

말뚝 진동 기초의 설계

이 승 래*

1. 서 론

말뚝 진동기초는 블록형 얇은 진동기초로는 허용되는 고유진동수를 만족할 수 없거나 허용침하 또는 허용지지력을 만족할 수 없는 경우에 사용된다. 기계기초를 설계하는 경우에는 주어지는 하중이 지진하중등과는 달리 대부분 작은 진폭을 가진 진동 하중이 주어지므로 사용되는 지반의 물성치들은 이러한 진폭을 고려하여 선택되어야 한다.

일반적으로 말뚝은 선단지지말뚝과 마찰지지말뚝의 두가지로 대별되며 각각의 경우 진동하중에 의해 나타나는 응답이 달라지므로 구별하여 설계할 필요가 있다. 또한 주어지는 진동하중의 형태(연직, 수평, 록킹, 요잉등)에 따라 적합한 설계가 이루어질 수 있도록 하여야 하며 말뚝기초는 일반적으로 무리를 이루어 설치되는 경우가 대부분이므로 이를 고려한 적절한 설계가 이루어져야 한다.

본문에서는 기계진동에 대한 말뚝기초의 설계에 대하여 간략하게 기술하였으며 본문에 기술된 방법들은 여러 가정들을 통하여 얻어진 것으로 경우에 따라서는 실제 거동과는 매우 상이한 거동에 예측할 수 있으므로 실제 설계에 이용되는 경우, 특히 주어진 지반의 물성치 선택등에 주의를 요할 필요가 있다.

2. 진동하중을 받는 말뚝기초의 설계

2.1. 연직진동

2.1.1 선단지지 말뚝의 경우⁽¹⁾

선단지지 말뚝이 설치된 진동기초의 해석모형은 그림1에 나타난 바와 같으며 말뚝 주변의 지반이 매우 연약한 경우에 한하여 말뚝자체의 무게에 대한 말뚝위에 놓인 진동기계 및 캡등의 무게(W)비에 따라 다음의 3가지 경우로 단순화 하여 해석할 수 있다. 주변지반이 매우 연약하지 않은 경우에는 다음 2.1.2에 설명되는 방법으로 설계가 이루어진다.

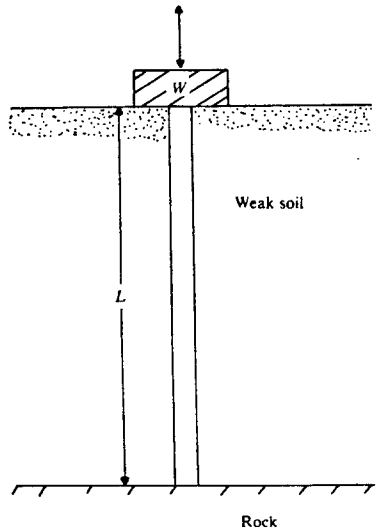


그림 1. 선단지지 말뚝의 해석모형

* 정희원, 한국과학기술원, 토목공학과 조교수

(1) W가 매우 작은 경우

이 경우에는 말뚝의 한쪽끝이 고정되어 있고 다른 한쪽끝은 자유로운 상태에 있다고 가정할 수 있으므로 이와같은 경계조건을 가진 탄성막대의 진동해석이론을 통하여 얻어지는 다음 식(1)을 이용하여 고유진동수를 구할 수 있다.

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{E_p}{\rho_p}} \quad (1)$$

여기서, f_n = 말뚝의 고유진동수

ω_n = 고유 원 진동수

E_p = 말뚝재료의 탄성계수

ρ_p = 말뚝재료의 밀도

L = 말뚝의 길이

(2) W가 말뚝의 무게와 거의 같은 경우

이와 같은 경우에는 자유단 부근의 질량을 고려하여 고유진동수가 구해져야 한다.

$$\frac{AL\gamma_p}{W} = \frac{L\gamma_p}{\sigma_0} = \alpha \tan \alpha \quad (2)$$

여기서, A = 말뚝의 단면적

γ_p = 말뚝의 단위중량

$$\alpha = \frac{\omega_n L}{v_{c(p)}}$$

$v_{c(p)}$ = 말뚝에서의 파 전파속도

$$\sigma_0 = \frac{W}{A}$$

(3) W가 매우 커서 말뚝의 무게가 무시될 수 있는 경우

이 경우에는 식(2)가 다음과 같이 간략화 될 수 있다.

