
 論 文

大韓造船學會論文集
 제 30 卷 第 2 號 1993 年 5 月
 Transactions of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 30, No. 2, May 1993

용접된 보강판의 압축 최종 강도의 간이 해석법

장창두*, 서승일*

A Simplified Approach to the Analysis of the Ultimate Compressive Strength of Welded Stiffened Plates

by

C. D. Jang* and Seung Il Seo*

요 약

본 논문에서는 주변 단순 지지된, 용접된 편면 보강판의 압축 최종 강도를 구하는 간략한 방법을 제안하고자 한다. 우선, 용접에 의한 변형 및 잔류응력과 같은 초기결함을 간략한 방법으로 추정하고, 이 초기결함이 존재하는 보강판의 붕괴 양식을 가정하여, 각 양식에 대해 최종 강도를 구하고, 여러 붕괴 하중에 대해 최소치를 택함으로 보강판의 붕괴 하중을 얻는다. 보강판이 최종 강도 상태에 달하기까지 붕괴 과정을 다음과 같이 가정한다.

- (1) 보강판의 전체 좌굴 → 보강재의 굽힘에 의한 전체 붕괴
- (2) 판재의 국부 좌굴 → 판재의 국부 붕괴 → 보강재의 전단면 항복에 의한 전체 붕괴
- (3) 판재의 국부 좌굴 → 보강재의 굽힘에 의한 전체 붕괴
- (4) 판재의 국부 좌굴 → 판재의 국부 붕괴 → 보강재의 비틀 변형(tripping)에 의한 전체 붕괴

붕괴 하중 계산을 위해 Rayleigh-Ritz 법에 기초한 탄소성 대변형 해석을 수행하고, 소성 붕괴 선을 가정한 소성 해석을 수행하여 탄성 해석선과 소성 해석선의 교점을 최종 강도로 택한다. 본 방법을 비선형 유한요소법과 비교해 보면 극히 짧은 계산 시간에 양호한 결과를 산출한다는 것을 알 수 있다. 본 방법에 의한 해석 결과를 통해 판재의 국부 거동에 미치는 보강재의 비틀 강성의 효과를 고찰하였고, 보강재의 굽힘에 의한 전체붕괴와 비틀 변형(tripping)에 의한 전체 붕괴의 기준이 되는 보강재의 형상을 제시할 수 있었다.

접수일자 : 1992년 12월 30일, 재접수일자 : 1993년 2월 10일

*정회원, 서울대학교 조선해양공학과

Abstract

In this paper, a method to calculate the ultimate compressive strength of welded one-sided stiffened plates simply supported along all edges is proposed. At first initial imperfections such as distortions and residual stresses due to welding are predicted by using simplified methods. Then, the collapse modes of the stiffened plate are assumed and collapse loads for each mode are calculated. Among these loads, the lowest value is selected as the ultimate strength of the plate. Collapse modes are assumed as follows :

- (1) Overall buckling of the stiffened plate→Overall collapse due to stiffener bending
- (2) Local buckling of the plate part→Local collapse of the plate part→Overall collapse due to stiffener yielding
- (3) Local buckling of the plate part→Overall collapse due to stiffener bending
- (4) Local buckling of the plate part→Local collapse of the plate part→Overall collapse due to stiffener tripping

The elastic large deflection analysis based on the Rayleigh-Ritz method is carried out, and plastic analysis assuming hinge lines is also carried out. Collapse load is defined as the cross point of the two analysis curves. This method enables the ultimate strength to be calculated with small computing time and a good accuracy. Using the present method, characteristics of the stiffener including torsional rigidity, bending and tripping can also be clarified.

1. 서 론

선체는 기본적으로 용접으로 결합된 보강판으로 이루어져 있고, 파랑 중에 반복적으로 호깅과 새깅 상태에 놓이게 된다. 호깅과 새깅 상태에서 갑판 및 선저 등의 보강판은 압축 하중을 받게 되어, 좌굴이나 항복 등의 발생으로 붕괴하는 경우가 발생하게 된다. 더우기 구조 경량화에 대한 요구가 증대됨에 따라 갑판이나 선저 등의 판두께가 얇아지는 추세이므로 좌굴 강도가 문제시 된다.

구조 경량화의 요구를 만족시키면서 신뢰성이 높은 판구조물을 설계하기 위해서는 판구조물의 강도에 영향을 미치는 요인들을 적절히 고려해야 한다. 용접 판구조물에는 초기 변형과 잔류응력 등의 초기 결함이 필연적으로 발생하게 되는데, 이같은 초기 결함은 판구조물의 강도에 현저한 영향을 미친다는 것이 알려져 있다[1]. 따라서 신뢰성 높은 선체의 설계를 위해서는 선체의 기본을 이루는 용접된 보강판이 압축 하중을 받을 때의 거동을 정밀히 해석할 필요성

이 있다.

압축 하중 하의 보강판은 좌굴이 먼저 발생하지만, 보(beam)와는 달리 좌굴 후에도 강도가 존속한다. 구조 경량화를 위해서는 좌굴 후의 강도까지 설계에 반영하는 것이 필요한데, 좌굴 후에는 보강판에서 대변형이 발생하고 부분적인 소성이 발생하게 되어 강도 해석 시에 많은 복잡성이 존재한다. 더우기 보강판에서는 보강재와 판재 간의 연성작용으로 인해 국부 좌굴과 전체 좌굴이 교차되어 나타나거나 동시에 나타나기도 하여서 거동 양상이 복잡하다. 또한 대변형의 발생으로 인해 보강판의 거동에는 기하학적 비선형성이 존재하게 되고, 소성화의 진행과 함께 재료적인 비선형성이 존재하게 된다. 기하학적인 비선형성과 재료 비선형성을 고려하면서 보강판의 강도를 해석하려면 유한요소법과 같은 수치적인 방법이 필수적이 된다. Ueda등[2,3]은 유한요소법에 의해 용접된 보강판의 기하학적 비선형성 및 재료의 비선형성을 고려하면서 그 거동을 추적하여서 압축 하중 하의 보강판의 붕괴 과정을 상세히 검토하였다. 이들은

용접에 의한 초기 결함을 추정하고, 보강재의 비틀 강성을 무시한다는 가정하에, 판과 보강재의 굽힘변형 시의 연성 작용을 상세히 해석하여 국부 붕괴와 전체 붕괴의 경계를 제공하는 보강재의 최소 강비를 제안하였다. 그러나 유한요소법에 의한 비선형 해석에서는 계산 시간이 방대하는 결점이 있다. 이 결점을 극복하고자 Fujita등[1]은 용접된 보강판의 압축 강도를 해석할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 이 방법에서는 탄성 대변형 해석과 소성 해석을 분리해서 수행하여 그 교차점을 최종 강도로 택하고 있다. 이 방법은 유한요소법등의 정밀 해석과 비교하여도 정확성이 양호하고 계산 기간은 대폭 감소된다는 장점이 있다. 그러나 Fujita등의 정식화에서는 보강재가 판을 중심으로 대칭적으로 부착된 경우를 대상으로 하고 있기 때문에 실제 선체 구조에서의 적용에는 무리가 있게 된다.

