

자동 격자 생성법과 설계 요소를 이용한 형상 최적 설계에 관한 연구

김 호 룡*, 단 병 주**

A Study on the Optimal Shape Design Using Automatic Regridding and Design Element

Ho-Ryong Kim*, Byung-Ju Dan**

ABSTRACT

In this study, the peak stress of a fillet in elastic structure was optimized to have minimum value by using quadratic isoparametric element. The method of automatic gridding was also developed along with shape algorithm and design element technique was adopted in selecting design variables. The computer program developed was combined with the Hooke-Jeeves direct algorithm of optimization techniques in order to minimize the peak stress of the fillet. The employment of design element technique significantly cut down computer time by the reduction in design variables, and the optimum fillet shape with uniform minimum stress was obtained by varying design variables along x and y directions in improving the shape compared to other results. By using automatic gridding, in which Bezier surfaces and Coons surfaces of cubic interpolation function were employed, the irregular boundary was removed resulting in smoother and more accurate fillet shape possessing uniform minimum stress.

Key Words : Optimal Shape Design(최적형상설계), Design Element(설계요소), Automatic Regridding(자동격자생성), Active Design(능동설계).

1. 서 론

최근에 들어 부재 설계에 중요한 위치를 차지하고 있는 형상 최적화(Shape Optimization)는 모델링 기법의 개발, 유한 요소법의 발전과 디지털 컴퓨터의 발달로 보다 효율적인 형상설계로 연구가 진행되고 있다.

형상 최적화에 관한 연구는 1973년 Zienkiwicz와 Campbell⁽¹⁾에 의해 최초로 다루어지기 시작했으며, 절점의 위치를 설계변수로 선택하고, 최적화 방법으로는 Sequential Linear Programming을 이용하였다. 1975년 Francavilla, Ramakrishnan와 Zienkiewicz⁽²⁾는

응력 집중 계수를 최소화하기 위한 필렛의 최적설계를 하였으며, 이때의 설계변수는 경계를 나타내는 다항식의 계수였다. 1977년 Bhavikatti와 Ramakrishnan⁽⁴⁾는 인장응력이 걸리는 부재의 필렛에 관한 최적 설계를 하였으며, 다항식으로 필렛의 형상을 결정짓고, 다항식의 계수를 설계변수로 택하였다. 1982년 Imam⁽⁵⁾은 설계요소 방법으로 설계변수를 택하고, 대상영역을 몇개의 설계요소로 나눈다음, 2차 isoparametric 요소의 근사함수로 설계요소의 경계를 나타냄으로써, 외팔보의 형상 최적화를 수행하였다. 1988년 윤대석⁽⁶⁾은 인장응력이 걸리는 부재에서의 면적 최소화를 위한 필렛 형상 최적

* 연세대학교 기계설계학과(정회원)

** 금성중앙연구소 가전3실

화를 하였고, 최적화 방법으로는 민감도 해석 기법과 경사투영법(Gradient Projection Method)을 사용했으며, 설계변수 채택 방식은 독립절점 이동 기법을 사용했기 때문에 최종 형상의 경계면에 톱날과 같은 굴곡 현상과 유한 요소의 찌그러짐이 발생하였다. 1988년 Choi^{(7), (8)}는 형상을 Bezier 곡선으로 정의하고, 최적화에 의한 설계변수의 변화를 경계에서의 가상의 힘에 의한 변위로 생각하여 유한요소의 찌그러짐을 방지하였다. 1989년 이장용⁽⁹⁾은 목적함수를 최대응력으로 잡아 실제 설계에 근접하도록 하였으며, 도함수가 필요없는 직접 탐색법(Direct Search Method)인 Hooke-Jeeves 방법을 사용하였다. 이때, 설계변수를 독립 절점 이동기법으로 하였는데, 최종 형상에서 찌그러진 유한요소가 나타났으나, 굴곡 현상은 나타나지 않았다.

본 논문에서는 필렛의 경계에서의 절점응력들의 Von Mises 응력을 각각 구해서 그중 최대 응력값을 최소화하며, 위 방법들의 단점을 보완하기 위하여 설계변수를 설계요소방법(Design Element Method)으로 택함으로써, 유한요소가 찌그러지는 현상을 방지하였고, 계산 시간과 계산 오차를 감소시켰다. 또, 참고문헌 (6), (9)의 경우, 설계변수를 경계에서의 절점의 한쪽좌표 (Y 좌표) 방향으로만 변화시켰으나, 본 연구에서는 필렛 형상을 설계요소로 분할한 후, 그 설계요소의 주요 절점(master node) 중에서 설계변수를 취하고, 설계변수가 두 방향 즉 X, Y 좌표방향으로 변화할 수 있도록 하여 최적 형상을 구하였다. 필렛의 응력 해석은 2차 isoparametric 요소를 사용하였고, 최적화 과정중 설계요소 내부의 유한요소는 형상 알고리즘에 의한 자동 격자 생성방법(Automatic Regridding Method)으로 생성시켰다. 이때의 형상 알고리즘으로는 isoparametric 근사함수, Bezier 곡면 및, Coons 곡면등을 사용하였다.