$$\frac{AL\gamma_p}{W} \approx \alpha^2 \quad (3)$$

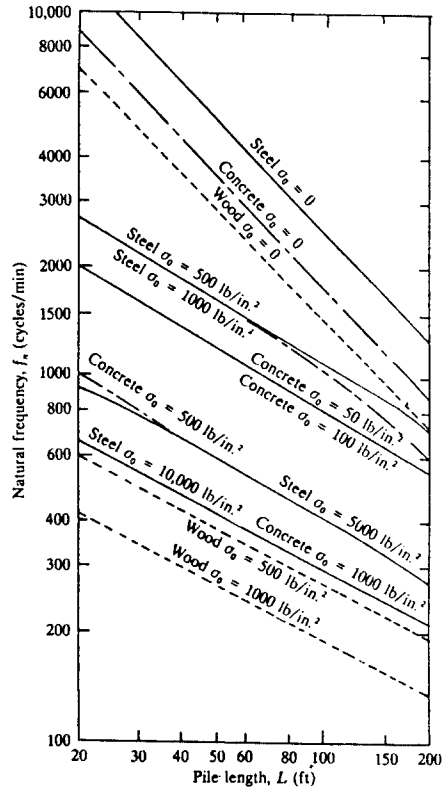


그림 2. 연직진동하중을 받는 선단지지 말뚝의 공진 진동수(Richart, 1962)

표 1. 각 말뚝의 재료상수들

말뚝재료	탄성계수, E_p (lb/in ²)	단위중량, γ_p (lb/ft ³)
강재	29.4×10^6	480
콘크리트	3.0×10^6	150
목재	1.0×10^6	40

Richart는 이 경우에 말뚝길이 L, 및 σ_0 의 변화에 따른 고유진동수 f_n 을 구할 수 있는 도표를 그림 2와 같이 나타내었다. 그림 2에 사용된 강말뚝, 콘크리트말뚝 및 목재 말뚝의 탄성계수와 단위중량은 표 1과 같다.

2.1.2 마찰지지말뚝의 경우(선단지지 포함)

그림 3은 마찰지지말뚝이 설치된 진동기초의 해석모형을 나타내고 있다. 말뚝의 길이는 L이고 반경은 R이며 Q의 진동하중을 받고 있다. 이와 같은

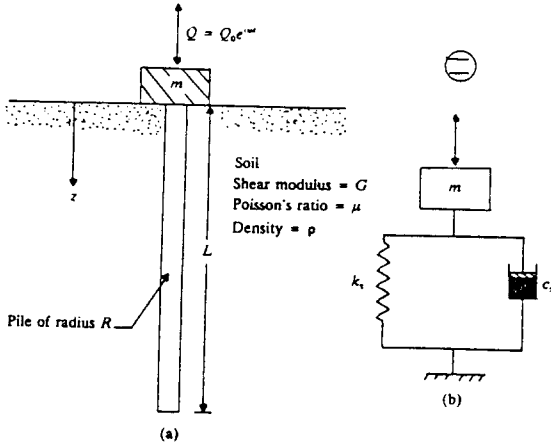


그림 3. 마찰지지 말뚝의 해석모형

경우 질량-스프링-감쇄기구로 구성된 진동계로 모형화(그림 3b)할 수 있으며 질량 m 은 말뚝캡과 진동기계의 질량으로 가정된다.

1977년 Novak⁽²⁾은 이 경우 스프링상수와 감쇄상수를 얻기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

- ① 말뚝은 수직으로 설치되어 있고 탄성체이며 원형단면을 가진다.
- ② 마찰지지말뚝이며 주변지반과 완전히 부착되어 있다.
- ③ 말뚝선단부 위의 지반은 평면변형을 상태로 거동한다.

이와같은 가정하에 1983년 Novak과 El-Sharnouby⁽³⁾는 말뚝의 동적 스프링상수와 감쇄상수값을 다음 식(4)의 복소수 형태로 표현된 강성도로 부터 구하였다.

$$K = K_1 + iK_2 \quad (4)$$

이로부터 구해지는 스프링상수와 감쇄상수값은 각각 식(5)와 식(6)으로 표현된다.

$$K_z = \left(\frac{E_p A}{R} \right) f_{z1} \quad (5)$$

$$C_z = \left(\frac{E_p A}{\sqrt{G/\rho}} \right) f_{z2} \quad (6)$$

여기서, G = 지반의 동적 전단계수

ρ = 지반의 밀도

f_{z1}, f_{z2} = 무차원 계수들

식(5)와 식(6)에 사용되는 f_{z1} 과 f_{z2} 는 선단지지 말뚝의 경우에는 그림 4와 그림 5에 의해 구해질 수 있으며 마찰지지 말뚝의 경우에는 그림 6과 그림 7에 의해 각각 구해질 수 있다.

