

積層係를 통과하는 塑性應力波의 傳波

A Wave Propagation Analysis in the Layered Systems

李相昊* · 安秉琦** · 姜永求***

Lee, Sang Ho · Ahn, Byoung Ki · Kang, Young Goo

Abstract

The stress waves generated by the mechanical energies by impact or the chemical energies by the explosions are transmitted through medium. The wave propagation process through medium is a very complicated procedure due to the reflections and refractions of the waves at the free surfaces and interfaces.

In this study the pressure independent Von-Mises model is employed for the wave propagation analysis in the layered systems. Governing equations of this study are conservation equations of momentum and mass in Lagrangian coordinate system which is fixed to the material. Due to the shock-front which violates the continuity assumptions inherent in the differential equations numerical artificial viscosity is used to spread the shock front over several computational zones.

These equations are solved by Finite Difference Method with discretized time and space coordinates. The associate normality flow rule as a plastic theory is implemented to find the plastic strains.

요 지

충돌이나 폭발시 발생하는 기계적 에너지나 화학적 에너지는 응력파의 형태로 매체를 통과하게 되며, 매체의 자유면과 절리면을 따라 반사와 굴절을 거듭하는 매우 복잡한 과정을 거치게 된다.

본 연구에서는 재료특성을 달리하는 층을 통과하는 소성응력파의 전파과정을 압력 부종속 모델인 Von-Mises 모델을 사용하여 연구하였다. 응력파의 전파과정을 연구하기 위한 지배 방정식(governing equation)으로서는 물체에 종속되어 있는 라그랑지안 좌표계(lagrangian coordinate system)로 표현된 운동량과 질량보존(conservation of momentum and mass)법칙식을 사용하였으며 또한 충격전면(shock front)에 연속성을 부여하기 위해 인공점성(artificial viscosity)을 운동량 보존식에 첨가하였다.

주요 방정식을 풀기 위한 수치해석법으로는 시간과 공간 좌표계로 구성된 유한차분법(finite difference method)을 사용하였으며 소성변형률을 구하기 위한 소성이론으로서는 associated normality flow rule을 사용하였다.

1. 서 론

물체가 서로 충돌하였을 때 물체가 갖고 있던

* 정회원 · 단국대학교 공과대학 토목공학과 조교수
** 정회원 · 단국대학교 공과대학 토목공학과 대학원 박사과정
*** 정회원 · 단국대학교 공과대학 토목공학과 대학원 석사과정

기계적 에너지는 응력파의 형태로 매체를 통과하게 되며 매체의 자유면과 절리면을 따라 반사와 굴절을 거듭하는 매우 복잡한 과정을 거치게 된다. 충돌현상시 물체와 물체와의 접촉면에서 발생한 압축응력파는 물체의 자유면에 도달하면 인장응력파로 바뀌어 압축응력파의 진행방향과 반대방향으로 진행하게 되며, 이 인장응력의 크기는 재료의 분리현상(spallation)과 밀접한 연관이 있게 된다. 또한 재료특성을 달리하는 두 물체가 접한 절리면을 통과하는 응력파는 반사와 굴절현상을 거치며 매체를 통과하게 된다. 본 논문에서는 재료특성이 같은 재료로 이루어진 층(layer)을 가진 경우와 재료의 특성이 다른 재료로 이루어진 층을 가진 경우에 발생하는 소성응력파의 전파과정을 재료특성과 연관하여 연구하고자 하며, 본 연구에 사용된 구성법칙으로는 압력부종속모델(pressure independent model)인 Von-Mises모형을 사용하였다.

충돌이나 폭발로 인한 충격하중을 받는 구조물의 해석을 위해서는 보존법칙(conservation laws), 초기와 경계조건(initial and boundary condition) 그리고 물체의 재료적 특성을 나타내는 구성법칙(constitutive laws)이 필요하게 된다.

본 연구에서는 충돌현상 해석에 필요한 구성법칙으로서 Von-Mises 모델을 사용하여 충돌현상시 발생하는 응력파의 전파과정을 서로 다른 재료의 배열상태에 따라 비교 검토한다.

응력파의 전파과정을 연구하기 위한 지배 방정식(governing equation)으로서는 물체에 종속되어 있는 라그랑지안 좌표계(lagrangian coordinate system)로 표현된 운동량과 질량보존(conservation of momentum and mass)법칙식을 사용하였으며 또한 충격전면(shock front)에 연속성을 부여하기 위해 인공점성(artificial viscosity)을 운동량 보존식에 첨가하였다. 주요 방정식을 풀기 위한 수치해석법으로는 시간과 공간 좌표계로 구성된 유한차분법(finite difference method)을 사용하였다.

2. 해석이론

2.1 지배 방정식(Governing Equations)

Updated lagrangian 좌표계로 표현된 운동량 보존방정식은 아래와 같다.

$$-\rho \dot{V}_x = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + (d-1) \frac{\sigma_x - \sigma_y}{x} \quad (1)$$

여기서 ρ 는 재료의 밀도, \dot{V}_x 는 수평방향의 속도, σ_x 와 σ_y 는 서로 직교(orthogonal)한 방향의 응력성분이다. 그리고 d 가 1인 경우는 일차원 평면요소를 의미하며 2는 cylindrical요소, 3은 구형(spherical)요소일 경우를 나타낸다. 점(\cdot)은 시간에 대한 도함수를 의미하며 x 는 updated lagrangian 좌표이다.

Updated lagrangian 좌표계로 표현된 운동량 보존방정식을 초기상태의 좌표계인 fixed lagrangian 좌표계의 항으로 표현하기 위한 절차는 다음과 같다.

