

최적화 기법을 이용한 보울트 체결체의 강성 평가

Stiffness Determination Of A Bolted Member Using Optimization Technique

김 태 완* 손 용 수* 박 성 호**
Kim, Tae Wan Sohn, Yong Soo Park, Sung Ho

요 약

본 연구에서는 보울트-너트 체결기구의 체결장력 설계(Pre-Load Design)시 중요한 인자의 하나인 체결체의 강성(Stiffness)을 유한 요소법을 이용하여 해석하였다. 비선형 간극 요소(Non-linear Gap Element)와 최적화 기법(Optimization Technique)을 도입하여 유한 요소 해석 과정에서 요구되는 경계조건(Boundary Condition)의 설정과정을 일반화하였으며, 체결체간의 기밀성 상실 현상을 입증하였다. 변형량과 응력 분포로부터 체결체의 강성을 해석하고, 기존의 경험식의 적용 범위를 검토하였다.

Abstract

In this paper a useful method on evaluating the joint stiffness of a bolted member was introduced using optimization technique on the basis of Finite Element Method. A finite element model having one directional gap element at boundary area was introduced to compensate the prying force in jointed members which might be caused by geometrical configuration of members. Results showed a good agreement with classical method in certain range and will be available to define the appropriate design margin of pre-load design.

1. 서 론

보울트(Bolt)와 너트(Nut)를 이용하여 하나 혹은 다수의 부재를 체결할 경우, 외부하중에 의한 체결체의 건전성을 유지하기 위하여 적정 크기의 체결장력(Pre-Load)을 보울트에 잔류시킨다. 체결장력의 결정은 예상되는 외부하중으로부터 체결된 부재간의 기밀성이 유지되도록 결정되며, 체결용 보울트의 기본적인 제원을 결정하는 인자가

된다.

체결장력의 크기는 외부하중과 보울트 및 체결체의 강성(Stiffness)에 의해 (1)식으로 정의된다. (1)식에서 보울트의 강성은 간단하게 정의될 수 있으나, 체결체의 강성은 체결체의 기하학적 치수나, 보울트의 치수에 따라 가변적인 값을 가진다. 체결체의 강성은 보울트나 너트의 접촉에 의해서 체결체에 발생하는 응력분포로부터 유효 단면적을 결정하여 (2)식으로 정의할 수 있다.

* 정회원, 한국 원자력 연구소 선임 연구원

** 한국 원자력 연구소 책임 연구원

이 논문에 대한 토론을 1994년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1994년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

체결체 내부에 발생하는 응력 분포에 대한 엄밀해는 보고되고 있지 않지만, Boussineq 문제의 해를 근거로한 다수의 근사식이 보고되고 있다 [1] [2] [3] [5]. Bosch [1], Ito [2] 등은 체결체의 응력 분포 형태를 그림 1(가)와 같이 보울트의 접촉부를 중심으로한 원추형(Conical Frustum)으로 고려하고, 이를 적분하여 유효 단면적을 산출하는 방법을 제안하였다. Roestcher [1]는 그림 1(나)와 같이 원추형과 동일한 면적을 갖는 등가 원통형식을 제안하였다. Weiss [1] 등은 실험을 통하여 얻어진 결과를 그림 1(다)와 같은 원통형식으로 제시하였으며, Motosh [1]는 응력 함수(Stress function)를 도입하여 응력-변위 관계식(Stress-Strain Relation)으로 부터 실험에 의한 원통형식의 유효성을 검증하였다. 기존의 근사식이나 실험식은 체결체의 응력분포 상태를 가정하는 방법에 따라 각각의 해석결과의 분산 범위가 크게 분포한다 [1][4].

