

◎論文

균열 形狀比 變化에 따른 單一表面疲勞균열의 成長特性과 壽命豫測

徐 昌 敏* · 徐 德 榮* · 鄭 正 守**

(1993년 9월 27일 접수)

Growth Characteristics and Life Prediction of Single Surface Fatigue
Crack with the Variation of Crack Configuration Ratios

Chang-Min Suh · Duck-Young Suh · Jung-Soo Jung

Key Words : aspect ratio(형상비), single surface crack(단일표면균열), stress intensity factor range(응력 확대 계수 범위), crack growth model(균열 성장 모델)

Abstract

This work has been investigated the relationship between single surface crack length and crack depth which have influence on the fatigue life. The simulation based on experimental results of 2.25 Cr-1Mo steel at various crack configuration ratios has enabled successful prediction of fatigue life at room temperature. The effect of crack depth should be considered for predicting fatigue crack growth rates as well as that of surface crack length. It is also shown that the crack growth mechanisms are in good agreement with experimental data according to the interaction of crack length and crack depth.

1. 序論

오늘날 급속한 산업발전과 더불어 각종 기기 및 구조물의 종류, 기능 및 사용환경은 매우 복잡다양해지고, 산업의 추세는 대량 수송화, 대량 저장화 및 고압, 고속화되고 있다. 따라서 새로운

내식재, 고강도재 및 저온용 고인성재료 등을 개발하여 사용하지만 각종기기 및 구조물의 파괴는 끊임없이 일어나고 있다. 이러한 파손 및 파괴의 주원인은 반복하중에 의한 피로파괴로서 전체파손 및 파괴의 60% 이상을 차지하는 것으로 보고되고 있다.

대부분의 구조물 및 기기의 부재에는 표면 또

* 경북대학교 공과대학

** 한국조폐공사 경산창

는 내부에 결합이 존재하고 있음이 비파괴검사로 확인, 검출되고 있다. 따라서 이러한 표면 또는 내부결합들이 응력집중원이 되어 부재의 항복강도보다 훨씬 낮은 응력레벨의 반복작용으로 인해 피로균열이 발생, 성장하며 결국 돌발적인 파로파괴라는 예기치 못한 사고를 유발시켜 인명피해뿐만 아니라 사회적, 경제적으로 막대한 손실을 초래하게 된다.

따라서 이러한 사고를 방지하기 위하여 피로파괴시까지의 수명예측은 구조물 및 각종기기의 검사, 보수 및 안정성 평가의 관점에서 대단히 중요한 연구분야가 되고 있으며, 여러방면으로 실험과 연구가 활발히 진행되어 오고 있다. 특히 徐들, 1,2,3,7) 北川들, 4,5,6) 그리고 星出 등¹⁰⁾의 연구는 피로파괴를 다양한 각도에서 여러가지 실험을 통하여 파괴역학적으로 해석코자 시도한 연구들이 있다.

본 연구는 상기의 연구를 배경으로 하여 실제 구조물 및 부재에 존재하고 있는 균열이나 결합해석에 필요한 자료를 축적하기 위하여 균열의 형상비 변화에 따른 피로균열의 성장특성을 파괴역학적으로 정리 해석하고자 한다. 즉, 2.25 Cr-1 Mo 고압용기강재를 사용하여 얻은 피로시험의 결과를 이용하여 균열형상비의 변화에 따른 파괴역학적 파라메타들의 특성을 조사, 정리해서 이를 근거로 수명예측을 시도하였다.

II. 시험편 및 실험결과

1. 시험편 및 실험방법

본 시뮬레이션에 사용된 시험편 재료는 고압용기재료로 널리 사용되는 2.25 Cr-1Mo (A387)강이며 그 화학성분 및 기계적 성질은 Table 1 및 Table 2와 같다.

시험편은 2.25 Cr-1Mo강 후판에서 균열성장방향이 압연방향과 일치하도록 절단 채취하였으며 그 형상과 크기는 Fig. 1과 같다. 즉 모래시계형 형상으로 기계 가공한 다음 $\phi 0.5\text{mm}$ 인 소형드릴로 시험편상에 Fig. 1(b)와 같이 직경 0.5mm , 깊이 0.5mm 인 작은 인공결함을 가공해서 에머리

Table 1. Chemical composition of 2.25 Cr-1Mo steel(A387) (Wt. %)

C	Mn	Cr	Si	P	S	Mo	Ni
0.15	0.42	2.24	0.30	0.006	0.003	0.95	0.1

Table 2. Mechanical properties of 2.25 Cr-1Mo steel(A387)

