

## 음속이 진동형 기체 밀도 측정기에 미치는 영향

이 우 갑\*, 정 진 완\*

### Sound Velocity Effect on Vibrating Gas Densimeter

Woo-Gab Lee\*, Jin-Wan Chung\*

#### ABSTRACT

Measurements errors due to sound velocity effect on vibrating gas densimeters were described. Nitrogen was used to calibrate the densimeter, and oxygen was employed to determine a coefficient for the compensation of sound velocity effect. Sound velocity effects were shown with methane at temperatures of 7.97, 19.93 and 39.57 °C, and pressures up to 3.6 Mpa. A relative error of about 1% was introduced when the nitrogen calibrated densimeter was used to measure densities of pure methane. A method of sound velocity effect compensation was able to reduce the error down to 0.1%.

**Key Words :** Vibrating Gas Densimeter (진동형 기체밀도 측정기) Compensation of Sound Velocity (음속보정), Uncertainty (불확실도)

#### 1. 서 론

탄화수소등의 화공 원료 및 연료 기체가 부피 단위 보다는 점차 질량단위로 계수되고 있다. 그러나 현재 대용량의 질량 유량계가 개발되지 않았으므로 가스관에 흐르는 거대 용량의 기체는 질량 측정이 불가능하다. 따라서 질량은 부피와 밀도 측정으로부터 결정된다. 부피는 유량계로부터 측정된다. 기체 밀도는 순수 기체 및 조성을 아는 혼합 기체에 대하여 온도, 압력, 조성의 측정 값으로부터 추산될 수 있다. 그리고 조성을 모르거나 조성이 변하는 기체에 대하여는 기체 밀도 측정기를 이용하여 측정할 수 있다.

기체 밀도 측정을 위하여 상용화된 측정기들이 사용되고 있다. 진동형 기체 밀도 측정기(vibrating gas

densimeter), 유전 셀 밀도 측정기(dielectric cell densimeter) 등이 있다. (1) 그러나 이 모든 것들이 기본적인 측정에 기준한 것이 아니므로 교정되어야 한다.

진동형 기체밀도 측정기는 측정 방법이 용이하고 연속 측정이 가능하므로 산업 현장에서 활용되고 있다. 즉 이 측정기로 가스관에 흐르는 천연 가스등의 유량을 결정하기 위하여 정확한 밀도를 측정하는데 이용되고 있다. 보다 정확한 측정을 위하여 교정의 정확도, 측정 기체의 가스관에서의 조건과 가스관에 연결된 밀도 측정기에서의 온도, 압력 등의 평형 상태, 그리고 음속 영향이 고려되어야 한다.

음속에 의한 영향은, 70년대 초에 상용화된 진동형 기체 밀도 측정기에서 측정기 교정에 사용된 기체와 다른 기체가 사용되었을 때 측정된 밀도의 오차가 큼으로

\* 한국표준과학연구원 질량연구실 (정회원)

발견되었으며<sup>(2)</sup> 현재 구조적으로 오차를 감소시키고 제작된 측정기에서의 음속에 의한 오차를 보상하여 정확도를 향상시키기 위한 개발 연구가 진행중이다.

본 연구에서는 진동형 기체 밀도 측정기가 국내에서 많이 사용되고 있으므로 이 측정기에서의 음속에 의한 밀도 오차를 정량적으로 측정하고 국내 천연 가스 유량 측정에서 발생할 수 있는 오차에 대하여 순수 메탄 가스를 실험하여 고찰하고 가능한 오차 보상 방법에 대하여 고찰하였다.