Tanaka 등[4]은 Fujita등의 방법을 이용하면서, Ueda 등이 고려하지 않았던 보강재의 비틀 변형을 고려하여 보강판의 압축 하 거동을 더욱 자세하게 검토 하였다.

본 논문에서는 용접된 편면 보강판을 대상으로 하여 용접에 의한 초기결함의 영향을 고려한, 간편한 압축 최종 강도 해석 방법을 제시하고, 실제 선체 구조에 적용 가능성을 검토하고자 한다. 경제적이면서도 정확성이 있게 강도 해석을 수행하고자 Fujita의 방법을 이용하였으나, Fujita 등이 고려하지 않았던 보강재의 편심 효과도 고려하였고, Ueda 등[2,3]이 무시하였던 보강재의 비틀 변형도 고려하여서, 국부 붕괴에 미치는 보강재의 비틀 강성의 효과를 보이고자 하였다. 또한 보강판의 굽힘에 의한 붕괴와 비틀 변형(tripping)에 의한 붕괴를 구분하는 보강재의 특성치를 제시하고자 한다.

2. 용접 초기 결함의 추정

2.1 잔류응력의 추정

Ueda 등[3]은 정밀 열탄소성 해석 및 실험 결과를 토대로 용접 잔류응력의 추정법을 제시하였다. Ueda 등의 결과에 따르면 인장 잔류응력의 분포 폭 b_w , b_s 및 인장 잔류응력의 크기 σ_{w1} 은 다음과 같다.

$$b_w = t_s / 2 + 0.619 Q_{max} / (t_s + 2t) \tag{1}$$

여기서, t_s = 보강재의 두께 (mm)

- t = 판재의 두께 (mm)
- Q_{max} = 최대 입열 패스의 입열량 (J/mm)
- $= \eta I V / v$
- η = 아크 효율
- I = 용접 전류 (A)
- V = 아크 전압 (V)
- v = 용접 속도 (mm/sec)

$$\begin{aligned} \sigma_{w1}(SM\ 41) &= \sigma_y(SM\ 41) \times 1.0 \\ \sigma_{w1}(SM\ 50) &= \sigma_y(SM\ 50) \times 1.0 \\ \sigma_{w1}(SM\ 53) &= \sigma_y(SM\ 53) \times 1.0 \\ \sigma_{w1}(SM\ 58) &= \sigma_y(SM\ 58) \times 0.8 \\ \sigma_{w1}(HT\ 80) &= \sigma_y(HT\ 80) \times 0.55 \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 σ_y : 항복응력

$$b_s = 1.13h \tag{3}$$

2.2 용접에 의한 변형의 추정

필렛 용접에 의해서 비드 부분에 각 변형이 발생하고 이로 인해 판재(panel)부분에 Fig.2와 같이 면의 방향의 초기 처짐이 형성된다. 이 초기 처짐을 Fourier 급수로 전개하면 많은 성분이 존재하게 되는데, 좌굴 강도에 지배적인 영향을 미치는 성분은 좌굴 모드와 일치하는 파수의 초기처짐 성분이다.

Ueda 등[3]이 제시한 좌굴 모드에 해당하는 유효 초기 처짐 계수 ζ 는 다음 식으로 구해진다.

$$\zeta = A_0 / W_0 \tag{4}$$

A_0 = 판의 좌굴 강도에 해당하는 파수의 초기 처짐 성분

W_0 = panel의 최대 초기 처짐량

$$\begin{aligned} \zeta &= 1 & \beta &\leq 1.0 \\ &= 1 - 2/3(1-1/K)(\beta - 1) & 1.0 &\leq \beta \leq 2.5 \\ &= 1/K & \beta &\geq 2.5 \\ \beta &= (b'/t)\sqrt{\sigma_y/E} & K &= \text{좌굴 모드 파수} \end{aligned} \tag{5}$$

$$W_0 = \frac{\frac{2b'}{\pi m} \delta_x + \frac{2\pi b'^4}{15a^3} m \delta_y}{\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{(m-1)/2} \left[\frac{\pi^4 b'^4}{m^4} + \frac{\pi^2 b'^2}{m^2} + 2 \right]} \tag{5}$$

(여기서 m은 기수만)

$$\begin{aligned} \delta_x &= \{ 1 - (t_s + 2f) / b \} \delta_f \\ \delta_y &= \{ 1 - (t_s + 2f) / a \} \delta_f \end{aligned} \quad (6)$$

f: 각장

$0 \leq Q_{eq} / t^2 \leq 20.95 \text{ J/mm}^3$ 일 때

$$\delta_f = 1.42 \times 10^{-3} Q_{eq} / t^2 \quad (7)$$

$20.95 \leq Q_{eq} / t^2 \leq 73.32 \text{ J/mm}^3$ 일 때

$$\delta_f = -5.728 \times 10^{-4} Q_{eq} / t^2 + 0.042$$

여기서, $Q_{eq} = \frac{2t}{2t + t_s} 2Q_{max}$

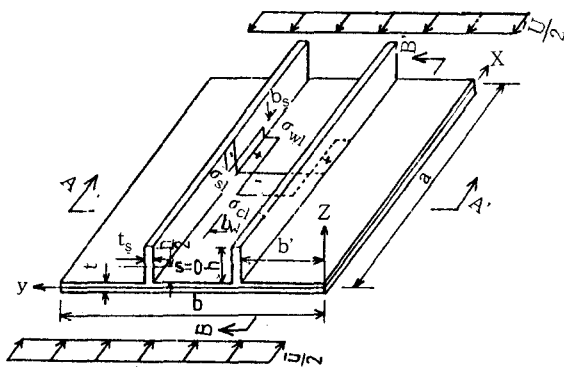
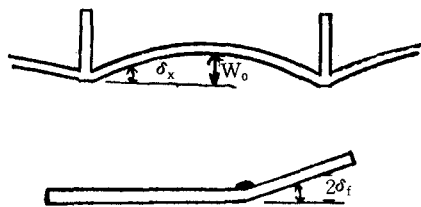
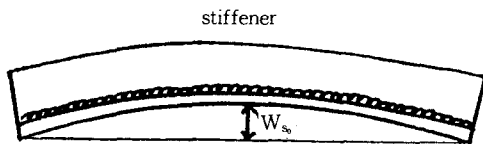


Fig.1 Coordinate system of the welded stiffened plate



(a) Angular distortion and out of plane distortion of panels



(b) Longitudinal distortion of stiffeners

Fig.2 Welding distortions

필렛 용접 후에는 판재의 각변형 뿐 아니라, Fig.2 (b)와 같이 보강재의 종변형이 나타나고, 이것은 보강판의 전체 붕괴 시에 강도 저하에 기여한다. 보강재의 종변형은 판재를 유효폭(effective breadth, 통상 연강에 대해서는 60t)만큼 취하여 보(beam)로 보고, 보의 종굽힘 변형식을 사용한다[14].

