

# 部材力 近似解法을 利用한 아치構造物의 形狀最適化에 관한 研究

## The Optimal Configuration of Arch Structures Using Force Approximate Method

李奎遠\* · 盧旻來\*\*

Lee, Gyu Won · Ro, Min Lae

### Abstract

In this study, the optimal configuration of arch structure has been tested by a decomposition technique.

The object of this study is to provide the method of optimizing the shapes of both two hinged and fixed arches. The problem of optimal configuration of arch structures includes the interaction formulas, the working stress, and the buckling stress constraints on the assumption that arch ribs can be approximated by a finite number of straight members.

On the first level, buckling loads are calculated from the relation of the stiffness matrix and the geometric stiffness matrix by using Rayleigh-Ritz method, and the number of the structural analyses can be decreased by approximating member forces through sensitivity analysis using the design space approach. The objective function is formulated as the total weight of the structures, and the constraints are derived by including the working stress, the buckling stress, and the side limit.

On the second level, the nodal point coordinates of the arch structures are used as design variables and the objective function has been taken as the weight function.

By treating the nodal point coordinates as design variable, the problem of optimization can be reduced to unconstrained optimal design problem which is easy to solve.

Numerical comparisons with results which are obtained from numerical tests for several arch structures with various shapes and constraints show that convergence rate is very fast regardless of constraint types and configuration of arch structures. And the optimal configuration of the arch structures obtained in this study is almost the identical one from other results. The total weight could be decreased by 17.7%-91.7% when an optimal configuration is accomplished.

### 요 지

本 研究에서는 Model分割技法을 利用하여 아치構造物의 形狀最適化를 試圖하였다.

本 研究에서는 아치리브를 有限個의 直線部材로 構成되어 있는 것으로 하고 相關方程式과 許容應力 및 挫屈制約까지 包含하여 2滑節아치와 兩端固定아치의 形狀을 最適化할 수 있도록 最適化 問題를 形成하였다.

\* 正會員 · 全北大學校 工科學 土木工學科 教授

\*\* 正會員 · 全北大學校 大學院 博士課程 修了

本 研究의 第 1段階(level 1)에서는 다른 研究와 달리 近似化한 아치構造物의 剛性度行列(stiffness matrix)과 幾何剛性度行列(geometric stiffness matrix)關係로부터 Rayleigh-Ritz法으로 挫屈荷重을 求하고, 設計空間法에 의한 感度解析으로 部材力을 近似化함으로써 構造解析數를 줄일 수 있었다. 目的函數는 構造物의 重量이 最小가 되도록 重量函數로 擇하였다. 制約條件式으로는 許容應力, 挫屈應力 및 設計變數 上·下限值制約을 附課하여 最適化 問題를 形成하였다.

第 2段階(level 2)에서는 設計變數 및 調整變數를 節點座標로 하고 目的函數로는 重量函數로 하여 最適化 問題를 形成하였다. 節點座標만을 設計變數로 함으로써 無制約最適化 問題로 形成되므로 最適化 過程이 容易하다.

本 研究의 알고리즘을 아치構造物에 適用한 結果 本 研究는 아치構造物의 形態, 制約條件式에 拘束받지 않고 最適解에 效率의으로 收斂하였고 아치構造物의 最適形狀은 制約條件式에 따라 相異하였으며 重量은 制約條件式 및 아치의 形狀에 따라 多少의 差異는 있으나 形狀最適化로 17.7%-91.7%까지 減少시킬 수 있다.

## 1. 序 論

### 1.1. 研究方法 및 目的

構造物을 보다 經濟的이고 效率의으로 設計하고자 最適設計概念을 導入한 이래 最適設計에 관한 研究는 鐵筋콘크리트 및 鋼 뼈대構造物, 트리스構造物 등이 大部分이었다.