이와같이, 자동격자생성법과 설계요소를 최적화 기법에 응용함으로써 이제까지의 해석기법인 FEM을 주축으로 하고 시행착오를 거쳐 수행되어 왔던 수동설계(Passive Design)에서 직접 최적형상을 찾아내는 능동설계(Active Design)로의 기초를 확립하려 한다.

2. 자동 격자 생성

형상 최적화에서는 형상이 변함에 따라 격자를 자동으로 다시 생성시켜주어야 한다.

또한 격자를 생성시킬때, 요소의 직교성을 최대한으로 유지시켜서 기하학적인 오차에 의한 유한요소 해석 오차를 줄여야 한다. 참고문헌 (6), (9)의 경우, 설계변수의 변화가 한 방향으로 한정되어 있고, 격자 또한 선형관계의 계산으로 생성되기 때문에 최적화 과정중이나 최적형상에서 과도한 변형을 지닌 유한요소가 나타나고 있다.

본 연구에서는 컴퓨터 그래픽스의 개발에 따른 형상 모델러를 이용하여, 자동 격자 생성시 나타나기 쉬운 계산상의 병목 현상을 해결하면서, 설계변수의 변화가 어느 한 방향에 구속되지 않으며 요소의 직교성을 유지하도록 격자를 자동 생성시키는 방법을 취하였다.

자동 격자 생성의 과정은 Fig.1과 같다.

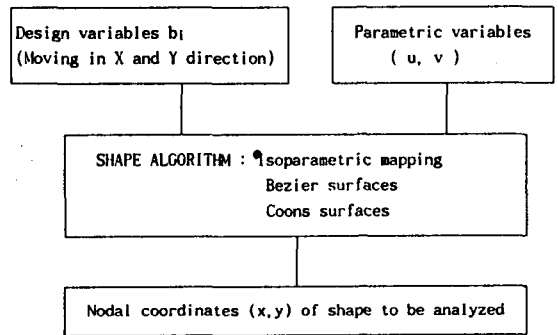


Fig.1 Process of Automatic Regridding

2.1 설계변수의 선택

효과적인 최적화를 위해서, 설계변수를 정할 때 다음의 사항에 유의해야 한다.

첫째로 설계변수의 갯수에 관한 문제로서, 설계변수의 갯수가 필요이상으로 많아지면, 설계변수 증가에 따른 계산량의 증가 및 최적형상이 필요이상으로 굴곡되므로, 모델의 대칭성을 이용하는 방법이나, 낮은 차수의 곡선이나 곡면을 사용하는 방법등으로써, 설계변수를 줄여야 한다.

둘째로 최적형상은 유한요소 해석을 근거로 하기 때문에 유한요소 해석이 보다 정확하기 위해서는 초기 형상이나 최적 형상에서 유한요소가 찌그러지지 않도록 설계변수 선택에 유의해야 한다.

설계변수 선택 방법은 크게 나누면 다음과 같은 3가지의 방법이 있다.

1) 독립 절점 이동 기법

이 방법에서는 경계에서의 절점의 좌표값이 설계변수가 된다. 이 경우 필요이상의 설계변수가 존재하게 되며, 계산량이 매우 많아지고 최적형상에서는 때때로 경계에서의 톱니와 같은 굴곡에 의한 불연속형상이 나타나서, 그 형상이 의미를 갖지 못하는 경우가 발생한다.

2) 다항식에 의한 경계표현

이 방법은 형상의 경계를 다항식으로 표시하고 다항식의 계수를 설계변수로 취하는 방법이다.

3) 설계요소 기법

형상을 설계요소로 분할한 후, 설계요소를 다시 그 요소의 형상을 결정하는 주요절점(master node)들의 조합으로 표현한다. 설계변수는 이들 주요절점 중 경계에 있는 점들에서 선택되며, 각각의 설계요소들의 내부는 다시 여러개의 유한요소로 세분된다. 일반적으로 설계요소의 경계를 2차 isoparametric 요소의 근사함수를 사용하여 표시하면, 설계변수의 갯수를 줄임과 동시에 경계에서의 불연속을 극복할 수 있다. 형상을 설계요소로 표현한 예는 Fig. 2와 같다.

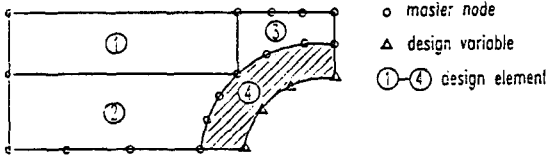


Fig. 2 Example of design element

본 연구에서는 설계요소 기법을 사용하여 설계변수를 취하고, isoparametric 사상(mapping), Bezier 곡면, Coons 곡면등을 이용한 형상 알고리즘과 연결하여 각각의 최적 형상 설계를 수행하였다.