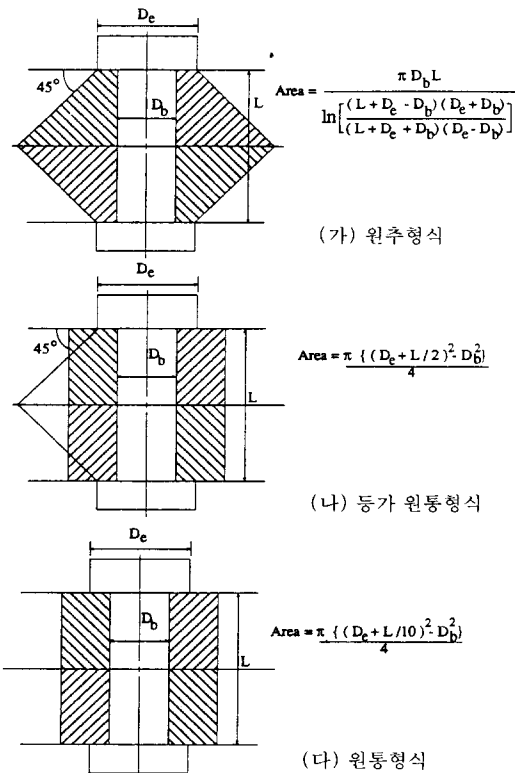


그림 1. 체결체의 유효단면적

체결장력 > 외부하중 × {체결체의 강성 / (체결체의 강성 + 보울트의 강성)} (1)

$$\delta = \frac{P L}{A_{eff} E} \quad (2)$$

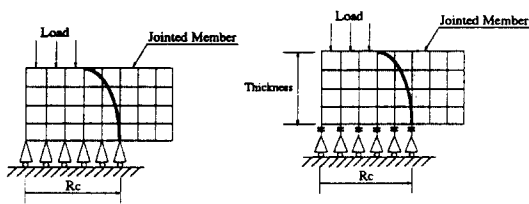
J.S. Tang [4] 등은 유한 요소법을 이용하여 기존 근사식의 정확도를 검증하였다. Tang은 체결체와 보울트의 접촉부분을 축대칭 요소로 모델링하고, 체결체와 체결체사이의 접촉면을 경계조건(Boundary Condition)으로 설정하여 경계조건의 끝단에서 얻어지는 응력의 변화를 고려하여, 시행착오법으로 체결체의 두께 변화에 따라 경계 조건의 위치를 증감시키는 방법을 이용하여 체결체의 강성을 구하였다. Tang은 평균 변형량으로 부터 강성을 구하여 실험으로 얻어진 원통형식과 유한 요소법에 의한 해석 결과가 동일한 경향을 보임을 보고 하였으나, 해석과정에서 경계조건설정의 일반성이 결여되었으며, 보울트와 체결체의 상호작용에 의한 체결체의 강성 변화를 고려치 않았다. 특히 체결체가 국부적인 영역에 걸쳐 기밀성을 상실하는 경우에 대한 해석방법이 제시되지 않았기 때문에 체결체의 기하학적인 조건에 따른 Prying Force의 효과를 고려할 수 없는 단점이 있다.

본 연구에서는 체결체의 강성 해석을 위한 유한 요소해석과정에서 요구되는 경계조건의 일반성을 수립하기 위하여 비선형 요소(One Directional Gap Element)와 최적화 기법(Optimization Technique)을 도입하여 경계조건을 결정하는 방법을 제시하였으며, 보울트의 강성이 체결체의 강성에 미치는 영향을 검토코자 하였다.

2. 해석 방법

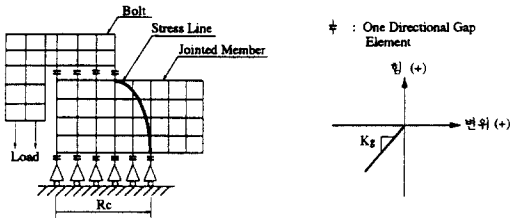
2.1 유한 요소 모델

그림 2는 본 연구에서 사용한 유한 요소 모델을 표시한 것이다. 그림 2의 (가)는 Tang이 제시한 모델이며, (나)와 (다)는 경계조건을 비선형 요소를 이용하여 모델링한 것이다. 본 연구에서 사용한 비선형 요소는 압축하중을 받을 경우에만 임의의 강성값을 가지는 요소로서, 대부분의 상용코드는 유사한 요소를 지원하고 있으며, 변위-힘의 관계는 그림 2(라)에 표시하였다.



