

論文93-30A-8-9

# N-I-N 구조에서 Monte-Carlo 방법에 의한 steady-state Nyquist 정리의 검증

(Verification of the steady-state Nyquist theorem by Monte-Carlo method in n-i-n structures)

李奇榮\*\*, 牟耿求\*, 閔弘植\*, 朴榮俊\*

(Kie Young Lee, Kyoung Goo Mo, Hong Shick Min and Young June Park)

## 要約

반도체 소자에서의 열잡음 현상을 설명하는 steady-state Nyquist 정리와 hot carrier 효과가 고려된 steady-state Nyquist 정리의 타당성을 검증하기 위하여, n-i-n 구조에서 이들 정리에 의해 계산된 열잡음과 Monte-Carlo 방법으로 계산된 결과를 서로 비교하여 보았다. 전송자들의 온도가 격자온도와 거의 같은 크기일 때에는 steady-state Nyquist 정리의 결과와 Monte-Carlo 방법의 결과가 잘 일치함을 보여 주었으며, 전송자들의 온도가 증가한 hot carrier 영역에서는 hot carrier 효과를 포함한 steady-state Nyquist 정리의 결과가 Monte-Carlo 방법의 결과보다 약간 큰 잡음량을 보여주고 있다. 이는 선형영역에서 동작하는 MOSFET이나 MESFET에서 채널의 열잡음이 종래의 이론과 다른 steady-state Nyquist 정리로 설명되어야 함을 뒷받침한다.

## Abstract

To verify validity of the steady-state Nyquist theorem and the steady-state Nyquist theorem with hot carrier effects in semiconductor devices, we calculate thermal noise in n-i-n structures using both the steady-state Nyquist theorem and the Monte-Carlo method, and compare the results from these two methods. When the carrier temperature is not far from the lattice temperature, the results from both methods agree with each other very well, but in the hot carrier regime there are some discrepancies. Our results support the argument that for MOSFETs and MESFETs operating in the linear region, the channel thermal noise should be explained by the steady-state Nyquist theorem rather than by the existing theories.

## 1. 서론

최근 dc 정상상태에서 동작하는 2단자 반도체 소자의 열잡음에 대한 이론인 steady-state Nyquist 정리가 유도되어서, double-injection space-charge-limited solid-state-diode의 열잡음을 설명하는데 잘 이용되었다.<sup>[1]</sup> Steady-state Nyquist 정리는 전송자의 분포함수가 국부적인 평형상태(local equilibrium)하의 분포에서 크게 벗어나지 않을 때,

\* 正會員, 서울大學校 電子工學科 및 半導體共同  
研究所

(Dept. of Elec. Engrg. Inter-Univ. Semiconductor Research Center Seoul Nat'l Univ.)

\*\*正會員, 忠北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Chungbuk Nat'l  
Univ.)

接受日字: 1993年 2月 28日

즉 quasi-Fermi level의 개념이 성립한다는 조건 아래에서 유도되었으므로, 선형영역에서 동작하는 MOSFET이나 JFET와 같은 전계효과 트랜지스터의 드레인 열잡음 현상을 설명하는데에도 이 정리가 잘 이용될 수 있을 것으로 기대된다. 현재까지 사용되어 온 전계효과 트랜지스터의 드레인 열잡음이론<sup>[2-4]</sup>은 steady-state Nyquist 정리와는 다르므로, 두 이론 중 어느 이론이 옳은지에 대한 검토가 필요하며, 최근 선형영역에서 동작하는 균질의 채널을 가진 MOSFET에서 두 이론에 대한 실험적인 검증이 있었다.<sup>[5]</sup> 두 이론 모두 실험현상을 잘 설명하고 있지만 기존 이론은 균질의 채널인 경우를 제외하고 열평형상태에서 Nyquist 정리에 수렴하지 않으나 steady-state Nyquist 정리는 어느 경우나 열평형상태에서 Nyquist 정리에 수렴함이 주목된다.<sup>[5,6]</sup> 따라서 steady-state Nyquist 정리가 물리적으로 타당한 이론으로 판단되나, 좀 더 정확한 판단은 비균질의 채널을 가진 MOSFET에 대한 실험으로 확실해질 것으로 기대된다. 현재 초고주파 저잡음 증폭기에 사용되는 GaAs MESFET 및 HEMT의 드레인 열잡음이론들은<sup>[7]</sup> 모두 MOSFET의 드레인 열잡음에 대한 기존의 이론<sup>[4]</sup>에 기초를 두고 있다. 그러나 만일 기존의 이론에 오류가 있으면 MOSFET뿐만 아니라 GaAs MESFET 및 HEMT의 열잡음이론도 수정되어야 하므로, 두 이론 중 타당한 이론을 아는 것이 중요하며, 또 이 타당성이 여러 면에서 검토되어야 한다.

Steady-state Nyquist 정리에 의하면 일차원 반도체 소자에서의 열잡음은 컨덕턴스가 제일 작은 곳, 즉 전장이 제일 큰 곳에서 주로 발생하므로<sup>[1]</sup>, 포화영역에서 동작하는 MOSFET의 경우 hot carrier에 의해 열잡음이 발생할 가능성이 높다. Hot carrier에 의한 열잡음 현상을 설명하기 위하여, steady-state Nyquist 정리를 간단한 유도과정에 의해 hot carrier 영역으로 확장하여, 포화영역에서 동작하는 채널의 길이가 같은 MOSFET에 적용해 본 결과, 포화영역에서의 드레인 열잡음은 hot carrier에 의한 영향일 수도 있음을 보여 주었다.<sup>[5]</sup>

본 논문에서는 Monte-Carlo 방법에 의한 잡음 계산이 용이한 n-i-n 구조에서 Monte-Carlo 방법으로 열잡음의 크기를 계산하고, 이를 steady-state Nyquist 정리 및 이의 확장인 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리의 결과와 비교함으로써 steady-state Nyquist 정리의 타당성을 검토한다. N-I-N 소자는 구조가 간단하여 Monte-Carlo 방법이 쉽게 적용될 수 있는 반면에 MOSFET와는 달리 게이트가 없기 때문에 게이트가 있는 경우

에 유도된 기존의 MOSFET 열잡음이론의 타당성을 검토하는 것은 부적합하다. II장에서는 steady-state Nyquist 정리 및 hot carrier 영향을 고려한 steady-state Nyquist 정리를 간단히 소개하고, III장에서는 Monte-Carlo 방법으로 잡음전류의 전력밀도 스펙트럼을 구하는 과정을 설명하며, IV장에서는 계산된 결과를 토의하고자 한다.