2.2 형상 알고리즘

형상을 수치적으로 표현하기 위한 algorithm으로서는 Isoparametric 사상법, Bezier곡면 표현법, Coons 곡면 표현법이 있으나 Coons 곡면은 Bezier 곡면과 유사하므로 Coons 곡면 표현법은 생략한다.

본 논문에서 사용한 isoparametric 사상법은 다음과 같이 수행된다. 먼저 요소내의 임의의 점의 좌표값 $x(\xi, \eta)$ 와 $y(\xi, \eta)$ 를 식으로 표시한다.

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (1)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (2)$$

여기서 x_i, y_i 는 설계요소를 결정하는 주요절점 i 의 좌표값이며, 한 설계요소당 8개의 주요절점을 가진다. $N_i(\xi, \eta)$ 는 isoparametric 요소에 관한 형상함수이다.

설계요소내에서 생성되는 유한요소의 크기는 가중치를 이용하여 정하며, 국부 좌표계 $\xi - \eta$ 는 -1부터 1까지 변화시키고 -1로 초기화 한 후 다음 식으로 국부좌표계의 좌표값을 증분시켜 설계요소를 발생시킨다.

$$\xi_i = \xi_{i-1} + \frac{(W_\xi)^i}{W_\xi^T} \quad (3)$$

$$\eta_i = \eta_{i-1} + \frac{(W_\eta)^i}{W_\eta^T} \quad (4)$$

여기서 $W_\xi^T = \sum_{j=1}^{NDIX} (W_\xi^j)_j$

$$W_\eta^T = \sum_{j=1}^{NDIY} (W_\eta^j)_j$$

이고, NDIX, NDIY는 설계요소내에서 생성될 ξ 와 η 방향으로의 요소 수이며, W 는 가중치이다.

한편 Bezier 곡면 표현법은 다음과 같이 수행된다. 먼저 Bezier 곡면을

$$P_B(u, v) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n Q_{ij} B_{i,m}(u) B_{j,n}(v), \quad u, v \in [0, 1] \quad (5)$$

으로 표현한다. 여기서 Q_{ij} 는 제어점의 좌표값이고 $B_{i,m}(u), B_{j,n}(v)$ 는

$$B_{i,m}(u) = F(m, i) u^i (1-u)^{m-i} \quad (6)$$

$$B_{j,n}(v) = F(n, j) v^j (1-v)^{n-j} \quad (7)$$

이다.

식(6), 식(7)에서 $F(m, i) = m! / (i!)(m-i)!$, $F(n, j) = n! / (j!)(n-j)!$, 이고, m 과 n 은 근사

함수의 최고차수 이다.

본 논문에서는 설계요소의 경계를 Bezier 곡면을 이용하여 수치적으로 표현하였으며, 주요절점을 각 설계요소당 16개로 구성하였다. 제어점을 설계요소의 주요절점으로 취하고, 그 중 경계에서의 주요절점을 설계변수로 택하였으며 설계요소 내부의 유한요소 크기는 내부의 주요절점들의 위치의 변화로 조정되도록 하였다.

3. 수치해석 및 결과

3.1 필렛 모델

Fig. 3은 인장 하중을 받는 필렛으로써 본 연구의 최적 형상 설계에 대한 수치 해석용 모델이다. 이 모델은 평면응력상태이며 탄성계수 $E=30 \times 10^6$, 프와송 비 $\nu=0.293$ 이다. 경계 Γ^1 은 설계요소의 주요절점중 설계변수로 선택할 부분이고, 설계변수로 선택된 주요절점은 X, Y 방향으로 변화될 수 있도록 하였다. 필렛의 대칭성을 고려하여 중심선을 기준으로 상부만 해석하면 되므로 $\Gamma^2, \Gamma^3, \Gamma^4$ 상의 주요절점은 고정시켰다. 한편, 설계요소내의 주요절점은 경계의 주요절점들과 선형관계로 결정한다. 경계에서의 절점 응력들은 각 요소의 Gauss 점에서 구한 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$ 를 외삽시켜서 구하였다.

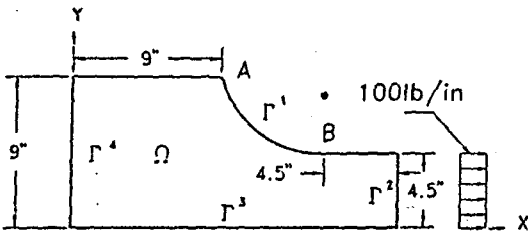


Fig. 3 Fillet model

최적화의 목적함수는 다음과 같다.

$$U = \max_{i \in \Gamma^1} [(\sigma_{xx})^2 + (\sigma_{yy})^2 + 3(\sigma_{xy})^2 - \sigma_{xx} \sigma_{yy}]^{1/2}_i \quad (8)$$

여기서 i 는 경계 Γ^1 에서의 절점들이다.