$$1/r = 0.366 \times 10^{-3} \times Q_{max} e_s / I_s \quad (8)$$

1/r=종굽힘의 곡률 반경

e_s=유효폭을 포함한 보의 중립축으로부터 용접부까지의 거리

I_s=유효폭을 포함한 보의 단면2차 모멘트

$$W_{s0} = \frac{1}{8r} a^2 \quad (9)$$

3. 보강판의 붕괴 양식 구분

압축 하중 하의 보강판은 보강재의 강성에 따라 다양한 거동을 보이게 된다. Ueda의 연구에 따르면 보강재의 강비 γ 는 다음과 같이 정의된다[2].

$$\gamma = EI / Db \quad (10)$$

여기서, E=Young's Modulus

I=보강재의 2차 모멘트

D=판재의 굽힘 강성도= $Et^3 / 12(1-\nu^2)$

국부 좌굴과 전체 좌굴의 분기점이 되는 보강재의 강비를 γ_{min}^B 이라 정의하고, 국부 붕괴와 전체 붕괴의 분기점이 되는 보강재의 강비를 γ_{min}^U 이라 정의하였다. Ueda가 정의한 보강재의 강비는 보강재의 굽힘만 고려한 것이나, 실제의 보강재에서는 비틀에 의한 붕괴도 나타나므로 비틀 거동을 고려한 붕괴 양식의 분류가 필요하다. 본 논문에서는 보강재의 붕괴 양식을 다음과 같은 4종류로 분류한다.

- (1) 보강판의 전체 좌굴→보강재의 굽힘에 의한 전체 붕괴
- (2) 판재의 국부 좌굴→판재의 국부 붕괴→보강재의 전단면 항복에 의한 전체 붕괴
- (3) 판재의 국부 좌굴→보강재의 굽힘에 의한 전체 붕괴
- (4) 판재의 국부 좌굴→판재의 국부 붕괴→보강재의 비틀 변형(tripping)에 의한 전체 붕괴

4. 용접된 보강판의 붕괴 양식에 따른 최종 강도 해석

보강판의 붕괴 양식을 구분하여 각 붕괴 양식에 대해 별도의 처짐 형상을 가정하고 최종 강도 해석을 수행하면 극히 간단한 계산 과정으로도 정확도가 높게 최종 강도가 산출될 수 있다.

4.1 전체 좌굴→전체 붕괴

보강재의 강성이 국부 좌굴을 발생 시킬 만큼 크지 않으면 보강재는 판재와 일체가 되어 전체 좌굴이 발생하고 전체 붕괴로 이어진다. 전체 좌굴 강도와 국부 좌굴 강도를 계산하여, 그 값이 작은 쪽의 좌굴이 먼저 발생한다고 가정한다.

4.1.1 탄성 해석

Fig.1과 같이 초기 처짐 및 잔류응력이 존재하는 보강판에 압축 하중이 작용했을 때, 보강판의 전체 좌굴을 지배하는 처짐을 다음과 같이 가정한다.

$$w = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \tag{11}$$

$$w_i = W_{s0} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \tag{12}$$

탄성 대변형을 고려한 적합 조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \\ & = E \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \tag{13}$$

여기서, F=Airy의 응력 함수
면내 경계 조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0 \quad \text{at} \quad \begin{cases} x = 0, a \\ y = 0, b \end{cases} \tag{14}$$

$$u(x=a) - u(x=0) = \bar{u}$$

$$v(y=b) - v(y=0) = \text{constant} \tag{15}$$

u=x방향의 변위
v=y방향의 변위

$$t \int_0^b \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dy = -\sigma b t \tag{16}$$

$$t \int_0^a \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx = 0 \tag{17}$$

여기서 σ =평균 압축응력

(11), (12)식을 (13)식에 대입하여 응력 함수를 구하면 다음과 같이 된다.

$$F = \frac{\sigma}{2} y^2 + \frac{E}{32} (A^2 + 2AW_{s0}) \tag{18}$$

$$\left\{ \frac{a^2}{b^2} \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{b^2}{a^2} \cos \frac{2\pi x}{b} \right\} + f(y)$$

여기서 f(y) : 잔류 응력에 해당하는 응력 함수 성분
f(y)"=g(y)판의 면내 변형 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_I = & \frac{t}{2E} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right)^2 - \right. \\ & \left. 2\nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + 2(1+\nu) \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dydx \end{aligned} \tag{19}$$

여기서, ν =poisson 비

판의 굽힘 변형 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} U_B = & \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ & \left. 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dydx \end{aligned} \tag{20}$$

x방향의 변위는 다음과 같다.

$$u = \frac{1}{b} \int_0^a \int_0^b \left[\frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w_i}{\partial x} \right] dy dx \quad (21)$$

전 포텐셜 에너지를 구하기 위하여서는 보강재에 의한 에너지를 구해야 한다. 편면 보강재의 변형 에너지를 구하기 위해 보강재와 판의 결합부에서 응력이 서로 같다는 조건으로부터 응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{si} &= \left[\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - E z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]_{y=y_i} + g_s(s) \\ &= -\frac{EA^2\pi^2}{8a^2} \cos \frac{2\pi}{b} y_i - \sigma + E(s+c) A \frac{\pi^2}{a^2} \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y_i + g_s(s) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $g_s(s)$ =보강재에서 잔류응력 분포를 나타내는 함수

c =판재의 중립축으로부터 보강재 자체의 중립축까지의 거리

y_i =보강재의 위치

보강재의 변형 에너지는 다음 식으로 구해진다.

$$U_s = \sum_i^n \frac{t_s}{2E} \int_0^a \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{si}^2 ds dx \quad (23)$$

여기서, n =보강재의 수

잔류응력의 분포는 Fig.1과 같으나 압축 강도에 영향을 주로 미치는 것은 압축 잔류응력 성분이므로 압축 잔류응력 성분만이 존재한다고 가정하여 판재 및 보강재에 균일 분포시킨다. 즉

$$g(y) = g = \frac{\sigma_{c1} (b' - 2b_w)}{b'} \quad (24)$$

$$g_s(y) = g_s = \frac{\sigma_{s1} (h - b_s)}{h} \quad (25)$$

보강재가 편면으로 부착된 경우에는 편심 효과에 의한 추가의 모멘트를 고려해 주어야 한다. 따라서 외력이 한 일은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} U_w &= -\{ (\sigma + g) bt + (\sigma + g_s) n h t_s \} u \\ &\quad + \sigma d (bt + nht_s) \frac{1}{b} \int_0^b \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{x=0} dy \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 d =판재의 중립축으로부터 하중점까지의 거리