## II. Steady-state Nyquist 정리 및 hot carrier 효과를 포함한 steady-state Nyquist 정리

두개의 단자를 갖는 일차원 반도체 소자의 개략도와 잡음 등가회로는 그림 1과 같다. 그림 1에 보인 일차원 소자의 개략도에서 A와 L은 각각 소자의 단면적 및 길이이며 잡음 등가회로에서  $i$ 는 잡음전류를 나타낸다.

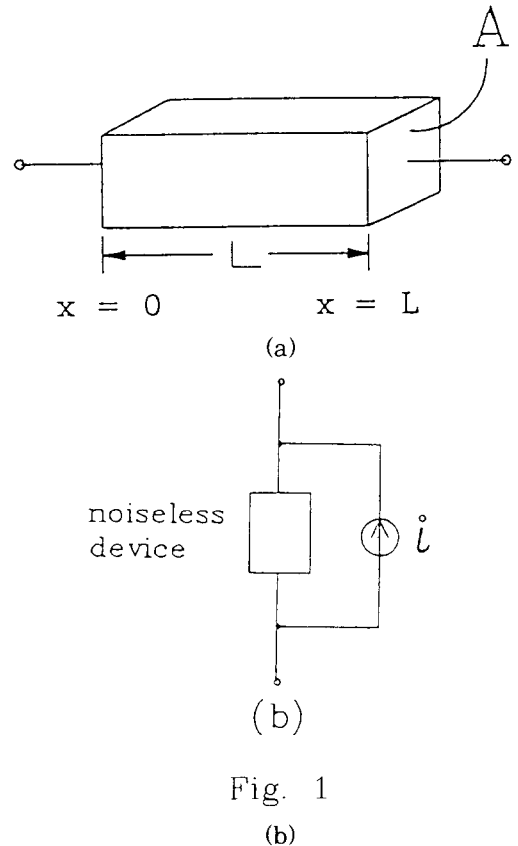


Fig. 1

그림 1. 단자가 두개인 일차원 반도체 소자의 개략도 및 그 잡음 등가회로.

Fig. 1. (a) Schematic diagram and (b) its noise equivalent circuit of a one-dimensional semiconductor device with two terminals.

균질의 반도체 소자, 즉 반도체로 된 저항체에서 열잡음의 전력밀도 스펙트럼은 dc 바이어스의 인가에 관계없이 소자가 hot carrier 영역에서 동작하고 있지 않을 경우에, 열평형에서의 열잡음이론인 Nyquist 정리로 주어진다.<sup>[8]</sup> 도핑농도가 불균일한 반도체 소자에 dc 바이어스가 가해져 있을 경우에 적용되는 열잡음이론은 소자마다 서로 약간 다른 방법으로 유도되고, 잡음식의 모양도 서로 다르다.<sup>[8]</sup> 최근, 전송자의 분포함수가 국부적인 평형상태하의 분포에서 크게 벗어나지 않은 범위에서 동작하는 모든 반도체 소자들의 열잡음현상에 적용할 수 있는 이론인 steady-state Nyquist 정리가 유도되어서 double-injection space-charge-limited 다이오드의 열잡음을 설명하는데 적용될 수 있음을 보였다.<sup>[1,9]</sup> Steady-state Nyquist 정리에 의하면 그림 1과 같은 반도체 소자에서 잡음전류  $i$ 의 전력밀도 스펙트럼  $S_i(\omega)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_i(\omega) = 4K_B T \frac{1}{\int_0^L \frac{dx}{g(x)}} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\omega$ 는 각주파수,  $K_B$ 는 Boltzmann 상수,  $T$ 는 격자의 절대온도이며,  $g(x)$ 는 위치  $x$ 에서 소자의 단위길이당 컨덕턴스로서 정공에 의한 전류를 무시할 수 있는 경우에 다음식으로 주어진다.<sup>[9]</sup>

$$g(x) = -A \frac{q^2}{\hbar^2} \int_{BZ} \frac{dx}{4\pi^3} \tau(x, k) \frac{\partial \epsilon(k)}{\partial k_x} \frac{\partial f_s(x, k)}{\partial k_x} \quad (2)$$

식 (2)에서  $q$ 는 전자의 전하크기,  $\hbar$ 는 Planck 상수  $h$ 를  $2\pi$  로 나눈 값,  $\mathbf{k}$ 는 전자의 파동벡터,  $k_x$ 는  $\mathbf{k}$ 의  $x$ 성분,  $\epsilon(k)$ 는 파동벡터가  $\mathbf{k}$ 인 전자의 에너지,  $f_s(x, \mathbf{k})$ 는 정상상태에서의 전자의 분포함수이고,  $\tau(x, \mathbf{k})$ 는 relaxation-time 근사가 성립하는 Boltzmann 수송방정식에서 위치  $x$ 에서 파동벡터가  $\mathbf{k}$ 인 전자의 relaxation-time이며, BZ는 제 1차 Brillouine zone을 의미한다.

