

〈논 문〉 SAE NO. 933744

# 바인더 랩의 대변형 계산을 위한 효과적인 반복법

## An Effective Iteration Method for the Large Deformation Calculation of a Binder Wrap

오 형 석\*, 금 영 탁\*\*, 입 장 근\*\*\*  
H. S. Oh, Y. T. Keum, J. K. Lim

### ABSTRACT

When a large automobile sheet metal part is formed in a draw die, the binder wrap is first calculated to predict the initial punch contact location for avoiding wrinkles and severe stretching of its thin blank sheet. Since the boundary of a pseudo blank in calculating a binder wrap by means of a geometrically nonlinear finite element method is unknown in advance, an iteration method is generally used.

This paper presents an effective iteration method for correction of the pseudo blank in a binder wrap calculation. For the performance test, two examples are adopted. The calculated results for both examples show the good convergence which wanted solutions are obtained in the second iteration step.

주요기술용어 : Binder Wrap(바인더 랩), Large Deformation Theory(대변형 이론), Finite Element Method(유한요소법), Degenerated Quadratic Isoparametric Shell Element(변질된 이차 등매개 셸 요소)

### 1. 서 론

바인더 랩(binder wrap)은 각종 자동차의 차체 외관(body shell), 트렁크 덮개(trunk lid), 펜더(fender)와 같이 얇은 곡면 셸을 성형 가공할 때 다이를 설계하거나 평판의 크기를 예측하는데 이용된다. 성형할 얇은 평판을 블랭크(blank)라 하고 성형할 다이(die)의 형상을 바인더(binder)라 부른다. 또한 다이의 중앙부에는 펀치(Punch)

가 있으나 이 펀치가 작동하기 전에는 비어있는 공간이 존재하며 이 부분을 다이 캐비티(cavity)라고 한다.

다이 캐비티의 경계 외곽선을 펀치 오프닝 선(punch opening line)이라고 하며, 이 외곽선에 접하게 될 블랭크의 크기를 가상 블랭크(pseudo blank)라고 한다. 바인더 랩은 평평한 블랭크가 상하 바인더 곡면에 접하여 고정될 때 가상 블랭크가 다이 캐비티내에서 변형되어 일정한 형

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과  
\*\* 정회원, 한양대학교 정밀기계 공학과  
\*\*\* 한양대학교 공학대학 기계공학과

상의 곡면을 이루고 이의 변형된 형상을 계산는 것을 말한다.

바인더 랩의 형상을 정확히 계산하므로써 블랭크와 편치가 접하게 되는 초기위치를 예측할 수 있고, 성형시 판이 과대하게 늘어나거나 접히는 부분이 없도록 하기 위한 바인더 곡면 조건에 관한 자료를 제시할 수 있다.

유한요소법에 의한 바인더 랩 계산은 블랭크의 두께가 매우 얇기 때문에 선형 탄성론에 의한 쉘 요소<sup>1,2)</sup>가 주로 사용되었으며 최근 바인더의 곡면 형상이 복잡하고 곡률이 커짐에 따라서 대변형 이론에 의한 기하학적 비선형 쉘 요소<sup>3)</sup>가 사용되게 되었다. 비선형 쉘 요소로써 바인더 랩을 계산하게 될 때에는 바인더의 곡면에서 블랭크의 면내 변위가 커지게 되어 가상 블랭크가 달라지고 이를 편치 오픈 선에 맞추기가 어렵다. 이를 위하여 통상 20회 이상의 반복 계산이 필요하게 되며 바인더의 곡면이 복잡할 수록 안정된 수렴 해를 얻기가 어려워진다. 가상 블랭크의 영역을 미리 예측하여 반복회수를 줄이고자 하는 노력은 1986년 Chen<sup>4)</sup>이 한가지 방법을 제시하였다. 이 방법은 기하학적인 관계만을 고려하였기 때문에 바인더 곡률이 작은 경우에는 비교적 좋은 효과를 얻을 수 있으나 곡률이 커지면 대변형에 의하여 수렴속도가 크게 저하된다.