현재의 위치가 x 인 재료요소의 초기 좌표를 X 로, 그리고 초기밀도가 ρ_0 로 주어지면 질량 보존방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\rho_0 X^{d-1} dX = \rho x^{d-1} dx \quad (2)$$

그리고 fixed Lagrangian 좌표계의 서로 직교한 방향의 응력성분을 σ_x 와 σ_y 로 표기하면 서로 다른 두 좌표계로 표현된 재료요소에 작용하는 외력은 동일하므로 각 방향의 힘을 등치시키면 아래와 같다.

$$\sigma_x X^{d-1} = \sigma_x x^{d-1} \quad (3)$$

$$\sigma_y dX^{d-1} = \sigma_y dx^{d-1} \quad (4)$$

또한 식 (1)은 아래와 같이 쓸 수 있으므로

$$-\rho x^{d-1} dx \dot{V}_x = d(x^{d-1} \sigma_x) - \sigma_y d(x^{d-1}) \quad (5)$$

질량 보존방정식 (2)와 그리고 식 (3)과 식 (4)를 식 (5)에 대입하면 질량 보존법칙을 자동적으로 만족시키는 Fixed lagrangian 좌표계에서의 운동량 보존법칙식은 다음과 같게 된다.

$$-\rho_0 \dot{V} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + (d-1) \frac{\sigma_x - \sigma_y}{X} \quad (6)$$

충돌이나 폭발로 인해 발생하는 충격전면(shock front)은 보존방정식 유도시 가정된 연속성(continuity)에 위배되어 수치해석시 많은 어려움을 주게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 인공적인 점성(artificial viscosity)을 운동량 보존식에 첨가하여 충격전면에 연속성을 부여한다.

인공점성 응력 q 를 포함시킨 운동량 보존법칙식은 다음과 같다.

$$-\rho_0 \dot{V} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + (d-1) \frac{\sigma_x - \sigma_y}{X} + \frac{\partial q}{\partial X} \quad (7)$$

여기서,

$$q = \rho_0 A^2 (\Delta X)^2 \left| \frac{\partial V}{\partial X} \right|^2; \text{ 압축} \quad (8)$$

$$q = 0; \text{ 인장} \quad (9)$$

또한, A는 무차원 상수이며, ΔX는 유한차분 요소의 길이이다.

서로 직교한 방향의 변형률 시간변화율은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_x &= -\frac{\partial V}{\partial X} \\ \dot{\epsilon}_y &= -\frac{V}{X} \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 소성 모델

소성영역에서는 동일한 재료로 이루어진 동일한 응력하에 있는 구조물이 변형률의 응력이력중속(stress-history-dependent)현상 때문에 서로 다른 변형률을 가질 수 있다. 따라서 소성영역에서는 모든 방정식을 증분형태(Incremental form)로 사용하는 것이 유리하다.

총변형률 증분은 탄성과 소성변형률 증분의 합으로 가정된다.

$$de_{ij} = de^e_{ij} + de^p_{ij} \quad (12)$$

여기서 de_{ij} 는 총변형률 증분이고 de^e_{ij} 는 탄성성분 de^p_{ij} 는 소성성분의 변형률 증분이다.

또한 총변형률 증분은 deviator 변형률 증분과 체적변형률 증분의 조합으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$de_{ij} = de_{ij} + de_v = de_{ij} + de_{kk}/3 \quad (13)$$

Deviator 변형률 증분과 체적변형률 증분도 총변형률 증분과 마찬가지로 탄성과 소성변형률 증분의 합으로 가정된다.

$$de_{ij} = de^e_{ij} + de^p_{ij} \quad (14)$$

$$de_v = de^e_v + de^p_v \quad (15)$$

소성변형률 증분은 아래와 같이 소성 potential 함수(plastic potential function)와 직교성을 가지는 normality flow 법칙에 의해 정의된다.

$$de^p_{ij} = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (16)$$

여기서 de^p_{ij} 는 전체 변형률 증분의 소성성분이고, g 는 소성 potential 함수이다. 그리고 $d\lambda$ 는 비례상수이며 σ_{ij} 는 응력성분이다.

항복함수(yield function)와 소성 potential 함수가 같을 때 소성변형률 증분은 항복함수와 직교성을 갖게 되며, 식 (16)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$de^p_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (17)$$

여기서 f 는 항복함수이다. 따라서 식 (17)의 소성변형률 증분은 응력성분으로 표현된 공간좌표상의 항복표면에 수직한 방향으로 발생한다. 또한 항복함수와 소성 potential 함수가 같기 때문에 식 (17)을 Associated normality flow rule이라고 한다.

응력증분도 변형률증분과 마찬가지로 deviator 응력증분과 압력증분으로 나누어 진다.

$$d\sigma_{ij} = dS_{ij} - dP = dS_{ij} - d\sigma_{ii}/3 \quad (18)$$

여기서 dS_{ij} 는 deviator 응력증분이고 dP 는 압력(Pressure)증분이다. 그러나, 응력은 탄성변형률에 의해서만 결정되며 Hook의 법칙으로 부터 응력증분은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$d\sigma_{ij} = 2\mu de^e_{ij} + \left[K - \frac{2}{3}\mu \right] de^e_{ii} \delta_{ij} \quad (19)$$

여기서 μ 는 전단계수이고 K 는 체적계수, 그리고 δ_{ij} 는 Kronecker Delta이다. 따라서 deviator 응력증분과 압력증분은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$dS_{ij} = 2\mu de^e_{ij} \quad (20)$$

$$dP = (d\sigma_{11} + d\sigma_{22} + d\sigma_{33})/3 = 3K de^e_{kk} \quad (21)$$

금속재료의 대략적인 일축인장 실험은 항복점까지는 응력-변형률 선도가 선형으로 변화하나 항복점 이후에는 변형률은 증가하지만 응력은 일정하게 나타난다. 이러한 현상은 deviatoric 응력텐서의 두번째

invariant가 일정한 값에 도달할 때 항복이 발생한다는 것으로 설명할 수 있다. 이것을 수학적으로 표현한 Von-Mises모델의 항복함수는 다음과 같다.

$$f(\sigma_{ij}) = J_{2D} - k^2 = 0 \quad (22)$$

여기서 $f(\sigma_{ij})$ 는 항복함수이고 J_{2D} 는 다음과 같이 정의되는 deviatoric 응력텐서의 두번째 invariant이다.

$$J_{2D} = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \quad (23)$$

일축인장 실험에서의 항복응력 Y_0 를 사용하여 식 (22)의 항복함수를 표시하면 다음과 같다.

$$f(\sigma_{ij}) = J_{2D} - \frac{2}{3} Y_0^2 = 0 \quad (24)$$

여기서 Y_0 는 일축인장 실험에서의 항복응력이다.