長支間이 要求되는 構造物을 設計할 때에는 經濟的인 設計를 위하여 휨모멘트를 減少해야 할 必要性이 切實하기 때문에 아치構造物을 採擇하는 경우가 있다. 아치構造物의 軸線이 荷重에 의한 壓縮線에 一致되도록 形狀을 決定하면 軸力이 크고 휨모멘트가 작아져서 構造的 側面에서 考察할 때 理想的이며 經濟的인 構造物이 되고 外觀이 아름다운 長點을 가지고 있어서 옛부터 橋梁 등의 各種 構造物에 많이 利用되고 있으나 이에 관한 最適設計는 거의 몇 篇에 지나지 않고 있다. 그 理由는 아치構造物 自體가 曲線으로 되어 있어 現存의 有限要素法으로는 構造解析이 어려우므로 曲線보理論에 의한 解析的인 方法으로 最適化 問題를 形成해야 하기 때문에 比較的 簡單한 아치構造物의 最適設計에 관한 文獻만 極少數 있을 뿐이다. 아치構造物의 最適設計는 曲線보理論에 의한 解析的 方法을 適用해야 되지만 이 方法은 簡單한 아치構造物의 解析도 容易하지 않으므로 아치構造物을 有限個의 直線要素로서 構成된 것으로 近似化한다.

따라서, 아치構造物의 最適設計는 設計變數와 制約條件式의 數가 많아지므로 解를 求하기가 힘들거나 때로는 莫大한 計算時間이 要求되기도 하며 컴퓨터 容量이 不足되는 등의 많은 問題點을 지니고 있다.

그러므로, 아치構造物을 最適化하는 경우에는 全體의 最適化 問題를 獨立된 目的函數와 制約條件式을 갖는 여러 개의 작은 部分最適化 問題(sub-optimal problem)로 分割하여 이 部分構造物의 最適解를 獨立의으로 求함으로써 全體構造物의 最適解가 얻어지는 多段階 分割技法에 관한 研究는 當연한 現狀이라 하겠다.

多段階 分割技法은 設計變數 및 制約條件式의 數를 縮小할 수 있어 各 部分最適化의 時間을 短縮할 수 있으며 또한 各 部分最適化에 效率的인 獨立된 알고리즘을 選定함으로써 全體最適化에 必要한 時間을 短縮할 수 있는 利點도 있다.

지금까지의 多段階 分割技法에는 Model調整法과 Goal調整法이 있다. Model調整法은 收斂方法이 다른 設計變數를 各各 分離하여 獨立的으로 最適化하는 方法이므로 性質이 다른 두 種類의 設計變數를 同時에 最適化 할 경우 解를 쉽게 求할 수 있는 利點이 있는 方法이다.

Goal調整法은 構造物을 分離하여 獨立的으로 構造物의 結合條件式(interaction-balance condition)이 滿足할 때까지 最適化를 實施하는 方法으로 設計變

數 및 制約條件式의 數를 크게 減少시킬 수 있는 長點이 있으나 構造物의 最適解에 큰 影響을 미치는 制約條件式 즉 變位制約을 考慮하는 最適化 問題에는 이 方法을 適用하기가 어렵다.

그러므로, 有限 個의 直線보로 構成된 아치構造物의 形狀最適化는 위에서 언급된 方法中 Model 調整法이 가장 便利한 것으로 생각되기 때문에 本 研究에서는 Model調整法을 利用하여 아치構造物의 形狀最適化를 試圖하고자 한다.

本 研究의 第 1段階(level 1)에서 目的函數는 構造物의 重量이 最小가 되도록 重量函數로 擇하였다. 制約條件式으로는 許容應力, 挫屈應力 및 設計變數上·下限值를 考慮하여 最適化 問題를 形成한다. 本 研究에서는 다른 研究와 달리 近似化된 아치構造物의 剛性度行列(stiffness matrix)과 幾何剛性度行列(geometric stiffness matrix)關係로부터 Rayleigh-Ritz法으로 挫屈荷重을 求하고 感度解析(sensitivity analysis)에 效率的이라고 알려진 設計空間法(design space approach)에 의해서 部材力을 近似化함으로써 構造解析數를 줄일 수 있는 效率的인 方法으로 아치構造物의 最適設計를 遂行코자 한다.