최근 (1)식이 간단한 유도방법에 의해 핫 캐리어 영역에서 동작하는 반도체 소자에 적용할 수 있는 형태로 확장되었으며, 이 결과가 포화영역에서 동작하는 채널의 길이가 긴 MOSFET에 적용된 바 있다.<sup>[5]</sup> 확장된 hot carrier steady-state Nyquist 정리는 다음과 같이 나타내어진다.<sup>[5]</sup>

$$S_i(\omega) = 4K_B \bar{T}_n \frac{1}{\int_0^L \frac{dx}{g(x)}} \quad (3)$$

식 (4)에서  $T_n(x)$ 는 위치  $x$ 에서의 전자온도로서 다음과 같이 정의된다.<sup>[9]</sup>

$$\bar{T}_n = \frac{\int_0^L \frac{T_n(x)}{g(x)} dx}{\int_0^L \frac{dx}{g(x)}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} K_B T_n(x) = \frac{\int_{BZ} \frac{dk}{4\pi^3} \frac{1}{2} m_n^* v_x^2 f_s(x, \mathbf{k})}{\int_{BZ} \frac{dk}{4\pi^3} f_s(x, \mathbf{k})} \quad (5)$$

식 (5)에서  $m_n^*$ 는 전자의 유효질량이고,  $v_x(k)$ 는 파동벡터가  $\mathbf{k}$ 인 전자의  $x$  방향속도이다. 식 (3)에서 전자의 온도  $T_n(x)$ 가 격자온도  $T$ 와 같으면 (3)식은 (1)식과 같이짐을 알 수 있다. N-I-N 구조에서 (1)과 (3)식에 있는 모든 양들은 Monte-Carlo 방법에 의해 구해진 전자의 분포함수로부터 계산될 수 있다.

참고문헌 [5]에서 (3)식이 간단한 방법으로 유도되었으나 Boltzmann 수송방정식으로부터 유도하기 위해서는 몇가지 가정을 사용하여야 한다.<sup>[10]</sup> 비록 (3)식이 실제의 소자에 적용하기에는 간편한 모양이지만 이의 타당성에 대한 검토가 있어야 한다. 본 논문에서는 Monte-Carlo 방법으로 직접 구해지는 단자전류로부터 잡음전류  $i$ 의 전력밀도 스펙트럼을 다음 장에서 설명하는 방법으로 구하고, 이를 (1)과 (3)식에 의한 계산결과와 비교함으로써 (1)과 (3)식의 타당성을 검토하고자 한다.

### III. Monte-Carlo 수치계산에 의한 잡음 전력 밀도 계산방법

반도체 소자의 잡음이론에 관한 해석적인 모델이 없을 경우에는 Ramo-Shockley 정리와 Monte-Carlo 방법을 이용하여 dc 바이어스가 인가된 반도체 소자의 순간 단자전류를 구한 다음에, 이로부터 전력밀도 스펙트럼을 구하는 적절한 통계적인 추정방법을 사용하여 소자의 잡음량을 항상 구할 수 있다.<sup>[13]</sup>

길이가  $L$ 인 일차원 반도체 소자의 양단자에 dc 전압이 가해져 있을 때, 전자에 의한 소자의 순시전류  $I(t)$ 는 Ramo-Shockley 정리에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>[11,12]</sup>

$$I(t) = -\frac{q}{L} \sum_{i=1}^{N_e} v_i(t) \quad (6)$$

여기서  $N_e$ 는 소자내 총전자의 갯수이며  $v_i(t)$ 는 시간  $t$ 에서  $i$ 번째 전자의  $x$ 방향 순시속도 값이다. 순시전류  $I(t)$ 를 유한한 시간  $[0, T]$  동안에 균일한 시간간격  $\Delta t$ 로 샘플링하면  $N$ 개의 데이터로 구성될 수

열  $I[n] \equiv I(n\Delta t)$ 가 정의 된다. 여기서  $N=T/\Delta t$ 이고  $n$ 은  $1 \leq n \leq N$ 인 정수이다. 그러면 short-circuit 된 단자의 잡음전류  $i[n]$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{i}[n] = I[n] - i \quad n = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I[n] \quad (8)$$

여기서  $\hat{i}$ 전류  $I$ 의 시간에 대한 평균값이다.  $N$ 이 충분히 크면 실제의 평균에 대한  $\hat{i}$ 의 오차는 무시될 수 있다.<sup>[14]</sup>

식 (7)로 주어진  $i[n]$ 이 ergodic하면  $i[n]$ 의 전력밀도 스펙트럼  $P(f)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>[14, 15]</sup>

$$P(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\Delta t} E \left\{ \Delta t \sum_{n=1}^N \hat{i}[n] \exp(-j2\pi f n \Delta t) \right\}^2 \quad (9)$$

여기서  $E\{y\}$ 는 불규칙 변수  $y$ 의 앙상블 평균을 의미한다. 주파수  $f$ 가  $f_0$ 에서 정의되는 'one-sided 전력밀도 스펙트럼'  $S(f)$  (이하 '전력밀도 스펙트럼')는  $S(f) = 2P(f)$ 이다.<sup>[16]</sup> 전력밀도  $S(f)$ 는 Wiener-Khinchine 정리에 의하여 다음과 같이 등가적으로 계산될 수도 있다.<sup>[15]</sup>

$$S(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} 4\Delta t \sum_{m=0}^{N-1} r[m] \cos(2\pi f m \Delta t) \quad (10)$$

여기서  $r[m]$ 은  $i[n]$ 의 실제 자기상관함수로서 ergodic한 경우 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$r[m] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} \hat{i}[n] \hat{i}[n+m] \quad (11)$$