따라서 deviatoric 응력텐서의 두번째 invariant J_{2D} 가 $2Y_0^2/3$ 보다 작으면 탄성상태하에 있으며 소성상태하에서는 $2Y_0^2/3$ 과 동일한 값을 갖게 된다.

소성상태하의 변형률은 탄성변형률과 소성변형률로 이루어져 있다.(식 (12)). 그러나 응력은 탄성변형률에 의해서만 결정된다.(식(19), (20), (21)).

따라서 소성변형이 발생했을 때의 응력을 구하기 위해서는 탄성변형률을 구하여야 하며 탄성변형률은 전체 변형률에서 소성변형률을 빼주어 구할 수 있다.

소성변형률 증분은 소성체적 변형률 증분과 소성 deviator 변형률 증분으로 이루어져 있으며(식 (14), (15)) 이들 증분은 Associated normality flow rule (식 (17))을 적용시키면 Von-Mises 모델의 소성 체적변형률 증분과 소성 deviator 변형률 증분을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$de^p_v = 0 \quad (25)$$

$$de^p_{ij} = d\lambda \left[\frac{S_{ij}}{2(J_{2D})^{1/2}} - \frac{\partial f}{\partial (J_{2D})^{1/2}} \right] \quad (26)$$

따라서 압력과 deviatoric 응력 증분은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$dP = K d\epsilon_w$$

$$dS_{ij} = 2G de_{ij} - d\lambda \left[\frac{G}{(J_{2D})^{1/2}} - \frac{\partial f}{\partial (J_{2D})^{1/2}} \right] S_{ij} \quad (27)$$

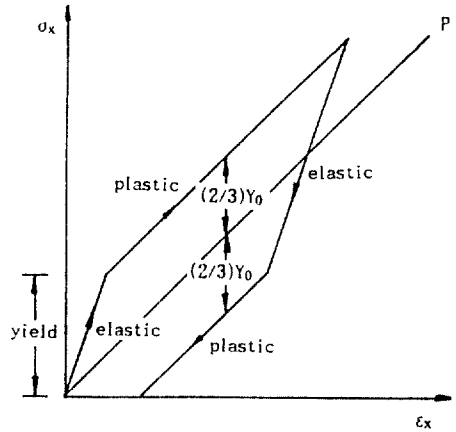


그림 1. Von-Mises 모델의 응력과 변형률 관계 (plane geometry($\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$))

Von-Mises 모델에서 변형률과 응력의 관계를 평면적(plane geometry, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$)으로 살펴보면 다음과 같다.

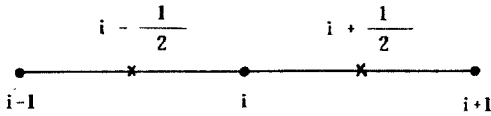
하중이 가해지면 탄성적으로 응력이 증가하나 (elastic loading) J_{2D} 가 $2Y_0^2/3$ 에 달하면 항복표면을 따라 소성적으로 증가(plastic loading)한다. 이는 J_{2D} 가 항복함수에 의해 일정한 값 이상을 갖을 수 없기 때문이다.

하중이 제거되면 처음에는 항복표면내에서 응력 상태가 이동하게 되므로 탄성적으로 응력이 감소하나(elastic unloading), 나중에는 소성 loading과 마찬가지로 일정한 값 이상의 J_{2D} 값을 갖을 수 없으므로 하중이 가해질 때의 반대방향 항복표면을 따라 소성적으로 응력이 감소(plastic unloading)한다. 이를 그림 1에 도시하였으며 소성 loading과 소성 unloading은 압력축과 일정한 간격을 유지하며 평행하게 거동하는 것을 알 수 있다.

2.3 수치해석

충돌이나 폭발로 인한 충격하중을 받는 구조물을 해석하기 위해서는 보존법칙(conservation Laws), 초기와 경계조건(initial and boundary condition) 그리고 물체의 재료적 특성을 나타내는 구성 법칙(constitutive laws)이 필요하게 된다.

유한차분법은 이러한 방정식을 discretize된 시간과 공간좌표계로 변환시켜 해를 구하는 수치해석법이며 그림 2는 시간 $t=n\Delta t$ 때의 공간좌표계를 index i 를 사용하여 표현한 그림이다.



- : 속도를 구하기 위한 절점
- x: 응력과 변형률을 구하기 위한 절점

그림 2 유한차분 요소

Straight forward centered difference를 사용해 인공점성을 포함한 운동량 보존법칙(식 (7))은 일차원 평면요소일 경우에 아래와 같이 쓸 수 있으며,

$$\rho_0 \frac{V_i^{n+1/2} - V_i^{n-1/2}}{\Delta t} = - \frac{(\sigma_1)_i^n - (\sigma_1)_{i-1}^n}{\Delta X} - q_{i+1/2}^{n-1/2} - q_{i-1/2}^{n+1/2} \quad (28)$$

상기식에서 구한 각 절점의 속도로부터 변형률 시간변화율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(\dot{\epsilon}_x)_{i+1/2}^n = \frac{V_i^{n+1/2} - V_{i-1}^{n-1/2}}{\Delta X} \quad (29)$$

따라서 변형률과 응력은 다음식으로 계산된다.

$$X_{i+1/2}^n = X_{i+1/2}^{n-1} + \dot{\epsilon}_{i+1/2}^n \Delta t \quad (30)$$

Von-Mises 모델의 associated normality flow rule을 수행하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

그림 3에서 나타난 곡선은 항복표면 $G(X_1, X_2)$ 를 나타내며 항복표면 바깥쪽의 응력상태 (X_1^e, X_2^e) 는 식 (30)에 의해 구해진 응력상태를 나타낸다. 소성 변형이 발생하였을 때의 응력상태는 항복표면을 벗어날 수 없으므로 응력상태 (X_1^e, X_2^e) 는 소성변형을 고려하지 않은 응력상태이다.

