

비균일 전송선의 전자기적 결합, II: 원통형 TEM 모드 해의 수정

(Electromagnetic Coupling to Nonuniform Transmission Lines, II: Correction to the Cylindrical TEM Mode Solution)

洪性溶*, 金世潤**, 羅正雄*

(Sung Yong Hong, Se Yun Kim and Jung Woong Ra)

要約

각진 두 도선으로 구성된 전송선의 전자기적 결합에 대한 원통형 TEM모드의 해를 추가적으로 물리적인 제한을 가함으로써 수정하였다. 이러한 수정과정의 타당성은 수정해가 중첩된 균일전송선 조각들의 등가모형을 이용한 수치계산 결과와 접근함을 보임으로써 입증하였다.

Abstract

The cylindrical TEM mode solution for electromagnetic coupling to an angled two-wire transmission line is corrected by imposing some physical constraints additionally. The validity of the correction process is assured by showing that the corrected solution approaches the numerical result for the equivalent model of cascaded piecewise uniform sections.

I. 서론

각진 두 도선으로 구성된 전송선에 외부 전자파가 입사되었을 경우 전송선 양단의 부하에 걸리는 유기 전압을 원통형 전송선방정식으로 부터 해석적으로 구하였다.^[1] 그러나 각진 두 도선으로 전파되는 TEM 모드가 원통형이라는 근거는 없으며^[2], 구해진 해가 기존방법인 여러개의 균일전송선들이 다단 접속된 모형에 대해 수치계산으로 구한 값과는 큰 차이를 보였다.^[1] 따라서 본 논문에서는 원래의 각진 두 도선으

로 구성된 전송선의 전자파 결합 문제를 각진 두 평판으로 구성된 전송선의 전파 결합문제로 바꾸어서 푸는 방법을 기술 하였다. 이는 각진 두 평판으로 전파되는 TEM 모드는 원통형임이 이미 잘 알려져 있기 때문이다.^[3] 그리고 등가화하는 과정에서 요구되는 조건을 선정함에 있어 조건들의 물리적인 의미를 살펴 보았다. 또한 수정된 원통형 TEM 모드 해의 타당성을 확인하기 위하여 다단 접속된 등가구조를 수치계산한 값과 비교해 보았다.

II. 등가구조를 이용한 해석방법

그림 1과 같이 두 도선의 길이가 d 이고 벌어진 각도가 2인 전송선에 외부 전자파가 입사되었을 경우 원통형 TEM 모드가 전송된다고 가정하여 두 도선 양쪽 부하에 유기되는 전압을 해석적으로 유도하였

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Elec. Eng. KAIST)

**正會員, 韓國科學技術研究院 應用電子研究室
(Appl. Electron. Lab., KIST)

接受日字: 1992年 7月 18日

다. 그러나 해석적으로 구한 유기전압은 기존의 수치 해석방법으로 구한 값과 비교한 결과 많은 오차를 포함함을 알 수 있었다. 이 오차의 원인은 전송선에 원통형 TEM 모드가 진행한다고 가정한다 있다고 여겨진다. 이러한 문제점을 다음과 같은 조건을 만족하는 등가구조를 이용하여 해결하고자 한다.

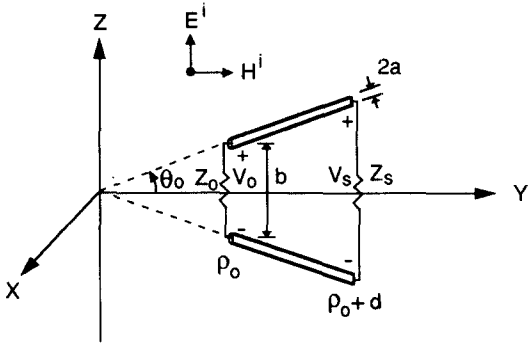


그림 1. 외부 전자파에 노출된 각진 두 도선의 전송선

Fig. 1. Angled two-wire transmission line illuminated by an external electromagnetic field.

첫째, 등가구조는 원통형 TEM 모드가 전송되는 구조이어야 한다.

둘째, 입사되는 외부 전자파의 양이 같을때 외부 전자파에 의한 유기전압이 원구조와 같아야 한다.

셋째, 외부 전자파에 의해 전송선의 양단에 유기되는 전력의 비가 원 구조와 같아야 한다.