본 논문에서는 기하학적인 비선형 유한요소 프로그램으로 바인더 랩을 계산한 경우에 가상 블랭크의 면내 변형을 계산하여 편치 오픈 선과의 차이를 수정하므로써 반복 계산 회수를 줄이는 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 대변형 쉘 요소

바인더의 곡면이 복잡하고 곡률이 큰 경우에는 블랭크의 변형이 대변형이 되고 회전각의 2차항도 무시할 수 없게 된다. 따라서 변형률은 이들의 영향이 모두 포함되는 Lagrange-Green의 변형률-변위 관계식<sup>5)</sup>이 사용되어야 한다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \{ u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} \cdot u_{k,j} \} \quad (1)$$

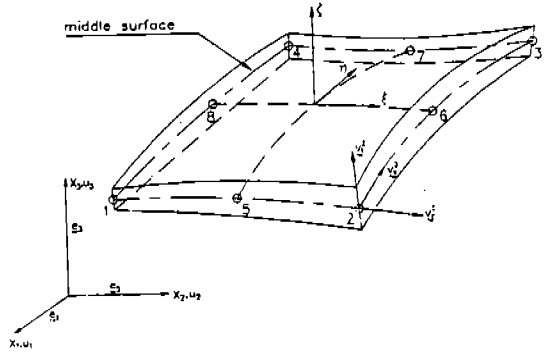


Fig.1 Degenerated, 8 node isoparametric shell element

단,  $i,j,k=1,2,3$  또는  $x,y,z$ 를 의미하고 세번째 항의  $k$ 는 이에 관한 합을 의미한다. 이들 6개의 변형률 성분  $\epsilon_{ij}$ 와 3방향의 변위  $u_i$ 를 모두 포함하는 유한요소의 방정식은 3차원으로 정식화하여야 하지만 블랭크의 두께가 얇기 때문에 두께 방향의 수직변형률  $\epsilon_{zz}$ 를 무시하게 되면 Fig.1과 같이 degenerated 등매개 쉘 요소(isoparametric shell element)<sup>5,7)</sup>로써 해석이 가능하다. 본 논문에서는 (1) 식으로 정의되는 변형률-변위 관계식을 사용하여 Fig.1에 보인 8절점 degenerated 등매개 변수 요소를 유한요소법으로 정식화한 비선형 유한요소 쉘 프로그램<sup>8)</sup>을 사용하여 바인더 랩을 계산하였다.

## 3. 바인더 랩의 계산 방법

일반적인 구조물의 해석과는 달리 유한요소법으로 바인더 랩을 계산 할 때에 발생하는 어려움은 해석 영역이 일정하게 주어지는 것이 아니라 이 영역이 블랭크의 변형에 의하여 결정된다는 것이다. 즉, 가상 블랭크의 경계상에 존재하는 모든 절점에서 면내 변위가 존재하면 그만큼 편치 오픈 선이 달라지게 되고 이는 곧 변형된 블랭크가 늘어나거나 또는 수축되는 양을 의미하며 이로 인하여 바인더 랩의 초기 응력이 증가되어 상하 바인더가 닫혀지고 편칭될 때 국부적인 손상을 야기한다. 따라서 블랭크의 모든 절점에서 면내 변형률이 0이 되는

효과를 얻을 수 있도록 수정되어야 하며 이렇게 수정하므로써 블랭크의 변형은 주로 판 굽힘에 의하여 결정될 수 있다.

이를 위하여 본 논문에서는 다음 같은 가정을 한다. 즉 바인더는 변형하지 않는 강체로 가정하고 블랭크와 바인더 사이의 마찰이나 드로우 비드(draw bead)의 영향은 무시한다. 또한 블랭크의 변형은 탄성 범위내에서 이루어 진다고 가정한다.

가상 블랭크의 경계 형상을 가정하고 이 경계상의 모든 절점에서  $z$ 방향( $\%치$  방향)의 변위( $w_n$ )는 바인더의 곡면에 맞추어 편치 오프닝 선에서 강제 변위로 구속한다.

$$w_n = u_{zn} = z_n \quad (n : \text{boundary nodes}) \quad (2)$$

$z_n$ 은 바인더 곡면의  $z$ 좌표를 의미하고 이는 바인더 형상으로부터 직접 얻을 수 있다. 그러나 일반적으로 편치 오프닝 선에 강제 변위로 가해지는  $z_n$ 이 매우 크므로 이를 여러개의 증분단계로 나누고 매 증분단계에서 수렴을 위한 반복계산을 수행한다.

### 3.1 초기 해석 영역

바인더 랩 계산을 위한 초기 해석 영역은 편리상 편치 오프닝 선의 투영 외곽선과 일치하여 블랭크 경계를 취하고 이 경계상의 모든 절점에서 (2)식과 같은 강제 변위를 가한다. 비선형 유한요소 프로그램에 의한 계산 결과로 경계 절점들의 면내변위  $u_n, v_n$ 을 감안할 때 편치 오프닝 선이 달라지기 때문에 이것이 본래의 형상과 같아지도록 두번째 반복 계산을 위한 가상 블랭크의 경계는 수정되어야 한다.