항복표면상의 임의의 응력상태를 (X_1, X_2) 라 할 때 associated normality flow rule을 만족시키기 위해서는 항복표면상의 응력상태 (X_1, X_2) 와 항복표면 밖의 응력상태 (X_1^e, X_2^e) 가 이루는 거리가 최소가 되어야만 한다.

두 점사이의 거리는 아래의 식과 같이 표현할 수 있으며,

$$F = d^2 = (X_1 - X_1^e)^2 + (X_2 - X_2^e)^2 \quad (31)$$

두 점 사이의 거리가 최소가 되기 위해서는 $\nabla G(X$

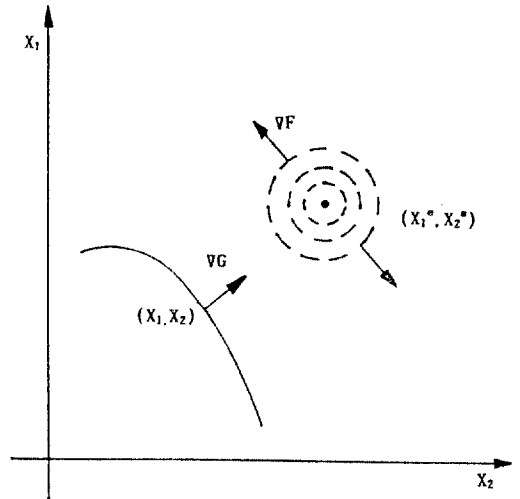


그림 3. Lagrange Multiplier Method

(X_1, X_2) 가 항복표면 밖의 응력상태 (X_1^e, X_2^e) 를 지나야만 하므로 associated normality flow rule을 만족시키는 항복표면 상의 응력상태 (X_1, X_2) 는 두 점사이의 최소거리를 구하기 위한 필요조건인 ∇F 와 ∇G 에 비례상수를 곱하여 등치시킨 lagrange multiplier method로 구할 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial X_1} - \phi \frac{\partial G}{\partial X_2} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial F}{\partial X_2} - \phi \frac{\partial G}{\partial X_1} = 0 \quad (33)$$

여기서 ϕ 는 비례상수이다.

상수 ϕ 를 없애주기 위하여 식 (33)에 $\partial G / \partial X_2$ 를 곱하고 식 (32)에 $\partial G / \partial X_1$ 을 곱하여 빼주면 다음과 같이 된다.

$$f = \frac{\partial F}{\partial X_1} \frac{\partial G}{\partial X_2} - \frac{\partial F}{\partial X_2} \frac{\partial G}{\partial X_1} = 0 \quad (34)$$

위의 식을 일차원 평면요소의 Von-Mises 모델에 적용시키면 항복표면 G 와 거리 F 는 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$G = \frac{1}{(3)^{1/2}} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (35)$$

$$F = d^2 = (\sigma_1 - X)^2 + (\sigma_2 - Y)^2 \quad (36)$$

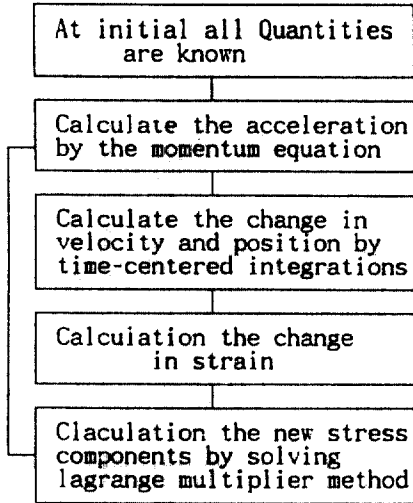


그림 4. 수치해석 알고리즘

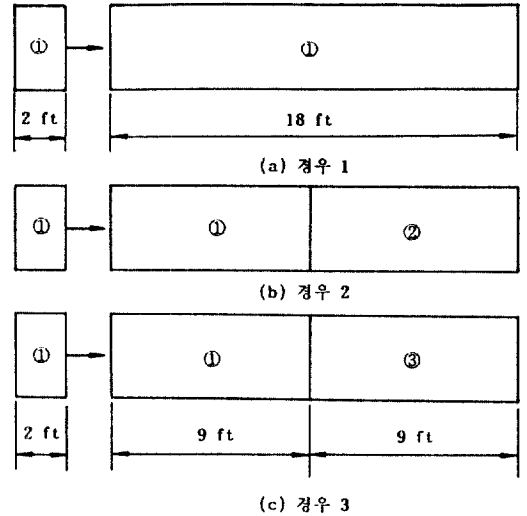


그림 5. 충돌현상 모델

여기서 σ_1, σ_2 는 associated normality flow rule을 만족시키는 항복표면 상의 응력상태이며 X, Y는 식 (30)에 의해 구해진 응력상태를 나타낸다.

식 (35)과 식 (36)을 식 (34)에 대입하여 연립하여 풀면 associated normality flow rule을 만족시키는 항복표면상의 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_1 = \frac{X + 2Y + 2\sqrt{3}B}{3} \quad (37)$$

$$\sigma_2 = \frac{X + 2Y + \sqrt{3}B}{3} \quad (38)$$

여기서 $B = Y_0/\sqrt{3}$ 이다.

충돌이나 폭발로 인한 충격하중을 받는 구조물을 해석하기 위한 수치해석 알고리즘을 계산 단계별로 정리하면 다음과 같다.

3. 적용 예

충돌현상을 해석할 수 있는 일차원 요소로 이루어진 일차원 프로그램을 개발하여 충돌현상을 수치적으로 재현하였다.

각 물체의 특성에 대한 단위들은 탄성계수가 Kips/ft²이고, 초기밀도 ρ_0 는 Kips/ft³이다. 충격을 가하는 물체의 속도는 50ft/sec로 하였다.