제한식은 목적함수를 응력으로 택하였으므로 다음과 같이 기하학적 구속조건만으로 구성한다.

$$\Phi_j = b_j - 9.0 \geq 0 \quad (j = 1, \dots, j_m) \quad (9)$$

$$\Phi_k = b_k - 4.5 \geq 0 \quad (k = j_m+1, \dots, k_m) \quad (10)$$

$$\Phi_l = 15.0 - b_l \geq 0 \quad (l = k_m+1, \dots, l_m) \quad (11)$$

$$\Phi_m = 9 - b_m \geq 0 \quad (m = l_m+1, \dots, m_m) \quad (12)$$

식 (9), (11)은 x방향의 구속조건, 식 (10), (12)는 Y방향의 구속조건, b_j, b_l 은 x방향의 설계변수, b_k, b_m 은 Y방향의 설계변수이다. 최적화 기법으로는, univariate search와 pattern move를 사용하여 최적점으로의 수렴과정에서 계산시간을 감소시키며, 불규칙, 불연속 함수의 경우에도 사용할 수 있는 장점을 가진 Hooke-Jeeves의 직접탐색법을 사용하였다. 이 탐색법을 사용함에 있어 제한성 문제를 무제한성 문제로 바꾸어 주기위해 벌칙함수(Penalty function)를 사용하였으며, 벌칙함수로는 Schuldt 방정식을 이용하였다⁽⁹⁾.

3.2 Isoparametric 사상을 형상 알고리즘으로 이용한 경우

Fig. 4는 형상 알고리즘으로 isoparametric 사상을 사용한 경우의 설계요소와 설계변수로 표현한 필렛의 초기 형상이다. 이 초기 형상은 3개의 설계요소로 구성되며, 주요절점은 18개이다. 이때의 설계변수는 중간 설계요소중 경계 Γ^1 의 영역점들로서 X, Y축 방향에 따른 좌표값이다.

Table 1은 초기 필렛 형상의 경계 Γ^1 에서의 Von Mises 응력값으로써 각 요소의 세절점에서 구하여진다. YS1은 왼쪽 절점에서의 응력, YS3는 오른쪽 절점에서의 응력, YS2는 가운데 절점에서의 응력이다.

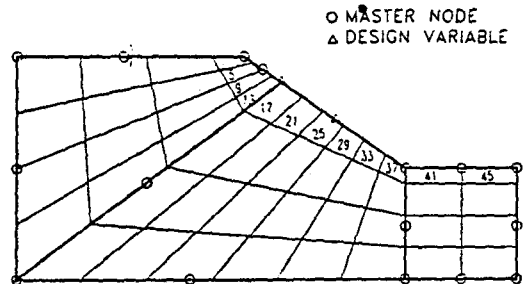


Fig. 4 Initial shape by isoparametric mapping

Table 1. Von Mises stress of initial fillet by isoparametric mapping

Element number	YS1	YS2	YS3
1	2.327710	6.380463	10.433220
5	10.433220	13.358960	16.284710
9	16.282710	18.953230	21.621751
13	21.621750	24.024270	26.426790
17	26.426790	31.331120	36.235450
21	36.235450	40.718910	45.202370
25	45.202370	50.409320	55.616280
29	55.616280	61.118060	64.619850
33	64.619850	93.680990	122.742100
37	122.742100	161.572800	200.403500

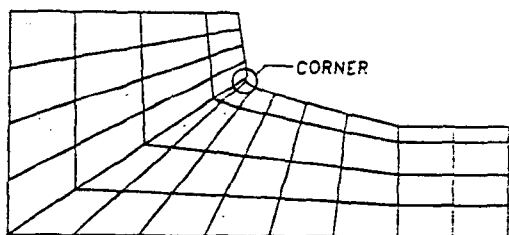


Fig. 5 Final fillet shape by isoparametric mapping (distortion at corner)

Table 2. Von Mises stress of final shape by isoparametric mapping

Element number	YS1	YS2	YS3
1	1.048076	2.261220	3.474365
5	3.474365	3.168312	2.862260
9	2.862260	8.065022	13.267790
13	13.267790	32.919410	52.571040
17	52.571040	74.220550	95.870060
21	95.870060	101.038000	106.206000
25	106.206000	102.700200	99.194490
29	99.194490	93.126750	87.059030
33	87.059030	107.019900	126.980800
37	126.980800	126.975000	126.969200

Fig. 5는 isoparametric 사상을 형상 알고리즘으로 사용할 경우의 최적 필릿 형상이고, Table 2는 이때의 경계응력이다.

이 경우 목적함수 값은 126.98 psi이며, 설계요소 기법으로 설계변수의 숫자는 줄었으나, 설계요소의 경계가 2차 함수로 근사화 되었기 때문에 최적 형상에서는 요소의 직교성(orthogonality)을 만족시키지 못함을 알 수 있다.