$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_{ut} (MPa)	Elongation (%)	Reduction of area (%)
435	508	27	70

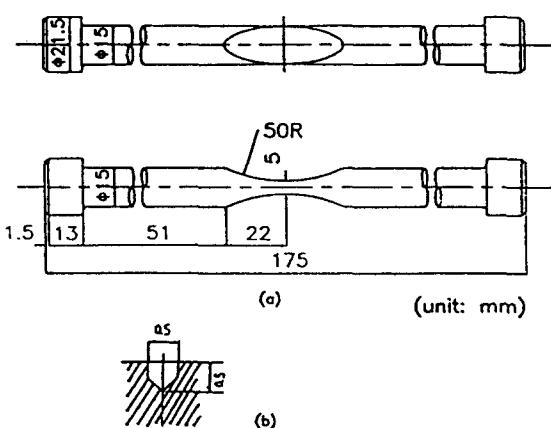


Fig. 1 Geometry of (a) the specimen and (b) the center drilled pit

페이퍼 # 1200까지 가볍게 연마한 후 산화크롬으로 베핑하였다.

피로시험은 전기유압식 피로시험기(MTS, 10 ton)를 사용하였고 대기중에서 응력비 $R=0.05$ 의 하중제어 피로시험을 실시하였다. 이때 하중파형은 주파수 10Hz 의 정현파를 사용하였다.

표면균열길이 $2a$ 는 일정반복수 (N_f 의 5~7%)마다 시험기를 일시 정지시켜 레프리카를 채취보관하고 광학현미경을 사용, 레프리카를 확대하여 높은 정밀도로 측정하였다.

또 표면결합의 깊이 b 및 균열면 형상은 비치마크(beach mark)법과 템퍼칼라(temper color)법을 사용하여 표면균열길이 $2a$ 를 개입시켜 깊이 b 를 결정하였다.

2. 실험결과

작은 인공결합재상의 피로균열의 성장거동을 세가지 응력레벨($\sigma_{max} = 421, 441, 451 \text{ MPa}$)에 대해 Fig. 2에 나타내었다.

그림상에는 “○, □, △”로 표시된 표면균열길이 a의 성장거동과 “◇, ☆, *”로 표시된 깊이 방향균열 b의 성장거동을 동시에 나타내었다. 이와 같은 각 균열의 성장특성은 초기에는 성장속도가 빠르고 원활하게 증가하지만 후기에는 점차 빨라짐을 알 수 있다.

III. Simulation 방법

작은 노치재의 실험방법과 똑같은 조건 즉 초기에 균열길이의 절반 $a=0.25\text{mm}$, 균열깊이 $b=0.5\text{mm}$ 를 기준으로 균열형상비를 임의로 변화시켰을 때 그 형상비의 변화가 피로수명에 미치는 영향을 알아보기 위해서 다음과 같은 두가지 방법으로 시뮬레이션을 실시하였다.

1) 표면균열길이의 절반 a 를 0.25mm 로 고정시키고 균열깊이 b 를 $0.13, 0.22, 0.5, 0.75\text{mm}$ 로 변화시켜 균열깊이 변화에 따른 피로수명을 추정 하

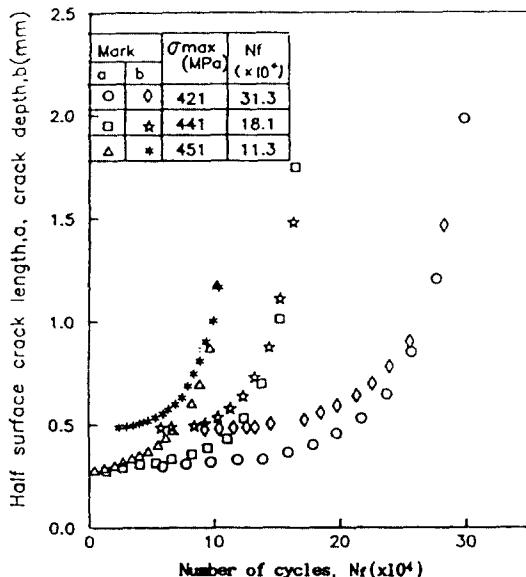


Fig. 2 Surface crack growth behaviors

였고,

2) 균열깊이를 0.5mm 로 고정시키고 균열길이 a 를 $0.13, 0.3, 0.4, 0.6\text{mm}$ 로 변화시켜 균열길이의 변화에 따른 피로수명을 추정, 균열깊이 b 의 변화시와 비교검토하였다.