첫번째 조건으로부터 원통형 TEM 모드가 진행되는 구조로 잘 알려진 두 평판으로 된 구조를 등가구조로 선택하였다. 그리고 두번째 조건을 식으로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V(\rho) = V_c(\rho') \tag{1}$$

여기서 $V(\rho)$ 는 원 구조에서의 유기전압이고 $V_c(\rho')$ 은 등가구조에서의 유기전압이다.

또한 세번째 조건으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{P(\rho_0 + d)}{P(\rho_0)} = \frac{P_c(\rho'_0 + d)}{P_c(\rho'_0)} \tag{2}$$

이때 $P(\rho)$, $P_c(\rho')$ 은 각각 원 구조 및 등가구조에서의 유기전력으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P(\rho) = \frac{|V(\rho)|^2}{Z(\rho)} \tag{3}$$

$$P_c(\rho') = \frac{|V_c(\rho')|^2}{Z_c(\rho')} \tag{4}$$

여기서 $Z(\rho)$ 는 두 도선으로 된 전송선의 특성임피던스이고, $Z_c(\rho')$ 는 두 평판으로 된 전송선의 특성임피던스이다. 그런데 I부에서 구한 각진 두 도선으로 된 전송선의 특성임피던스는 원통형 TEM 모드가 전송된다고 가정하고 계산하였으므로 오류가 있으며 정확한 특성임피던스를 알 수가 없다. 따라서 비균일전송선을 균일전송선으로 나누어 수치계산하는 경우와 같은 특성임피던스를 사용한다.

$$Z(\rho) = 120 \ln \frac{2\rho \sin \theta_0}{a} \tag{5}$$

$$Z_c(\rho') = 377 \frac{2\rho' \theta_0}{W} \tag{6}$$

여기서 a 는 도선의 반경이고, W 는 평판의 폭이다.

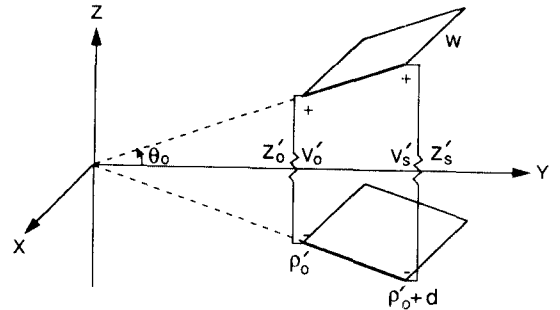


그림 2. 원래의 비균일 전송선의 등가구조인 각진 두 평판으로 구성된 전송선

Fig. 2. Angled two-plate transmission line equivalent to the original nonuniform transmission line.

그림 2에 각진 두 평판으로 구성된 등가구조를 나타내었다. 위의 식으로부터 그림 1의 구조에서 그림 2의 등가구조로 변환하는데 필요한 변환식을 구하고자 한다. 먼저 식(3), (4)를 식(2)에 대입하고 식(1)을 이용하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{Z(\rho_0)}{Z(\rho_0 + d)} = \frac{Z_c(\rho'_0)}{Z_c(\rho'_0 + d)} \tag{7}$$

식(7)에 등가구조의 특성임피던스 식(6)을 대입하면 등가구조의 좌표 ρ 은 다음식으로부터 구할 수 있다.

$$\rho' = \frac{dZ(\rho_0)}{Z(\rho_0 + d) - Z(\rho_0)} \quad (8)$$

전송선 상의 임의의 위치 ρ 에 유기되는 전력 $P(\rho)$ 는 $-p$ 방향으로 가는 전력과 $+p$ 방향으로 가는 전력의 합으로 나타난다. 따라서 두 전송선 양단에서의 반사 계수가 같아야 부하에 유기되는 전압이 같게 된다. 이를 식으로 나타내면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{Z(\rho_0) - Z_0}{Z(\rho_0) + Z_0} = \frac{Z_e(\rho'_0) - Z'_0}{Z_e(\rho'_0) + Z'_0} \quad (9)$$

여기서 Z, Z' 는 원 구조 및 등가구조의 부하이다. 식(9)로부터 등가부하 Z 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Z = Z_0 \frac{Z_e(\rho'_0)}{Z(\rho_0)} \quad (10)$$

이와 같은 방법으로 등가부하 Z 를 구하면 다음과 같다.