그런데 Monte-Carlo 시뮬레이션에서 구해지는 불규칙한 잡음전류  $i[n]$ 은 유한한 시간구간  $[0, N\Delta t]$  내에서만 관찰되므로, (9)~(11)식에서와 같이  $N \rightarrow \infty$ 의 극한연산을 취할 수 없게 된다. 잡음전류  $i$ 의 전력밀도 스펙트럼은 (9) 또는 (10)식 대신에 극한 연산이 없이 다음식과 같은 단순한 계산결과로 구해질 수 있을 것으로 기대된다.

$$\hat{S}_N(f) = \frac{2}{N\Delta t} \left| \Delta t \sum_{n=1}^N \hat{i}[n] \exp(-j2\pi f n \Delta t) \right|^2 \quad (12)$$

혹은,

$$\hat{S}_N(f) = 4\Delta t \sum_{m=0}^{N-1} \hat{r}_N[m] \cos(2\pi f m \Delta t) \quad (13)$$

식 (13)에서 사용한  $\hat{r}_N[m]$ 은 (11)식에서 극한

연산이 없는 계산량이다. 주어진 불규칙 신호에 대한 임의의 통계량을 앙상블 평균 및 극한연산이 없이 샘플크기가  $N$ 으로 유한한 데이터로부터 계산한 결과는 그 통계량의 추정량으로써의 의미만 갖게 된다. 이러한 추정량 그 자체는 불규칙 변수가 되며 실제값과 달리 오차를 갖게 된다.<sup>[14, 15]</sup> 추정량의 오차가 작으면 그 추정결과는 신뢰할 수 있으므로 임의의 관심있는 통계량에 대해서 신뢰성을 갖는 추정방법이 필요하게 된다. 전력밀도 스펙트럼을 추정하는 경우에는, (7)식에서 사용한 평균전류값  $\hat{i}$ 를 추정하는 경우와 달리  $N$ 이 증가하여도 (9)와 (10)식으로 계산된 전력밀도 스펙트럼 추정량의 오차는 줄어들지 않는 것으로 알려져 있다.<sup>[14, 15]</sup> 최근에 Bartlett의 전력밀도 스펙트럼 추정방법을 Monte-Carlo 수치방법으로 구한 잡음전류에 적용하여, 오차가 작은 열잡음 전력밀도 스펙트럼을 구할 수 있음이 보여졌다.<sup>[13]</sup> 여기서는 이 방법을 간단하게 소개하기로 한다. 먼저 Bartlett 추정방법에서는 샘플크기가  $N$ 인 데이터로부터 중복되지 않는 여러개의 부샘플을 만든다. 부샘플의 샘플크기를  $M$ 이라 하면 부샘플의 갯수  $K$ 는 대략  $N/M$ 이 된다. 다음 (12)식을 이용하여 이들 각 부샘플에서부터 전력밀도 스펙트럼을 다음과 같이 계산하여 구한다.<sup>[15]</sup>

$$\hat{S}_M^{(k)}(f) = \frac{2}{M\Delta t} \left| \Delta t \sum_{n=1}^M \hat{i}[n+(k-1)M] \exp(-j2\pi f n \Delta t) \right|^2 \quad k=1, \dots, K \quad (14)$$

이는 다음과 같은 등가적인 방법으로도 구해질 수 있다.<sup>[14]</sup>

$$\hat{S}_M^{(k)}(f) = 4\Delta t \sum_{m=0}^{M-1} \hat{r}_M^{(k)}[m] w_{MB}[m] \cos(2\pi f m \Delta t) \quad k=1, \dots, K \quad (15)$$

$$\hat{r}_M^{(k)}[m] = \frac{1}{M-m} \sum_{n=1}^{M-m} \hat{i}[n+(k-1)M] \hat{i}[n+m+(k-1)M] \quad (16)$$

$$w_{MB}[m] = \begin{cases} 1 - \frac{m}{M} & 0 \leq m < M \\ 0 & m \geq M \end{cases} \quad (17)$$

여기서  $w_{M,B}[m]$ 은 Bartlett 원도우함수이다. 그리고 각 부샘플에서 구한 전력밀도를  $K$ 개의 준앙상블 (pseudo-ensemble) 내에서 다음과 같은 평균을 취하여 전력밀도 스펙트럼 값으로 추정한다.

$$\hat{S}_M^K(f) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{S}_M^{(k)}(f) \quad (18)$$

이와 같은 전력밀도 스펙트럼 추정량  $\hat{S}_M^K(f)$ 는  $M$

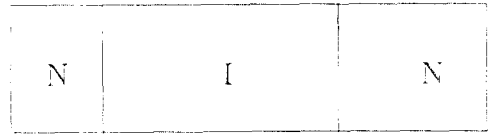
이 충분히 커서 부샘플 사이의 통계적 독립성이 성립할 때, 부샘플의 갯수  $K$ 의 증가에 따라 그 분산이  $1/K$ 에 비례하여 감소하는 통계적 성질이 있다.<sup>[15]</sup> 최근에 핫 캐리어 영역에서 동작하는 균질의 실리콘과 평형상태 근처에서 동작하는 비균질 소자인 n-i-n 실리콘 소자에서의 열잡음량을 Monte-Carlo 수치계산으로 구한 보고에서, 오차가 작은 전력밀도값을 얻기 위하여 부샘플의 갯수  $K$  및 샘플크기  $M$  값의 적절한 설정방법이 논의된 바 있다.<sup>[13]</sup> 그 설정방법은 다음 장에서 간단하게 설명하기로 한다.