그림 5는 충격을 가하는 물체가 50 ft/sec로 목

표 1. 재료의 재원

재료 특성	물체		
	①	②	③
E	4320000	1324822	7518756
v	0.3	0.2	0.2
ρ	0.49	0.46	1.2
Y_0	5184	3024	10080

표판을 타격하는 상태를 보여주고 있다. 충격을 가하는 물체와 받는 물체의 길이는 각각 2ft, 18ft로 하였으며, 그림 5에 묘사된 충격현상을 해석하기 위한 유한차분법(finite difference method)의 총 절점수는 400개를 사용하였다.

그림 5의 충돌현상 해석모델에 사용된 재료의 재원은 표 1과 같다.

여기서 E(Kips/ft²)는 탄성계수, v는 포이송 비, ρ (Kips/ft³)는 재료의 질량밀도를 나타내며 Y_0 (Kips/ft²)는 인장시험에서 각 재료가 보이는 항복응력이다.

표 1에 나타난 재료를 사용한 충돌현상 해석이 그림 6과 그림 7 그리고 그림 8에 나타나 있다.

그림 6은 충격을 가하는 물체가 50ft/sec로 목표판을 타격했을 때, 즉 그림 5의 경우 1에 대한 응력파의 전파과정을 보여주고 있다.

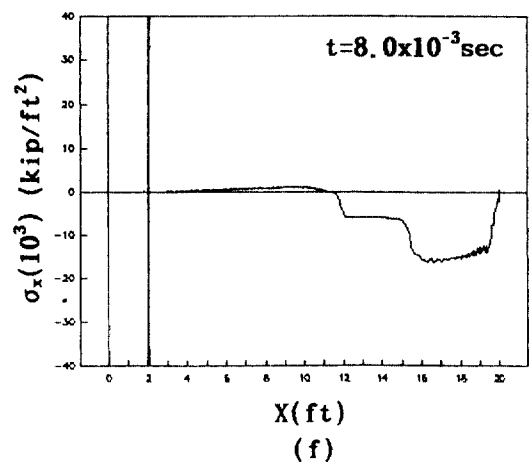
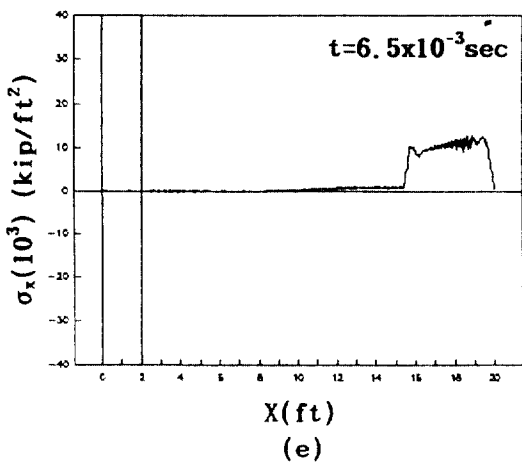
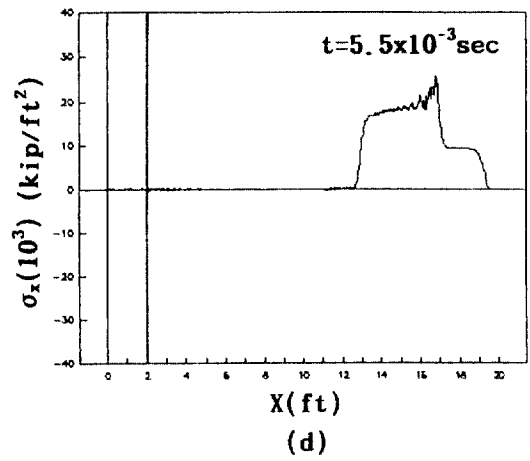
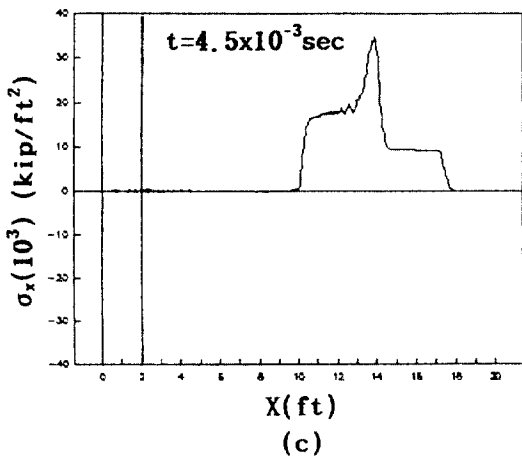
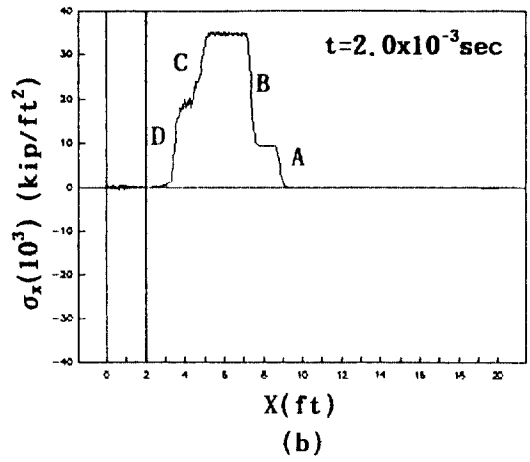
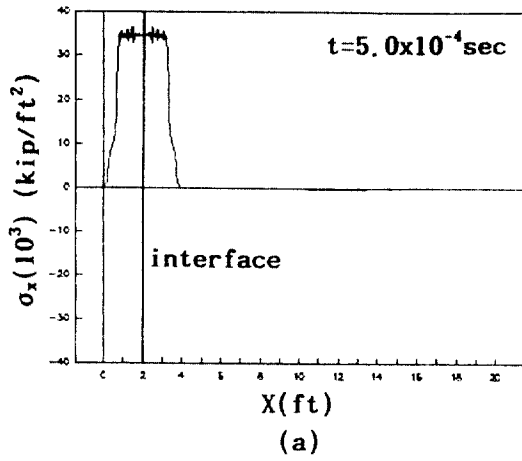
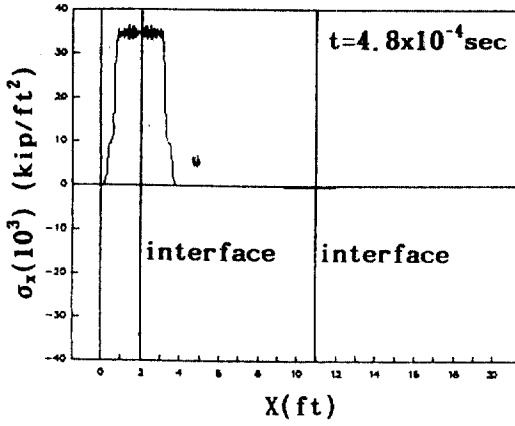
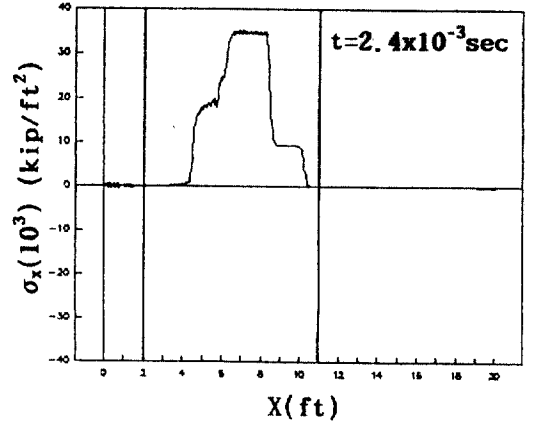