## 2. 이 론

진동형 기체 밀도 측정기의 작동은 질량-스프링 계의 동적 특성에 의하여 설명된다. 측정되는 유체의 한 부분이 진동체 센서가 있는 곳으로 이송되어 진동체와 접촉하여 진동체 측정계 전체 질량의 한 부분이 된다. 밀도가 변하면 질량이 변하게 되고 따라서 공조 진동수가 변하게 된다. Fig. 1은 진동형 기체 밀도 측정기를 질량-스프링계로 나타낸 것이다. 스프링 아래의 용기에 측정되는 기체가 갇혀있고 본 계에서 기체는 용기안에서 자체 운동 없이 용기와 같은 진동을 한다고 가정한다. 이때 스프링 상수, 용기의 질량, 유체의 밀도가 진동 주기를 결정한다.<sup>(3)</sup>

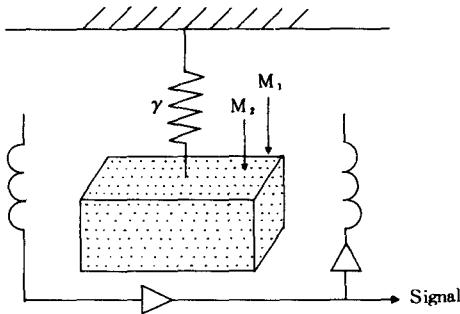


Fig. 1 Simple schematic of resonant densimeter

즉 전기 기계적 피드백(feed back)계를 이용하여 공조 진동수를 유지시키며 그 공명 진동수를 측정하여 밀도와 관련짓는다. Fig. 1에서 보여진 스프링 상수  $\gamma$ , 케이스 질량  $M_1$ , 내부 기체 질량  $M_2$ 와 진동 주기  $\tau$ 와의 관계는,

$$\tau = 2\pi \left( \frac{M_1 + M_2}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (1)$$

측정 기체의 밀도( $\rho$ )는 식(1)을 기초로 하여 다음의 식(2)를 이용하여 실험적으로 나타낼 수 있다.

$$\rho = K_0 + K_1\tau + K_2\tau^2 \quad (2)$$

보통 헬륨, 질소 혹은 아르곤의 교정 기체를 이용하여 측정기의 고유 상수인  $K_0, K_1, K_2$  등을 결정한다. 측정 기체의 진동 주기  $\tau$ 를 측정하고 식(2)를 이용하여 밀도를 결정한다.

앞에서 설명된 진동체 밀도 변환기는 케이스 안에 들어 있는 기체가 케이스 질량과 똑같은 진동을 유지한다고 가정한 것이다. 그러나 케이스 안에 들어있는 기체는 압축성 기체이며 유한한 음속을 갖는다. 이 계의 음속 영향 해석을 용이하게 하기 위하여 다시 표현하면 Fig. 2와 같다. 여기서 밀도가  $\rho$ 이고 음속이  $C$ 인 기체가 실린더 양쪽 벽에서 외부 진동을 가할때 변위  $y$ 가 일으켜 진다.

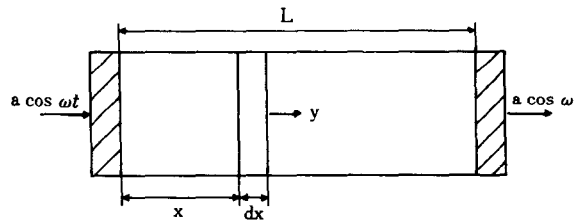


Fig. 2 Vibrating element simulated as pistons moving in synchronism

정상파(standing wave)의 음속  $C$ 와 변위  $y$ 를 관련지으면,<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (3)$$

식(3)의 해는 경계 조건 즉,  $x=0$ 와  $x=L$ 에서  $y = a \cos \omega t$ 를 갖으므로,

$$y = a \cos \omega t \left( \cos \frac{wx}{C} + \tan \frac{wL}{2C} \sin \frac{wx}{C} \right) \quad (4)$$

$y$ 의 해가 구해졌으므로 운동 에너지가 표현될 수 있다. 밀도  $\rho$ 가  $x$ 에 대하여 일정하다고 하면 단위 면적당의 운동 에너지,  $E_k$ 는

$$E_k = \frac{\rho}{2} \int_0^L \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx \quad (5)$$

진동이라 함은 최대 속도에서의 운동 에너지로부터 최대 변위를 일으키는 위치 에너지로의 물리적 변환이므로 최대 운동 에너지를 갖는 최대 속도는 아래와 같다.