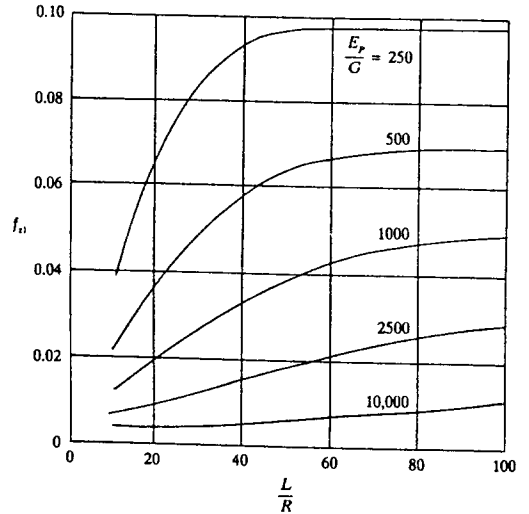


그림 4. 선단지지 말뚝의 f_{z1} 값의 변화

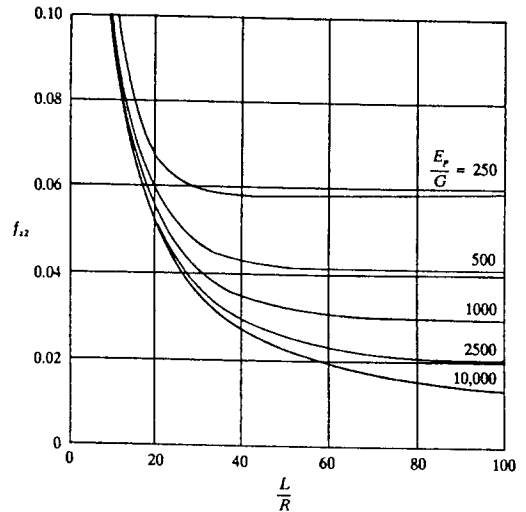


그림 5. 선단지지 말뚝의 f_{z2} 값의 변화

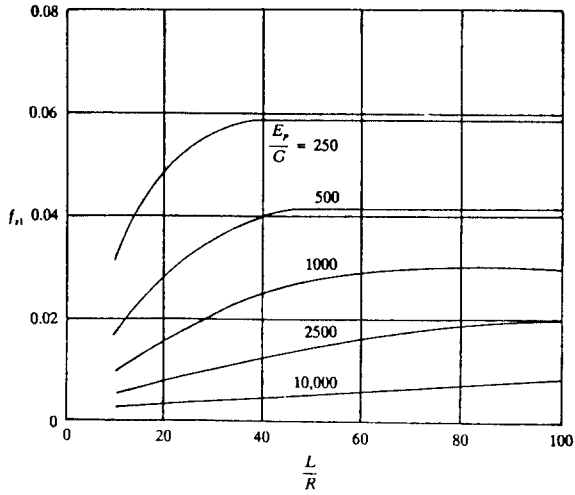


그림 6. 마찰지지 말뚝의 f_{z1} 값의 변화

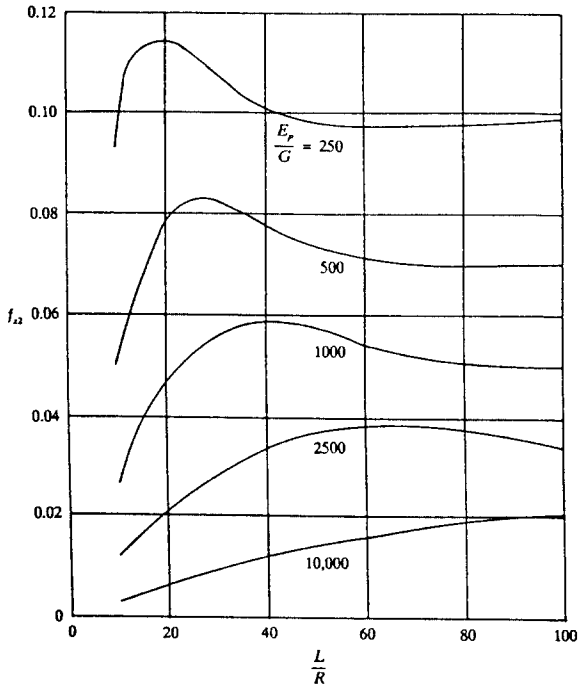


그림 7. 마찰지지 말뚝의 f_{z2} 값의 변화

그러나 위의 경우에는 단말뚝의 경우에 대한 해석 방법이므로 보다 일반적인 무리를 이루어 설치되는 말뚝의 경우에는 보정이 필요하게 된다. 이

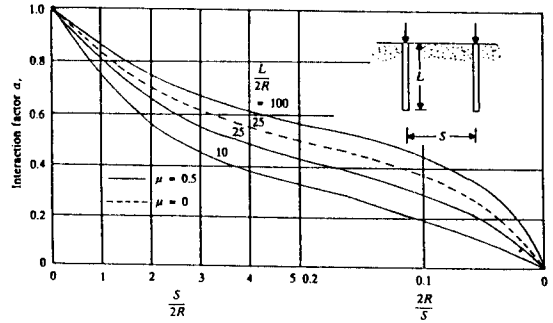


그림 8. 상호작용계수 α_r 값의 변화(Poulos, 1968)

를 위하여 1977년 Novak은 말뚝이 가까이 설치되어 있는 경우에는 전체 침하가 단말뚝의 경우보다 증가하므로 군말뚝의 스프링상수와 감쇄상수는 감소되어야 한다는 전제하에 다음과 같이 각각 스프링상수 및 감쇄상수 값을 보정하였다.

$$K_{z(g)} = \sum_{r=1}^n K_z / \sum_{r=1}^n \alpha_r \quad (7)$$

$$C_{z(g)} = \sum_{r=1}^n C_z / \sum_{r=1}^n \alpha_r \quad (8)$$

여기서, n = 무리로 설치된 말뚝의 개수

α_r = 기준 말뚝에 대한 r 번째 말뚝의 영향을 고려하는 계수

현재로서는 진동하중에 대한 군말뚝의 영향을 이론적으로 고려할 수 있는 해석방법이 없는 상태이며 정적하중에 대하여 1968년 Poulos⁽⁴⁾에 의해 제안된 α_r 의 값을 사용하여 식(7)과 식(8)에 적용하고 있다. 그림 8은 말뚝의 길이와 반경 및 간격과 지반의 포아슨비를 고려한 α_r 의 값을 나타내고 있다.

뿐만아니라 군말뚝의 경우에는 말뚝두부에 캡이 설치되므로 이를 고려하여 스프링 상수 및 감쇄 상수 값이 보정될 필요가 있다. 캡에 대한 스프링 상수 및 감쇄상수 값은 캡의 문힘깊이 D_f 를 고려하여 얕은 진동기초의 경우에 사용되는 다음 식(9)와 식(10)을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$K_z(n) = Gr_0 \left(C_1 + \frac{G_s}{G} \frac{D_f}{r_0} S_1 \right) \quad (9)$$