第 2段階(level 2)에서는 設計變數 및 調整變數를 節點座標로 하고 目的函數로는 重量函數로 하여 最適化 問題를 形成한다. 節點座標만을 設計變數로 함으로써 最適化의 過程이 簡便한 無制約最適化 問題로 形成된다.

本 研究에서는 以上과 같이 第 1段階와 第 2段階에서 性質이 다른 設計變數를 各各 分離하고 第 1段階에서는 部材力을 近似化하는 技法을 아치構造物의 形狀最適化에 適用하여 多段階 分割技法의 效率性을 높이는 데에 그 目的이 있다.

또한, 本 研究에서는 文獻<sup>(20)</sup>의 아치構造物에 本 알고리즘을 適用하여 얻은 結果値와 文獻<sup>(20)</sup>의 結果値를 比較하여 本 研究 알고리즘의 妥當性을 分析하는 한편 制約條件式이 아치構造物의 形狀에 미치는 影響을 分析한다.

## 1.2 研究沿革

形狀最適化는 1869年 Maxwell<sup>(1)</sup>에 의해서 처음으로 試圖되었고 1904年 Michell<sup>(2)</sup>은 Maxwell의 理論을 더욱 發展시켰으며 이 研究는 簡單한 應力

制約條件 및 單一載荷條件을 考慮한 靜定 트러스 構造物의 最小重量形狀을 解析的인 方法으로 求하였다.

數學的인 計劃法에 의한 構造最適化를 現在와 같이 發展시킨 것은 1960年 Schmit의 研究<sup>(3)</sup>로부터 始作된다고 할 수 있다. 1964年 Moses<sup>(4)</sup>는 彈性理論에 의한 非線形 制約條件式을 어떤 設計點 周圍에서 Taylor級數展開의 1次項으로 代置함으로써 逐次的으로 線形化한 逐次線形計劃技法(sequential linear programming)을 처음으로 構造 最適設計에 導入하였으며 1968년에는 Venkayya<sup>(6)</sup>가 最適性 基準法(optimality criteria)을 發展시켰다.

1966年 E. Lightfoot와 T. A. E. Gorley<sup>(6)</sup>는 死荷重과 等分布活荷重을 載荷시키고 垂直軸力만 考慮한 對稱形 아치의 形狀最適化를 試圖하였다.

1969年 B. Budiansky, J. C. Frauenthal과 J. Z. Hutchinson<sup>(8)</sup>은 C. H. Zu가 發表한 研究의 紹介와 例題를 收錄하였으며 2滑節圓弧아치에 垂直分布荷重이 作用하는 경우의 늘음이 없는 部材의 挫屈(in-extensional buckling)만을 考慮한 斷面의 最適設計이었다.

아치構造의 形狀最適化는 크게 두 가지 方向으로 研究되어 왔다. 그 하나는 構造物의 最適設計를 表現할 수 있는 函數를 찾거나 函數關係를 찾는 解析的인 方法이고, 다른 하나는 有限要素法, 有限差分法, Matrix構造物解析 등을 利用하여 모델化 될 수 있는 構造物을 最適化하기 위하여 數學的인 計劃技法(mathematical programming)을 利用하는 數值解析的인 方法이다. 初期의 아치構造의 最適設計에 대한 研究는 大部分이 解析的인 方法에 의한 研究이었으며 1970年代에 이르러서야 컴퓨터의 發達 및 數學的인 計劃技法의 開發로 數值解析的인 方法에 의한 研究가 進行되었다.

1977年 조<sup>(16)</sup>는 Geometric Programming에 의한 鉛直荷重을 받는 等斷面 2滑節拋物線아치의 最適配置를 制限된 公比內에서 水平力을 考慮하여 試圖하였다.

1978年 Schmit<sup>(17)</sup>은 挫屈應力을 包含시킬 수 있는 多段階 分割最適化 技法을 誘導하였다.

1980年 Samuel L. Lipson과 Muhammad I. Haque<sup>(19)</sup>는 數學的인 計劃技法을 導入하여 아치의 形狀

最適化를 처음으로 試圖하였다.