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)_{\max} = wa \left(\cos \frac{wx}{C} + \tan \frac{wL}{2C} \sin \frac{wx}{C}\right) \quad (6)$$

따라서

$$\begin{aligned} (E_k)_{\max} &= \frac{\rho w^2 a^2}{2} \int_0^L \left(\cos \frac{wx}{C} + \tan \frac{wL}{2C} \sin \frac{wx}{C}\right)^2 dx \\ &= \frac{\rho w^2 a^2}{2} \left[ \frac{L}{2} \left(\sec^2 \frac{wL}{2C} + \frac{C}{wL} \sin \frac{wL}{C}\right) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

식(7)의 ( )안을 역급수(power series)로 표현하고,  $(wL/C)$ 가 1보다 작은 값으로 가정하고 3개 항만을 표현하고, 간단히 하기 위하여  $\pi L/6^{1/2}$ 을  $K$ 로 놓으면

$$(E_k)_{\max} = \frac{\rho w^2 a^2 L}{2} \left[ 1 + \left(\frac{K}{\tau C}\right)^2 + 9.6 \left(\frac{K}{\tau C}\right)^4 \right] \quad (8)$$

측정 시스템에서의 진동 에너지는 여기(exciting) 회로에서 전달되며 시스템 상수인  $a$ ,  $L$ , 그리고 같은 진동수에서 최대 운동 에너지는 기체의 종류에 무관하고 같다. 따라서 두 기체 A와 B에 대하여 다음 식이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned} \rho_A \left[ 1 + \left(\frac{K}{\tau C_A}\right)^2 + 9.6 \left(\frac{K}{\tau C_A}\right)^4 \right] \\ = \rho_B \left[ 1 + \left(\frac{K}{\tau C_B}\right)^2 + 9.6 \left(\frac{K}{\tau C_B}\right)^4 \right] \quad (9) \end{aligned}$$

따라서 밀도 측정기를 기체 A로 교정하고 지시 밀도값  $\rho_A$ 를 음속이 틀린 기체 B의 밀도  $\rho_B$ 로 간주하면 오차가 포함됨을 의미한다. 식(9)를 지시값  $\rho_A$ 를 진동 주기로 다시 표현하여 고쳐쓰면,

$$\begin{aligned} \rho_B &= (K_0 + K_1 \tau + K_2 \tau^2) \\ &\frac{\left[ 1 + \left(\frac{K}{\tau C_A}\right)^2 + 9.6 \left(\frac{K}{\tau C_A}\right)^4 \right]}{\left[ 1 + \left(\frac{K}{\tau C_B}\right)^2 + 9.6 \left(\frac{K}{\tau C_B}\right)^4 \right]} \quad (10) \end{aligned}$$

즉 음속을 아는 두 기체의 밀도로부터 식(9)를 이용하여  $k$ 가 결정될 수 있다. 그리고 식(10)을 이용하여, 즉 지시밀도값  $\rho_A$ 에 음속에 의한 영향 보정함을

급하므로 기체 B의 밀도  $\rho_B$ 가 결정된다.

### 3. 실험 및 결과

실험에 사용된 진동형 기체 밀도 측정기는 Solatron사의 모델 7810으로  $60 \text{ kg/m}^3$ 의 용량으로 진동 주기 측정 정밀도가 0.01% 수준이다. 압력 측정에 사용된 Ruska사의 모델 6000-350 Digital Pressure Gauge는 부정확도 0.02%를 갖으며 온도 측정에 사용된 Automatic Systems Laboratories사의 모델 F-25 Precision Thermometer는 50 mK의 부정확도를 갖는다. 밀도 측정기는 항온 수조에 담겨져 일정한 온도가 유지 되도록 하였다. 7.70, 19.51 그리고 39.30 °C에서 실험되었으며, 각 측정 온도에서 온도가 50 mK 내에서 유지되도록 하였다.