표 2. \bar{C}_1 , \bar{C}_2 , \bar{S}_1 와 \bar{S}_2 의 값

Poisson's ratio μ	\bar{C}_1^a	\bar{C}_2^a	\bar{S}_1^b	\bar{S}_2^b
0.0	3.9	3.5	2.7	6.7
0.25	5.2	5.0	2.7	6.7
0.5	7.5	6.8	2.7	6.7

a Validity range : $0 \leq a_0 \leq 1.5$

b Validity range : $0 \leq a_0 \leq 2$

$$C_2(n) = r_0^2 \sqrt{\rho G} (\bar{C}_2 + \bar{S}_2 \frac{D_f}{r_0} \sqrt{\frac{G_s \rho_s}{G \rho}}) \quad (10)$$

여기서, r_0 = 캡의 반경

G_s = 캡옆면 지반의 동적 전단계수

ρ_s = 캡옆면 지반의 밀도

\bar{C}_1 , \bar{C}_2 , \bar{S}_1 및 \bar{S}_2 = 한정된 무차원 진동수 a_0 및 포아슨비에 따라 상수값으로 표현되는 계수들로 표2로부터 구할 수 있음.

여기서, 캡저면 지반이 연약하여 시간이 지남에 따라 침하가 일어나는 경우 캡저면 지반의 영향을 무시하는 것이 안전한 해석방법이므로 이경우 \bar{C}_1 와 \bar{C}_2 는 모두 영의 값으로 가정된다. 따라서 캡이 설치된 균말뚝의 경우 이용되는 스프링상수 및 감쇄상수값은 다음 식(11)과 식(12)로부터 구해질 수 있다.

$$K_{z(T)} = \frac{\sum_{r=1}^n K_z}{\sum_{r=1}^n \alpha_r} + G_s D_f \bar{S}_1 \quad (11)$$

$$C_{z(T)} = \frac{\sum_{r=1}^n C_z}{\sum_{r=1}^n \alpha_r} + D_f r_0 \bar{S}_2 \sqrt{G_s \rho_s} \quad (12)$$

일단 스프링상수와 감쇄상수값이 정해지면 일반적인 동역학 이론을 이용하여 말뚝 진동기초의 거동을 해석할 수 있다. 표3은 이를 요약한 결과를 나타내고 있다.