Table 3. Comparison of experimental and simulated fracture life

Experiment	Initial crack		$\sigma(\text{MPa})$: stress		
	length	depth	421	441	451
	a(mm)	b(mm)			
Simulation result			Experimental fracture life : $N_f(\times 10^4)$		
	0.25	0.5	31.3	18.1	11.3
			Simulated fracture life : $N_f'(\times 10^4)$ () : N_f'/N_f		
Simulation result	0.25	0.13	682.6(21.8)	599.0(33.0)	192.2(17)
	0.25	0.22	182.7(5.83)	95.0(5.24)	29.3(2.6)
	0.25	0.5	36.2(1.15)	21.0(1.14)	12.9(1.14)
	0.25	0.75	17.9(0.57)	9.7(0.54)	8.6(0.76)
	0.13	0.5	111.8(3.77)	62.9(3.47)	41.4(3.66)
	0.25	0.5	32.2(1.02)	18.8(1.03)	10.1(0.9)
	0.3	0.5	22.7(0.72)	11.7(0.64)	8.1(0.71)
	0.4	0.5	13.0(0.41)	6.6(0.36)	5.5(0.48)
	0.6	0.5	5.1(0.17)	2.4(0.14)	1.9(0.17)

그리고 본 연구에서 작성된 simulation의 신뢰성을 확인하기 위해서 상기의 두 가지 방법에 각각 실험방법과 똑같은 조건, 즉 $a=0.25\text{mm}$, $b=0.5\text{mm}$ 를 넣어 simulation을 실시한 결과 Table 3의 자료와 같이 실험결과에 대해 약 15% 이내의 오차가 발생함을 알 수 있었다.

따라서 본 연구의 시뮬레이션 프로그램은 신뢰성이 있다고 보고 상기의 두 가지 방법으로 피로수명을 추정하였다.

IV. Simulation 결과 및 고찰

IV-1. 표면길이 고정하에 균열깊이 변화에 따른 수명예측

a. $da/dN = \Delta K_a$, $db/dN = \Delta K_b$ 선도의 추정

Fig. 3(a)는 표면균열길이의 절반 a 를 0.25mm로 고정시키고 균열깊이 b 를 0.13, 0.22, 0.5 및 0.75mm로 변화시켰을 때 균열형상비 b/a 와 균열깊이비 b/t 와의 관계를 나타내는 것이다.

이와 같은 균열형상비의 변화는 비치마크법으로 얻은 Fig. 5와 같은 피로시험의 결과에 의거한 것이다. Fig. 4는 Fig. 3(a)를 이용한 a , b 의 선형적 관계로부터 구할 수 있다.

본 절에서는 균열형상비의 변화에 따른 균열성장특성 $da/dN = \Delta K_a$, $db/dN = \Delta K_b$ 곡선¹³⁾을 실험에서 얻은 결과와 서로 비교 검토하고자 한다. 이때 응력확대계수범위 ΔK 는 신뢰성이 인정되는 Newman-Raju식¹¹⁾ (1)을 이용하였다.

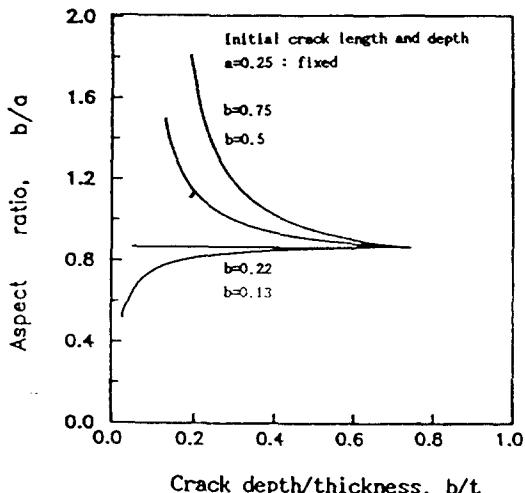
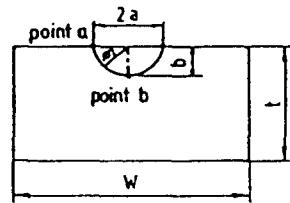
$$\begin{aligned} da/dN &= C(\Delta K_a)^m \\ db/dN &= C(\Delta K_b)^m \\ \Delta K &= \Delta \sigma \sqrt{(\pi \cdot b/Q)} \cdot F_s(b/a, b/t, a/w, \phi) \dots \dots \dots \quad (1) \end{aligned}$$