질소는 헬륨과 같이 다른 기체에 비하여 이상 기체에 가깝고 기체 밀도 측정 결과가 잘 확립되어 있다. 밀도 측정기 교정에 사용된 질소 기체는 순도가 99.999% 이상이며, 시험에 사용된 산소 및 메탄은 99.99% 이상의 순도를 갖는다. 질소, 산소, 메탄의 밀도, 음속 등의 물성 데이터는 IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry) Tables<sup>(5,6)</sup> 및 NIST (National Institute of Standards and Technology) 측정 자료<sup>(7)</sup>를 이용하였다. 이 자료들의 불확실도는 본 실험의 측정 범위 안에서 밀도에 있어서 질소 0.01%, 산소 0.04%, 메탄 0.05% 보다 작다.

7810 측정기는 질소를 이용하여 교정되었다. 온도 및 압력 측정 값과 IUPAC Tables<sup>(5)</sup>의 상태방정식으로부터 얻어지는 밀도 값과 측정기의 진동주기를 식(2)에 이용하였다. Fig. 3은 진동 주기에 따른 밀도 값의 변화를 나타낸 것으로 측정 범위내에서 거의 직선적인 관계를 갖음을 보이고 온도에 따른 차이가 작아 Fig. 3에서는 7.70, 19.51, 39.30 °C의 데이터가 구별되지 아니하였다. 상수  $K_0$ ,  $K_1$  그리고  $K_2$ 는 최소 사승법으로부터 얻어졌으며 Fig. 4에 기대값과 실제값과의 차이인 회귀 오차(regression error)가 그려져 있다. 이 회귀 오차 그림으로부터 실험 결과의 오차가 우연 오차에 기인함이 밝혀졌다. 그리고 그 상대 회귀 오차가 모두  $1.8 \times 10^{-4}$  보다 작은 수준이었다.

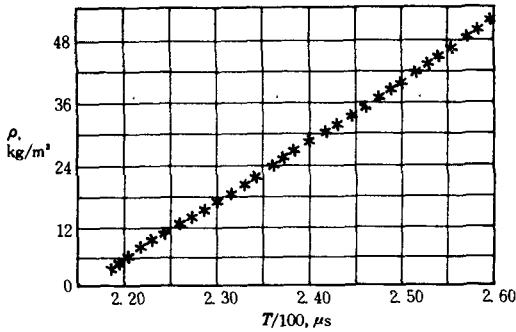


Fig. 3 Density related with time period of the vibrating gas densimeter

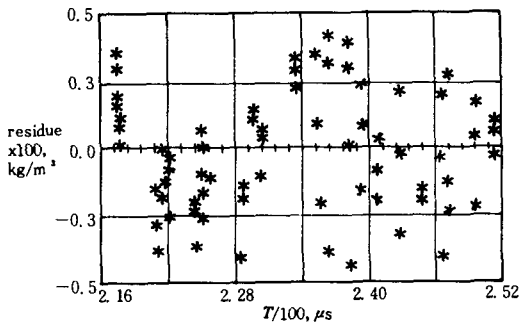


Fig. 4 Regression analysis with residuals between real density values and expected

Table 1에는 7.70, 19.51, 39.30℃에서의  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  값을 나타내었다. 비교적 작은 온도 구간인 본 실험 온도 영역에서 온도 변화에 대하여  $K_1$ ,  $K_2$ 는 이 세 온도에서 같은 증감 추세를 보이지만  $K_0$ 는 온도가 증가하면 증가하다가 감소한다. 이는  $K_0$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ 를 결정하는 최소 자승법 계산에서 온도 의존성을 고려하지 않고 오차만 최소화하는 원칙하에서 결정되었기 때문으로 믿어진다. 따라서 다음에 이어지는 산소 및 메탄의 실험은 질소 실험에서의 온도에서 크게 벗어나지 않게 수행하였다. 그리고 작은 온도의 벗어남은 외삽 혹은 내삽 방법으로 온도 변화를 보상하였다. 교정이 7.7℃