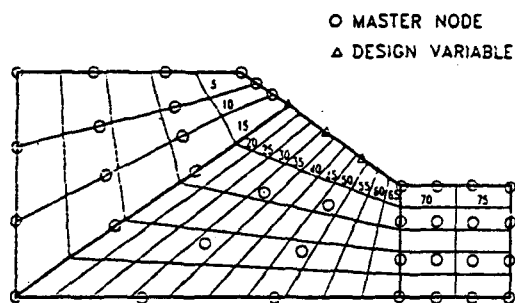


Fig. 6 Initial shape by Bezier surface (uniform element)

Table 3. Von Mises stress of initial shape by Bezier surface (uniform element)

Element number	YS1	YS2	YS3
5	4.343477	10.085280	15.827070
10	15.827070	19.547560	23.268050
15	23.268050	27.443940	31.619840
20	31.619840	34.418060	37.216270
25	37.216270	39.970440	42.724600
30	42.724600	45.621650	48.518700
35	48.518700	51.613410	54.708120
40	54.708120	58.175380	61.642630
45	61.642630	65.764130	69.885640
50	69.885640	75.302340	80.719040
55	80.719040	88.500690	96.282330
60	96.282330	114.840600	133.398900
65	133.398900	160.170900	186.943000

3. 3 Bezier 곡면을 형상 알고리즘으로 사용한 경우

1) 요소 크기가 일정한 경우

Fig. 6은 Bezier 곡면을 형상 알고리즘으로 사용하고,

유한요소를 각 설계요소내에서 일정하게 발생시켰을 때의 필렛의 초기 형상을 설계요소와 설계변수로 나타낸 것이다. 이 초기 형상은 3개의 설계요소로 구성되며, 주요절점은 40개이고 이때의 설계변수는 경계 Γ 의 주요절점들로서 X, Y축 방향에 따른 좌표값이다.

Table 3은 초기 필렛 형상의 경계 Γ 에서의 Von Mises 응력값으로써 각 요소의 세절점에서 구해지며, YS1, YS2, YS3는 Table 1의 경우와 같다.

Fig. 7은 Bezier 곡면을 형상 알고리즘으로 사용할 경우의 최적 필렛 형상이며, Table 4는 이때의 경계응력이다.

이 경우의 목적함수 값은 110.91 psi이다.

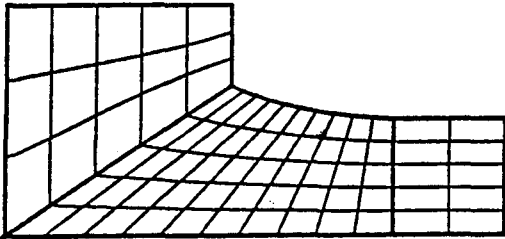


Fig. 7 Optimum shape by Bezier surface (uniform element)

Table 4. Von Mises stress of optimum shape by Bezier surface (uniform element)

Element number	YS1	YS2	YS3
5	1.652227	3.684407	5.716589
10	5.716589	9.440758	13.411930
15	13.144930	55.316610	97.488300
20	97.488300	102.095900	106.703600
25	106.703600	108.736200	110.768800
30	110.768800	110.607200	110.445600
35	110.445600	110.428300	110.411100
40	110.411100	110.625100	110.839100
45	110.839100	110.854300	110.869400
50	110.869400	110.743400	110.617400
55	110.617400	110.425400	110.233400
60	110.233400	110.348900	110.464400
65	110.464400	110.689000	110.913700

2) 요소 크기를 경계 Γ 쪽으로 작아지게 한 경우

Fig. 8은 Bezier 곡면을 형상 알고리즘으로 사용하고, 설계요소 내부의 주요절점을 이용하여 경계쪽으로 요소를 더 작게 생성시킨 경우의 필렛 초기 형상을 설계요소와 설계변수로 나타낸 것이다. 3개의 설계요소로 구성되며, 주요절점은 40개이고, 이때의 설계변수는 경계 Γ 의 주요절점들로서 X, Y방향으로의 좌표값들이다. Table 5는 초기 형상에서의 Von Mises 응력 값이다.

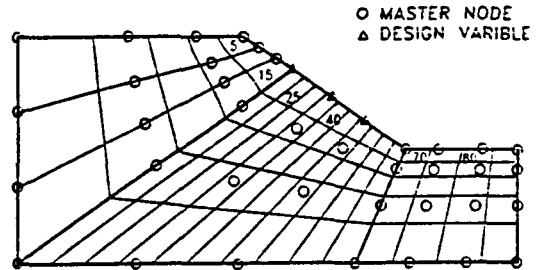


Fig. 8 Initial shape by Bezier surface (element reduced toward boundary)

Table 5. Von Mises stress of initial shape by Bezier surface (element reduced toward boundary)

Element number	YS1	YS2	YS3
5	3.668664	9.673156	15.677650
10	15.677650	19.586040	23.494440
15	23.494440	27.381070	31.267710
20	31.267710	34.069350	36.870990
25	36.870990	39.608740	42.346490
30	42.346490	45.199680	48.052860
35	48.052860	51.070490	54.088110
40	54.088110	57.454590	60.821060
45	60.821060	64.782180	68.743290
50	68.743290	73.950620	79.157940
55	79.157940	86.040360	92.922780
60	92.922780	109.671800	126.420900
65	126.420900	167.514500	208.608000

Fig. 9는 이 경우의 최적 필렛 형상이며, Table 6은 이때의 경계응력이고, 목적함수 값은 112.42 psi이다.