IV. N-I-N 구조의 실리콘 소자에서 steady-state Nyquist 정리와 Monte-Carlo 방법으로 구한 잡음전류의 전력밀도

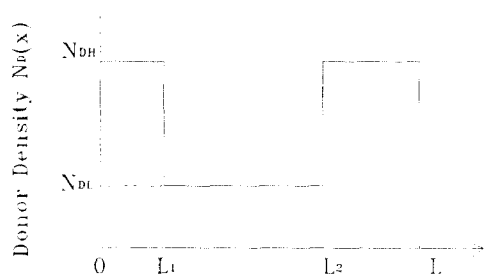
본 연구에서는 그림 2와 같은 1차원 n-i-n 구조의 실리콘 소자에서  $x=L$  단자에 전압  $V_a$ 를 가한 dc 정상상태에서의 열잡음량을 Monte-Carlo 방법과 steady-state Nyquist 정리로부터 구하여 두 방법에서 얻어진 결과를 비교하고자 한다. 본 연구에서 구하고자 하는 열잡음량은 백색잡음량이므로 여기서는  $\omega = 0$ 에서의 잡음 전력밀도  $S(\omega = 0)$ 를 계산한다. 이러한 소자에서는 정공에 의한 전류를 무시할 수 있으므로 단자전류  $I(t)$ 는 양상률 Monte-Carlo 방법으로 구한 전자들의 순속도 값으로부터 (6)식과 같이 계산할 수 있다. 그림 2에서  $N_{DH}$ 와  $N_{DL}$ 은 각각 n영역과 i영역에서의 도핑농도이며,  $L_1$ ,  $L_2$  및  $L$ 값은 각각 0.2, 0.7 그리고  $1.0\mu m$ 이다. 여기서는 다음과 같은 세가지 경우의 다른 도핑분포를 갖는 소자에 대해 수치계산하고자 한다. 소자 #1에서는  $N_{DH}=1.0 \times 10^{16}/cm^3$ 이고  $N_{DL}=1.0 \times 10^{15}/cm^3$ 이며, 소자 #2에서는  $N_{DH}$ 와  $N_{DL}$ 이 각각  $2.0 \times 10^{16}/cm^3$ 과  $1.0 \times 10^{15}/cm^3$ 이며, 소자 #3은  $N_{DH}$ 와  $N_{DL}$ 이 각각 각각  $5.0 \times 10^{16}/cm^3$ 과  $1.0 \times 10^{15}/cm^3$ 의 불순물 농도를 갖는다.

본 연구의 Monte-Carlo 수치계산에서는  $\langle 111 \rangle$  방향으로 바이어스가 인가된 상황에서 전체의 세기를 self-consistent하게  $\Delta t=10fs$ 의 시간간격으로 일정 시간마다 다시 구하여 전자들을 가속시켰다. 격자온도는  $T=300K$ 로, 전도대 nonparabolicity 모수  $\alpha$ 는  $0.5/q$  값으로 설정하였다. 실리콘 소자내 전자들의 phonon (optical- 및 acoustic-) 및 불순물 산란에 관한 모델들은 잘 알려진 Monte-Carlo 프로그램을 따랐다.<sup>[17]</sup> 여기서는 세가지 종류의 모든 소자에서 총전송자의 갯수를 1000개로 택하여 Monte-Carlo 시뮬레이션하였다. 이는 소자 #1의 경우에서는 단면적  $A$ 가  $1.82 \times 10^{-9}cm^2$ , 소자 #2의 경우에는  $A$

가  $9.52 \times 10^{-10}cm^2$ , 소자 #3에서는  $A$ 가  $3.92 \times 10^{-10}cm^2$ 인 소자의 경우에서 잡음량을 계산하는 것이 된다. 그림 3에서는 이러한 세종류 n-i-n 소자에서의 I-V 특성곡선을 보였다.



(a)



(b)

그림 2. 일차원 n-i-n 소자의 (a)개략적 구조와 (b)도핑분포도

Fig. 2. (a)Schematic diagram and (b)doping profiles of a one-dimensional n-i-n structure.

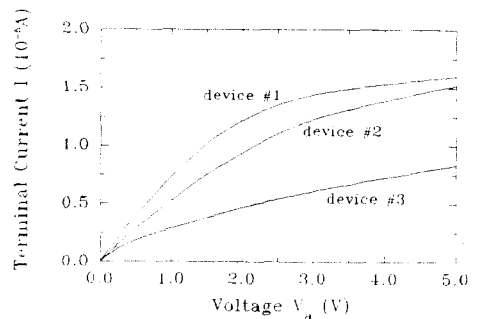


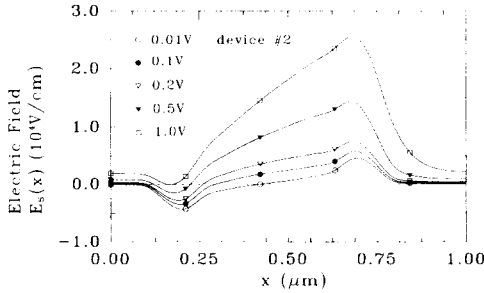
그림 3. N-I-N 구조의 소자들에서 Monte-Carlo 시뮬레이션으로 구한 I-V 특성곡선

Fig. 3. Monte-Carlo simulated I-V characteristics of n-i-n structures.

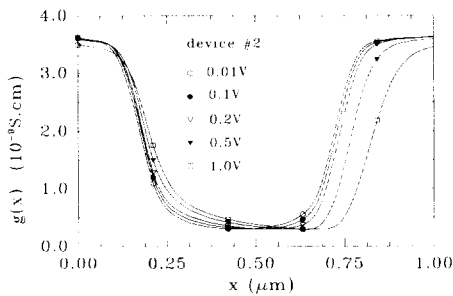
먼저 (1)과 (3)식으로 표현된 steady-state Nyquist 정리에 의한 열잡음 전력밀도  $S(\omega = 0)$ 를

구하는 계산과정을 기술하여 보자. Monte-Carlo 방법으로 Boltzmann 수송방정식의 해인 전송자의 분포함수를 구할 수 있으므로 [18], 정상상태에서 전자의 분포함수  $f_s(x, k)$ 를 Monte-Carlo 수치계산으로 구한다. 다음 전자의 분포가 국부적 평형상태의 분포에서 크게 벗어나지 않을 때 성립하는  $\frac{\partial f_s(x, k)}{\partial k_x} = -\frac{\partial \epsilon(k)}{\partial k_x} \frac{f_s(x, k)}{k_B T_n(x)}$ 의 근사식을 이용하여 (2)식으로 주어진 단위 길이 당 컨덕턴스  $g(x)$ 를 계산하고, 전자의 온도  $T_n(x)$ 는 (5)식을 이용하여 구한다.