### 3.2 해석 영역의 수정법

Fig.2는 가상 블랭크의 변형전 영역 및 변형후 수정된 영역 그리고 편치 오프닝 선을 동시에 도시한 것이며,  $O$ 는 기준점(reference point)으로서 블랭크에 발생된 곡률이 양에서 음(또는 음에서 양)으로 변화하는 점을 의미한다. 또한  $A$ 는 가상 블랭크 경계에서의 임의의 점이며,  $A$

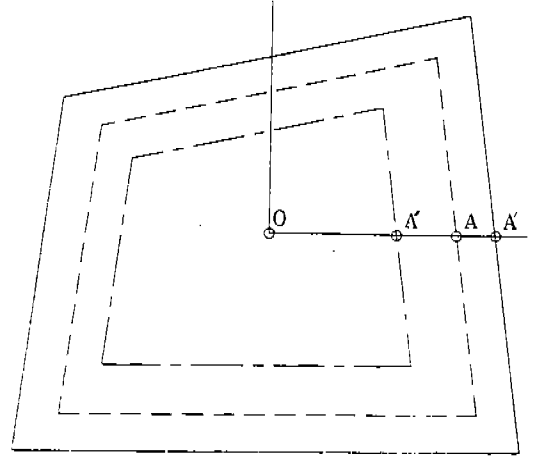


Fig.2 Initial and modified pseudo blank and punch opening line

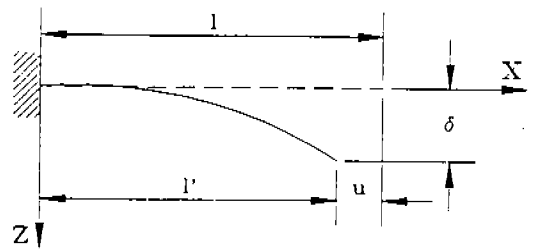


Fig.3 Pseudo blank idealized as a cantilever beam

$l'$ 는  $A$ 에 대응하는 수정된 점을 의미하고,  $A'$ 는  $A$ 점이 변형하여 위치하는 편치 오프닝 선상의 점이다.

$A$ 에서  $A'$ 로 영역을 수정하기 위하여 가상 블랭크를 Fig.3과 같이 보로 단순화 시킬 때, 경계 조건은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$w=0, \quad \frac{\partial w}{\partial x}=0 \quad \text{at } x=0 \quad (3)$$

$$w=\delta, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \quad \text{at } x=l$$

$w$ 를  $z$ 방향의 처짐이라 할 때 보의 처짐 방정식은 선형 탄성 이론으로부터

$$w = \frac{3\delta}{2l^2}x^2 - \frac{\delta}{2l^3}x^3 \quad (4)$$

이 된다. 또한 식(1)에서  $x$ 방향 수직 변형률 성분은  $u=u_x, v=v_x, w=w_x$ 으로 표기할 때

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

으로 표현되나, 블랭크의 변형이 주로 굽힘에 의해 발생되어  $\left| \frac{\partial v}{\partial x} \right| \ll \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right|, \left| \frac{\partial u}{\partial x} \right| \ll \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right|$ 로 가정하면 (5)식은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (6)$$

(6)식에 (4)식을 대입하면

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left( \frac{9\delta^2}{l^4}x^2 - \frac{9\delta^2}{l^5}x^3 + \frac{9\delta^2}{4l^6}x^4 \right) \quad (7)$$

와 같이 변형률이 구하여 지며, 이는 굽힘만에 의한 면내 신장률(stretching)을 의미한다. 또한 변형률은 대변형 이론에서 상대 신장률(relative elongation)  $M^6$ 과

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2}M(M+1) \quad (8)$$

의 관계가 있다. Fig.3에 보인 외팔보의 경우는 좌단 ( $x=l$ )에서 변형률 및 상대 신장률은

$$\epsilon_{xx} = \frac{9\delta^2}{8l^2} \quad (9)$$

$$M = \frac{u}{l}$$

$$U = l - l'$$

와 같이 표현할 수 있다. 이 식에서  $\delta$ 는 (2)식의  $z_n$ 과 동일하게 처리되어 편치 오프닝 선의 곡면에 따른 상수이므로 (9)식을 (8)식에 대입하고  $\delta$ 에 관하여 정리하면

$$u^2 - 2lu = constant \quad (10)$$

의 관계를 얻을 수 있다.