전 포텐셜 에너지는 (19),(20)식 및 (26)식에 의해

$$\Pi = U_I + U_B + U_S - U_w \quad (27)$$

Rayleigh-Ritz 방법에 의하면

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A} = 0 \quad (28)$$

일때 계의 평형을 이룬다. 따라서 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{(W_1^2 - W_{s01}^2)W_1}{8} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \sum_i^n \cos^2 \frac{2\pi y_i}{b} \\ &- \frac{3}{\pi} (W_1^2 - W_{s01}^2) \frac{c}{t} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \sum_i^n \sin \frac{\pi y_i}{b} \cos \frac{2\pi y_i}{b} + (W_1 - W_{s01}) \left[\frac{1}{6} \left(\frac{h}{b} \right)^3 \right. \\ &\left. \left(\frac{b}{t} \right)^2 \frac{t_s}{t} + 2 \left(\frac{c}{t} \right)^2 \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^2 \\ &\sum_i^n \sin^2 \frac{\pi y_i}{b} + \frac{(W_1^2 - W_{s01}^2)W_1}{16} \left[\left(\frac{b}{a} \right)^2 \right. \\ &\left. + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] + \frac{(W_1 - W_{s01})}{12(1-\nu^2)} \\ &\left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2 + \frac{w_1}{\pi^2} \frac{(\sigma + g_s)}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t} \right)^2 \\ &\frac{t_s}{t} \frac{h}{b} \sum_i^n \cos \frac{2\pi y_i}{b} - \frac{8}{\pi^3} \frac{(\sigma + g_s)}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{b}{t}\right)^2 \frac{t_s}{t} \frac{h}{b} \frac{c}{t} \sum_i^n \sin \frac{\pi y_i}{b} - \frac{w_1}{\pi^2} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t}\right)^2 \left(\frac{(\sigma+g)}{\sigma_y} + n \frac{(\sigma+g_s)}{\sigma_y} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right) - \frac{16}{\pi^4} \frac{\sigma}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t}\right)^2 \frac{d}{t} \left(1 + n \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right) = 0 \quad (29)$$

여기서, $W_1 = (A + W_{s0}) / t$
 $W_{s01} = W_{s0} / t$

4.1.2 소성 해석

소성 붕괴선을 가정하고 하중 편심에 의한 추가의 모멘트를 고려하면 다음식이 얻어진다.

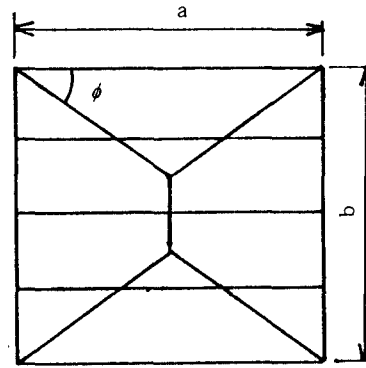
$$\sigma(bt + nht_s) \dot{u} + \sigma(bt+nht_s) \dot{\theta} = \sum_m \int_{\ell_m} (M^{(m)} + W^{(m)}N^{(m)}) \dot{\Theta}^{(m)} d\ell_m - \sum_m \int_{\ell_m} N^{(m)} \dot{U}^{(m)} d\ell_m \quad (30)$$

- 여기서, θ : $x=0$ 에서 보강판의 회전 변위
- u = 하중 위치에서 강제 변위
- $M^{(m)}$ = 소성 붕괴선에 대한 합 모멘트
- $N^{(m)}$ = 소성 붕괴선의 수직인 합응력
- $\Theta^{(m)}$ = 소성 붕괴선의 회전각
- U = 소성 붕괴선의 면내 변위
- ℓ_m = 소성 붕괴선
- $\dot{\cdot}$ 는 변화율이다.

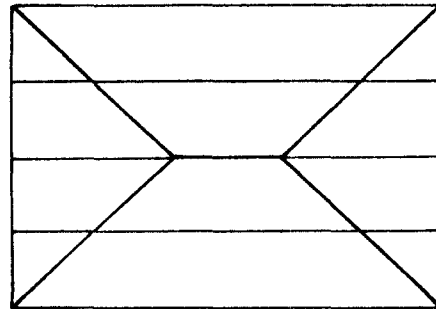
전체 붕괴 시의 보강판의 소성 붕괴선은 Fig.3와 같은 형태이지만 보강재도 함께 붕괴하므로 보강재의 소성 붕괴 모멘트가 고려된다.

$a/b \leq 1$ 일때

$$w_1 = \frac{1}{\alpha(4b/a - 2\tan\phi)} \left[\frac{\xi(\phi)}{\cos\phi \sin\phi} + \xi(90^\circ) \left(\frac{b}{a} - \tan\phi \right) + 2 \left(\frac{h}{b} \right)^2 \frac{b}{a} \frac{b}{t} \frac{t_s}{t} n \right]$$



(a) $a/b \leq 1$



(b) $a/b > 1$

Fig.3 Hinge lines of the stiffened plate

$$- 4 \frac{\left[\frac{b}{a} + n \frac{h}{b} \frac{b}{a} \frac{t_s}{t} \right]}{\left(4 \frac{b}{a} - 2 \tan \phi \right)} \frac{d}{t} \quad (31)$$

$a/b > 1$ 일때

$$W_1 = \frac{1}{2\alpha} \left[\frac{\xi(\phi)}{\sin^2\phi} + \xi(0^\circ) \left(\frac{a}{b} - \cot\phi \right) \cot\phi + 2 \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \frac{b}{t} \cdot \frac{t_s}{t} \cdot n \right] - 2 \left(1 + n \frac{h}{b} \frac{t}{t} \right) \frac{d}{t} \quad (32)$$

붕괴선의 소성 모멘트를 M이라 하면 Von Mises 이론에 따라[1],

$$\xi(\phi) = \frac{M}{M_p} = \frac{2(1 - a^2)}{\sqrt{4 - 3a^2(\cos^2\phi - \sin^2 2\phi)}} \quad (33)$$

여기서 $M_p = (1/4)\sigma_y t^2$
 $a = \sigma/\sigma_y$

이 된다.

4.1.3 최종 강도 해석

Fig.4와 같이 탄성 해석선과 소성 해석선의 교점을 최종 강도로 택한다. 소성 붕괴선의 각도는 참고 문헌 [10]의 결과에 따라 32°로 취한다.

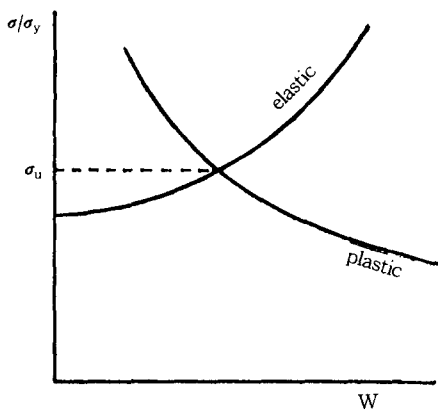


Fig.4 Definition of ultimate strength

4.2 국부 좌굴→국부 붕괴→보강재 항복

4.2.1 탄성 해석

보강재의 굽힘 강성이 크고, 비틀 강성이 작게 되면 판재의 국부 좌굴이 먼저 발생하고, 보강재는 판재의 경계가 되어 보강재 사이의 판재 단독만이 별도로 거동한다고 볼 수 있다. 판재의 처짐을 다음과 같이 가정한다.

$$w = A \sin\left(\frac{\pi x}{a'}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b'}\right) \quad (34)$$

$$w_i = A_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a'}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b'}\right) \quad (35)$$

$a' = a/K$
 $K = \text{좌굴 파수}$
 $K = \text{int}(a/b') : a/b' \text{의 나머지가 없을 때,}$
 $= \text{int}(a/b') + 1 : a/b' \text{의 나머지가 있을 때}$
 $\text{int}(x) = x \text{의 정수 성분}$

이 때의 평형 방정식은(29) 식에서 $h=d=c=0$ 이고, a, b 및 W_{s01} 대신에, 각각 $a', b', W_{01}(=A_0/t)$ 을 대입하면 된다.