$$Q = 1 + 1.464(b/a)^{1.65}$$

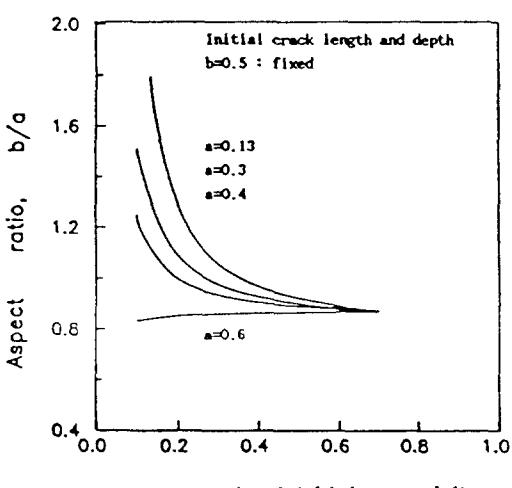
$$\begin{aligned} F_s &= [M_1 + M_2(b/t)^2 + M_3(b/t)^4] \cdot f_\phi \cdot g \cdot f_w \\ f_w &= [\sec(\pi a/2W \cdot \sqrt{b/t})]^{1/2} \end{aligned}$$

For $b/a \leq 1$

$$M_1 = 1.13 - 0.09(b/a)$$



(a)



(b)

Fig. 3 Variation of aspect ratio with crack depth /thickness

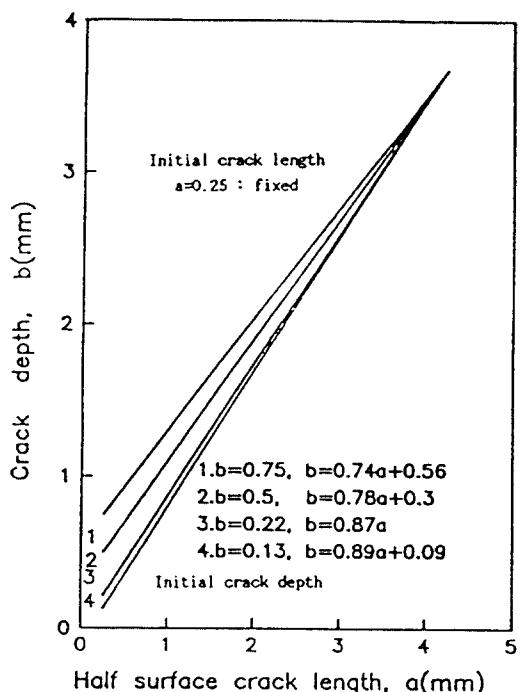


Fig. 4 Relationship between surface crack length and depth with aspect ratio

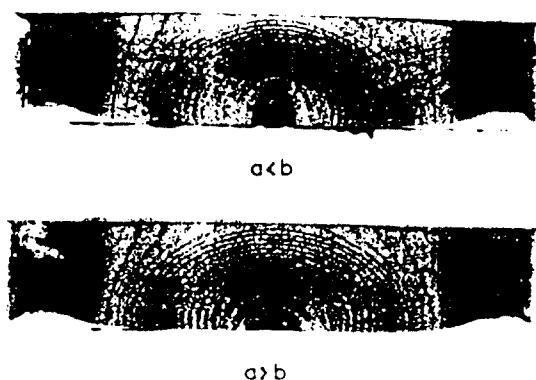


Fig. 5 Fracture surface appearance of tested specimens

$$M_2 = -0.54 + 0.89/[0.2 + (b/a)]$$

$$M_3 = 0.5 - 1/(0.65 + b/a) + 14(1 - b/a)^{24}$$

$$g = 1 + [0.1 + 0.35(b/t)^2] \cdot (1 - \sin\phi)^2$$

$$f_\phi = [(b/a)^2 \cos^2\phi + \sin^2\phi]^{1/4}$$

For $b/a > 1$

$$M_1 = \sqrt{a/b}(1 + 0.04a/b)$$

$$M_2 = 0.2(a/b)^4$$

$$M_3 = -0.11(a/b)^4$$

$$g = 1 + [0.1 + 0.35(a/b)(b/t)^2] \cdot (1 - \sin\phi)^2$$

$$f_\phi = [(b/a)^2 \sin^2\phi + \cos^2\phi]^{1/4}$$

여기서,

$\Delta\sigma$: remote uniform tensile stress range

Q : shape factor for an elliptical crack

F_s : boundary correction function

a : half-length of surface crack

b : depth of crack

w : width or half width of cracked plate

f_ϕ : angular function derived from elliptical crack solution

f_w : finite-width correction factor

g : curve fitting function

ϕ : parametric angle of the ellipse

M_i : boundary correction function on crack length and depth

Fig. 6(a), (b), (c)는 각각 a 를 0.25mm로 고정시키고 b 를 0.75, 0.5, 0.22mm로 변화시켰을 때의 응력확대계수범위 ΔK_a , ΔK_b 와 균열성장속도 da/dN , db/dN 와의 관계를 나타낸 것이다.