Table 1 Calibration constants  $K_i$  at 3 temperatures

온도, ℃	$k_0, \text{kg/m}^3$	$K_1 \cdot 10^2, \text{kg/m}^3/\mu\text{s}$	$K_2 \cdot 10^4, \text{kg/m}^3/\mu\text{s}^2$
7.70	-94.761607	-14.949809	27.670372
19.51	-95.345727	-14.489734	27.583273
39.30	-95.966172	-14.000486	27.492645

를 기준으로 하고 온도 보상이 안되었을 경우의 밀도 상대 비례를 Fig. 5에 보였다. 밀도가 증가하면 상대 비례 즉 온도에 의한 오차가 감소하지만 밀도 50 kg/m<sup>3</sup>에서 약 0.1%가 된다.

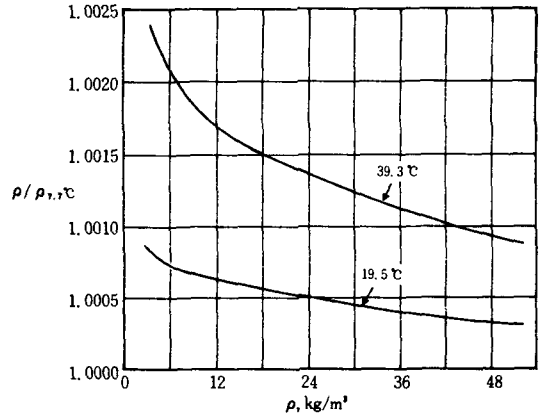


Fig. 5 Reading errors at different temperatures without temperature compensation

음속에 의한 영향 보정에 이용되는 식(9)의  $K$ 를 결정하기 위하여 산소를 이용하였다. 진동형 기체 밀도 측정기에 산소를 연결 시키고 온도와 압력을 변화시키면서 진동 주기를 측정하였다. 산소의 밀도와 음속은 언급된 IUPAC Tables(6)의 상태 방정식으로 부터 구하여졌다. 진동 주기 220μs에서 세 온도 7.7, 19.5, 39.5℃에서  $K$ 가 계산되었다.  $K$ 의 결과는 Fig. 6에서 보여진다. 낮은 진동 주기에서 압력 측정 오차가 상대적으로 크므로 이로 인한 음속 및 밀도의 상대 오차도 커진다. 따라서 낮은 진동주기에서  $K$ 의 오차가 확대된다. 산술 평균된  $K$ 는 1.178 cm이며 따라서 진동체 내부의 유효 진동 직경  $L$ 은 0.92 cm로 밝혀진다.

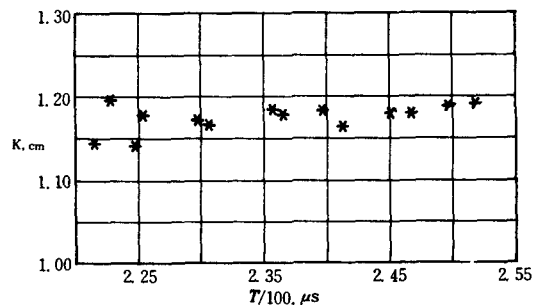


Fig. 6 Sound velocity compensation constant  $K$  obtained with experimental results of oxygen gas

산소 기체를 이용하여 결정된 K를 이용하여 메탄의 밀도가 측정되었다. 측정 결과의 음속에 의한 영향을 비교하기 위하여, 그리고 음속 영향 보정에 필요한 음속값을 이용하기 위하여 NIST 자료(7)를 참조하였다. 그리고 이하의 그림 7, 8, 9에서 참조 밀도의 실선은 참조 자료의 상태 방정식에 의한 것이며, 지시밀도, 보정 밀도등의 실선은 실험 데이터를 최소 자승법에 의하여 표현된 것에 의한 것으로 모든 경우 상대적으로 1/1000 오차 이내에 fitting 될 수 있었다.