4.2.2 소성 해석

소성 해석도 탄성 해석과 같이 (31), (32)식에서 $h=d=c=0$ 이고, a, b 대신에 a', b' 을 대입하면 된다.

4.2.3 최종 강도 해석

판재의 최종 강도는 4.1.3과 같은 방법으로 구해진다. 보강재는 전단면 소성에 의해 붕괴되므로 보강판 전체의 붕괴 강도는 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{\sigma_{col}}{\sigma_y'} = \frac{(b t \sigma_{lc} + n h t_s \sigma_{sy})}{(\sigma_y b t + \sigma_{sy} n h t_s)} \quad (36)$$

여기서,

- σ_{col} = 보강판의 붕괴 응력
- σ_{lc} = 판재의 붕괴 응력
- σ_{sy} = 보강재의 항복 응력
- σ_y = 판재의 항복응력
- $\sigma_y' = \sigma_y b t + \sigma_{sy} n h t_s$

4.3 국부 좌굴→보강재 굽힘에 의한 전체 붕괴

보강재의 강성이 증가되어 전체 좌굴을 억제할 만큼 되면 판재의 국부 좌굴이 먼저 발생한다. 그러나 보강재의 굽힘 강성이 판재의 국부 붕괴만 발생시킬 만큼 충분히 크지 않으면 보강재의 굽힘에 의해 전체 붕괴가 발생한다. 국부 좌굴이 먼저 발생할 것인가 전체 좌굴이 먼저 발생할 것인가는 다음과 같은 좌굴 강도를 계산하여 그 크기에 의해 판정하게 된다. 즉 그 크기가 작은 쪽이 먼저 좌굴이 발생한다고 볼 수 있다. 간략히 전체 좌굴 강도를 구하기 위해서, 4.2절과 같이 판재와 보강재의 굽힘 변형 에너지를 구하지 않고, 단지 보강재의 강성을 판재에 단순히 균일 분포시키는 방법을 이용한다. 이는 다음과 같은 유효 두께 및 강성을 구함으로 가능하게 된다.

국부 좌굴 강도

$$\sigma_{1c} = K_c D \pi^2 \left[\frac{t}{b'} \right]^2 \quad (37)$$

전체 좌굴 강도

$$\sigma_{oc} = K_c D_o \pi^2 \left[\frac{t_o}{b} \right]^2 \quad (38)$$

여기서,

$$t_o = t + \frac{n h t_s}{b}$$

$$D = \frac{E t^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

$$D_o = -\frac{E t^3}{12 (1 - \nu^2)} + \frac{n E t_s h^3}{12 b}$$

K_c = aspect비에 따른 좌굴 계수

국부 좌굴이 발생하면 판재는 유효폭(effective width)만큼의 판재만이 강성에 기여한다고 볼 수 있다. 유효폭은 다음 식과 같이 정의된다.

$$b_{ep} = \frac{\sigma b'}{\sigma_{max}} \quad (39)$$

붕괴 시에는 최대 응력이 항복에 도달한다고 볼 수 있으므로 최대 응력을 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\sigma_{max} = \sigma_y \quad (40)$$

여기서, σ_y = 항복 응력

유효폭 이외의 판재는 강성이 존재하지 않는다고 가정하여 다시 에너지를 구하고, 평형 방정식을 유도하면 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \frac{(W_1^2 - W_{s01}^2)W_1}{8} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \sum_i^n \cos^2 \frac{2\pi y_i}{b} \\ & - \frac{3}{\pi} (W_1^2 - W_{s01}^2) \frac{c}{t} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \\ & \sum_i^n \sin \frac{\pi y_i}{b} \cos \frac{2\pi y_i}{b} \\ & + (W_1 - W_{s01}) \left[\frac{1}{6} \left(\frac{h}{b} \right)^3 \left(\frac{b}{t} \right)^2 \frac{t_s}{t} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. 2 \left(\frac{c}{t} \right)^2 \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^2 \sum_i^n \sin^2 \frac{\pi y_i}{b} \\ & + \frac{(W_1^2 - W_{s01}^2)W_1}{16} \left[\frac{bc_1 b}{a^2} + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right] \\ & + \frac{(W_1 - W_{s01})}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{b b_{s2}}{a^2} + \frac{a^2 b_{s2}}{b^2 b} \right. \\ & \left. + 2 \frac{bc_2}{b} + 2\nu \frac{b_{s2}}{b} - 2\nu \frac{bc_2}{b} \right) \\ & + \frac{W_1}{\pi^2} \frac{(\sigma + g_s)}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t} \right)^2 \frac{t_s}{t} \frac{h}{b} \\ & \sum_i^n \cos \frac{2\pi y_i}{b} - \frac{8}{\pi^3} \frac{(\sigma + g_s)}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t} \right)^2 \\ & \frac{t_s}{t} \frac{h}{b} \frac{c}{t} \sum_i^n \sin \frac{\pi y_i}{b} - \frac{W_1}{\pi^2} \frac{\sigma_y}{E} \\ & \left(\frac{b}{t} \right)^2 \left[\frac{(\sigma + g)}{\sigma_y} + n \frac{(\sigma + g_s)}{\sigma_y} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right] \\ & - \frac{16}{\pi^4} \frac{\sigma}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{b}{t} \right)^2 \frac{d}{t} \\ & \left(1 + n \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \right) = 0 \quad (41) \end{aligned}$$

여기서,

$$bc_1 = b_{ep}(n+1) + \frac{b}{4\pi}$$

$$\sum_i^n \left[\sin \frac{4\pi}{b} (i b' - b_{ep}) - \sin \frac{4\pi}{b} \{(i-1)b' - b_{ep}\} \right]$$

$$bc_2 = b_{ep}(n+1) + \frac{b}{2\pi}$$

$$\sum_i^n \left[\sin \frac{2\pi}{b} (i b' - b_{ep}) - \sin \frac{2\pi}{b} \{(i-1)b' - b_{ep}\} \right]$$

$$b_{s2} = b_{ep}(n+1) - \frac{b}{2\pi}$$

$$\sum_i^n \left[\sin \frac{2\pi}{b} (i b' - b_{ep}) - \sin \frac{2\pi}{b} \{(i-1)b' - b_{ep}\} \right]$$

최종 강도는 4.1과 같은 과정에 따라 구하게 된다.

4.4. 국부 좌굴→보강재의 비틀림에 의한 전체 붕괴

지금까지의 보강판의 최종 강도 해석 과정에는 보강재의 비틀림 강성이 없고, 보강재의 비틀림 변형(tripping)은 발생하지 않는다는 가정이 내포되어 있었다. 그러나 실제의 보강재는 유한한 비틀림 강성을 가지고 있고 판과 보강재의 연성 작용으로 판재에서 국부 좌굴이 일어나면서 보강재에 비틀림 변형이 함께 발생하게 된다. 보강재에 비틀림 변형이 발생하면 보강재는 면외 변형에 의해 최종 강도에 이르게 된다.