Fig.4에서 (a), (b)는 각각 수정 전과 후의 영역을 나타내며, 여기에 (10)식을 적용하면 반복 회수에 따른 경계선상의  $x$ 방향 절점 변위사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$u_1 + 2l_1u_1 = u_2^2 + 2l_2u_2 \quad (11)$$

Fig.4의 (c)는 다이의 영역을 나타내며 블랭크의 경계가 변형하여 이 영역의 경계선상에 위치하여야 하므로

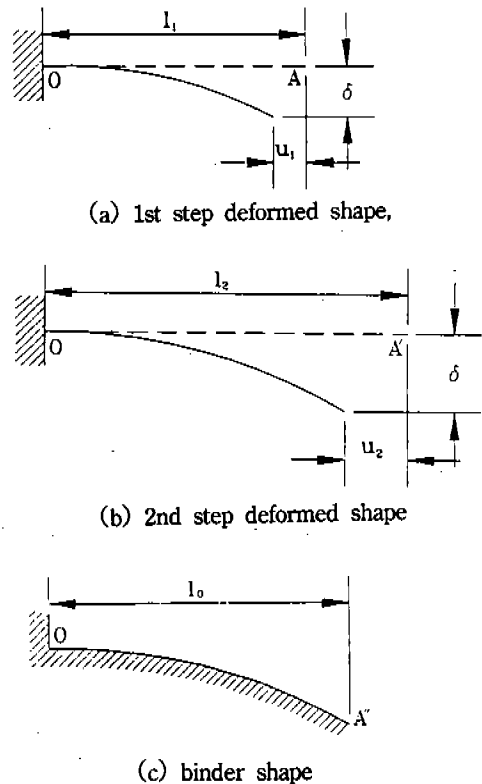


Fig.4 Idealized pseudo blank and binder

$$l_2 - u_2 = l_0 \tag{12}$$

의 관계가 성립하여야 한다. 그러므로 (11), (12) 식으로부터

$$l_2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{4}{3} l_0 \pm \sqrt{\left(\frac{4}{3} l_0\right)^2 - \frac{4}{3} (\beta^2 - u_1^2 - 2l_1 u_1)} \right\} \tag{13}$$

와 같이 구하여 가상 블랭크의 경계를 수정하므로써 새로운 해석 영역의  $x$ 좌표를 얻을 수 있다. 이상과 같은 방법을  $y$ 방향에 대해서도 동일하게 적용하면 가정된 가상 블랭크의 형상이 Fig. 5와 같은 경우,

$$\begin{aligned} x_k^{i+1} &= \frac{1}{6} \{ 2(x_0 + 2x_p) \\ &+ \alpha \sqrt{4(x_0 + 2x_p)^2 - 12(x_p^2 + 2x_0 x_p - u_k^2 - 2(x_0 - x_i)u_k)} \} \\ y_k^{i+1} &= \frac{1}{6} \{ 2(y_0 + 2y_p) \\ &+ \beta \sqrt{4(y_0 + 2y_p)^2 - 12(y_p^2 + 2y_0 y_p - u_k^2 - 2(y_0 - y_i)u_k)} \} \end{aligned} \tag{14}$$

이며, 이 식을 블랭크 경계상의 모든 절점에 대하여 적용하므로써 수정된 해석영역을 구할 수

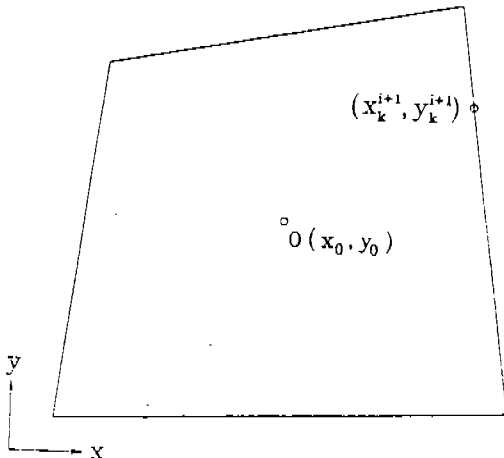


Fig.5 Typical coordinates on the pseudo blank boundary

있다. 위 식에 사용된 각각의 기호는 다음과 같다.

- $x_k^i, y_k^i$  :  $i$  step에서 가장 블랭크 경계에 있는 절점  $k$ 의 좌표
- $x_k^{i+1}, y_k^{i+1}$  :  $i+1$  step에서 계산된 절점  $k$ 의 좌표
- $u_k, v_k$  :  $i$  step에서 계산된 절점  $k$ 의 면내 변위 성분( $x, y$ 방향)
- $u_0, y_0$  : 기준점의 좌표
- $x_p, y_p$  : 절점  $k$ 에 대응하는 편치 오프닝 선의 좌표
- $\alpha = 1$  :  $x_k^i - x_0 > 0$ ,  $\beta = 1$  :  $y_k^i - y_0 > 0$
- $\alpha = -1$  :  $x_k^i - x_0 < 0$ ,  $\beta = -1$  :  $y_k^i - y_0 < 0$

#### 4. 바인더 램의 계산 예

본 논문에서 제시한 해석 영역의 수정식을 사용하여 자동차 공정에서 이용되는 펜더(fender) 및 트렁크 리드(trunk lid)에 대하여 바인더 램을 해석하였다.