1985年 한<sup>(20)</sup>은 두 設計空間에 의한 아치構造物의 形狀最適化를 實施하였다. 設計空間 1에서는 斷面을 最適化하였고 設計空間 2에서는 두 段階로 나누어 첫 段階는 最適支間-라이스比를 求하고 둘째 段階에서는 最適節點座標을 求하였으며 1985年 以前의 研究에 관하여 자세히 紹介하고 있다.<sup>(7,9,10,11,12,13,14,15,18)</sup> 1986年 Kuritz<sup>(21)</sup>는 불록線形化 技法을 利用하여 單一載荷條件을 考慮한 簡單한 平面 트러스構造物의 最適形狀을 求하였다.

1990年 Vanderplaats와 Han<sup>(22)</sup>은 部材力近似解法에 의한 아치構造物의 形狀最適化를 實施하였다. 여기서 勾配는 有限差分法을 使用하였다.

1992年 鄭<sup>(23)</sup>은 SUMT법에 의한 2滑節 I型 鋼材 아치의 最適設計에서 有限差分法을 導入하여 構造解析의 誤差를 消去하여 構造物의 斷面力를 求하여 SUMT技法으로 斷面의 치수를 求하였다.

1992年 Shape Optimization of Structures by Force Approximate<sup>(24)</sup>는 有限要素解析數를 줄이기 위해서 部材力(軸力,모멘트)의 1次Taylor級數展開에 의한 傾斜를 利用하여 近似構造解析을 行하여 部材의 斷面積과 構造物의 形狀을 最適化하였다.

그 밖의 形狀最適化에 관한 國內의 研究로는 1980年 下位段階에서는 幾何學의 形狀을 固定시킨 狀態에서 SUMT법에 의한 Modified Newton-Raphson 法の 適用으로 트러스 部材斷面積의 最適化를 上位段階에서는 勾配를 計算하지 않고도 效率의으로 解를 求할 수 있는 Rosenbrock法<sup>(25)</sup>의 適用으로 平面 트러스構造物의 形狀最適化를 可能케 하는 多段階 形狀最適化 알고리즘을 誘導하였다.<sup>(26,27)</sup> 그 以後 多様な 構造物에 多様な 理論을 利用하여 1990年 靜的 및 固有振動數 制約條件式을 考慮한 平面 트러스構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(34)</sup>가 發表되었고 1990年 以前의 研究에 관하여는 1992년에 發表된 3段階 分割技法에 의한 平面트러스 構造物의 形狀最適化에 관한 研究<sup>(35)</sup>에 자세히 紹介하고 있다.<sup>(28-34)</sup>

以上과 같은 아치構造의 最適化에 관한 從來의 研究를 綜合하면 두 分野로 나눌 수 있다. 한 分野는 아치리브中心線의 幾何形狀을 固定시키고 斷面만을 最適化한 것이다. 이 경우의 大部分이 2滑節아치에 대하여 應力制約條件下에서 斷面을 最適化하거나

아치리브에 垂直으로 作用하는 分布荷重에 의한 挫屈條件을 考慮하여 解析의 方法이나 媒介變數解析에 의하여 斷面을 最適化하였다. 그러므로, 위의 研究들은 比較的 實用性이 적고 示方書에서 요구하는 挫屈에 대한 制約만을 考慮하였고 아치의 構造模型에 關係없이 使用될 수 있는 數學的 計劃技法을 導入하지 않았다.

둘째 分野는 아치리브中心線의 最適形狀을 求하는 分野이다. 이 分野의 研究에서는 2滑節아치에 대하여 設計變數의 相關方程式에 의한 應力制約만을 考慮하고 두 個의 獨立된 設計空間을 利用하여 斷面과 形狀을 最適化하였다. 設計空間 1에서는 먼저 Complex method에 의해서 形狀을 最適化하고 設計空間 2에서는 全應力 設計概念에 의하여 斷面을 最適化하였다.