Fig. 6(a)는 $a=0.25\text{mm}$, $b=0.75\text{mm}$ 인 경우로 표면균열길이를 기준으로 했을 때 표면균열길이가 깊이에 비해 작으므로 깊이 방향은 성장하지 않지만 표면쪽은 반원의 형태를 갖기 위하여 표면균열길이의 속도가 상당히 빠름을 알 수 있다.

Fig. 6(b)는 $a=0.25\text{mm}$, $b=0.5\text{mm}$ 인 경우로서 역시 Fig. 6(a)와 같이 표면길이에 비하여 깊이 b 가 깊으므로 Fig. 6(a)와 비슷하게 표면균열길이의 성장속도가 빠름을 알 수 있다.

그러나 Fig. 6(c)는 $a=0.25\text{mm}$, $b=0.22\text{mm}$ 로서 표면길이 a 와 깊이 b 가 비슷한 반원이므로 그림과 같이 표면과 깊이방향의 성장속도가 유사함을 보여준다. 이와 같은 관계는 Fig. 5에 제시한 표면상의 피로균열 성장형상에서도 잘 입증된다.

즉, 초기균열의 형상에 따라 세 가지 형태로 변화하며 표면균열의 성장이 가속되는 경우는 표면

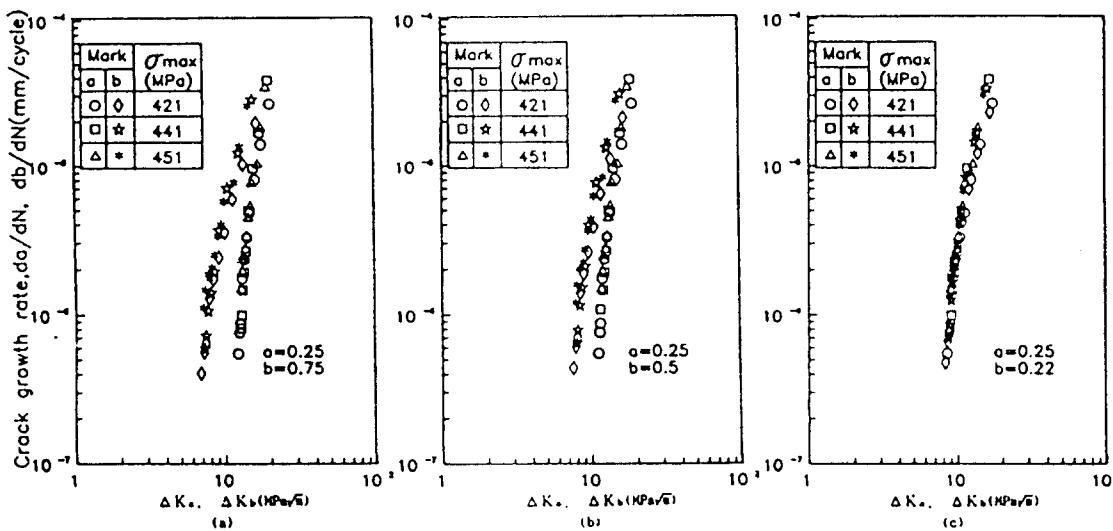


Fig. 6 Difference between the growth rate of surface crack length and that of crack depth for notched specimen

길이 a 가 깊이 b 보다 작은 $a < b$ 의 경우가 될 것이다. 이와 반대로 $a > b$ 의 경우는 깊이 방향의 성장이 더 빠르고, $a = b$ 와 같이 균열의 표면과 내부가 일치할 때는 반원으로 형성되면서 양면이 비슷하게 동시에 성장함을 보여준다. 따라서 피로수명의 후기에는 이상의 세 가지 초기균열의 형상과 무관하게 모두 반원으로 성장하면서 진전되는 양상을 나타내며, 이는 Fig. 3(a)의 모든 곡선이 일정한 값에 근접하는 특성과 맥을 같이 한다.

b. S-N_f 곡선의 추정

Fig. 7(a)는 5가지의 S-N_f곡선을 나타낸 것이다. Fig. 3(a), 4와 같은 균열 형상비를 가진 경우의 균열성장특성을 통한 피로수명 예측의 결과도 동시에 나타내고 있다. 즉 △로 표시한 경우는 실험결과와 동일한 조건하에서 수명을 추정한 것으로서 ☆로 표시한 실험결과와 약 15%의 오차를 보이고 있다. ○, □는 각각 균열깊이 b 가 0.22, 0.75mm 일때의 수명예측을 나타내는 것이며, ◇는 b 가 0.13의 경우이다.