##### 4.1 펜더 바인더 램

Fig.6은 펜더 바인더의 곡면을 나타낸 것이며, Fig.7은 이를  $x$ - $y$ 평면에 투영시켜 유한요소해석을 위한 모델로 분할한 것을 보인다. 곡면에서 얻은  $z$ 좌표를 강제 변위로 하고  $x, y$ 방향의 변위 및 회전각은 계산되도록 하였다.

10개의 증분단계로 구분하여  $z$ 방향 강제 변위를 가하고 매 증분단계에서 계산된  $x, y$  방향의

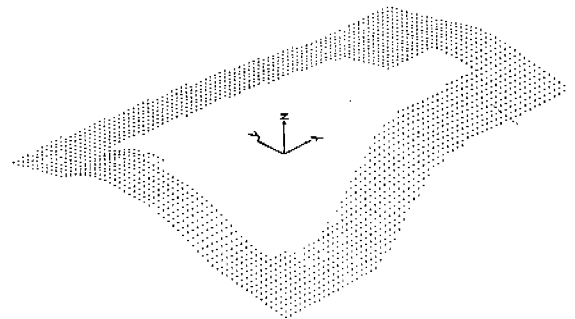


Fig.6 Curved surface shape of a fender binder

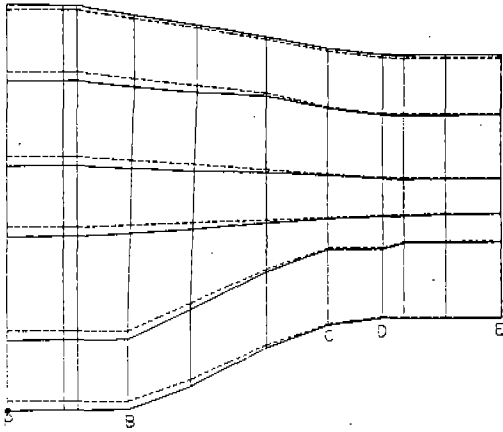


Fig.7 Typical finite element model for calculation of a fender binder wrap

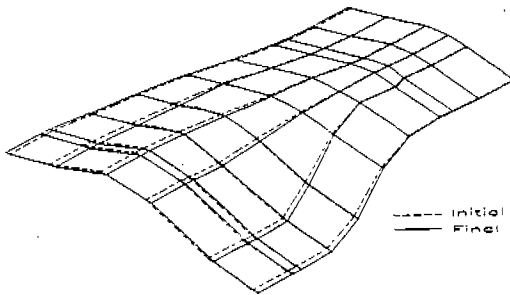


Fig.8 Initial and final shapes of a fender binder wrap calculated by the finite element method

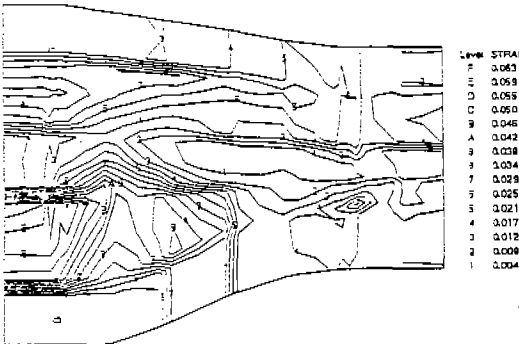


Fig.9 Principal strain contour for the initial finite element model of a fender binder wrap

변위로써 해석 모델을 수정하여 가상 블랭크 경계상의 절점이 변형하여 펀치 오프닝 선상에 존재하도록 반복계산을 하였다. Fig.7에서 점선은 초기해석 영역의 유한요소 모델이고 실선은 최종적으로 수정된 해석 영역의 모델을 보인다.

Fig.8은 초기 및 최종 수정된 해석 영역의 유한요소 모델로써 계산한 펜더 바인더 랩의 곡면을 보이며, Fig.9, 10은 이에 대하여 종립면에서의 주변형률의 분포를 나타낸 것이다. 수정 전, 후의 바인더 랩 곡면의 형상은 큰 차이가 없어 보이지만 Fig.10에서 보듯이 주변형률의 분포가 수정된 영역에서는 크게 완화된 것을 알 수 있으므로, 본 논문에서 제시한 방법으로 해석 영역을 수정함으로써 스트레칭이 완화되는 효과를 얻을 수 있다. 또한 Fig.7은 실선 블랭크(판 두께 0.78mm)가 상하 바인더에 고정될 때 점선모델로 수축되기 때문에 블랭크의 실제 크기에 관한 자료를 제시한다.