Coons 곡면을 형상 알고리즘으로 사용한 경우는 Bezier 곡면을 사용한 경우와 같은 결과를 나타내었다.

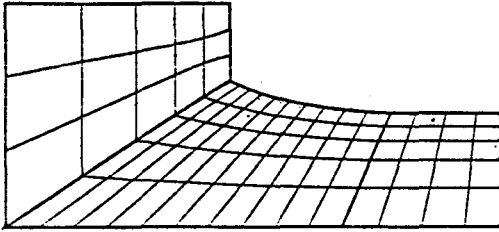


Fig. 9 Optimum shape by Bezier surface (element reduced toward boundary)

Table 6. Von Mises stress of optimum shape by Bezier surface (element reduced toward boundary)

Element number	YS1	YS2	YS3
5	0. 721126	2. 981354	5. 241582
10	5. 241528	9. 141688	13. 041790
15	13. 041790	56. 365230	99. 688670
20	99. 688670	104. 925700	110. 162800
25	110. 162800	111. 273100	112. 383500
30	112. 383500	111. 765800	111. 148100
35	111. 148100	111. 405600	111. 663100
40	111. 663100	112. 001300	112. 339500
45	112. 339500	112. 351100	112. 362600
50	112. 362600	112. 150700	111. 938900
55	111. 938900	111. 643900	111. 348900
60	111. 348900	111. 027400	110. 705900
65	110. 705900	111. 567500	112. 429200

3.4 검토 및 고찰

Isoparametric 사상을 형상 알고리즘으로 사용할 때는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 경계에서 굴곡 현상이 Choi(7)가 지적한대로 최종형상에서 나타나고 있다. 최대 응력값이 126.98 psi이며, 설계요소가 2차 함수로 근사되었기 때문에 최적 형상을 구하는데 제한성이 큰 것으로 나타났다.

한편, 설계요소의 경계가 3차 함수로 근사된 Bezier 나 Coons 곡면을 형상 고리듬으로 이용한 경우는 최적 형상에서 굴곡 현상이 나타나지 않았다.

Fig. 10은 필렛의 최적 형상을 참고문헌(9)와 요소 크기가 일정한 경우를 비교한 것이고, Fig. 11는 참고문헌(9)와 요소 크기를 경계 Γ¹쪽으로 작아지게 한 경우를

비교한 것이다. Fig. 10과 Fig. 11를 보면 설계요소를 이용하고 설계변수를 X와 Y의 두축 방향으로 변화시킴에 따라 거의 수직 형태인 필렛의 최적형상에 잘 접근하고 있음을 알 수 있다.

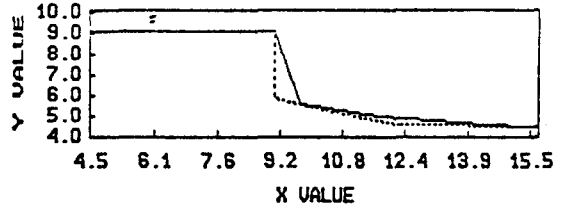


Fig. 10 Comparison of optimal shape between Ref. (9) and the case of uniform elements

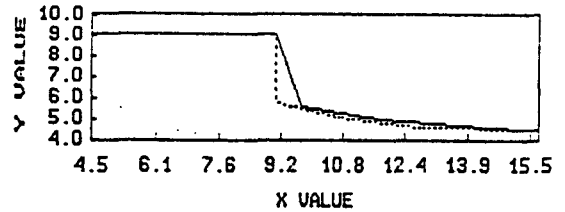


Fig. 11 Comparison of optimal shape between Ref. (9) and the case of elements reduced toward boundary

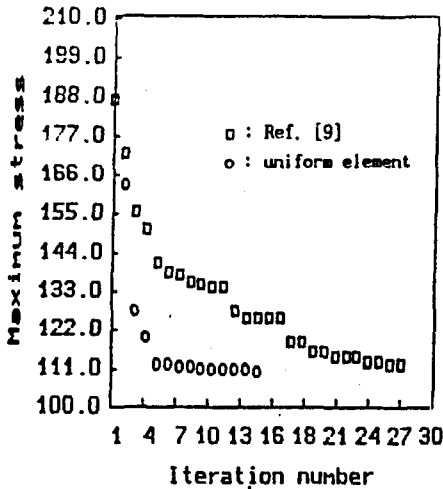
Table 7은 3.3 절에서 구한 요소 크기가 일정한 경우의 최적값과 참고문헌(9)의 비교이며, Table 8은 3.3절에서 구한 요소 크기를 경계 Γ¹과 Γ²가 만나는 절점에서 나타나며, Table 8에서의 초기형상의 최대응력이 Table 7보다 크게 나왔는데 이는 응력분포의 특이점 현상에 의한 것이며 요소의 크기에 따라 변화한다.