4.4.1 탄성 해석

보강재의 회전 변형을 고려하기 위해 판재의 처짐과 보강재의 처짐을 Fig.5를 참조로 각각 다음과 같이 표현한다.

$$w = A \sin \frac{\pi}{a'} x \sin \frac{\pi}{b'} y \quad (42)$$

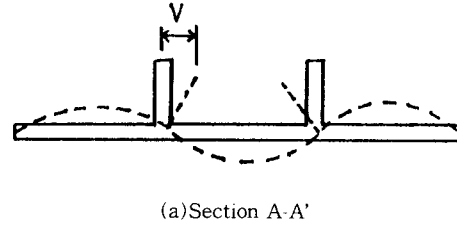
$$w_i = A_0 \sin \frac{\pi}{a'} x \sin \frac{\pi}{b'} y \quad (43)$$

$$v = -\frac{\pi}{b'} A z \sin \frac{\pi}{a'} x \quad (44)$$

$$v_i = -\frac{\pi}{b'} A_0 z \sin \frac{\pi}{a'} x \quad (45)$$

위의 처짐을 탄성 대변형 적합 조건식에 대입하여 응력 함수를 구하면 다음과 같다.

$$F_s = \frac{E a'^2}{32 b'^2} (A^2 + 2 A^2 A_0^2) \cos \frac{2\pi}{a'} x + \frac{E \pi^4 z^4}{48 a'^2 b'^2} (A^2 + 2 A^2 A_0^2) - \frac{\sigma}{2} z^2$$



(a)Section A-A'



(b)Section B-B'

Fig.5 Deflected shape of the panel and stiffener (ref. Fig.1)

$$+ f(z) = \frac{E z^2 \pi^2}{16 a'^2} (A^2 + 2 A^2 A_0^2) \quad (46)$$

보강재의 면내 변형 에너지 U_{IS} 및 비틀림 변형 에너지 U_{TS} 도 판재의 경우와 마찬가지로 구해져야 하고 보강재에서 외력이 한 일 U_{ws} 도 판재의 경우와 같이 구해져야 한다. Rayleigh-Ritz 법에 따라

$$\Pi = U_I + U_B - U_W + U_{IS} + U_{TS} - U_{ws} \quad (47)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A} = 0 \quad (48)$$

으로 부터 평형 방정식이 다음과 같이 구해 진다.

$$\frac{1}{16} \frac{h}{b} \frac{t_s}{t} \left(\frac{a'}{b'}\right)^2 (W_1^2 - W_0^2) W_1 + \frac{\pi^4}{10} \left(\frac{h}{b'}\right)^5 \frac{t_s}{t} \left(\frac{b'}{a'}\right)^2 (W_1^2 - W_0^2) W_1$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{h}{b'}\right)^3 \left(\frac{b'}{a'}\right)^2 \frac{t_s}{t} (W_1^2 - W_{01}^2) W_1 + \frac{\pi^2}{18(1-\nu^2)} \\
 & \left(\frac{t_s}{t}\right)^3 \left(\frac{h}{b'}\right)^3 \left(\frac{b'}{a'}\right)^2 (W_1 - W_{01}) \\
 & + \frac{1}{3(1+\nu)} \frac{h}{b'} \left(\frac{t_s}{t}\right)^3 (W_1 - W_{01}) + \frac{1}{16} \\
 & \left[\left(\frac{a'}{b'}\right)^2 + \left(\frac{b'}{a'}\right)^2 \right] (W_1^2 - W_{01}^2) W_1 + \frac{1}{12(1-\nu^2)} \\
 & \left(\frac{b'}{a'} + \frac{a'}{b'}\right)^2 (W_1 - W_{01}) - \frac{2}{3} \left[\frac{\sigma + g_s}{\sigma_y} \right] \left[\frac{\sigma_y}{E} \right] \\
 & \left(\frac{h}{b'}\right)^3 \left(\frac{b'}{t}\right)^2 \left(\frac{t_s}{t}\right) W_1 - \frac{1}{\pi^2} \left[\frac{\sigma + g}{\sigma_y} \right] \left[\frac{\sigma_y}{E} \right] \\
 & \left(\frac{b'}{t}\right)^2 W_1 = 0 \tag{49}
 \end{aligned}$$

여기서,
 $W_1 = (A + A_0) / t$
 $W_{01} = A_0 / t$

4.4.2 소성 해석

판재의 소성 해석은 4.2.2과 같고, 보강재의 소성 해석은 Fig.6와 같은 소성 붕괴선을 가정하여 다음 식에 따라 이루어진다.

$$W_{s1} = \frac{1}{2 \alpha (4 h/a' - \tan \phi_s)} \frac{\xi(\phi_s)}{\sin \phi_s \cos \phi_s} \tag{50}$$

$$\tan \phi_s = a' / (2h) \tag{51}$$

$$W_{s1} = W_1 \frac{h t}{b_2 t_s} \tag{52}$$

$$b_2 = a \tan \phi_s / 2 \tag{53}$$

$$W_{s1} = W_s / t$$

4.4.3 최종 강도 해석

보강재의 비틀 변형을 고려한 보강판의 최종 강도

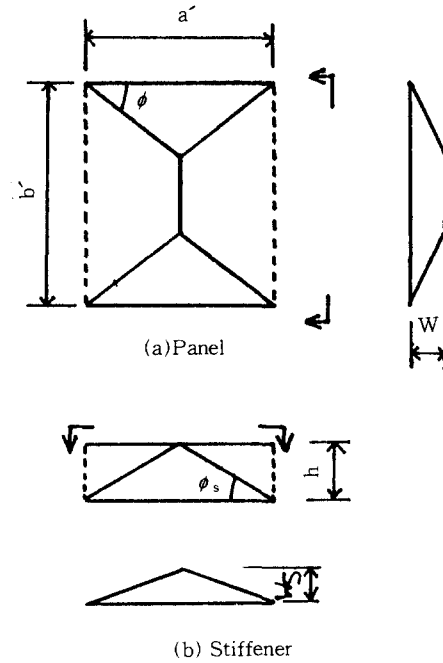


Fig.6 Hinge lines of the panel and stiffer at tripping collapse.

는 판재의 최종 강도와 보강재의 최종 강도의 합으로 구해진다. 판재의 최종 강도는 4.2.3의 방법에 따라 구해지고, 보강재의 최종 강도는 판재 붕괴 시의 W_1 을 구하여 (50)식으로 부터 구한다. 보강판 전체의 최종 강도는 (35)식과 같은 개념으로 구해진다.