(가) Tang's 모델[4]

(나) 비선형 요소 모델



(다) 보울트-체결체 모델 (라) 비선형 요소의 힘-변위 그래프

그림 2. 유한 요소 모델

해석모델은 4절점 축대칭 요소(Axi-symmetric Element)를 이용하여 체결체의 길이를 기준으로 하여 2.5%로 체눈(Mesh)을 설정하였으며, 보울트 부분은 5-10%의 크기로 모델링 하였고, 해석에 사용한 모델의 치수와 물성치는 그림 3에 표시하였다.

그림 2의 (다)는 보울트가 체결체의 강성에 미치는 영향을 평가하기 위하여 보울트와 체결체를 동시에 모델링 한 것이다. 나사 부분은 너트의 모델링에서 제외하였고, 체결체와 보울트의 접촉부는 경계 조건과 같은 요소로 모델링하여 보울트 머리부분의 강성이 분리되도록 하였으며, 체결체와 보울트 머리 부분에서 발생할 수 있는 접촉현상(Contact Problem)은 고려하지 않았다.

체결체의 치수가 유한체(Finite Body)의 형태로 고려할 수 있는 경우에는 체결체의 강성값을 기본적인 탄성론으로 구할 수 있으므로, 본 연구에서는 체결체의 치수(폭)가 보울트의 머리부분 치수에 비하여 무한체(Infinite Body)로 고려될 수 있는 경우로 제한하였고, 체결 부재의 수를 2개 인 경우로 하였다.

2.2 경계 조건의 설정

체결체에 발생하는 응력 분포에 대한 엄밀해는

보고되지 않고 있으나, 무한체에 집중하중(Concentrated Load) 혹은 선 하중(Line Load)이 작용하는 경우, 압축응력이 일정 영역에서만 원(Circle)의 형태로 나타나는 것으로 알려져 있다[6]. 이러한 결과를 고려하면 체결체내에서도 응력이 존재하는 영역과 존재하지 않는 영역이 나뉘어질 것으로 가정될 수 있다. 따라서, 두 체결체의 중심 부분을 경계조건으로 할 경우, 체결체의 응력 분포는 경계조건의 설정에 따라서 변화하는 이동 경계 조건 문제(Moving Boundary Problem)의 일종으로 고려되어 진다. 경계조건의 크기 Rc는 응력 분포가 실제로 발생하는 영역까지만 설정되어야 하므로, 경계 조건의 크기 Rc는 경계 조건 이외의 영역에서 응력이 발생하지 않거나, Rc의 위치에서 반력이나 응력이 존재하지 않아야 한다는 조건을 이용하여 결정할 수 있다. 이러한 가정은 체결된 부재의 경계면이 완전한 접촉상태를 유지하는 경우에 적용될 수 있고, 체결체의 일부영역에서 기밀성을 상실하여 Prying Force가 발생하는 경우에는 응력이나 반력만으로 경계조건을 관찰할 수 없다. 따라서 경계조건을 고정절점 요소로만 처리하면 체결체의 기밀 상태를 고려할 수 없으므로, 기밀상태가 상실되는 영역에서 응력 구배가 불안정하게 되어 부정확한 경계조건이 설정될 수 있다.

그림 2에서 표시한 것과 같이 보울트로 부터 체결체에 작용하는 하중은 편심하중의 형태이기 때문에 체결된 부재의 경계면은 일정한 영역에서만 기밀상태를 유지하게 된다. 따라서 경계면에서 발생하는 변위는 일반적으로 경계조건의 길이 Rc가 최적치(Optimal Value)에 도달할 경우에만 최소값을 가지게 되고, Rc의 길이가 크거나 작은 경우에는 그 절대값이 증가하게 된다. 이를 최적화 문제(Optimization Problem)로 표시하면 다음과 같다.

Constraint Condition :

$$0.0 < Rc < \text{Real Dimension of Jointed Member} \tag{3}$$

$$(\sigma_y) \text{ at Rc Location} \leq 0.0 \tag{4-a}$$

or

$$(F_y) \text{ at Rc Location} \leq 0.0 \tag{4-b}$$

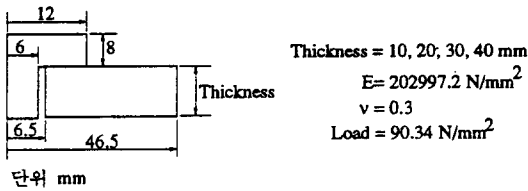


그림 3. 보울트 및 체결체의 제원

Object Function ;