Table 7. Comparison of optimum design variables for uniform elements

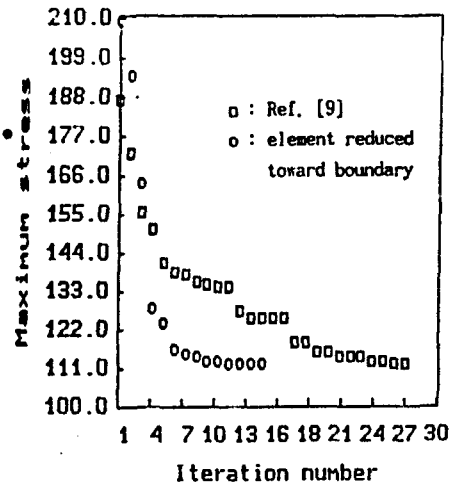
No of design variable	Initial variable	Optimum variable	
		Bezier	Coons
b1	11	9. 000001	9. 000003
b2	12. 5	10. 575000	10. 575000
b3	14	12. 575000	12. 575000
b4	7. 65	5. 812492	5. 812499
b5	6. 58	5. 079995	5. 079999
b6	5. 538	4. 638498	4. 638000

Table 8. Comparison of optimum design variables for elements reduced toward boundary

No. of design variable	Initial variable	Optimum variable	
		Bezier	Coons
b1	11	9.000005	9.000005
b2	12.5	10.200000	10.200000
b3	14	12.037500	12.025000
b4	7.65	5.849993	5.849993
b5	6.58	5.229993	5.229993
b6	5.538	4.637993	4.637994



(a) Ref. (9) and the case of uniform elements



(b) Ref. (9) and the case of elements reduced toward boundary

Fig. 12 Comparison of convergency

Bezier나 Coons 곡면을 사용한 경우는 근사 함수의 최고 차수가 3차이므로 최적형상에서 요소의 직교성을 유지하면서, 참고문헌(9)보다 더욱 감소된 최대응력을 가진 최적 형상을 얻을 수 있었다.

Fig. 12는 수렴도를 비교한 것이다. Bezier곡면 표현법과 Coons 곡면 표현법은 거의 같은 목적함수값과 수렴도를 나타내므로, 참고문헌(9)와 Bezier곡면 표현법을 형상 알고리즘으로 사용한 경우만 비교하였다. Fig. 12에서 수렴도가 참고문헌(9)에 비해 절반수준상태에서 최적해를 구했는데, 설계요소의 도입으로 설계변수의 숫자가 2/3로 줄었기 때문이며, 한번 반복시 소요되는 계산 시간도 참고문헌(9)은 IBM-PC 386 DX에서 567.45 sec, Bezier 곡면을 사용한 경우에 a)는 395.11 sec, b)는 442.93 sec 이므로 계산시간을 22% 이상 단축시켰음을 알 수 있다.

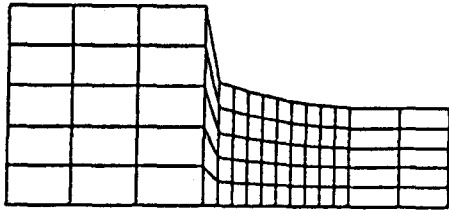
Fig. 13은 참고문헌(9)와 본 논문에서 isoparametric 사상, Bezier 곡면 표현법을 사용해서 구한 최적형상의 유한요소망을 비교하였다. 유한요소의 상관관계를 보여주는 Fig. 11에서 c)의 일정한 요소크기의 경우가 최적형상에서 과도하게 찌그러지거나 비틀어진 유한요소가 없어 가장 우수한 결과(최소값 110.91 psi)를 나타냈음을 알 수 있다.

Fig. 14는 Bezier 곡면 표현법을 형상 알고리즘으로 사용하여 얻어진 경우 최적형상의 Fillet 인장응력을 받을 때의 응력분포상태이다.