음속 보정이 수행되지 않았을 때의 오차를 (참조 밀도  $\rho_{Br}$ ) - (지시밀도,  $\rho_A$ )로 하고 이를 참조 밀도에 대하여 그림 7에 표시하였다. 음속 보정이 수행되지 않았을 때 순수 메탄 가스에 대하여 본 실험의 모든 측정 영역에서 상대오차 약 1%가 발생함을 보인다. Fig. 7에서 7.97, 19.93, 39.57 °C의 세 온도의 결과는 특별한 의미없이 본 해석에서의 오차를 의미한다고 믿어진다.

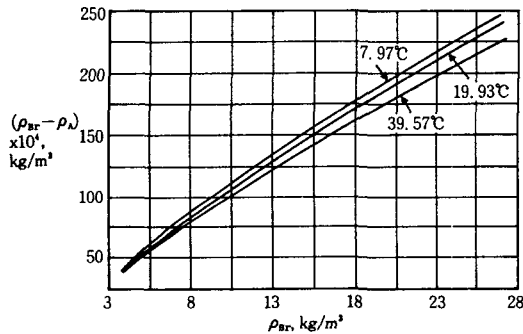


Fig. 7 Density reading errors introduced by sound velocity effect

이어서 음속 보정이 수행되었을 때의 오차를 (참조 밀도  $\rho_{Br}$ ) - (지시밀도,  $\rho_A$ )로 하고 이를 참조 밀도에 대하여 Fig. 8에 표시하였다. 음속 보정이 수행되었을 때 오차가 25 g/m<sup>3</sup>보다 작다. 그리고 상대오차가 참조 밀도 8 kg/m<sup>3</sup> 이상에서 0.1%보다 작다. 참조밀도 8 kg/m<sup>3</sup> 이하에서 오차가 확대 되는데 이는 K값 결정에서의 오차, 식(7)에서 식(8)로의 단순화 과정에서 발생하는 오차, 그리고 낮은 압력에서 압력 측정기의 상대적으로 낮은 정확도 등으로 기인한다고 믿어진다.

실험실 혹은 산업 현장에서 진동형 밀도 측정기를 활용하기 위하여 필요한 음속은 직접 측정하거나 참조하는 방법이 있는데, 음속 참조는 가능한 기체가 순수 기체 몇 종에 한하기 때문에 음속의 오차에 의한 밀도

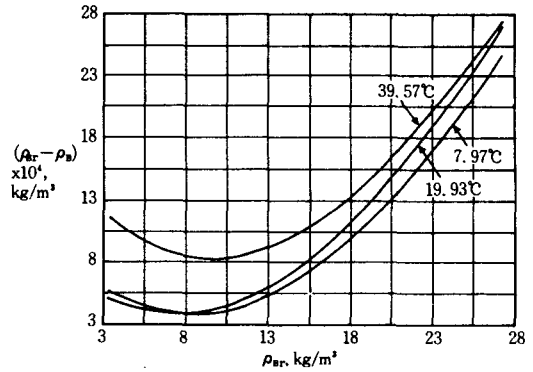


Fig. 8 Density reading discrepancy to real values when compensated by Eqn (10)

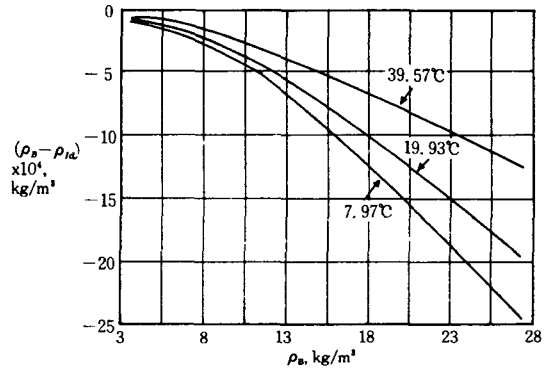


Fig. 9 Differences of densities between compensated with sound velocities of real gases and ones of Ideal Gases

보정 오차를 계산하였다. 순수 메탄을 예로 하였으며 언급된 참조 자료에서의 음속과 이상 기체로 가정하였을 때의 음속과의 오차에 의한 보정 오차를 고려하였다. 실험 영역에서 음속의 상대 오차는 밀도가 증가하면 커지고 20 °C, 밀도 23.2 kg/m<sup>3</sup>에서 2.2%에 이른다. 음속 오차에 의한 보정 오차, (보정밀도,  $\rho_B$ ) - (이상기체 보정밀도,  $\rho_{Id}$ )가 Fig. 9에 표시되었다. 밀도가 증가함에 따라 보정 오차가 증가하며 본 실험 영역에서 최대 약 0.07%에 이른다.