그림 9는 선단지지 말뚝과 마찰지지 말뚝의 경우 각진동수 ω 에 따른 진폭 A_z 의 변화특성을 보여

표 3. 연직진동하중을 받는 말뚝의 거동

감쇄비(Dz)	비감쇄 고유진동수	감쇄 고유진동수	공진상태에서의 진폭
$\frac{C_{z(T)}}{2\sqrt{K_{z(T)}m}}$	$\omega_n = \sqrt{\frac{K_{z(T)}}{m}}$	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 일정한 진동하중의 경우 $f_m = f_n \sqrt{1 - 2D_z^2}$ 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 일정한 진동하중의 경우 $A_z = \frac{Q_0}{K_{z(T)}} *$ $\frac{1}{2D_z \sqrt{1 - D_z^2}}$
	$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{z(T)}}{m}}$	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 회전질량체의 경우 $f_m = \frac{f_n}{\sqrt{1 - 2D_z^2}}$ 	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 회전질량체의 경우 $A_z = \frac{m_1 e}{m}$ $\frac{1}{2D_z \sqrt{1 - D_z^2}}$

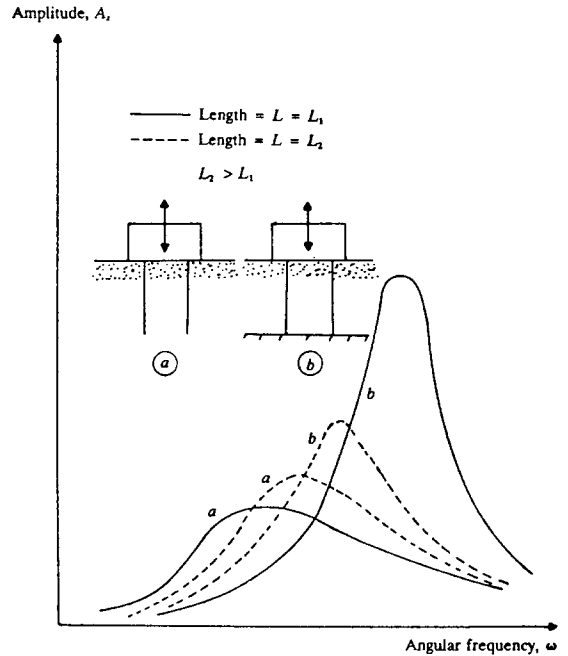


그림 9. 선단지지 말뚝과 마찰지지 말뚝의 ω 에 따른 A_z 의 변화특성

주고 있다. 그림에 의하면 마찰지지 말뚝의 경우에 공진진동진폭이 현저히 작아지는 것을 알 수 있다.

2.2 수평 및 록킹진동

Novak 및 Novak 과 El-Sharnouby는 연직진동의 경우와 유사한 방법으로 단말뚝의 경우에 대한

수평 및 록킹진동에 이용될 수 있는 스프링상수와 감쇄상수식을 유도하였다.

2.2.1 수평진동

수평진동을 받는 말뚝기초의 스프링상수와 감쇄상수값은 각각 식(13)과 식(14)를 이용하여 산정될 수 있다.

$$K_x = \frac{E_\rho I_\rho}{R^3} f_{x1} \quad (13)$$

$$C_x = \frac{E_\rho I_\rho}{R^2 v_s} f_{x2} \quad (14)$$

여기서, v_s = 지반의 전단파속도

I_ρ = 말뚝의 관성모멘트

R = 말뚝반경

f_{x1} , f_{x2} = 계수들(표 4로부터 구함)

표 4. 수평진동 하중의 경우 f_{x1} 과 f_{x2} 의 값 ($L/R > 25$)

Poisson's ratio of soil, μ	$\frac{E_p}{G}$	f_{x1}	f_{x2}
0.25	10,000	0.0042	0.0107
	2,500	0.0119	0.0297
	1,000	0.0236	0.0579
	500	0.0395	0.0953
	250	0.0659	0.1556
0.4	10,000	0.0047	0.0119
	2,500	0.0132	0.0329
	1,000	0.0261	0.0641
	500	0.0436	0.1054
	250	0.0726	0.1717

Note : G = shear modulus of soil.