또한 블랭크가 상하 바인더에 고정될 때, 바인더 랩의 정확한 계산을 위해서는 변형후 블랭크의 경계가 펀치 오프닝 선에 정확하게 일치하도록 해석 영역을 선정하여야 하므로, 최종 수정된 영역의 경계선이 변형후에 펀치 오프닝 선에 정확하게 위치하는가를 검토하여야 한다. Fig.11은 Fig.17의 PBCDE선상의 y방향 변형을 이에 대응하는 펀치 오프닝 선과 비교한 것으로서, 초기에 가정된 해석 영역은 펀치 오프닝 선과 큰 차이를 나

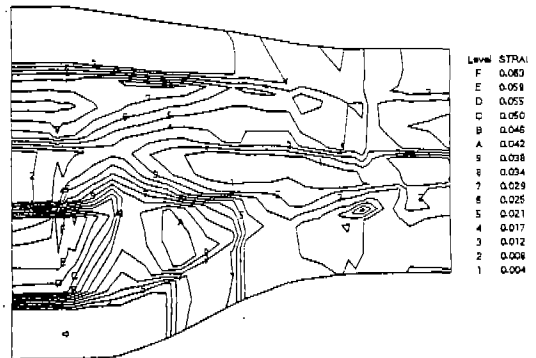


Fig.10 Principal strain contour for the final finite element model of a fender binder wrap

타내고 있으나, 본 논문에서 제시한 수정식을 적용하여 얻은 최종 수정된 영역은 변형후에 펀치 오픈링 선에 정확하게 일치하고 있다.

4.2 트렁크 리드 바인더 랩

Fig.12는 트렁크 리드 바인더의 곡면을 나타낸 것이며, Fig.13은 이를  $x$ - $y$ 평면에 투영시켜 얻은 유한요소 모델이다. 리드의 기하학적 모양이  $y$ 축에 대하여 대칭이므로  $y$ 축을 기준하여 한쪽만

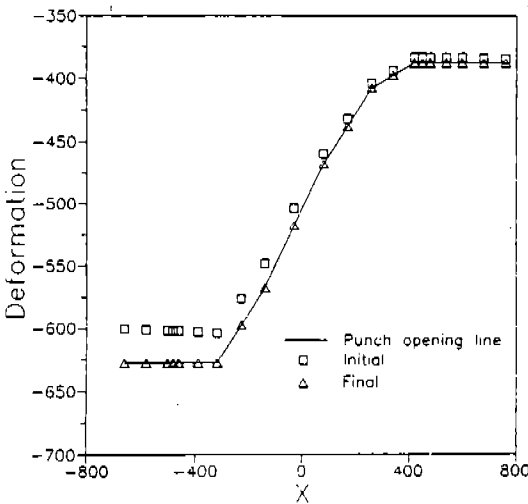


Fig.11 Comparison the deformed shape of the pseudo blank boundary with the punch opening line for a fender binder

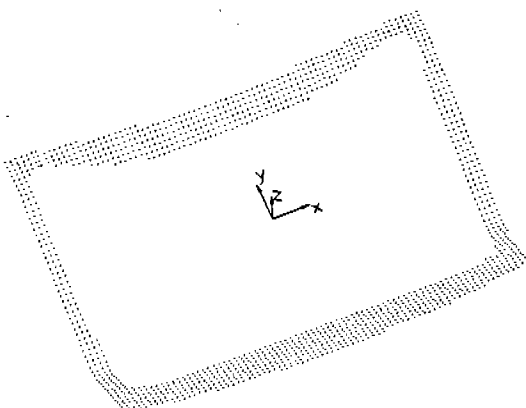


Fig.12 Curved surface shape of a trunk lid binder

계산하였다. 곡면에서 얻은  $z$ 좌표를 15개 중분단계로 나누어 강제 변위로써 가하고, 매 중분단계에서 계산된  $x$ ,  $y$ 방향의 변위로써 해석 모델을 수정하였다. 가상 블랭크 경계상의 모든 절점이 변형하여 펀치 오픈링 선상에 존재하도록 반복 계산을 하였다.

