326-346.
- 9) 姜根澤,菅野道夫(1987) : ファシィモテリンク, 日本計測自動制御學會論文集, 23-6, 650-652.
- 10) John J. Craig(1986) : Introduction to Robotics *Mechanics & control*, Addison Wesley, 131-158.