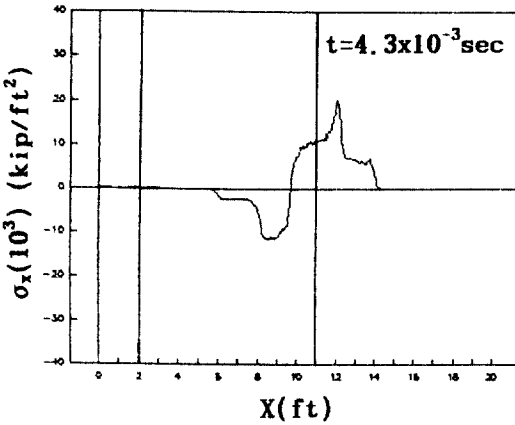
그림 6. 경우 1.의 손상모델에 대한 결과



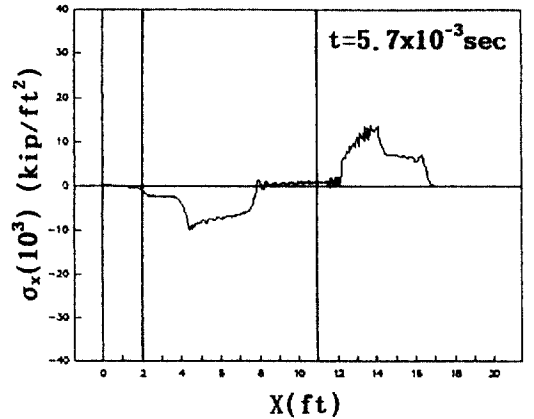
(a)



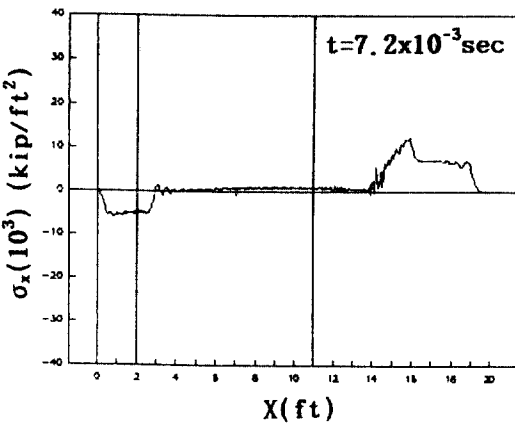
(b)



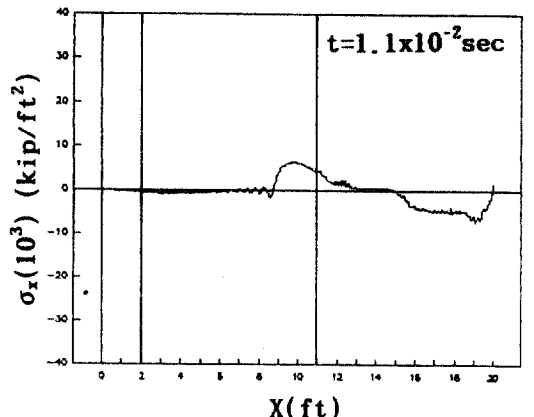
(c)



(d)

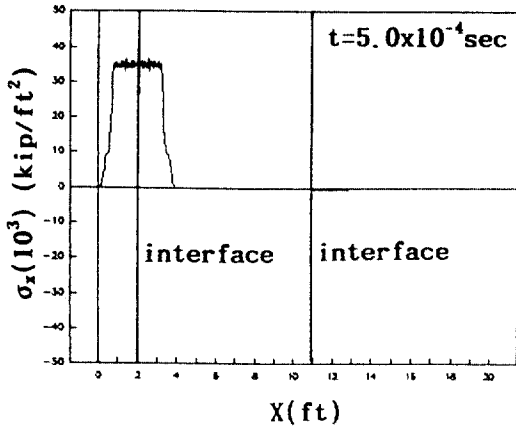


(e)

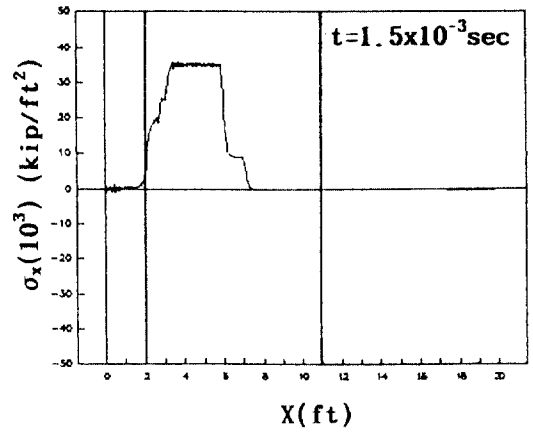


(f)