Fig.14는 초기 및 최종 수정된 해석 영역의 유한요소 모델로써 계산한 트렁크 리드 바인더 랩의 곡면을 보이며, Fig.15, 16은 이에 관한 주변형률의

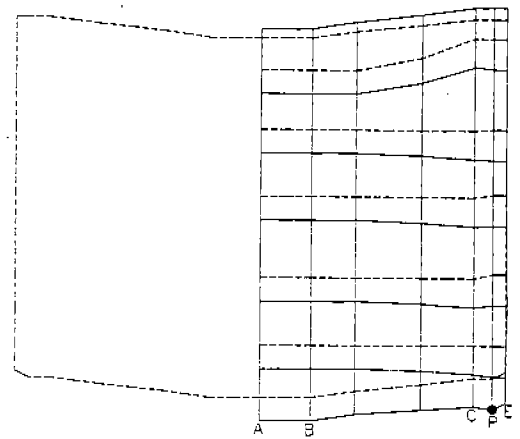


Fig.13 Typical finite element model for calculation of a trunk lid binder wrap

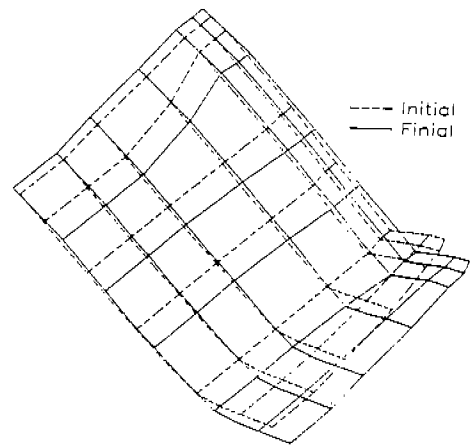


Fig.14 Initial and final shapes of a trunk lid binder wrap calculated by the finite element method

분포를 중첩면에서 나타낸 것이다. 두 모델의 바인더 랩 곡면을 비교할 때 큰 차이가 없어 보이나 실제로 이와같이 해석 영역을 수정하므로써 Fig. 15, 16에서 알 수 있듯이 블랭크내의 변형률이 수정후에 균일하게 분포되므로 극부적인 응력상

승을 완화시키는 효과를 얻을 수 있다. 또한 Fig.13은 실선 블랭크(판 두께 0.78mm)가 상하 바인더에 고정될 때 점선 모델로 수축됨을 의미하기 때문에 블랭크의 실제 크기에 대한 자료를 제시한다.

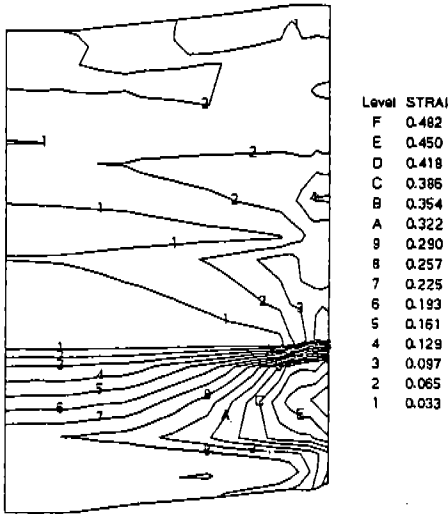


Fig.15 Principal strain contour for the initial finite element model of a trunk lid binder wrap

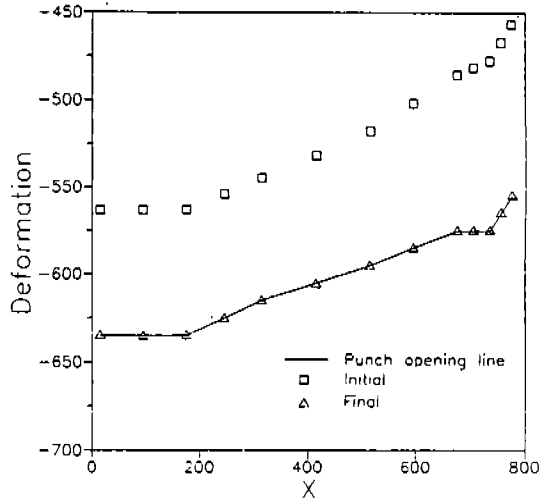


Fig.17 Comparison the deformed shape of the pseudo blank boundary with the punch opening line for a trunk lid binder

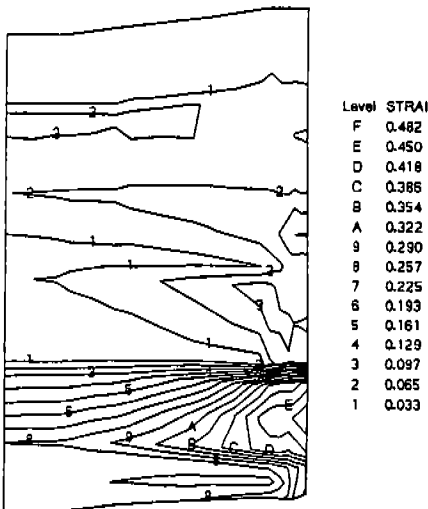


Fig.16 Principal strain contour for the final finite element model of a trunk lid binder wrap