Minimize : $\sum \{ \text{Absolute}(U_y) \}$ from 0.0 to Rc (5)

(3)식은 경계 조건의 전체 길이만을 제한하는 식이고, (4)식은 경계 조건의 크기 Rc를 응력이나 반력의 변화로 부터 결정할 수 있는 제한 조건이 되며, (5)식은 변위를 이용한 목적함수이다. 반복적인 유한 요소 해석을 수행한 다음, 목적함수를 도입하여 최적화를 수행하면 체결체의 응력분포와 변위 상태를 만족하는 Rc의 크기를 결정할 수 있다. 본 연구에서는 상용 코드(Commercial Code)인 ANSYS(Ver.4.4a)를 이용하여 유한 요소 해석을 수행하였으며, 하드웨어는 HP /Apollo DN 10000을 사용하였다. 최적화 과정은 ANSYS에 내장된 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique) 알고리즘으로 작성된 최적화 모듈(OPT Routine)을 사용하였으며 [7], 제한 조건은 (4-a)식을 사용하였다.

3. 해석 결과 및 고찰

3.1 해석 결과

그림 4는 본 연구에서 수행한 최적화 과정의 타당성을 검토하기 위하여 (3)-(5)식으로 정의한 최적화 과정을 통하여 구해진 설계 변수 Rc와 목적함수의 변화를 표시한 것이다. 그림 4에 표시한 것과 같이 최적화 과정에서 초기치를 변화시켜도 Rc와 목적함수는 일정한 값에 수렴함을 알았다. 최적화 결과의 타당성을 검토하기 위하여 최적화된 경우와 최적화 과정중의 경우를 택하여 경계면에서 발생하는 응력과 변위의 변화를 그림 5에 표시하였다. 그림 5에 표시한 것과 같이 Rc의 길이

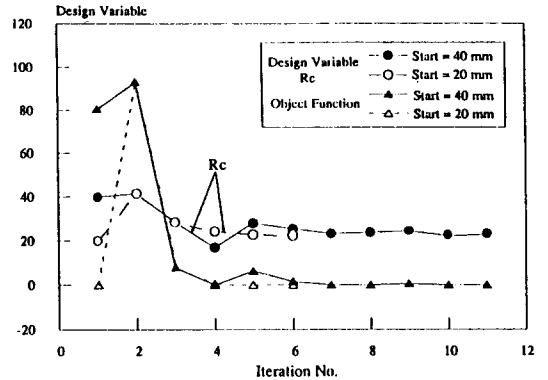
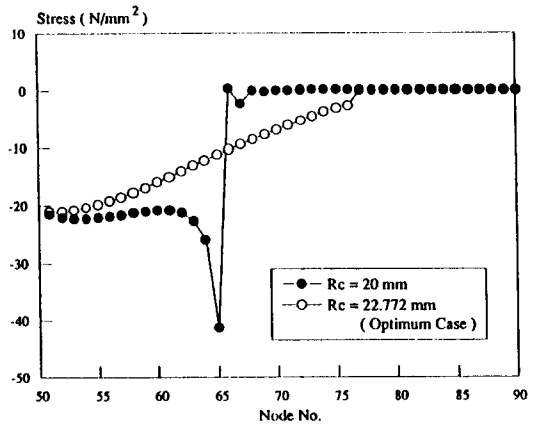
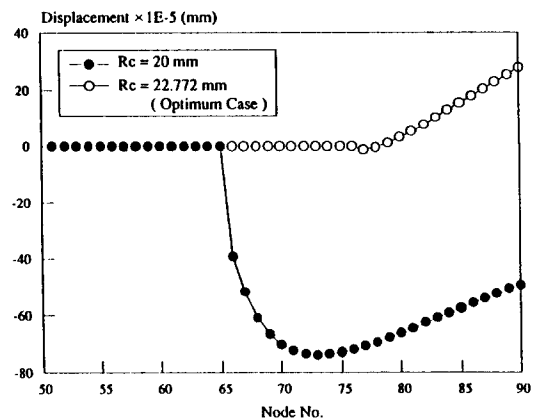