그림 4에서는 소자 #2에서 여러 바이어스 전압  $V_a$ 가 인가되었을 때, 정상상태의 전계  $E_s(x)$ 와 전술한 방법으로 계산한 컨덕턴스  $g(x)$ 의 분포를 보였다. 그림 4에서 제시된 전계의 분포  $E_s(x)$ 는 다른 문헌에서 Monte-Carlo 수치방법으로 구한 결과와 같은 경향을 보여주고 있다. [19]



(a)



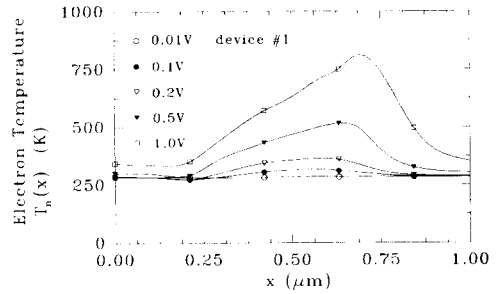
(b)

그림 4. N-I-N 소자 #2에서 여러 바이어스 전압  $V_a$ 에 따른 (a)정상상태에서의 전계의 세기  $E_s(x)$ 와 (b)컨덕턴스  $g(x)$ 의 분포.

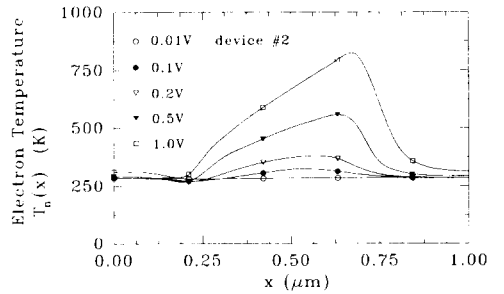
Fig. 4. Distribution of (a)dc electric field intensity and (b)conductance  $g(x)$  in n-i-n device #2 at various applied bias voltages  $V_a$ .

바이어스  $V_a=1.0V$ 에서 그림 4(b)에 보인 컨덕턴스  $g(x)$ 의  $x=L$  단자 근처에서의 분포는 평형상태에서의 분포  $g_0(x)$ 에 미치지 못한다. 이는 본 연구의 Monte-Carlo 시뮬레이션에서 사용하는 주기적 경계 조건이 소자 #2에서  $V_a=1.0V$  이상의 바이어스에서는 부적합함을 의미한다.

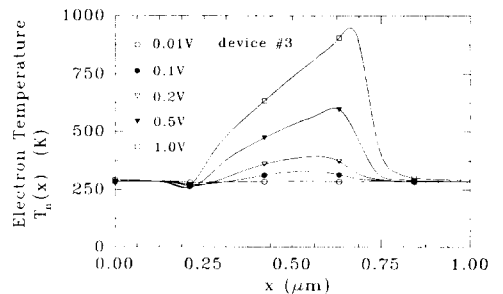
그림 5에서는 각 소자에서 (5)식으로 계산되는 소자내 전자의 온도  $T_n(x)$ 의 분포를 바이어스 전압  $V_a$ 를 매개변수로 하여 보였다.



(a)



(b)



(c)

그림 5. 소자 #1:(a), #2:(b), #3:(c)의 각 소자에서 여러 바이어스 전압  $V_a$ 에 따른 전자의 온도  $T_n(x)$ 의 분포도

Fig. 5. Distribution of electron temperature  $T_n(x)$  for device #1:(a), #2:(b), and #3:(c).

그림 5에 제시된  $T_n$ 의 분포에 의하면 소자 #1과 #2에서는 바이어스 전압  $V_a$ 가 0.1V, 소자 #3에서는 0.05V까지 전자의 온도  $T_n$ 이 격자온도와 거의 같다고 볼 수 있다.

이제 (6)식으로 주어지는 Ramo-Shockley 정리와 (18)식의 Bartlett 추정방법을 이용하여 Monte-Carlo 방법으로 열잡음량을 수치계산하는 구체적인 과정을 기술하여 보자. 먼저  $N=10^6$ 개의 데이터 갯수 정도까지 단자전류  $I [n]$ 의 데이터를 구한다. 다음 잡음전류  $i [n]$ 의 자기상관함수  $\hat{r}_N [m]$ 의 특성으로부터  $m > M_0$ 에서  $|\hat{r}_N [m]| \ll \hat{r}_N [0]$ 인  $M_0$ 값을 찾아서  $M \sim 10M_0$ 인 값을 부샘플의 데이터 갯수로 설정한다. [13] 본 연구의 각 소자에서는 1.0V 이하의 모든 바이어스 전압까지  $M$  값을 약 1000으로 설정하면 부샘플 사이의 통계적 독립성이 성립하게 되며,  $E[\hat{S}_M^K] - S_i(\omega=0)$ 로 정의되는 Bartlett 추정방법의 편의오차도 무시될 것으로 보인다. [13] 그리고  $K$ 를 증가시켜 전력밀도의  $\hat{S}_M^K$ 의 수렴특성을 관찰하여 그 특성이 좋으면 시뮬레이션을 중지한다. 이론적으로  $K=1000$ 이면 추정량의 분산오차가  $\pm 5\%$  이내로 계산될 신뢰도가 95% 정도로 크므로  $K=1000$ 을 부샘플 갯수의 기준값으로 삼았다. [13] 그림 6에서는 다음식으로 정의되는 함수  $\hat{S}_M^K(f=0, M')$ 의 성질을 보였다.