5. 수치 계산 결과 및 고찰

용접된 보강판의 압축 최종 강도를 구하는 과정을 도식화하면 Fig.7과 같다. 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위해 먼저 보강재의 비틀 강성을 무시하고 판재만의 최종 강도를 계산하고 Yao의 결과[7]와 비교한 것이 Fig.8이다. 잔류응력 분포와 초기변형을 가정하고 $a' / b' = 1$ 인 경우에 대해 $\beta = (b/t) \sqrt{E / \sigma_y}$ 를 변화시키면서 최종강도를 구한 것이다. 보강재를 고려한 최종강도 해석 결과를 Y_{a0} 의 실험 결과와 비교한 것이 Fig.9이다. 여기서 $a = b = 500\text{mm}$ $t = t_s = 3.13\text{mm}$, $\sigma_y = \sigma_{sy} = 34.68\text{kg/mm}^2$, $W_{01} = 0.01$, $W_{s01} = 0.01$ 이고 $b_w = 8t$ 인 경우에 대한 것이다. 보강재

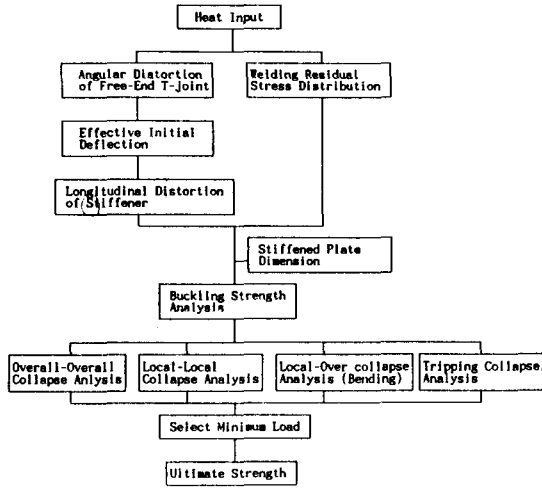


Fig.7 Flow for the calculation of ultimate strength of welded stiffened plates

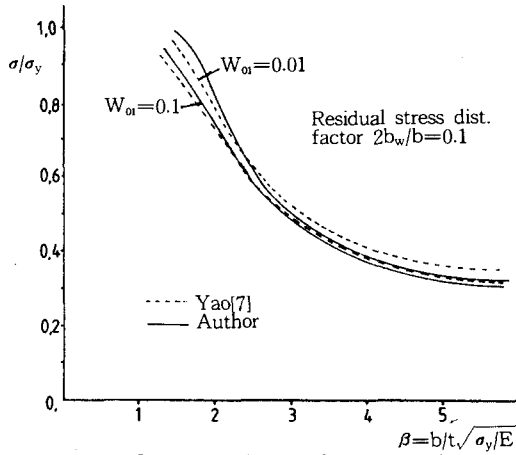


Fig.8 Collapse loads of local panels

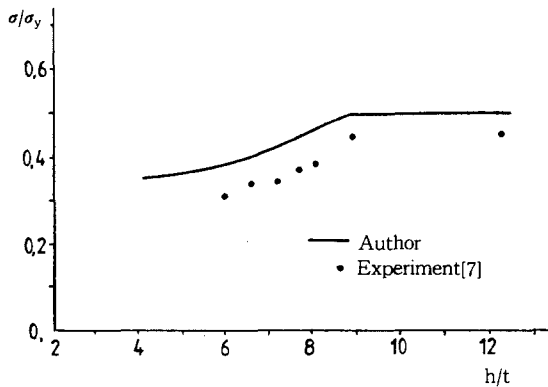


Fig.9 Ultimate strength of the welded stiffened plate (neglecting torsional rigidity of the stiffener)

Table 1. Particulars of test models and their ultimate strength(mm, kg/mm²)[4].

Details of Panel					Details of Stiffener			σ_{ul}/σ_y	
b'	t	σ_y	W_0	σ_w	h	t_s	σ_{ys}	exp.	cal.
360	6.15	23.9	0.101	-2.1	110	9.77	23.3	0.931	0.997
360	5.95	25.9	0.119	-3.47	118.5	7.98	23.0	0.990	0.995
300	4.38	45.1	0.515	-3.80	65	4.38	45.1	0.547	0.55
300	4.38	45.1	0.503	-2.55	90	4.38	45.1	0.257	0.536
360	4.38	45.1	0.523	-3.85	65	4.38	45.1	0.510	0.502

의 비틀은 억제시키고 굽힘만 고려하여 최종강도를 구한 것인데, 보강재의 굽힘이 발생하지 않고 판재가 최종 상태에 도달하면 붕괴된 것으로 간주한 결과이다. 보강재의 비틀에 의한 붕괴 발생 시의 해석 결과를 실험치와 비교해 보면 Table 1과 같이 7%이내의 양호한 일치를 보이고 있다. Table 1의 모델은 h/t가 15이상인데, 이는 전체 붕괴를 억제하고 국부 붕괴양식만 나타나게 하기 위함이다.

Yso등은 보강판의 국부붕괴 해석 시에 보강재의 비틀 변형을 고려하지 않았으나, 본 논문에서 제안한 4의 방법에 따르면 판재의 최종 강도에 미치는 보강재의 비틀 강성의 영향이 파악될 수 있다. Yao의 계산에서는 보강재의 비틀 강성이 존재하지 않고 굽힘 강성만 존재한다고 가정하였다. 이런 가정에 따르면 보강재의 굽힘 강성에 대한 강비가 한계 강비 이상이 되면 판재의 붕괴로 최종강도 상태에 도달한 것으로 간주된다. 굽힘한계 강비이상의 보강재를 가정하여 이것을 실제 계산 결과로 표시해보면 Fig.10의 실선과 같이 균일한 값으로 된다. 그러나 보강재의 비틀 강성을 고려하게 되면, 국부 붕괴 양식에서도 Yao의 결과처럼 보강재에 무관하게 균일하게 되는 것이 아니라, 비틀 강성을 대표할 수 있는 보강재의 두께에 따라 실선 및 일점 쇄선과 같이 변화하게 된다. 판재의 붕괴만을 가지고 보강재의 비틀 강성의 영향을 비교해 보면 Fig.10의 실선과 점선이 된다. 비틀 강성의 효과는 보강재의 두께가 증가됨에 따라 현저해 짐을 알 수 있다. Fig.10의 일점 쇄선은 보강재도 붕괴 상태에 도달했을 때 보강판 전체의 붕괴 강도를 판재와 보강재의 붕괴 하중의 합으로 표시한 것이다. 쇄선은 보강재도 붕괴 상태에 도달했을 때 보강판 전체의 붕괴 강도를 판재와 보강재의 붕괴 하중의 합으로 표시한 것이다.