그림 4. 체결체의 두께가 20mm인 경우의 최적화 결과



(가) 응력



(나) 변형량

그림 5. Rc의 변화에 따른 응력 및 변형량 분포

가 최적치에 도달하지 못하면, Rc의 위치에서 큰 압축응력이 발생하며, 변형량도 크게 발생함을 알 수 있다. 최적화된 경우에는 Rc에 미소한 크기의 압축 응력만이 발생하고, 변형량이 일정한 값에 수렴하고 있음을 알 수 있다. 또한 체결체의 후반부에서는 양의 값의 변형량이 발생하여 체결체가 기밀성을 상실함을 보여주고 있다. 따라서 본 연구에서 제시한 해석방법과 최적화 과정은 타당한 것으로 사료된다.

표 1. Rc의 최적화 해석 결과

체결체 두께	Ref.[4]	체결체 모델	체결체-보울트 모델
10	18.500	16.388	15.043
20	24.500	23.423	22.772
30	32.500	30.566	30.373
40	39.500	41.380	41.380

단위 mm

표 1은 동일한 조건의 체결체에 대한 본 연구 결과와 Tang[4]의 결과를 표시한 것이다. 표 1에 나타난 것과 같이 체결체의 두께에 따라 10% 내외의 오차를 보이지만 체결체의 두께가 작은 경우에는 오차가 증가하는 것을 알 수 있다. 이러한 차이는 Tang이 해석과정에서 적용한 시행 착오법과 경계조건의 차이에서 기인하는 것으로 사료되며, 유한 요소 해석 자체의 오차는 미미할 것으로 여겨진다. 체결체의 두께가 작을 경우에는 기밀성을 상실하는 영역이 증가하면서 경계영역의 끝단(Rc)에서 국부적으로 모우멘트가 발생할 수 있다. 따라서 경계조건이 고정절점으로 처리된 기존의 해석에서는 체결체의 기밀성 상실을 허용할 수 없기 때문에 이로인한 모우멘트가 발생하여 응력 분포 범위가 증가하게 된다. 비선형 요소를 사용하게 되면 이러한 현상을 최소화할 수 있기 때문에 체결체의 두께가 작을 경우에는 기존해석 [4] 과의 오차가 크게 나타나는 것으로 이해된다.

체결체의 두께가 작을 경우에는 경계조건은 끝단(Rc) 근방에서 매우 불안정한 응력분포가 발생하므로 최적화 과정에서 제한 조건식(식(4-a))의 수렴성이 감소하여 최저값에 따라 Feasible 영역에서 해를 구하지 못하는 경우도 발생하였다. 그림 6은 체결체의 두께가 10mm인 경우에 대한 최

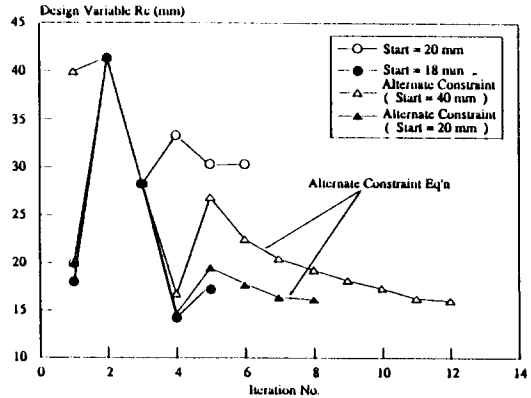


그림 6. 체결체의 두께가 10mm인 경우의 최적화 결과

적화 결과를 표시한 것이다. 그림 6에 표시한 것과 같이 초기치가 20mm일 경우에는 Feasible 영역에서 해를 구하지 못하였으나 초기치를 18mm로 조절하거나 (4-a)식에 표시한 제한 조건식을 수정하여 미소한 인장응력을 허용토록 하면, 초기치의 선택에 관계없이 해를 얻을 수 있었다. 따라서 체결체를 모델링하는 과정에서 고정절점(Fixed Node)으로 경계조건을 처리하면, 체결체의 기밀 상태가 상실되는 위치에서 굽힘으로 인한 인장 응력이 발생하는 현상이 심화되어 유효 단면적이 과대평가될 수 있으므로, 본 연구에서 제시한 해석 방법을 사용하여야 할 것으로 사료된다.