순수 기체가 아닌 혼합 기체에서는 이러한 음속 추정 오차에 의한 오차가 더욱 확대될 것이기 때문에 직접 측정이 바람직하다. 요구되는 음속 측정 상대 정확도는 0.1%이면 충분하고 초음파 측정 방법(8)으로 절대 측정이 가능하고 구조가 복잡하지 않아 진동형 기체밀도 측정기와 연결되어 산업 현장에서 음속 영향이 보정된 밀

도 측정이 가능할 것이다. 또한 대체 냉매등의 신소재 개발에 필요한 열물성 측정 연구에도 실험장치 및 결과 해석이 진동형 기체 밀도 측정기보다 복잡한 기존의 Burnett 방법<sup>9)</sup>을 사용하지 않고 필요한 정확도 내에서 음속 영향이 보정된 진동형 기체 밀도 측정기로 가능하게 되었다.

#### 4. 결 론

기체마다 틀린 음속으로 인하여 진동형 기체밀도 측정기에서 측정 오차가 발생하는 것이 예측되었고 순수 메탄 가스를 이용하여 실험으로 확인되었다.

진동형 기체밀도 측정기는 질소로 교정되었고 음속 보정 상수는 산소를 이용하여 결정되었다.

메탄을 시료로하여, 7.97, 19.93, 39.57 °C에서 압력 3.6 MPa에 걸쳐 실험되었으며 이 영역에서 음속 보정을 하지 않으면 상대 오차 약 1%를 유발하는 것이 발견되었다.

본 음속 보정에 의한 방법으로 오차를 약 0.1%로 줄일 수 있게 되었다. 또한 산업 현장에서 접하는 많은 기체의 음속을 알지 못하므로 이로 인한 오차도 고찰되었으며, 메탄 가스의 예에서 음속을 이상기체로 가정하였을 때 상대 유발 오차가 0.07%로 밝혀졌다.

국내 천연가스등의 가스관에 이용되는 진동형 기체밀도 측정기를 음속 측정기와 연결 사용하면 상대 정확도가 0.1% 수준으로 향상될 것이다.

#### 참고문헌

.. U.S.Dept. of Commerce, "LNG Measurement-

A User's Manual for Custody Transfer", NBSIR 85-3028, edited by Douglas Mann, 1985, pp.2.4.2.1~2.4.2.

2. T.Archbold, "Evaluation Report on Gas Density Meter", Gas Council Engineering Research, Ref. ERS R 103 CICC 106, 1972.
- 3 IUPAC, "International Thermodynamic Tables of the Fluid State-6, Nitrogen", Pergamon Press, Paris, 1979.
4. IUPAC, "International Thermodynamic Tables of the Fluid State-9, Oxygen", Blackwell Scientific Publications, Oxford, 1987.
5. Friend, D.G., J.F., and Ingham, H., "Thermophysical Properties of Methane", J. Phys. Chem. Ref. Data, Vol.18, No.2, pp.583~638, 1989.
6. H.J. Pain, "The Physics of Vibrations and Waves", 2nd ed., John Wiley, London, 1976, pp.1~48.
7. William T. Thompson, "Theory of Vibration with Applications", 3rd ed., Prentice-Hall, London, 1988, pp.214~216.
8. W.P. Mason, "Physical Acoustics", Vol.1-Part A, Academic Press, London, 1964, pp.274~275.
9. Thomas, W., Zander, M., "Pressure Density Temperature Measurements of Ethylene", Int. J. of Thermophysics, 1-4, 383, pp.383~396, 1980.