以上の 文獻調査 結果 他 研究에서는 示方書規定의 挫屈制約을 適用하였으며 挫屈解析에 의한 아치構造物의 形狀最適化에 관한 研究나 感度解析을 利用한 아치構造物의 形狀最適化에 관한 研究는 찾아볼 수 없었다.

따라서, 本 研究에서는 다른 研究와 달리 近似化한 아치構造物의 剛性度行列(stiffness matrix)과 幾何剛性度行列(geometric stiffness matrix)關係로부터 Rayleigh-Ritz法으로 挫屈荷重을 求하고, 感度解析(sensitivity analysis)에 效率的이라고 알려진 設計空間法(design space approach)으로 部材力을 近似化함으로써 構造解析數를 줄일 수 있는 效率的인 方法으로 아치構造物의 最適設計를 하고자 한다.

## 2. 아치構造物의 最適化 모델

### 2.1 아치構造物의 最適化 問題型式

그림 2-1과 같이 여러 個의 直線部材로 近似化한<sup>(19,20)</sup> 아치構造物의 自由度가  $n$ 이고 部材가  $m$ 일 때 이 構造物의 重量을 最小化 하기 위한 最適化 問題型式은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } :W(\{A\}) = \text{Weight} = \{A\}^T[\rho]\{L\} \quad (2-1)$$

subject to :

$$[\beta]^T[F][\beta]\{u\} = \{P\} \quad (2-2)$$

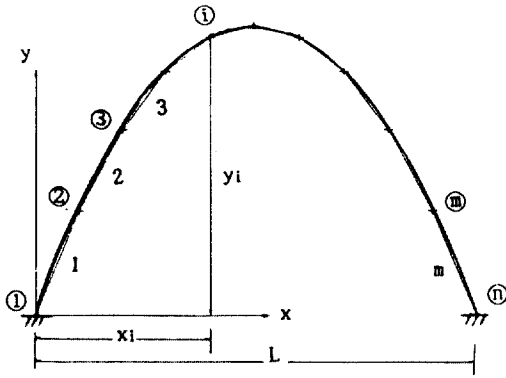


그림 2-1. 近似化한 아치의 構造模型

$I_i$  = 部材  $i$ 의 斷面2次모멘트

$E_i$  = 部材  $i$ 의 彈性係數

$L_i$  = 部材  $i$ 의 길이

$A_i$  = 部材  $i$ 의 斷面積

$I_i = \alpha A_i^c$

$S_i = b A_i^d$  = 部材  $i$ 의 斷面係數

$a = 0.2782, b = 0.4079, c = 2.2624,$

$d = 1.6607$  (四角形箱子型斷面<sup>(20,38)</sup>)

$\{Q\}$  =  $(m \times 1)$ 의 部材의 軸方向力 벡터

$\{M\}$  = 部材의 휨모멘트 벡터

$\{A\}$  = 部材의 斷面積 벡터

$\{S\}$  = 部材의 斷面係數 벡터

$\{\sigma_{aa}\}$  = 軸方向許容壓縮應力 벡터 (1400 Kg/cm<sup>2</sup>)

$\{\sigma_{ba}\}$  = 許容휨 壓縮應力 벡터

$[K]$  =  $(m \times m)$ 의 剛性度行列

$[K_G]$  =  $(m \times m)$ 의 幾何剛性度行列

$\{\sigma_{ca}\} = \{Q_{cr}\} / \{A_{max}\}$

$\{Q_{cr}\}$  臨界挫屈荷重

$\{A_{max}\}$  = 最大部材의 斷面積

$\{I\} = (1 \dots 1)^T$

$\{\sigma_E\}$  = 휨軸 둘레의 Euler의 許容 挫屈應力 (Kg/cm<sup>2</sup>)

$$\frac{\{Q\}/\{A\}}{\{\sigma_{aa}\}} + \frac{\{M\}/\{S\}}{\{\sigma_{ba}\}} \leq \{I\} \quad (2-3)$$

$$\frac{\{Q\}/\{A\}}{\{\sigma_{ca}\}} + \frac{\{M\}/\{S\}}{\{\sigma_{ba}\}(1 - \frac{\{Q\}/\{A\}}{\{\sigma_E\}})} \leq \{I\} \quad (2-4)$$