보울트를 포함한 해석 결과를 살펴보면 체결체의 두께가 큰 경우에는 체결체의 강성이 크기 때문에 보울트가 체결체의 강성에 미치는 영향을 무시할 수 있으나, 체결체의 두께가 작을 경우에는 체결체의 강성이 감소하므로 보울트의 강성에 의해 체결체내의 응력분포 영역이 감소하는 것으로 생각된다.

3.2 강성평가

체결체의 강성을 평가하는 방법은 그림 1에 표시한 것과 같이 응력 분포 면적을 직접 적분하는 방법과 평균 변형량 개념을 사용하는 방법으로 나눌 수 있다. 그림 1(가), (나)의 경우에는 체결체에 발생하는 응력을 일정한 크기로 가정하고 (6-a)식을 이용하여 체결체의 강성을 구한다. 이

방법은 응력의 변화를 고려치 않기 때문에 체결체의 강성이 크게 평가되는 상한해석(Upper Bound Solution)으로 정의된다 [1]. 그림 1(다)의 경우는 응력 함수를 가정하고, 응력-변위 관계식으로 부터 변형량을 구하여 강성을 구한다. 이 방법은 평균 변형량 개념을 사용하기 때문에 응력분포 면적을 이용한 방법에 비하여 하한해석(Lower Bound Solution)으로 고려할 수 있다 [1][4]. 일반적으로 체결용 보울트의 강성은 체결체에 비하여 작기 때문에, (1)식에 표시한 것과 같이 체결장력을 결정하는 과정에서는 체결체의 강성을 크게 평가하는 것이 보수적인 설계 개념이 된다.

본 연구에서는 응력분포로부터 유효 단면적을 구하기 위하여 체결체에 가한 평균 응력값의 0.5%를 기준으로 하여, 각 절점(node)에서 응력(σ_v)을 검토하여 그림 7과 같은 응력 분포 곡선을 작성하였다. 체결체의 유효 단면적과 강성은 정적

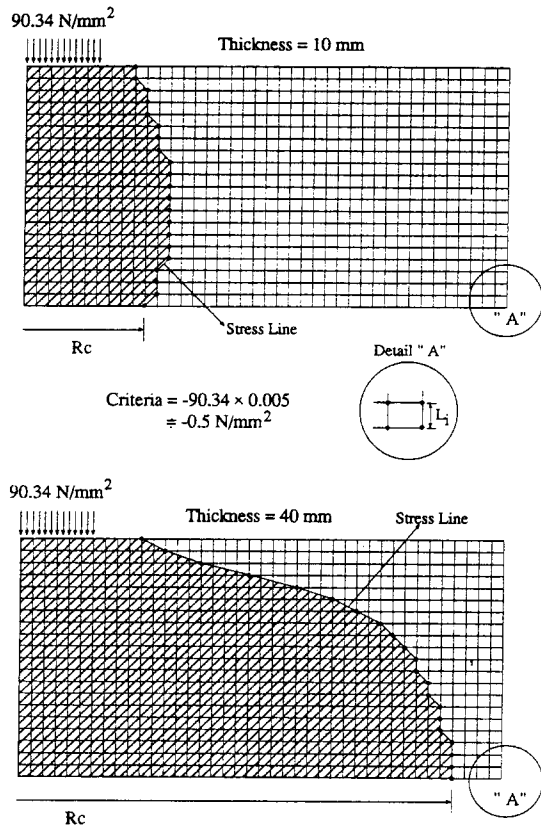


그림 7. Nodal Stress에 의한 체결체의 응력분포곡선

분을 이용한 (6-b)식을 도입하여 작성된 응력 분포곡선으로부터 근사할 수 있다.

$$\delta = \int_L^0 \frac{P}{AE} dL \quad (6-a)$$

$$= \frac{P}{E} \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{A_i} \quad (6-b)$$

평균 변형량의 결정 방법은 보울트와 체결체가 접촉하는 면적의 중심부분에서 구하는 방법 [1] 과 접촉면적 전체의 평균값을 사용하는 방법 [4] 이 제안되었으나, 본 연구에서는 전자의 방법을 이용하였다.