$$Z_s = Z_s \frac{Z_e(\rho'_0 + d)}{Z(\rho_0 + d)} \quad (11)$$

원 구조에 입사되는 전자파는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_p^i(\rho, \theta) = (E_x^i \sin \theta + E_y^i \cos \theta) e^{-j(k_x \cos \theta + k_z \sin \theta) \rho} \quad (12)$$

$$E_\theta^i(\rho, \theta) = (E_x^i \cos \theta - E_y^i \sin \theta) e^{-j(k_x \cos \theta + k_z \sin \theta) \rho} \quad (13)$$

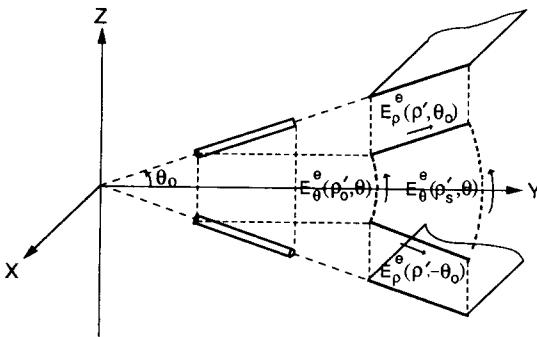


그림 3. 등가모형에서의 입사파의 위상이동
Fig.3. Phase shift of the incident field for the equivalent model.

그런데 등가구조의 유기전압이 원 구조의 값과 같기 위해서는 입사되는 전자파의 양이 같아야 한다. 따라서 원 구조에 입사되는 전자파를 그림 3의 등가

구조에 맞도록 위상변환을 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_p^e(\rho, \theta) = E_p^i(\rho, \theta) e^{jk_z(\rho_0 - \rho) \sin \theta_0} \quad (14)$$

$$E_\theta^e(\rho, \theta) = E_\theta^i(\rho, \theta) e^{-jk_z(\rho_0 - \rho) \cos \theta_0} \quad (15)$$

따라서 그림 1과 같은 구조의 유기전압은 그림 2의 등가구조에 식(14), (15)와 같은 전자파가 입사되었을 때 유기되는 전압과 같다. 따라서 도선 양단의 부하에 유기되는 전압은 다음과 같이 쓸 수 있다. 편의상 $p+d$ 를 p 로 $p+d$ 를 p 로 표시한다.

$$V_o = \frac{\Omega' Z'_0 Z'_s - j Z'_0 Z(\rho'_s) A'_s}{Q'} \left[\int_{\rho'_s}^{\rho'_0} d\rho K^e(\rho) f_o(k\rho) - \int_{-\rho'_0}^{\rho'_0} d\theta \rho_e E_\theta^e(\rho_e, \theta) \right] - \frac{Z'_0 Z(\rho'_s)}{Q'} \sqrt{\frac{\rho'_0}{\rho'_s}} \left[\int_{\rho'_s}^{\rho'_0} d\rho K^e(\rho) f_o(k\rho) - \int_{-\rho'_0}^{\rho'_0} d\theta \rho_e E_\theta^e(\rho_e, \theta) \right] \quad (16)$$

$$V_s = -\frac{Z'_s Z(\rho'_s)}{Q'} \sqrt{\frac{\rho'_0}{\rho'_s}} \left[\int_{\rho'_s}^{\rho'_0} d\rho K^e(\rho) f_o(k\rho) - \int_{-\rho'_0}^{\rho'_0} d\theta \rho_e E_\theta^e(\rho_e, \theta) \right] + \frac{\Omega' Z'_0 Z'_s - j Z'_0 Z(\rho'_s) A'_s}{Q'} \left[\int_{\rho'_s}^{\rho'_0} d\rho K^e(\rho) f_o(k\rho) - \int_{-\rho'_0}^{\rho'_0} d\theta \rho_e E_\theta^e(\rho_e, \theta) \right] \quad (17)$$