Ueda등은 보강재의 굽힘 관점에서 최소 강비의 개념을 제안한 바 있으나, 보강재의 비틀을 고려하게 되면, 다른 양상이 발생하게 된다. Fig.11은 보강재의

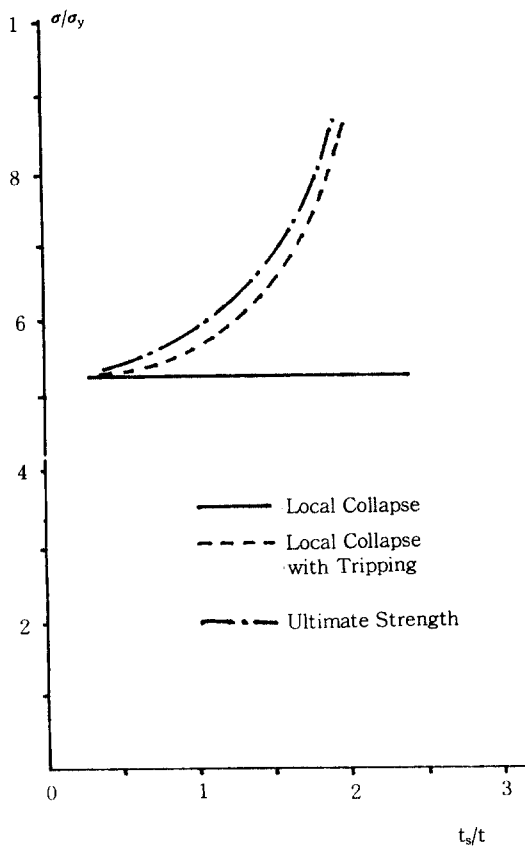


Fig.10 Effect of torsional rigidity of stiffeners

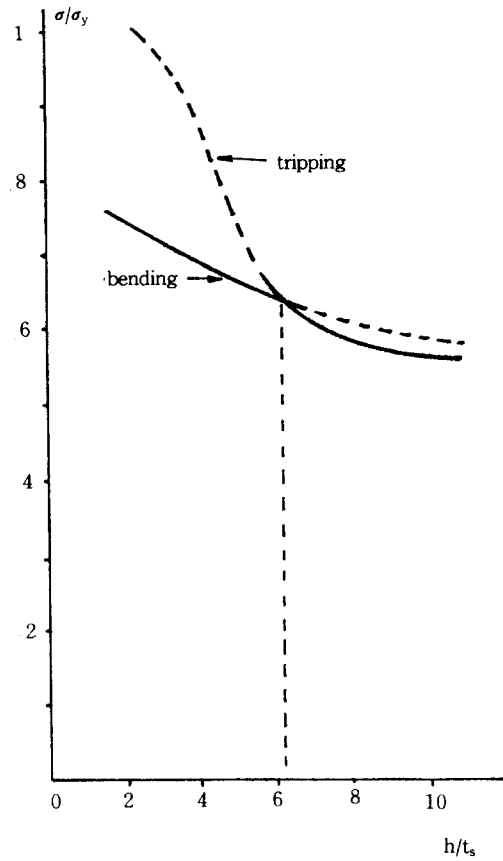


Fig.11 Change of ultimate strength according to variation of stiffener dimensions

높이와 두께의 비를 변경시키면서, 국부 좌굴 이후의 보강판의 붕괴 하중을, 보강재 붕괴에 의한 붕괴의 경우와 보강재 비틀림에 의한 붕괴의 경우를 함께 표시한 것이다. Fig.11에 따르면 높이와 두께의 비가 어느 값 이상이 되면, 보강재의 비틀림 발생의 경계가 되는 보강재의 높이-두께 비가 존재함을 인식할 수 있고, 보강재의 설계 시에도, 높이의 증가에 따라 두께 증가가 수반되도록 유의해야 함을 알 수 있다.

6. 결 론

이상에서 용접된 편면 보강판의 압축 최종 강도를 구하는 방법을 제시하고 정밀 해석 결과 및 실험 결과와 비교해 보아 본 방법의 유효성을 보였다. 편면 보강판의 압축 최종 강도는 분리된 붕괴 양식의 해석에 의해 구해 질 수 있음을 알 수 있었고 분리된 붕괴 양식은 지배적인 처짐 형상에 의해 해석될 수 있음을

알 수 있었다. 보강재의 비틀림 강성을 무시한 기존의 연구 결과와는 달리 보강재의 비틀림 변형을 고려한 결과, 보강재의 두께가 증가될 수록 보강재의 비틀림 강성의 효과가 더욱 커짐을 알 수 있었다. 또한 보강판의 붕괴 양식 중에서 보강재의 비틀림에 의한 붕괴와 굽힘에 의한 붕괴 사이에서 경계가 되는 보강재의 높이-두께 비가 존재함을 보였다.

본 해석의 방법을 이용하면 용접에 기인한 초기 결함이 붕괴 강도에 미치는 효과를 경제적이면서도 정확하게 파악할 수 있으리라 사료된다. 또한 간편하고 경제적이면서도 정확성이 있다는 장점이 있으므로 최종 강도의 반복 계산이 필요한 구조 경량화 설계에 이용될 수 있고 용접 조건이 보강판의 강도에 미치는 효과의 파악으로 인해 설계와 생산의 일관 전산화 작업에도 기초가 될 수 있으리라 사료된다.

참고문헌

- [1] Fujita Y., Nomoto T. and Niho O., "Ultimate Strength of Stiffened Plates Subjected to Compression(1st Reprot), (2nd Report)", *J. of SNAJ*, vol .141, 144, 1977, 1979 (in Japanese).
- [2] Ueda Y. and Yao T., "Minimum Stiffness Ratio of a Stiffener against Ultimate Strength of a Plate(1st Report), (2nd Report), (3rd Report)", *J. of SNAJ*, vol.140,143,145, 1976,1978,1979(in Japanese).
- [3] Ueda Y., Nakacho K. and Moriyama S., "Compressive Ultimate Strength of Rectangular Plate with Initial Imperfections due to Welding(4th Report)", *J. of SNAJ*. vol.159, 1986(in Japanese).
- [4] Tanaka Y. and Endo H., "Ultimate Strength of Stiffened Plates with Their Stiffeners Locally Buckled in Compression (1st Report), (2nd Report)", *J. of SNAJ*, vol.164, vol.169, 1989, 1991 (in Japanese).
- [5] Watanabe M. and Satoh K., "Effect of Welding Conditions on the Shrinkage Distortion in Welded Structures", *Welding Journal*, 40-8, 1961.
- [6] Ohtubo H., Yamamoto Y. and Lee Y. J., "Ultimate Compressive Strength of Stiffened Plates", *J. of SNAJ*, vol.143, 1978(in Japanese).
- [7] Yao T. "Studies on the Ultimate Compressive Strength of Ship Structural Members", Ph D. Thesis, Osaka Univ., 1980(in Japanese).
- [8] Guedes Soares C., Survey of Method of Prediction of the Compressive Strength of Stiffened Plates, *Report MK/R 57*, Univ. of Trondheim, 1981.
- [9] Conte S. D. and Boor C., *Elementary Numerical Anaysis*, McGraw Hill, 1981.
- [10] 장 창두, 서 승일, "편면 보강판의 압축 최종 강도 해석을 위한 한 방법", 대한조선학회 논문집 28권1호,1991
- [11] Fujita Y. and Nomoto T., "Studies on Thermal Elastic-Plastic Problems(1st Reprot)", *J. of SNAJ*, No.130, 1971(in Japanese).
- [12] Fujita Y., Nomoto T. and Hasegawa. H., "Studies on Thermal Elastic-Plastic Problems (3rd Report)", *J. of SNAJ*, No.144, 1978(in Japanese)
- [13] 백점기, "이상화구조 요소법에 의한 선체 구조의 최종 종강도 해석", 대한조선학회 논문집, 28권1호,1991
- [14] Aoki H., Nagai K., Kuwajima H., and Watanabe M., "Estimation of Welding Deformations for Actual late Girders", *J. of Jws* 50-1,1981(in Japanese).