군말뚝의 경우에는 연직하중의 경우와 유사한 방법으로 다음과 같이 보정된다.

$$K_{x(g)} = \frac{\sum_{r=1}^n K_x}{\sum_{r=1}^n \alpha_{L(r)}} \quad (15)$$

$$C_{x(g)} = \frac{\sum_{r=1}^n C_x}{\sum_{r=1}^n \alpha_{L(r)}} \quad (16)$$

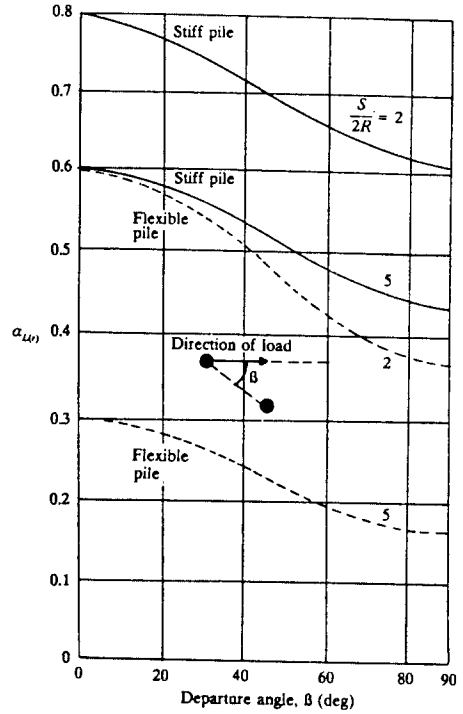


그림 10. 상호작용계수 $\alpha_{L(r)}$ 의 변화(Poulos, 1971)

여기서, $\alpha_{L(r)}$ = 상호작용계수로 그림 10으로부터 구해짐(Poulos).

연직진동의 경우와 마찬가지로 캡이 설치된 군말뚝의 경우 다음 식(17)과 식(18)을 이용하여 각각 스프링상수 및 감쇄상수값을 산정한다.

$$K_{x(T)} = \frac{\sum_{r=1}^n K_x}{\sum_{r=1}^n \alpha_{L(r)}} + G_s D_f \bar{S}_{x1} \quad (17)$$

$$C_{x(T)} = \frac{\sum_{r=1}^n C_x}{\sum_{r=1}^n \alpha_{L(r)}} + D_f r_o \bar{S}_{x2} \sqrt{G_s \rho_s} \quad (18)$$

이들 값을 이용하여 연직진동의 경우와 마찬가지로 공진상태에서의 진폭 및 고유진동수를 구할 수 있다.

2.2.2 록킹진동

록킹진동을 받는 말뚝기초의 스프링상수와 감쇄상수값은 각각 다음 식(19)와 식(20)을 이용하여 산정될 수 있다.

$$K_{\theta} = \frac{E_p I_p}{R} f_{\theta 1} \quad (19)$$

$$C_{\theta} = \frac{E_p I_p}{v_s} f_{\theta 2} \quad (20)$$

여기서, $f_{\theta 1}$ 과 $f_{\theta 2}$ 는 표 5에 의해 나타난 값으로부터 산정된다.

표 5. 록킹진동 하중의 경우 $f_{\theta 1}$ 과 $f_{\theta 2}$ 의 값 ($L/R > 25$)

Poisson's ratio of soil, μ	$\frac{E_p}{G}$	$f_{\theta 1}$	$f_{\theta 2}$
0.25	10,000	0.2135	0.1577
	2,500	0.2998	0.2152
	1,000	0.3741	0.2598
	500	0.4411	0.2953
	250	0.5186	0.3299
0.4	10,000	0.2207	0.1634
	2,500	0.3097	0.2224
	1,000	0.3860	0.2677
	500	0.4547	0.3034
	250	0.5336	0.3377

Note : G = shear modulus of soil.

일반적으로 수평진동과 록킹진동은 서로 어우러져 나타나며 이 경우에는 스프링상수와 감쇄상수값을 각각 다음 식(21)과 식(22)를 이용하여 산정한다.

$$K_{x\theta} = \frac{E_p I_p}{R^3} f_{x\theta 1} \quad (21)$$

$$C_{x\theta} = \frac{E_p I_p}{R v_s} f_{x\theta 2} \quad (22)$$

여기서 $f_{x\theta 1}$ 과 $f_{x\theta 2}$ 는 표 6에 의해 나타난 값으로부터 산정된다.