$$[K] - [K_G] = 0 \quad (2-5)$$

$$\{A_i\} \leq \{A\} \leq \{A_i\} \quad (2-6)$$

여기서,  $W\{A\}$  = 目的函數

$\{A\}^T$  = 部材의 斷面積 行列  
 $= (A_1 \dots A_i \dots A_m)$

$\{\rho\}$  = 單位重量 行列

$$\begin{bmatrix} \rho_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \rho_i & \\ 0 & & & \rho_m \end{bmatrix} =$$

$\{L\}$  = 部材 길이 行列

$= \{L_1, \dots, L_i, \dots, L_m\}$

$[\beta]$  =  $(m \times n)$ 의 位相連結關係 行列

$\{u\}$  =  $(n \times 1)$ 의 節點變位 行列

$n$  = 自由度 數

$\{F\}$  =  $(m \times 1)$ 의 部材力 行列

$[K]$  =  $(m \times m)$ 의 部材 剛性行列(stiffness matrix)

$$[\bar{K}] = \frac{E_i}{L_i} \begin{bmatrix} A_i & 0 & 0 \\ \frac{12\alpha A_i^c}{L_i^2} & \frac{6\alpha A_i^c}{L_i} & -\frac{6\alpha A_i^c}{L_i} \\ \text{SYM.} & 4\alpha A_i^c & 2\alpha A_i^c \\ & & 4\alpha A_i^c \end{bmatrix}$$

$$= \frac{12,000,000}{(L_b/r_b)^2}$$

$L_b$  = 휨平面에 對한 部材의 有效挫屈길이 (cm)

$r_b$  = 휨軸에 對한 斷面2次半徑(cm)

## 2.2 設計空間法에 의한 感度解析法

本 研究의 第 1段階에서 設計空間法에 의한 部材力의 近似化 過程을 文獻<sup>(39)</sup>의 記號에 따라 誘導하면 다음과 같다.

아치構造物의 構造解析을 위한 方程式은 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$[\beta]^T [\bar{K}] [\beta] \{u\} = \{P\} \quad (2-7)$$

여기서,

$\{P\}$  : 作用荷重 行列 =  $(P_1, \dots, P_n)^T$

任意的 假想變位  $\bar{u}$ 를 式 (2-7)의 兩邊에 곱하여 다음과 같은 變分方程式(variational equation) (2-8)을 얻는다.

$$\{\bar{u}\}^T [\beta]^T [\bar{k}] [\beta] \{\bar{u}\} = \{\bar{u}\}^T \{P\} \quad (2-8)$$

for all  $\{\bar{u}\} \in \{u\}$

여기서,  $\{u\}$  : 移動可能한 變位の 行列

$$\text{式 (2-8)에서 } a(u, \bar{u}) = \{\bar{u}\}^T [\beta]^T [\bar{k}] [\beta] \{u\} \quad (2-9)$$

$$L(\bar{u}) = \{\bar{u}\}^T \{P\} \quad (2-10)$$

라 表示할 수 있다. 여기서  $a(u, \bar{u})$ 를 에너지 雙1次形式(energy bilinear form),  $L(\bar{u})$ 를 荷重1次形式(load linear form)이라고 한다.

따라서, 變分方程式 (2-8)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a(u, \bar{u}) = L(\bar{u}) \quad (2-11)$$

方向導函數를 求하기 위해서 다음 式을 定義하자.