그림 8은 기존 근사식과 본 연구에서 제시한 유한 요소 해석 결과를 이용하여 구한 체결체의 강성값을 표시한 것이다. 그림 8에 나타난 것과 같이 상한해석과 하한해석의 경향이 명확하게 나타남을 알 수 있다.

하한 해석의 경우, 체결체의 두께가 작을 경우에는 유한 요소 해석 결과와 그림 1(다)의 결과가 잘 일치하는 경향을 보이고 있으나, 체결체의 두께가 증가함에 따라 20% 내외의 오차를 보이는 것을 알 수 있다. 체결체의 두께가 증가함에 따라 오차가 커지는 현상은 Motosh [1] 와 Tang [4] 의 해석에서도 동일한 경향이 보고된 바 있다.

상한 해석의 경우, 체결체의 두께가 작을 경우에는 유한 요소 해석 결과가 원추형식과 같은 경향을 보이지만, 체결체의 두께가 증가할수록 등가 원통형식에 접근하는 것을 알 수 있다. 이것은 그

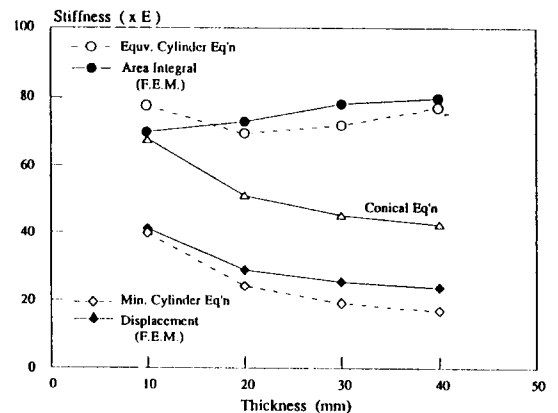


그림 8. 체결체의 두께에 따른 강성

림 7에서 표시한 것과 같이 응력분포가 원추형 보다는 원호 형태에 가깝게 나타나고, 보울트의 접촉면보다 넓은 범위에 걸쳐 발생하기 때문이다. 따라서 상한 해석의 경우 기존의 원추형식이나 등가 원통형식을 사용할 경우에는 유한 요소 해석을 통하여 원추형식이나 등가 원통형식의 결과가 보수적인지를 검증하는 것이 타당할 것으로 생각된다.

4. 결 론

체결체의 강성을 평가하기 위하여 비선형요소와 최적화 기법을 적용한 유한 요소 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 연구에서 제시한 최적화 기법은 체결체의 기하학적 조건에 관계없이 체결체의 강성을 효과적으로 예측할 수 있었다.
2. 경계조건을 비선형 요소로 처리함으로써 체결체에서 발생할 수 있는 국부적인 기밀성 상실을 검증할 수 있었다.
3. 체결체의 두께가 작을 경우에는 보울트의 강성이 체결체의 강성에 영향을 미치므로 해석시 이를 고려하여야 한다.
4. 상한 해석 결과 기존의 원추형식과 등가 원통형식은 체결체의 두께에 따라 해석의 편차가

크므로 본 연구에서 제시한 유한 요소 해석을 수행하여 검증하는 것이 바람직함을 알았다.

참 고 문 헌

1. Motosh, 'Determination of stiffness in bolted connection', J. Eng. Ind., ASME Ser. B, Vol 98, No. 3, 1976.
2. Joseph.E.Shigley and Larry D. Mitchell, 'Mechanical Engineering Design', 1983.
3. K.S. Edwards, JR., and Robert B.Mckee, 'Fundamentals of Mechanical Component Design', 1991.
4. J. Tang and Z. Deng, 'Better Stress and Stiffness Estimates for Bolted Joints', Machine Design, Nov., 1988.
5. C.T. Yahr, 'Preloading of Bolted Connections in Nuclear Reactor Component Supports', NUREG /CR-3853, 1984.
6. Adel.S.Saada, 'Elasticity, Theory and Application', 1974.
7. SWANSON ANALYSIS SYSTEMS, Inc., 'ANSYS User's Manual Vol. II', 1989.
8. 김태완 외 4인, '최적화 기법을 이용한 보울트 체결체의 강성 평가', 한국전산구조공학회 봄학술발표회 논문집, pp.151-157, 1993.

(접수일자 : 1993. 7. 22)