균말뚝의 경우에는 그림 11에 나타난 변수들을

표 6. 어우러진 수평록킹진동의 경우 $f_{x\theta 1}$ 과 $f_{x\theta 2}$ 의 값

Poisson's ratio of soil, μ	$\frac{E_p}{G}$	$f_{x\theta 1}$	$f_{x\theta 2}$
0.25	10,000	-0.0217	-0.0333
	2,500	-0.0429	-0.0646
	1,000	-0.0668	-0.0985
	500	-0.0929	-0.1337
	250	-0.1281	-0.1786
0.4	10,000	-0.0232	-0.0358
	2,500	-0.0459	-0.0692
	1,000	-0.0714	-0.1052
	500	-0.0991	-0.1425
	250	-0.1365	-0.1896

Note : G = shear modulus of soil.

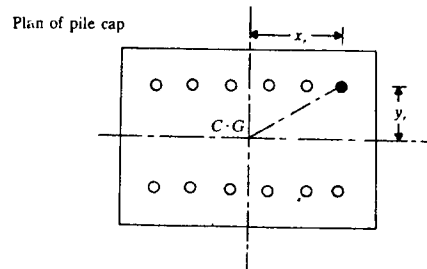
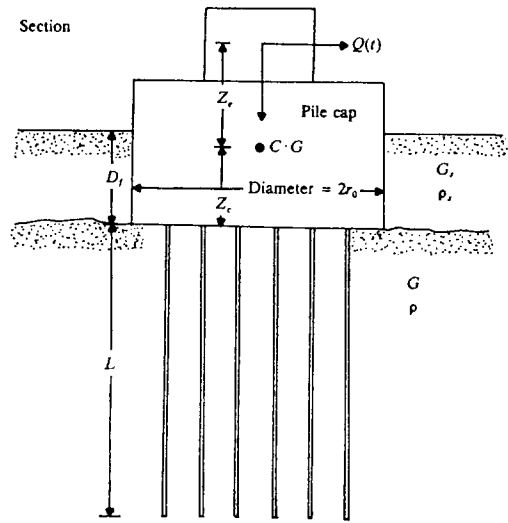


그림 11. 사용된 변수들의 정의

이용하여 다음 식(23)과 식(24)에 의하여 각각 스프링상수 및 감쇄상수를 산정한다.

$$K_{\theta(g)} = \sum_1^n [K_{\theta} + K_z X_r^2 + K_z Z_c^2 - 2Z_c K_x \theta] \quad (23)$$

$$C_{\theta(g)} = \sum_1^n [C_{\theta} + C_z X_r^2 + C_z Z_c^2 - 2Z_c C_x \theta] \quad (24)$$

또한 Prakash와 Puri⁽⁵⁾는 말뚝캡이 설치되는 경우에 다음과 같은 신을 제안하였다.

$$K_{\theta(\text{cap})} = G_s r_o^2 D_f \bar{S}_{\theta 1} + G_s r_o^2 D_f \left[\frac{\delta^2}{3} + \left(\frac{Z_c}{r_o} \right)^2 - \delta \left(\frac{Z_c}{r_o} \right) \right] \bar{S}_{x 1} \quad (25)$$

$$C_{\theta(\text{cap})} = \delta r_o^4 \sqrt{G_s \rho_s} \{ \bar{S}_{\theta 2} + \left[\frac{\delta^2}{3} \left(\frac{Z_c}{r_o} \right)^2 - \delta \left(\frac{Z_c}{r_o} \right) \right] \bar{S}_{x 2} \} \quad (26)$$

여기서, r_o = 말뚝캡의 반경
 $\delta = D_f / r_o$

위의 식들을 이용하여 연직 및 수평진동의 경우와 마찬가지로 공진상태의 진폭 및 고유진동수를 계산할 수 있다.

2.3 그외의 진동모드

위에 기술된 연직, 수평 및 록킹진동 이외에도 요잉진동과 같은 다른 진동모드가 말뚝진동 기초의 설계에 중요한 진동모드로 작용되는 경우에는 이에대한 설계가 고려되어야 한다. 그러나 대부분의 말뚝진동기계 기초의 경우 연직, 수평 및 록킹진동이 설계에 고려되는 주요 진동모드이므로 본문에서는 요잉진동에 대한 설계방법은 기술되지 않으며 이를 고려하기 위하여는 참고문헌[1]등을 참고하여 수행될 수 있다.