이렇게 b 가 다소 변화함에 따라 피로시험에서 구한 S-N_f 수명선도의 기울기에서 서로간에 큰 차이를 보이고 있다. 이것은 b 의 변화가 피로수명에 미치는 영향이 큼을 알 수 있고, 표면균열

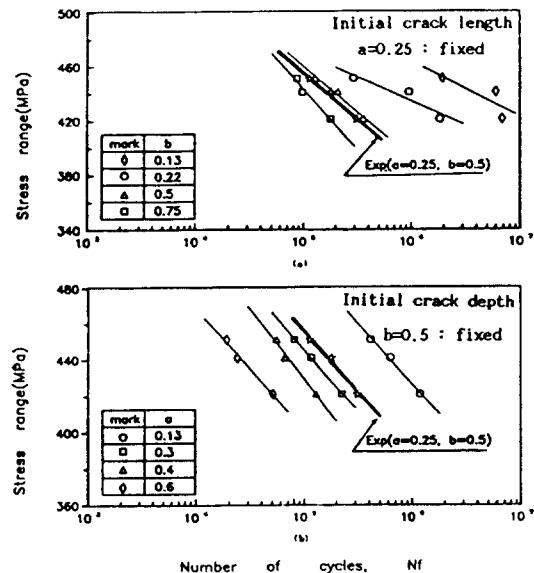


Fig. 7 Relationship between the stress levels and the number of cycles to fracture, N_f

길이의 측정만으로는 피로수명의 예측에 큰 오차가 생김을 알 수 있다. 따라서 피로수명을 예측하는데 있어 표면균열길이는 물론 깊이방향의 균열¹²⁾도 충분히 고려해야 함을 알 수 있다.

N-2. 균열깊이 고정하에 표면길이의 변화에 따른 수명예측

a. $da/dN - \Delta K_a$, $db/dN - \Delta K_b$ 선도의 추정

Fig. 3(b)는 균열깊이 $b=0.5\text{mm}$ 로 고정시키고 표면길이가 $0.13, 0.3, 0.4, 0.6\text{mm}$ 일 때 균열형상비의 변화를 나타낸 것이다. 이를 이용하여 Fig. 4와 유사한 선형관계로 부터 균열성장특성과 피로수명을 예측하는데 적용시켰다.

Fig. 8(a), (b), (c), (d)는 균열깊이 $b=0.5\text{mm}$ 일 때 $a=0.13, 0.3, 0.4, 0.6\text{mm}$ 로 변화함에 따른 각각의 응력확대계수범위와 균열성장속도와의 관계이다.

이 그림은 a 를 고정시키고 b 를 변화시킨 경우의 Fig. 6(a), (b), (c)와 비슷한 결과를 보여주고 있다. 즉 초기균열길이가 작은 쪽의 균열성장속도가 빠르게 진행되며 a 가 b 에 근접할수록 길이방향의 균열속도와 길이방향의 균열속도차가 줄어들어 점차 같아짐을 보여주고 있으며, 파단시에는 두 방향의 속도가 거의 같아져 반원형상이 됨을 알 수 있다.

b. $S-N_f$ 곡선의 추정

Fig. 7(b)는 $S-N_f$ 곡선을 나타낸 것으로 ○, □, △ 및 ◇는 각각 표면균열의 절반길이 $a=0.13, 0.3, 0.4, 0.6\text{mm}$ 일 때의 피로수명이며 균열깊이 b 의 변화시와는 달리 실험결과인 ☆의 기울기와 거의 같음을 알 수 있다. 이는 표면균열 길이의 변화가 균열깊이 변화시보다는 피로수명에 미치는 영향이 덜 민감함을 나타내는 것이다.

Table 3은 본 연구에서 실시한 이상의 균열형상비 변화에 따른 피로수명의 추정결과를 정리한 것이다.