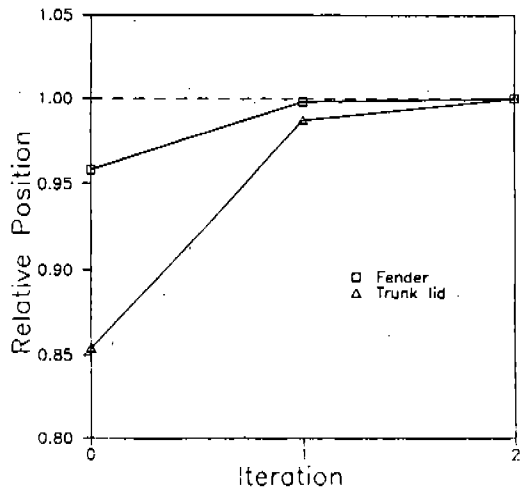


Fig.18 Performance of the suggested iteration method



Fig.17은 펜더 바인더 랩의 예제와 마찬가지로 Fig.13의 ABCPE선상이 블랭크 경계선이 변형후에 정확하게 펀치 오프닝 선에 일치하는가를 검토한 것으로서, 초기에 펀치 오프닝 선의 투영면적을 해석 영역으로 선정한 경우는 변형후 펀치 오프닝 선과 잘 일치하지 않지만, 본 논문에서 제시한 수정식을 적용하여 선정한 해석영역은 변형후에 정확하게 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig.18은 본 논문에서 제시한 수정식의 수렴성을 펜더 및 트렁크 리드 바인더랩에 대하여 도시한 것으로서, 블랭크가 상하 바인더에 고정될 때 최대 면내 변위가 발생하는 절점(Fig.7, 13의 점 P)의 좌표를 이에 대응하는 펀치 오프닝 선의 좌표로 무차원화 시킨 것이다. 그림에서 보듯이 1번의 계산으로도 비교적 근접한 값을 얻을 수 있으나 보다 정확한 해석을 위하여 2번 반복계산을 수행한 결과 1mm의 오차이내로 수렴하여 높은 수렴속도를 나타내었다.

## 5. 결 론

바인더 랩의 계산을 위하여 대변형 이론을 유한요소법으로 정식화한 degenerated 8절점 등매개 쉘 요소로써 2가지 바인더 랩을 계산하였다. 2가지 바인더의 폭면이 모두 높은 비선형 변형을 유발하는 형상이기 때문에 많은 증분 회수가 필요하였고 매 증분단계에서 수렴을 위한 반복계산 회수가 많았다. 이에 비하여, 해석 영역을 수정하기 위하여 제시한 수정 식을 이용함으로써, 본 논문에서 사용한 예제의 경우 약 2번의 반복 계산으로써 1mm 이내의 오차로 수렴하여 비교적 빠른 수렴속도를 나타내었다. 제시한 반복 계산 알고리즘은 비교적 간단하여 기존 유한요소 비선형 프로그램에 쉽게 응용할 수 있다.

## 참 고 문 헌

1. Trang, S.C., "Computer prediction of the deformed shape of a draw blank during the binder-wrap stage", J. Appl. Met. Working, ASM, 1(3), pp.22~29, 1980.
2. Mital, N.K., "Prediction of binder in sheet metal stamping using finite element method", Proc. 1983 Int. Conf. on Computers in Engineering, ASME, pp.71~77, 1983.
3. Chen, K.K., "A new finite element method for binder wrap calculations", J. Mater. Shaping Technol., 5(2), pp.107~116, 1987.
4. Chen, K.K., "An iteration method for binder wrap calculations", Proc. of the NUMIFORM 86 Conference, Gothenberg, pp.331~326, 1986.
5. Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E., Concepts and Applications of Finite Element Analysis, 3rd edn., John Wiley & Sons, New York, 1989.
6. Reisman, H. and Pawlik, P.S., Elasticity : Theory and Applications, John Wiley & Sons, New York, 1980.
7. Hughes, T.J.R. and Hinton, E., Finite Element Methods for Plate and Shell Structures, Pineridge Press International, Swansea, U.K. 1986.
8. Huang, H.C. and Hinton, E., "Elastic-plastic and geometrically nonlinear analysis of plates and shells using a new nine node element", Proc. of the Europe-US Symposium : Finite Element methods for Nonlinear Problems, Trondheim, Norway, Springer-Verlag, 1985.
9. 김영탁, 임장근, "박판성형해석 모듈", 프레스금형의 CAD/CAE 시스템 개발, 과학기술처 연구보고서, UCN 883-4630-2, pp.117-152, 1992.