여기서

$$K^e(\rho) = E_\theta^e(\rho, \theta_0) - E_\theta^e(\rho, -\theta_0) \quad (18)$$

$$\Omega' = \frac{\pi k \sqrt{\rho'_0 \rho'_s}}{4} [H_0^{(1)}(k\rho'_s) H_0^{(2)}(k\rho'_0) - H_0^{(2)}(k\rho'_s) H_0^{(1)}(k\rho'_0)] \quad (19)$$

$$A'_o = \frac{\pi k \sqrt{\rho'_0 \rho'_s}}{4} [H_0^{(1)}(k\rho'_s) H_1^{(2)}(k\rho'_0) - H_0^{(2)}(k\rho'_s) H_1^{(1)}(k\rho'_0)] \quad (20)$$

$$A'_s = \frac{\pi k \sqrt{\rho'_0 \rho'_s}}{4} [H_0^{(1)}(k\rho'_s) H_1^{(2)}(k\rho'_s) - H_0^{(2)}(k\rho'_s) H_1^{(1)}(k\rho'_s)] \quad (21)$$

$$f_o(k\rho) = \frac{\pi k \sqrt{\rho'_0 \rho'_s}}{4\Omega'} [H_0^{(1)}(k\rho) H_0^{(2)}(k\rho'_s) - H_0^{(2)}(k\rho) H_0^{(1)}(k\rho'_s)] \quad (22)$$

$$f_s(k\rho) = \frac{\pi k \sqrt{\rho'_0 \rho'_s}}{4\Omega'} [H_0^{(1)}(k\rho) H_0^{(2)}(k\rho'_0) - H_0^{(2)}(k\rho) H_0^{(1)}(k\rho'_0)] \quad (23)$$

$$Q' = [Z'_0 Z'_s \Omega' - Z(\rho'_0) Z(\rho'_s) \frac{(A'_o A'_s + 1)}{\Omega'}] - [j Z'_0 Z(\rho'_0) A'_o + Z'_0 Z(\rho'_s) A'_s] \quad (24)$$

III. 물리적인 의미

두 도선이 임의의 각도 $2\theta_0$ 로 벌어진 전송선의 전자파 결합을 두 평판으로 된 등가구조로 바꾸어 계산하였다. 이 방법의 물리적인 의미를 알아보기 위해 부하 Z_0 에 유기되는 전압을 원 구조 및 등가구조에서 각각 구한 후 이를 비교해 보고자 한다.

먼저 $kp \gg 1$ 을 만족한다고 가정하고 Hankel 함수의 접근형을 사용하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_s = \frac{Z_s}{Q} \int_{\rho_o}^{\rho_i} d\rho K(\rho) \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho}} [jZ_o \sin k(\rho - \rho_o) + Z(\rho_o) \cos k(\rho - \rho_o)] + \frac{Z_s Z(\rho_o)}{Q} \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_o}} \int_{-\theta_o}^{\theta_o} d\theta \rho_o E_0^i(\rho_o, \theta) - \frac{jZ_o \sin kd + Z(\rho_o) \cos kd}{Q} \int_{-\theta_o}^{\theta_o} d\theta \rho_o E_0^i(\rho_o, \theta) \quad (25)$$

이때 Q 는 다음과 같다.

$$Q = [Z_s Z(\rho_o) + Z_o Z(\rho_s)] \cos kd + j[Z_o Z_s + Z(\rho_o) Z(\rho_s)] \sin kd \quad (26)$$

위의 식을 간략화 하기위해 입사파는 kx, Ez 성분만 있고, 부하저항은 임피던스 정합이 되었다고 가정하면 다음과 같다.

$$V_s = \frac{E_z^i \sin \theta_o}{j \sin kd + \cos kd} \int_{\rho_o}^{\rho_i} d\rho \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho}} [j \sin k(\rho - \rho_o) + \cos k(\rho - \rho_o)] + \frac{E_z^i \sqrt{\rho_o \rho_s}}{2(j \sin kd + \cos kd)} \int_{-\theta_o}^{\theta_o} d\theta \cos \theta - \frac{E_z^i \rho_s}{2} \int_{-\theta_o}^{\theta_o} d\theta \cos \theta \quad (27)$$

그리고 식(27)의 $p-\rho_0$ 를 x 로 치환하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_s = \frac{E_z^i \sin \theta_o}{j \sin kd + \cos kd} \int_0^d dx \sqrt{\frac{\rho_s + d}{\rho_o + x}} [j \sin kx + \cos kx] + \frac{E_z^i \sin \theta_o \sqrt{\rho_o \rho_s}}{2(j \sin kd + \cos kd)} - E_z^i \rho_s \sin \theta_o, \quad 0 < x < d \quad (28)$$