같은 초기균열 즉 $a=0.25, b=0.5\text{mm}$ 에 대해서 균열길이 a 변화시와 균열깊이 b 변화시에 따라 서로간의 파단반복수에는 약 10% 정도의 오차가 발생했는데 이는 Newman-Raju(83년)¹¹⁾식을 이용해서 a, b 에 관한 응력확대계수범위와 길이방향의 균열성장속도와의 관계에서 얻어지는 각각의 C, m 값에서의 오차에 의거한 것으로 생각된다. 즉 C, m 은 초기결함 및 응력레벨에 따른 상수로서 응력확대계수범위와 균열성장속도와의 선도에서 절

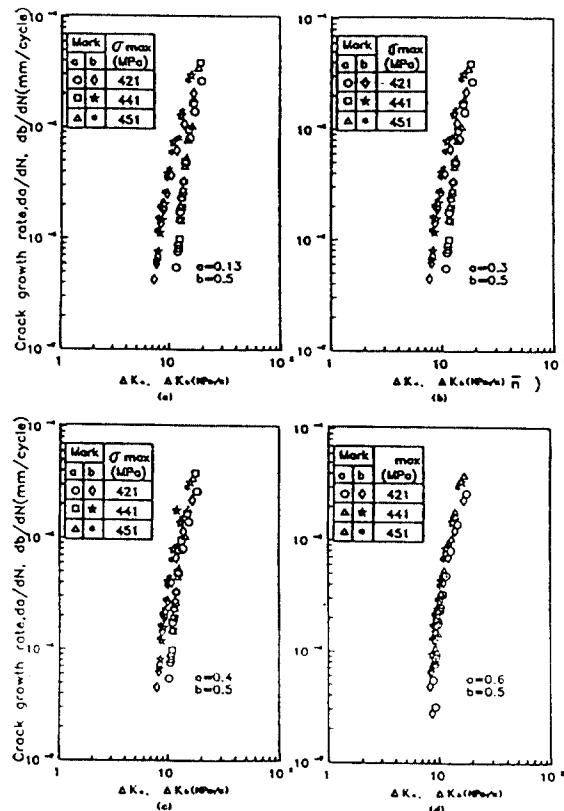


Fig. 8 Difference between the growth rate of surface crack length and that of crack depth for notched specimen

편값과 기울기를 나타낸다.

Table 3의 수명예측의 결과는 앞서의 여러 그림에서와 같이 표면균열길이 a 보다는 균열깊이 b 의 변화시가 수명예측에 더 큰 오차가 생기며, 피로수명에 훨씬 민감한 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 즉 실험치와 똑같은 조건 $a=0.25, b=0.5$ 를 기준으로 a 를 일정하게 고정하고 b 를 0.13으로 줄였을 때 그 수명의 증가는 무려 17~33배 정도이며, 균열깊이 b 를 0.75로 증가시켰을 때는, $b=0.5$ 인 수명의 절반 정도를 나타내었다. 이와 같은 결과로 부터 두 방향에서의 초기균열 변화가 피로수명에 미치는 영향을 비교해 볼 때, 균열깊이 b 의 변화가 피로수명에는 그 영향이 지대함을 알 수 있다.

IV - 3. 균열형상에 따른 성장모델

Fig. 9는 표면균열의 반길이 a 가 일정하고 균열깊이 b 의 변화에 따른 두 방향으로의 균열성장형상을 그려놓은 것이다.

이 그림은 앞에서 살펴본 응력확대계수범위와 균열성장속도와의 관계를 나타내는 Fig. 6(a), (b), (c)와 같은 결과를 보여 주고 있다. 즉, 표면균열의 반길이 $a=0.25\text{mm}$, 균열깊이 $b=0.5\text{mm}$ 로서 깊이방향의 초기균열이 더 클때는, Fig. 9(a)에서 보는 것처럼 깊이방향보다는 길이방향으로의 성장속도가 더 빠르며, 파단시에는 두 방향의 성장속도가 거의 같아져 반원의 형태를 이룸을 알 수 있다.

Fig. 9(b)는 표면균열의 반길이 $a=0.25$, 균열깊이 $b=0.22$ 인 경우로서 처음부터 두 방향의 균열성장속도가 반원의 형태로서, 거의 같은 율로 성장하고 있음을 보여주고 있으며, Fig. 9(c)는 $a=0.25$, $b=0.13$ 으로서 깊이방향 성장속도가 표면길이방향보다 더 빠르게 성장되다가, 파단시에는 두 방향의 성장속도가 거의 같아져 반원의 형태를 띠고 있음을 보여주고 있다.