$$\hat{S}_M^K(0, M') = 4\Delta T \sum_{m=0}^{M'} \hat{r}_m^K[M] w_{m,b}[m] \quad M' = 0, \dots, M-1 \quad (19)$$

$$\hat{r}_m^K[m] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{r}_m^{(k)}[m] \quad (20)$$

그림 6은 소자 #1에서 바이어스 전압이  $V_a=10^{-4}$ V로 매우 작을 때,  $K=1000$ 인 경우의 특성이다. 이 때에는 소자가 거의 평형상태에 있을 것으로 보이며, 추정된 양을 평형상태에서의 Nyquist 정리식에 의한 잡음량  $4K_B T G_0$  값과도 비교하였다. 본래  $m \geq M/10$ 에서  $\hat{r}_m^K$ 의 기여도가 무시될 것을 예측하였으나, 그림 6에서는  $m \geq 300$ 에서  $\hat{S}_M^K(0, M)$ 의 특성이 평탄해지고 있다. 이는  $\hat{r}_N$ 의 특성에서 자기상관함수가 음의 값을 갖는 영역을 고려하지 않았기 때문이며,  $M=1000$ 이  $10M_0$  ( $M_0 \sim 300$ )보다는 작으나 이 경우에도 그림 6에서 추정결과를 Nyquist 정리에 비교하여 볼 때, 추정된 결과의 오차는 무시될 수 있음을 알 수 있다.

그림 7에서는 steady-state Nyquist 정리 및 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리를 부터 구해진 잡음전류의 전력밀도량과 Monte-Carlo 방법으로 (18)식에 의해 계산된 전력밀도를 각 소자에서 여러 바이어스 전압  $V_a$ 에 따른 특성을 보였다.

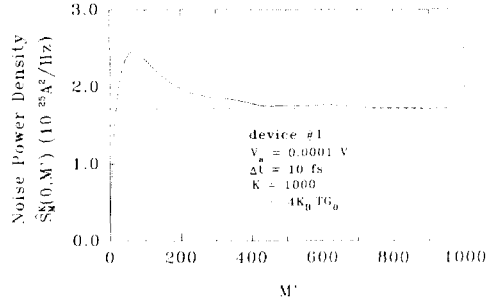


그림 6. 소자 #2에서  $V_a=10^{-4}$ V가 인가된 경우 잡음전류의 전력밀도 추정함수  $\hat{S}_M^K(0, M')$ 의 특성.

Fig. 6. Characteristics of estimation function of noise power density  $\hat{S}_M^K(0, M')$  in device #2 at bias  $V_a=10^{-4}$ V.

바이어스 전압  $V_a$ 가 0.5V보다 크면 본 연구에서 사용한 주기적 경계조건의 적용이 소자 #1과 #2의 경우에 적합하지 않으므로, 그림 7에서는  $V_a=0.5$ V까지만 결과를 제시하였다. 식 (18)로 계산된 잡음량의 추정값이 매우 작은 오차를 갖을 것이 예상되므로, 추정된 결과를 옳은 양으로 보아 해석적인 열잡음 모델인 steady-state Nyquist 정리로 구해진 잡음량을 비교하여 보자. 그림 7에서  $S_{i,c}$ 와  $S_{i,h}$ 는 각각 (1)식의 steady-state Nyquist 정리와 (3)식의 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리에 의한 결과를 나타내며,  $\hat{S}_M^K$ 는 Monte-Carlo 방법으로 (18)식에 의해 계산된 양을 나타낸다.

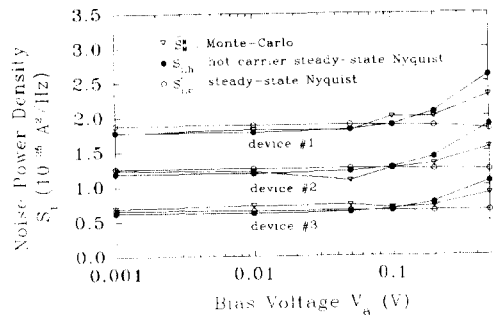


그림 7. 세 종류의 n-i-n 소자에서 여러 방법으로 계산한 열잡음 전력밀도  $S_i(\omega=0)$ 의 바이어스 전압에 따른 특성

Fig. 7. Thermal noise power densities  $S_i(\omega=0)$  of three n-i-n devices calculated by various methods as functions of bias voltages.

그림 7의 결과에 의하면 전자의 온도  $T_n(x)$ 가 격자 온도와 비슷한 범위의 바이어스 전압 한도에서, 즉 소자 #1과 #2에서는  $V_a=0.1V$ , 소자 #3에서는  $V_a=0.05V$ 까지 steady-state Nyquist 정리로 계산된 결과가 Monte-Carlo 방법에 의해 통계적으로 계산된 열잡음량과 거의 일치함을 보여 준다. 또 n-i-n 소자 #1, #2 및 #3의 각 소자에서  $V_a=0.2V$ 까지는 hot carrier 효과가 고려된 steady-state Nyquist 정리에 의한 결과가 Monte-Carlo 방법으로 계산된 열잡음 추정량과 일치함을 보여준다. 그 이상의 바이어스 전압에서는 hot carrier 효과가 고려된 steady-state Nyquist 정리와 Monte-Carlo 방법으로 추정된 잡음량이 모두 증가하고는 있으나, hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리의 결과가 다소 크게 계산된다. 이는 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리를 Boltzmann 수송 방정식으로부터 유도하는 과정에서 사용된 가정들에 기인할 수 있으므로<sup>[10]</sup>, 이러한 가정들의 타당성이 앞으로 검토되어야 할 것이다. 저전압의 바이어스에서는 전자온도  $T_n(x)$ 의 분포가 거의 평탄하며, 이 때 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리의 결과는 예상대로 steady-state Nyquist 정리의 계산량에 수렴한다. 두 계산결과의 근소한 차이는 steady-state Nyquist 정리식의 계산에서  $T_n(x)$ 을 사용하지 않고 격자온도 300K 값으로 계산하였기 때문이다.