같은 방법으로 등가구조에서 유기전압 V_s' 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_s' = \frac{Z_s'}{Q'} \int_{\rho_o'}^{\rho_i'} d\rho K'(\rho) \sqrt{\frac{\rho_s'}{\rho}} [Z_o' \sin k(\rho - \rho_o') + Z_o(\rho_o') \cos k(\rho - \rho_o')] + \frac{Z_s' Z_o(\rho_o')}{Q'} \sqrt{\frac{\rho_s'}{\rho_o'}} \int_{-\theta_o'}^{\theta_o'} d\theta E_0^{i'}(\rho_o', \theta) + \frac{Z_o' \sin kd + Z_o(\rho_o') \cos kd}{Q'} \int_{-\theta_o'}^{\theta_o'} d\theta \rho_s' E_0^{i'}(\rho_o', \theta) \quad (29)$$

이때 Q' 은 다음과 같다.

$$Q' = j[Z_s' Z_o' + Z(\rho_o') Z(\rho_s')] \sin kd + [Z_s' Z_o(\rho_o') + Z_o' Z(\rho_s')] \cos kd \quad (30)$$

식(29)에서 임피던스 정합이 되어 있다고 가정하면 등가구조의 유기전압을 다음과 같이 간략히 쓸 수 있다.

$$V_s' = \frac{E_z^i \sin \theta_o}{j \sin kd + \cos kd} \int_0^d dx \sqrt{\frac{\rho_s' + d}{\rho_o' + x}} [j \sin kx + \cos kx] + \frac{E_z^i \sin \theta_o \sqrt{\rho_o \rho_s}}{2(j \sin kd + \cos kd)} - E_z^i \rho_s \sin \theta_o, \quad 0 < x < d \quad (31)$$

식(28)과 (31)을 비교해 보면 식(28)의 $\sqrt{(p+d)/(p+x)}$ 가 식(31)의 $\sqrt{(p_0+d)/(p+x)}$ 로 바뀌었음을 알 수 있는데 이를 식(8)을 이용하여 특성임피던스로 나타내면 다음과 같다.

$$\sqrt{\frac{\rho_o' + d}{\rho_o' + x}} = \sqrt{\frac{Z_o(\rho_o' + d)}{Z_o(\rho_o' + x)}} = \sqrt{\frac{Z(\rho_o + d)}{Z(\rho_o + x)}} \quad (32)$$

식(32)로 부터 등가구조는 원통형 TEM 모드가 전송되고, 전송선 양단에서의 특성임피던스 비가 원 구조의 특성임피던스 비와 같은 구조임을 알 수 있다.

IV. 수치 계산

그림 1과 같이 분극된 평면파가 $\theta_0=10^\circ, a=1\text{cm}$.

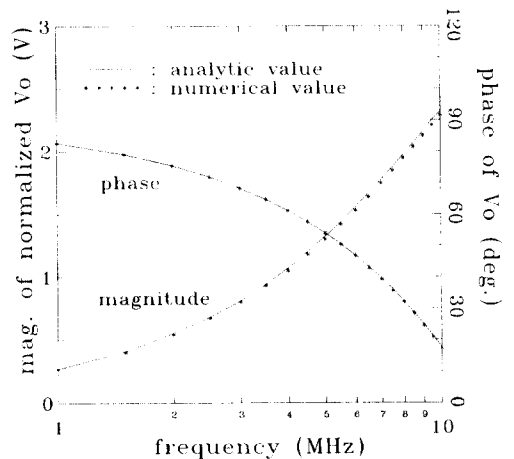


그림 4. 식(16)을 이용하여 구한 V_0 와 $n=100$ 인 접속된 균일모형을 써서 구한 V_0 의 비교
Fig. 4. Comparison between two values of V_0 calculated by using Eq.(16) and the cascaded uniform model of $n=100$.

$b=1m, d=10m, Z_0=552\Omega, Z_s=732\Omega$ 인 전송선에 입사되었을 경우 부하 Z_0 와 Z_s 에 유기되는 전압을 수정된 원통형 TEM 모드의 해를 기존의 다단 접속된 등가구조에 대해 수치계산으로 구한 값과 비교하였다. 이때 입사파는 1부터 10MHz의 주파수 범위를 갖는다고 하여 각각의 주파수 반응을 나타내었다.