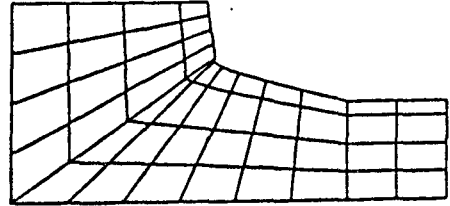
4. 결 론

본 연구에서는 설계요소 기법과 형상 알고리즘을 사용하여 격자를 자동으로 생성시킨후, 2차 isoparametric 요소를 사용하여 필렛의 응력을 해석하였으며, Hooke-Jeeves 최적화 방법에 연결시켜, 최대응력을 최소화시키는 최적 형상 설계를 하였다. 개발된 프로그램을 인장 하중을 받는 필렛에 적용시킨 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

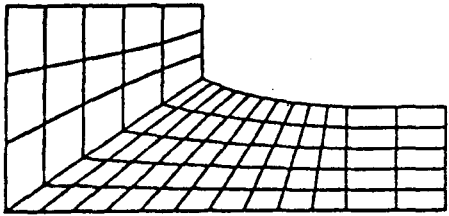
1. 설계요소 기법의 도입으로 설계변수가 현저히 줄어 계산 시간이 감소되었고, 설계변수를 X, Y의 두축 방향으로 변화시키므로서 전체 필렛면에 따라 최소응력이 균일하게 작용하는 최적 형상이 얻어졌다.
2. 자동 격자 생성시, 형상 알고리즘에 3차 근사 함수인 Bezier/Coons 곡면 표현법을 이용함으로써, 톱니 형상의 굴곡을 제거하여 부드럽고, 보다 정확한



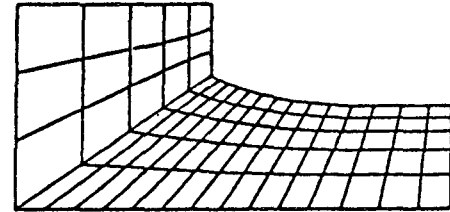
(a) Ref. (9)



(b) Isoparametric mapping



(c) Bezier surface (uniform element)



(d) Bezier surface (element reduced toward boundary)

Fig.13 Comparison of optimum shape according to meshing

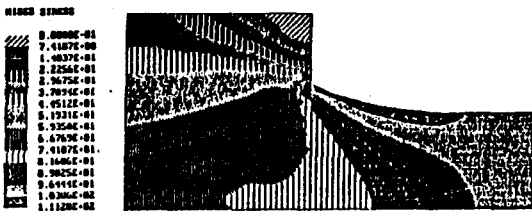


Fig.14 Stress pattern of optimal shaped Fillet under tension load

필렛 형상을 얻을 수 있었다.

3. FEM 자체에 의존한 종래의 수동설계에서 벗어나 좀 더 개선된 능동설계로의 기초를 마련하였다.

국문요약

본 논문에서는 2차 등매개변수요소를 사용하여 탄성체 필렛부의 최대응력을 최소화 시키는 형상최적설계를 수행하였다. 형상 알고리즘과 함께 자동격자생성법이 개발되었고 설계변수를 선택하는데에 설계요소기법이 응용되었다. 최적화 기법인 Hooke-Jeeves의 직접탐색법을 적용하여 형상최적설계 프로그램을 개발하였다.

설계요소기법의 응용에 의해 설계변수가 감소되고 컴퓨터 시간이 현저히 단축되었으며, 설계변수를 x와 y방향으로 변화시키므로서 이제까지의 결과들 보다 개선된 최소응력이 균일하게 분포된 최적필렛 형상을 얻을 수 있었다.

Bezier와 Coons 곡면을 사용한 자동격자생성법에 의해 이제까지의 불규칙한 경계부 형상이 제거되고 유연하고 보다 정확하며 균일한 최소응력을 갖는 필렛부 형상이 얻어졌다.

후 기

본 논문은 '91년도 연세대학교 학술연구비에 의하여 작성된 것임.

참고문헌

1. Zienkiewicz O. C. and Campbell J. S., 1973, "Shape optimization and sequential linear programming," in Optimum Structural Design, John Wiley, London, pp.109~126.
2. Francavilla A., Ramakrishana C. V., and Zienkiewicz O. C., 1975, "Optimization of

- shape to minimize stress concentration," J. of strain analysis, Vol. 10, NO. 2, pp.63~70
3. Francavilla A. and Ramakrishana C. V., 1975, "Structural shape optimization using penalty functions," J. of Struct. Mech., 3 (4), pp.403~422.
 4. Bhavikatti S. S. and Ramakrishana C. V., 1977, "Optimum design of fillets in flat and round tension bars," ASME Paper 77-DET-45.
 5. Imam M. H., 1982, "Three-dimensional shape optimization," Int. J. for Num. method in Eng., Vol. 18., No. 1, pp.661~673.
 6. 윤대석, 1988, "설계 민감도 해석을 이용한 필렛의 최적형상 설계에 관한 연구," 연세대학교 기계공학과 대학원 논문.
 7. Yao T., and Choi K. K., 1988, "3-D shape optimal design and automatic finite element methods regriding", SAE Technical paper series 880783.
 8. Yao T., and Choi K. K., 1988, "3-D modeling and automatic regriding in shape design sensitivity analysis", SAE Technical paper series 880783.