## V. 결론

N-I-N 구조로 된 실리콘 소자에서 잡음량을 계산해 본 결과, 전자의 온도  $T_n(x)$ 가 격자온도보다 매우 크지 않으면 steady-state Nyquist 정리 또는 hot carrier 효과를 고려한 steady-state Nyquist 정리 식으로 계산된 열잡음량이 Monte-Carlo 방법으로 계산된 열잡음 추정량과 거의 일치함을 보였다. 이러한 결과는 전송자 온도가 격자온도와 거의 같은 바이어스 범위 내에서 steady-state Nyquist 정리가 비균질의 n-i-n 소자에서의 열잡음 현상을 설명할 수 있는 모델임을 보여 주고 있다. 따라서 선형영역에서 동작하는 전계효과 트랜지스터의 열잡음을 계산할 경우에도 열평형에서 Nyquist 정리에 수렴하지 않는 기존의 이론보다는 steady-state Nyquist 정리가 보다 타당성을 갖는 이론임을 보였다.

## 감사의 글

본 연구는 '91년도 서울대학교 반도체 공동연구소

를 통한 교육부의 지원과 한국전자통신연구소의 지원으로 수행되었습니다.

## 參 考 文 獻

- [1] H. S. Min, "Steady-state Nyquist theorem for nondegenerate semiconductors," *J. Appl. Phys.*, vol.64, p.6339, 1988.
- [2] A. van der Ziel and C. H. Chenete, "Noise in solid state devices," in *Advance in Electronics and Electron Physics*, vol.46, Academic, New York, p.313, 1978.
- [3] A. G. Jordan and N. A. Jordan, "Theory of noise in metal oxide semiconductor devices," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol.ED-12, p.148, 1965.
- [4] F. M. Klaassen and J. Prins, "Thermal noise of MOS transistors," *Philips Res. Rep.*, vol.22, p.505, 1967.
- [5] Duheon Song, Jungbae Lee, H. S. Min and Y.J. Park, "Theory of thermal noise in MOS transistors," in *Noise in Physical Systems and 1/f fluctuation*, Edited by T. Musha, S. Sato, and M. Yamamoto, Kyoto, p.269, 1991.
- [6] H. S. Min, "A generalized formula for the a.c. admittances of nondegenerate semiconductor devices with one-dimensional geometry near equilibrium," *Solid State Electron.*, vol.32, p.295, 1989.
- [7] P. H. Ladbrook, *MMIC design : GaAs FETs and HEMTs*, Artech House, Norwood, p.156, 1986.
- [8] A. van der Ziel, *Noise in solid state devices and circuits*, John Wiley & Sons, New York, p.63, 1986.
- [9] H. S. Min "A unified theory of noise in nondegenerate semiconductors," *J. Appl. Phys.*, vol. 61, p.4549, 1987.
- [10] 모경구, "정상상태의 반도체 잡음에 관한 연구," 서울대학교 전자공학과 석사학위 논문, 1992.



- [11] P. De Visschere, "The validity of Ramo's theorem," *Solid State Electron.*, vol.33, p.455, 1990.
- [12] Hunsuk Kim, H. S. Min, T. W. Tang and Y. J. Park, "An extended proof of the Ramo-Shockley theorem," *Solid State Electron.*, vol.34, p.1251, 1991.
- [13] Kie Young Lee, H. S. Min, and Y. J. Park, "Estimation of noise power spectral densities from the Monte-Carlo simulated terminal currents in semiconductor devices," to be published in *Solid State Electronics*.
- [14] G. M. Jenkins and D. G. Watts, *Spectral analysis and its applications*, Holden-Day, San Fransisco, 1968.
- [15] S. L. Marple, Jr., *Digital spectral analysis with applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.
- [16] J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random data: Analysis and measurement procedures*, 2nd Edn., Wiley-Interscience, New York, 1986.
- [17] J. Bude, "Scattering mechanisms for semiconductor transport calculations," in *Monte-Carlo device simulation: Full band and beyond*, Edited by K. Hess, Kluwer Academic, Norwell, p.27, 1991.
- [18] A. Reklaitis, "The calculation of electron transient response in semiconductors by the Monte Carlo technique," *Phys. Lett.*, vol.88A, p.367, 1982.
- [19] J. Zimmermann and E. Constant, "Application of the Monte-Carlo technique to hot carrier diffusion noise calculation in unipolar semiconductor components," *Solid State Electron.*, vol.23, p.915, 1980.

著者紹介



李 奇 榮(正會員)

1956年 12月 25日生. 1981年 2月 서울대학교 전자공학과(공학사). 1983年 8月 서울대학교 전자공학과(공학석사). 1993年 8月 서울대학교 전자공학과(공학박사). 1983年 8月 ~ 1984年 금성반도체 주식회사. 1987年 2月 ~ 현재 충북대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 반도체 소자 모델링 및 잡음해석 등임.



牟 耿 求(正會員)

1967年 9月 19日生. 1990年 2月 서울대학교 전자공학과(공학사). 1992年 2月 서울대학교 전자공학과(공학석사). 1992年 3月 ~ 현재 서울대학교 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심분야는 Device Physics 및 잡음이론 등임.

閔 弘 植(正會員) 第 27 卷 第 6 號 參照

현재 서울대학교 전자공학과 교수

朴 榮 俊(正會員) 第 27 卷 第 6 號 參照

현재 서울대학교 전자공학과 부교수