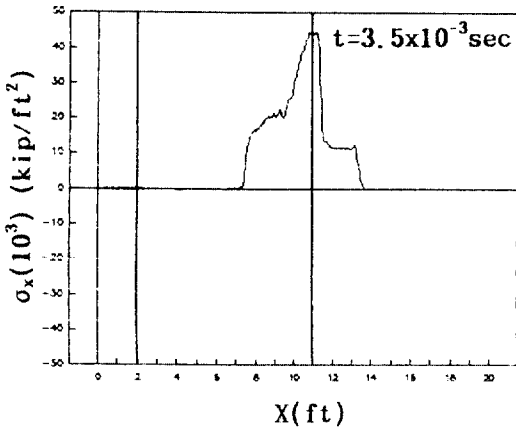
그림 7. 경우 2의 소성모델에 대한 결과



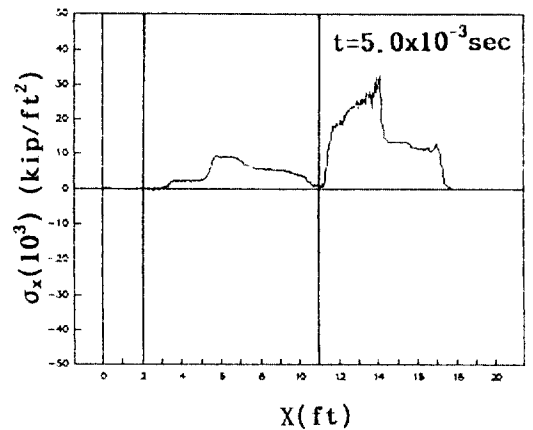
(a)



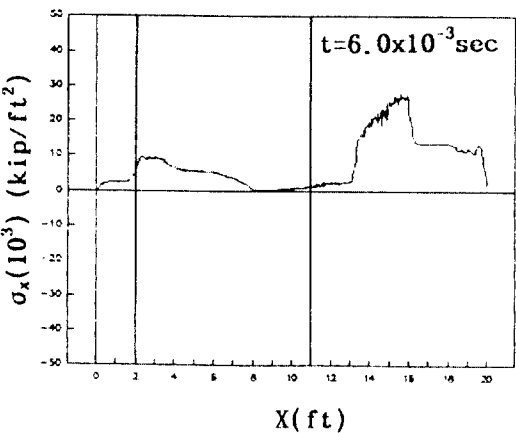
(b)



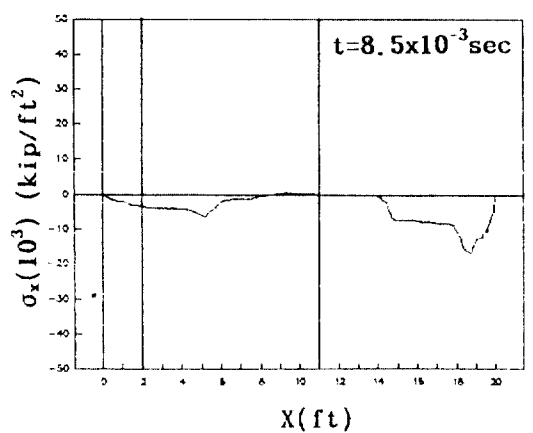
(c)



(d)



(e)



(f)

그림 8. 경우 3의 소성모델에 대한 결과

그림 6의 (a)는 타격 후 0.5 msec 때의 응력파의 파형을 보여주고 있으며 접촉면을 중심으로 대칭성을 갖고 압축응력파가 양방향으로 전파되는 것을 볼 수 있다.

그림 6의 (b)에서는 충격을 가하는 물체에서 발생된 압축응력이 자유면에서 반사된 후 인장응력으로 바뀌면서 압축응력과 상쇄되어 충격을 가하는 물체의 말단에는 미소한 응력만이 발생하는 것을 보여준다.

또한 이러한 상쇄작용으로 일정한 파장을 갖게된 응력파가 충격을 받는 물체쪽으로 진행되는 과정을 보인다. 이 파는 어느정도 진행되다가 그림 6의 (b)에서와 같이 탄성 loading(A), 소성 loading(B), 탄성 unloading(C) 그리고 소성 unloading(D) 과정을 뚜렷하게 보여준다.

이러한 현상은 탄성파속이 소성파속보다 빠르기 때문에 일어나는 현상이다.

그림 6의 (c)에서는 소성 loading 파속보다 탄성 unloading 파속이 빠르기 때문에 탄성 unloading 파가 충격 전면을 따라 잡아 충격전면의 폭이 좁아지는 경향을 보인다.

이러한 현상은 그림 6의 (d)에서와 같이 응력파의 충격전면의 폭을 더 좁아지게 하며, 탄성 unloading 파가 충격전면을 완전히 따라 잡을 때에는 충격전면의 압축응력은 크기가 감소된다.

이러한 충격전면의 응력감소 현상은 소성변형이 발생되어 응력파의 에너지가 소모되었기 때문이며 응력이 탄성한계로 감소할 때까지 계속될 것이다.

그림 7과 그림 8의 경우는 충격을 받는 전체 목표판의 1/2이 재료특성을 달리하는 비균질 재료로 조합된 층상에 대한 응력파의 진행결과이다.

서로 다른 재료가 접촉한 두번째 공유면(interface)에서 앞 재료의 강도가 뒷 재료의 강도보다 클 때, 뒷 재료에 전파된 압축응력의 크기는 앞 재료 쪽보다 현격히 감소하는 것을 그림 7의 (c)에서 볼 수 있다. 반면에, 뒷 재료의 강도가 앞 재료의 강도보다 클 때에는 뒷 재료에 전파된 압축응력의 크기는 앞의 경우와는 반대로 앞 재료의 압축응력보다 커짐을 그림 8의 (c)에서 볼 수 있다.

그리고 앞 재료의 강도가 뒷 재료의 강도보다 클 때에는 앞 재료를 통과한 압축응력파가 공유면(inte-

rface)에서 반사된 후 인장응력파로 바뀌어 왼쪽으로 진행되는 것을 그림 7의 (c)에서 볼 수 있다. 반면에, 앞 재료의 강도가 뒷 재료의 강도보다 적을 때에는 압축파로 전달되는 것이 그림 8의 (d)에서 볼 수 있다.