먼저 그림 4의 실선은 식(16)을 이용하여 구한 V_0' 의 크기와 위상을 나타내었는데, 100개가 다단 접속된 등가구조를 수치계산으로 구한 값과 1부터 10MHz의 모든 주파수대에서 잘 일치함을 볼 수 있다. 그리고 부하 Z_s 에 유기되는 전압의 크기와 위상을 계산한 결과 식(17)을 이용하여 계산한 값과 수치계산한 값은 매우 근접함을 그림 5에서 알 수 있다.

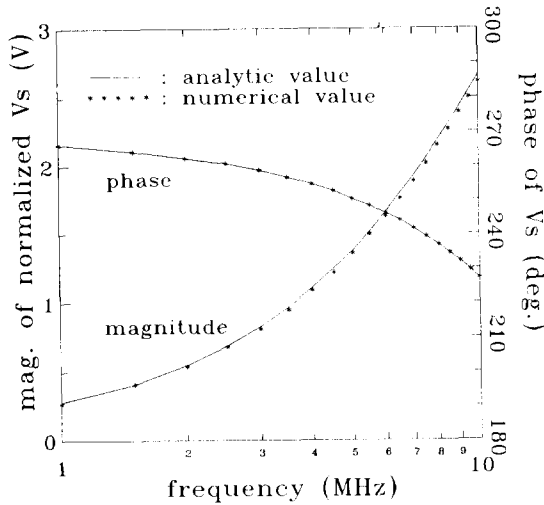


그림 5. 식(17)을 이용하여 구한 V_s 와 $n=100$ 인 접속된 균일모형을 써서 구한 V_s 의 비교

Fig. 5. Comparison between two values of V_s calculated by using Eq. (17) and the cascaded uniform model of $n=100$.

그림 4와 5의 결과는 본 논문에서 개발한 수정방안의 유용성을 입증해 주는 것으로 볼 수 있다. 이는 비균일 전송선의 전자파 결합 해석의 새로운 방법으로서 기존의 해석방법에 비해 계산시간이 빠를 뿐아

니라, 해석적인 형태로 해가 주어지기 때문에 여러 변수에 대한 물리적인 의미를 파악할 수 있는 잇점이 있다.

V. 결론

전편 논문인 I부(1)에서는 각진 두 도선으로 구성된 비균일 전송선의 외부 전자파에 대한 주파수 특성을 원통형 TEM 모드를 이용하여 구하였는데, 본 논문인 II부에서는 이를 두 평판으로 구성된 등가전송선의 전자파 결합 문제의 해로 표현하고 관련 변수들의 값만 수정하는 새로운 해석방법을 개발하였다. 이러한 수정방안은 각진 두 도선으로 된 전송선의 특성임피던스를 각진 두 평판사이의 특성임피던스로 교정함으로써 비균일 전송선으로 전파되는 모드가 원통형 TEM 모드가 되도록 만들기 때문에 원래의 원통형 TEM 모드해의 변수들을 조정함으로써 해석이 가능하게 된다. 수정된 원통형 TEM 모드 해의 타당성은 기존의 다단 접속된 등가구조에 대한 수치계산값과 잘 일치함을 보임으로써 입증하였다.

參考文獻

- [1] 홍성용, 김세윤, 나정웅, "비균일 전송선의 전자기적 결합, I: 원통형 전송선 방정식의 해석," 전자공학회 논문지, 제 29권, 제 12호, pp. 51-58, 1992.
- [2] R.E. Collin, Field Theory of Guided Waves, McGraw-Hill, New York, 1960, ch.3.
- [3] S.Ramo, J.R. Whinnery, and T.V. Duzer, Fields and Waves in Communication Electronics, Wiley, New York, 1984, ch.9.
- [4] Y. Kami and R. Sato, "Circuit-concept approach to externally excited transmission lines", IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-27, pp. 177-183, 1985.

著 者 紹 介

洪 性 溶 (正會員) 第 29卷 A編 第 12號 參照
현재 한국과학기술원 전기 및 전자
공학과 박사과정

羅 正 雄 (正會員) 第 29卷 A編 第 12號 參照
현재 한국과학기술원 전기 및 전자
공학과 교수

金 世 潤 (正會員) 第 29卷 A編 第 12號 參照
현재 한국과학기술연구원 응용전자
연구실 책임 연구원