$$b_i = b + \tau \delta b. \quad \tau > 0 \quad (2-12)$$

여기서,  $b$  : 設計變數

$\tau$  : 媒介變數

$\delta b$ : 任意的 設計變數의 變分

變位  $u$ , 에너지 雙1次形式  $a(u, \bar{u})$  및 荷重1次形式  $L(\bar{u})$ 의 方向導函數는 式 (2-12)를 利用해서 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$u' = u'(b, \delta b) = \left. \frac{d}{d\tau} u(b + \tau \delta b) \right|_{\tau=0} = \frac{d\{u\}}{db} \delta b$$

$$a'(u, \bar{u}) = \left. \frac{d}{d\tau} a_{b+\tau\delta b}(u, \bar{u}) \right|_{\tau=0} \\ = \frac{\partial}{\partial b} (\{\bar{u}\}^T [\beta]^T [\bar{k}] [\beta] \{u\}) \delta b$$

$$L'(\bar{u}) = \left. \frac{d}{d\tau} L_{b+\tau\delta b}(\bar{u}) \right|_{\tau=0} = \frac{\partial}{\partial b} (\{\bar{u}\}^T \{P\}) \delta b$$

여기서,  $\{\bar{u}\}$  : 常數를 의미

以上の 方向導函數의 基礎 및 微分의 連鎖規則(chain rule)을 利用하면 式 (2-11)의 全變分(total variation)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a(u', \bar{u}) = -a'(u, \bar{u}) + L'(\bar{u}) \quad (2-13)$$

$$\text{여기서, } a(u', \bar{u}) = \{\bar{u}\} [\beta]^T [\bar{k}] [\beta] \frac{\partial}{\partial b} \{u\} \delta b$$

本 研究에서는 Taylor級數의 1次項만 考慮하여 部材力을 近似化하면 式 (2-14)와 같다.

$$\{F\} = \{F_0\} + [\nabla F] \{A\} - \{A_0\} = \{F_0\} + [\nabla F] \delta A \quad (2-14)$$

여기서,  $\{F\} = (F_1, \dots, F_m)^T$

$$\{F_0\} = (F_{01}, \dots, F_{0m})^T$$

$$[\nabla F] = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial A_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial F_m}{\partial A_1} & \dots & \frac{\partial F_m}{\partial A_m} \end{bmatrix}$$

$$= [\{ \frac{\partial F}{\partial A} \} \dots \{ \frac{\partial F}{\partial A_i} \} \dots \{ \frac{\partial F}{\partial A_m} \}]^T \quad (2-15)$$

$$\{ \frac{\partial F}{\partial A_i} \} = \frac{\partial [\bar{K}]}{\partial A_i} [\beta] \{u\} + [\bar{K}] [\beta] \frac{\partial \{u\}}{\partial A_i} \quad (2-16)$$

$\frac{\partial \{u\}}{\partial A_i}$  : 變位の 勾配

部材力感度  $[\nabla F]$ 를 計算을 하기 위한 變分方程式 (2-13)은 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$ab(u', \bar{u}) = -a_{bb}'(u', \bar{u}) + L'(\bar{u}) \quad (2-17)$$

여기서,

$$a_b(u', \bar{u}) = \{\bar{u}\} [\beta]^T [\bar{k}] [\beta] \frac{\partial}{\partial b} \{u\} \delta b$$

$$a_{bb}'(u, \bar{u}) = \{\bar{u}\} \frac{\partial}{\partial b} [\beta]^T [\bar{k}] \delta b [\beta] \{u\}$$

式 (2-17)로부터 變位の 勾配  $\frac{\partial \{u\}}{\partial b_i}$  를 얻는다.

이 變位の 勾配를 式 (2-16)에 代入하여 部材力感度  $[\nabla F]$ 를 얻게 된다.

### 2.3 部材力 近似解法을 利用한 아치構造物의 分割最適化問題 型式

目的函數와 解析 制約條件式, 應力 制約條件式, 控屈應力 制約條件式 및 設計變數限界 制約條件式을 利用하여 斷面最適化 및 形狀最適化 問題로 綜合하면 다음과 같다.