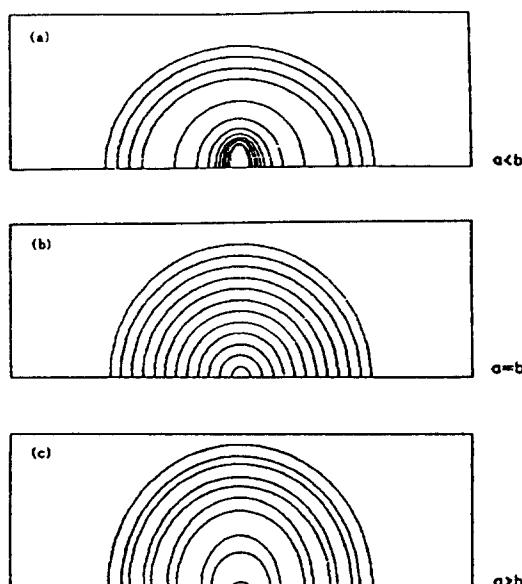


Fig. 9 Crack growth model with the aspect ratio

V. 결 론

균열 형상비의 변화에 따른 피로수명의 예측과 균열성장거동을 연구하기 위하여 고압용기강재인 2.25 Cr-1Mo강의 실험결과를 토대로 시뮬레이션을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 표면균열길이 $2a$ 와 균열깊이 b 를 기준으로 해서 균열길이와 균열깊이를 같은 율로 변화시켰을 때, 균열길이의 변화보다는 균열깊이의 변화가 피로수명에 미치는 영향이 크고 표면균열의 측정만으로는 신뢰성 있는 수명 예측이 불가능함을 알았다.
2. 표면균열길이의 변화와 균열깊이의 변화가 피로수명에 미치는 영향을 파괴역학적 파라메타의 특성을 이용, 정리해서 비교해 보았을 때 균열깊이의 변화가 피로수명에 미치는 영향이 민감하고 불규칙 하였으며, 반면 표면균열길이의 영향은 비교적 안정되고 규칙적인 경향을 나타내었다.
3. 균열 형상비 변화에 의한 파괴역학적 정리 및 수명예측은 실제, 부재에 존재하는 균열의 성장거동 특성을 잘 나타내었다.

参考文献

- (1) Suh, C.M., Ritchie, R.O. and Kang, Y.G., "Growth Behavior of Short Surface Fatigue Cracks in 2 1/4Cr-1Mo Steel", KSME Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 78~85, 1989.
- (2) Kitagawa, H., Kawahara, M., Yuuki, R. and Suh, C.M., "Consideration of Short Cracks in High Stress Fatigue Design", ASME PVP Congress, June 19~24, 1983.
- (3) Suh, C.M. and Kang, Y.G., "A study on Growth Characteristics of the Surface Fatigue Crack Propagation from a Small Surface Defect in Carbon Steels", Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 21, No. 1, pp. 35~42, 1984.
- (4) 北川英夫, 高橋進, "微小缺陷から表面き裂の発生と成長挙動", 日本機械學會講演論文集,

- 760~2, pp. 213~216, 1976.
- (5) 北川英夫, 高橋進, “微小な缺陷き裂の成長とその下限界條件に関する 破壊力學的研究”, 日本機械學會論文集, 第45券, 第399號, pp. 1289~1303, 1979.
- (6) 北川英夫, 結城良治, 徐昌敏, “小さな人工缺陷からの疲労き裂成長挙動”, 日本材料學會, 第14回シンポジウム, pp. 26~30, 1980.
- (7) 徐昌敏, 李正州, 鄭恩和, 朴熙範, “表面龜裂의 擧動과 疲労壽命豫測에 關한 研究”, 大韓機械學會論文集, Vol. 12~5, pp. 1097~1103, 1988.
- (8) Miller, K.J., “The Short Crack Problem”, Fatigue of Engineering Materials and Structure, Vol. 5, pp. 223~232, 1982.
- (9) De Los Rios, E.R., Tang, Z. and Miller, K.J., “Short Crack Fatigue”, Fracture of Engineering Materials and Structure, Vol. 7, pp. 97~108, 1984.
- (10) 星出敏彦, 田中啓介, “表面缺陷からの疲労き裂傳ばの彈塑性破壊力學的 解析”, 日本機械學會論文集, 第48券, 第433號, pp. 1102~1110, 1982.
- (11) Newman, J.C.Jr. and Raju, I.J., “Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies”, ASTM STP 791, Vol. 1, pp. 1238~1265, 1983.
- (12) 小林英男, 中澤一, “疲れき裂の発生, 進展および停留における切欠の深さの影響”, 日本機械學會論文集, 第35券, 第277號, pp. 1856~1863, 1969.
- (13) Paris, P.C. and Erdogan, F., “A Critical Analysis of Crack Propagation Laws”, Trans. ASME, J. Basic Engineering, Vol. 85, No. 4, pp. 528~534, 1963.