두번째 공유면을 통과한 뒷 재료의 압축응력파가 재료의 말단인 자유면에 도달하면 인장응력파로 뒤 바뀌어 반대방향으로 진행하는 것이 그림 6의 (f), 그림 7의 (f) 그리고 그림 8의 (f)에서 볼 수 있으며, 이 인장응력파의 크기를 재료의 파괴인장강도와 비교하므로써 재료의 분리현상(spallation)을 파악할 수 있을 것이다.

4. 결 론

적층계를 통과하는 소성응력파의 전파과정을 파악하기 위해, 적층을 이루고 있는 물체의 소성특성은 금속재료의 소성거동을 잘 표현할 수 있는 Von-Mises 모델을 사용하였으며 또한 소성변형률을 구하기 위한 소성이론으로서 Associate Normality Flow Rule을 사용하였다.

충돌현상시 각기 다른 재료로 구성된 층을 통과하는 응력파는 앞 재료의 강도가 뒷재료의 강도보다 클 때에는 뒷 재료를 통과하는 압축응력의 크기가 감소하며 그 반대인 뒷 재료의 강도가 앞 재료의 강도보다 클 때에는 크기가 증가한다.

앞재료를 통과한 압축응력파는 앞 재료와 뒷 재료의 공유면에서 반대방향으로 반사되며, 앞 재료의 강도가 뒷 재료의 강도보다 클 때에는 인장파로, 뒷 재료의 강도가 앞재료의 강도보다 클 때에는 압축파로 반사된다.

또한 뒷재료를 통과한 압축응력파는 물체의 말단인 자유면에 도달하여 인장파로 바뀌어 반대방향으로 진행하며 이 인장응력의 크기와 뒷 재료의 인장파괴 강도를 비교함으로써 뒷 재료의 분리(spallation)현상을 파악할 수 있을 것이다.

일반적인 동역학적 해석방법은 높은 압력 그리고 파장과 하중작용 시간이 짧은 하중이 구조물의 국부에 작용할 때에는 하중의 큰 공간적 경사도(large spacial gradient) 및 구조물의 변형과 하중의 상관관계가 무시된다. 또한 소성해석시에는 구조물의

붕괴형상 파악의 어려움으로 인하여 많은 오차를 유발시킨다. 본 연구에서는 상기 언급한 항목들을 일체로 묶어 충돌현상을 해석하는 방법을 제시하였다.

참 고 문 헌

1. Sang-Ho Lee., "Response of Buried Structures to Ground Shock-loading", North Carolina State University. Ph. D. Thesis, 1988.
2. Lee, Sang Ho., Ahn, Byoung Ki., "A Plastic Analysis of Structures under the Impact Loading", *Proceeding Korean Society of Civil Engineerings*, Vol. 12, No. 2, Jun. 1992.
3. Angus, E. Taylor, *Advanced Calculus 3rd*, John Wiley & Sons Inc. pp. 182-188.
4. Cameron, I. G., "In Analysis of the Errors Caused by Using Artificial Viscosity Terms to Represent Steady-State Shock Waves", Atomic Weapons Research Establishment, Aldermaston, berkshire, England.
5. Chakrabarty, J., *Theory of Plasticity*, McGraw-Hill Book Company, 1987, pp. 55-119.
6. Chen, W. F. and Han, D. J., *Plasticity for Structural Engineers*, Springer Verlag New York Inc., 1988. pp. 3-226.
7. Chen, W. F., *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill Book Company, 1982, pp. 253-274.
8. Chou, P. C., *Discontinuous Stress Waves*, Drexel Univerisity Philadelphia, pp. 55-87.
9. Desai, C. S. and Siriwardane, H. J., *Constitutive Laws for Engineering Materials ; with Emphasis on Geologic Materials*, Prentice-Hall, Inc., 1984, pp. 204-239.
10. Hill, R., *The Mathematical Theory of Plasticity*, Oxford University Press, 1950.
11. Johnson, J. N. and Schmitz, D. R., "Simulation of The Load-Unload Paths Experienced by Rock in The Vicinity of Buried Explosions", Submitted to the Headquarters of Defence Nuclear Agency, Washington D.C. 20305.
12. Jonas, A. Jukas, *Impact Dynamics*, John Wiley & Sons Inc., 1982, pp. 131-150.
13. Kipp, M. E. and Lawrence, R. J., "WONDY V - A One Dimensional Finite-Difference Wave Propagation Code", Sandia National Laboratories Albuquerque, New Mexico 87185.
14. Klaus, Jurgen Bathe, "On Some Current Procedures and Difficulties in Finite Element Analysis of Elastic-Plastic Response".
15. Phillip Gould, "Introduction to Linear Elasticity" Department of Civil Engineering Washington University. pp. 1-69.
16. Ray. W. Clough, Joseph. Penzien, "Dynamics of Structures" McGraw-hill book company, pp. 364-372.
17. Richard Fowels & Roger F. Williams, *Journal of Applied Physics Volume 41, No. 1*, January 1970.
18. Ross, C. A., editor, *Proc. of Symposium on the "Interaction of Non-Nuclear Munition with Structures"*, U. S. Air Force Academy, Colotado, May 10-13, 1983, University of Florida Graduate Engineering Center, Eglin AFB, FL, 1983.
19. Swegle, J. W., "Toody IV - A Computer Program for Two-Dimensional Wave Propagation", Sandia National Laboratories Albuquerque, New Mexico 87115.
20. Tod, Bstytschko, "Computer Methods in Shock and Wave Propagation Analysis", Department of Materials Engineering University of Illinois at Chicago, Chicago, Illinois.
21. Von-neumann, J., and Ritchmyer, R. D., "A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks", Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey.
22. Wilkins, M., "Calculation of Elastic-Plastic Flow", University of California, Lawrence Livermore Radiation Laboratory, California.

(接受 : 1993. 2. 4)