3. 결론

진동하중이 주어지는 경우 말뚝기초를 사용하

면 감쇄계수를 줄일 수 있고 기초의 공진 진동수를 증가시키므로 공진상태에서의 변위에 영향을 줄 수 있다. 기계진동을 위한 말뚝기초의 경우에는 진폭이 일반적으로 매우 작으므로 주변지반은 보통 탄성적인 거동을 한다고 가정할 수 있다. 탄성거동으로 가정되는 경우 사용되는 지반의 물성치는 동적전단계수 G 와 포와슨비 μ 이며 이들 지반물성치는 주어지는 진동하중특성을 고려하여 탄성파시험 등에 의해 구해질 수 있다.

본문에 사용된 해석방법은 균등한 탄성지반내에 설치된 말뚝기초의 경우에 한정되어 있으므로 설계에 사용되는 G 와 μ 값은 실제지반을 대표할 수 있는 평균값을 추정하여 사용되어야 한다. 특히 수평진동하중을 받는 경우에는 주변지반의 동적전단계수에 대한 깊은 고려가 필요하다. 일반적으로 설계시 주어지는 지반의 동적전단계수 값은 그 지반을 대표하는 평균치로 주어지게 되며 이는 주로 어느 정도 깊이에서의 지반의 물성치를 나타낸다. 그러나 수평진동 하중을 받는 경우에는 지표면 근처의 지반 물성치가 매우 큰 영향을 미치며 또한 지반과 말뚝사이에 틈간격을 유발할 수 있으므로 현장시험 등에 의해 나타난 결과를 바탕으로 경험적인 보정이 필요하게 된다.

일반적으로 말뚝은 무리를 이루어 설치되는 경우가 대부분이므로 진동하중이 주어지는 경우에 대한 균효과를 고려하여야 하지만 이에대한 확실한 해석은 아직 불가능한 상태에 있다. 1984년 Novak과 El-Sharnouby⁽⁵⁾는 간격이 좁은 군말뚝이 연직진동 하중을 받는 경우에 실제 관측된 거동과 예측된 거동을 비교하여 다음과 같은 주장을 하였다.

- ① 특히 간격이 좁고 강성의 마찰지지 말뚝인 경우에는 유효질량에 대한 보정이 필요하다.
- ② 정적 상호작용 계수는 스프링계수의 경우에는 잘 적용되나 감쇄계수의 경우에는 잘 적용되지 않는다.
- ③ 간격이 좁은 군말뚝의 경우 이론적인 감쇄계수 값을 40%로 줄여 사용하고 동등한 피어로 가정하여 해석하는 경우에 비교적 만족할 만한 결과를 준다.

또한 수평진동 하중을 받는 경우에도 정적 상호 작용 계수는 더욱 그릇된 결과를 줄 수 있으며 이 경우 동등한 피어로 가정하여 해석하는 경우 스프링계수는 비교적 잘 예측하였으나 감쇄계수는 역시 잘 예측하지 못하는 경향을 나타내었다.

이상과 같이 본문에 기술한 해석방법은 여러 가정들을 바탕으로 개발되었으므로 실제 거동을 예측하는 데는 많은 한계를 지니고 있지만 현재 실질적으로 가장 많이 이용되고 있는 방법이고 비교적 단순한 지반조건 및 작은 군말뚝의 경우에는 타당성이 있는 결과를 예측하고 있다.

그러나 기술된 방법은 말뚝에 유발된 응력을 해석할 수 없으며 기울어진 말뚝의 경우에는 적용할 수 없으므로 이와같은 경우에는 다른 해석방법들이 요구된다. PILAY⁽⁶⁾는 본문에 기술된 방법을 적용하여 층을 이룬 탄성지반에 설치된 말뚝진동 기초해석에 사용될 수 있는 컴퓨터 프로그램이다.

4. 참고 문헌

(1) B. M. Das, Principle of Soil Dynamics,

PWS-KENT, 1993.

- (2) M. Novak, "Vertical Vibration of Floating Piles", J. Engr. Mech. Div., ASCE, Vol. 103, No. EM1, 1977, pp 153-168.
- (3) M. Novak and B. El-Sharnouby, "Stiffness and Damping Constants of Single Piles", J. Geotech. Engr. Div., ASCE, Vol. 109, No. GT7, 1983, pp 961-974.
- (4) H. G. Poulos, "Analysis of the Settlement of Pile Groups", Geotechnique, Vol. 18, No. 4, 1968, pp 449-471.
- (5) M. Novak and B. El-Sharnouby, "Evaluation of Dynamics Experiments on Pile Group", J. Geotech. Engr. Div., ASCE, Vol. No. GT. 6, 1984, pp 738-756.
- (6) M. Novak and E. Aboul-Ella, "PILAY-A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media", Report No. SACDA 77-30, University of Western Ontario, London, Ontario, Canada, 1977.