#### 1) 第 1段階 最適化 問題型式

本 研究의 아치構造物의 形狀最適化 問題는 다음과 같이 形成된다.

$$\text{Minimize : } W(\{A\}, \{Y_0\}) = \{A\}^T \{L\}$$

subject to :

$$\{F\} - [\bar{K}] [\beta] (\{\beta\}^T [\bar{k}] [\beta])^{-1} \{P\} = \{0\} \quad (2-18)$$

$$| [K] - [K_G] | = \{0\}$$

$$\{I\} - \frac{\{Q\}/\{A\}}{\{\sigma_{ca}\}} - \frac{\{M\}/\{S\}}{1400(1 - \frac{\{Q\}/\{A\}}{\{\sigma_E\})} \geq 0$$

$$\{A_u\} - \{A\} \geq 0$$

$$\{A\} - \{A_L\} \geq 0$$

$$\{Q\} = \{Q_0\} + [\nabla Q]\{\delta A\}$$

$$\{M\} = \{M_0\} + \{\nabla M\}\{\delta A\}$$

$$\{I\} = (1 \dots \dots 1)^T$$

### 2) 第 2 段階 最適化 問題型式

節點座標을 設計變數로 취한 第 2 段階의 最適化 問題型式은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } W(\{A_0\}, \{Y\}) = \{A_0\}^T \{L\} \quad (2-19)$$

여기서  $\{L\} = \{L_1 \dots L_i \dots L_m\}$

$$L_i = \sqrt{(X_r - X_s)^2 + (Y_r - Y_s)^2}$$

$X_r, X_s$  = 格點 r,s의 X軸 座標

$Y_r, Y_s$  = 格點 r,s의 Y軸 座標

$$\{Y\} = ((D_1) \ (D_2)) \begin{matrix} \{X_i\} \\ \{Y_i\} \end{matrix}$$

$(D_1), (D_2)$  = 設計에 考慮된 節點座標은 1, 考慮되지 않으면 本來의 座標로 構成된 行列

$\{X_i\}$  = 각 格點의 X軸 座標行列

$\{Y_i\}$  = 각 格點의 Y軸 座標行列

2段階 分割最適化로 構成되어 있는 本 研究의 最適化 알고리즘에 관한 흐름圖은 그림 2-2와 같다.

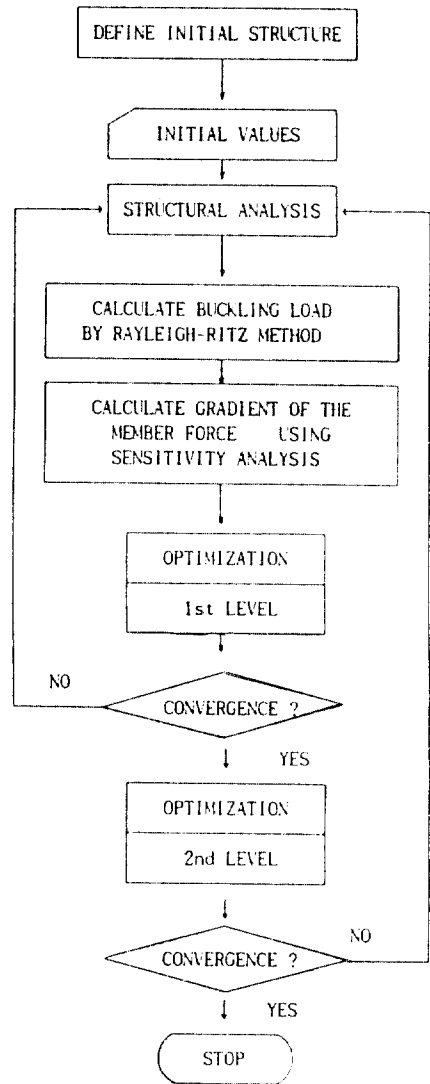


그림 2-2. 本 研究의 最適化 過程의 흐름圖

## 3. 數值 例 및 結果分析

### 3.1 變斷面 兩端固定아치

#### 3.1.1 中央集中荷重을 받는 경우

形狀最適化 알고리즘이 適用될 10部材로 近似化한 그림 2-1과 같은 아치(θ=11, m=10)<sup>(19,20)</sup>의 設計條件은 表 3-1과 같다.

#### 1) 挫屈을 考慮하지 않은 경우(Case 1)

中央集中荷重을 받는 兩端固定아치에서 挫屈을 考慮하지 않은 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-2와 같고 最適形狀은 그림 3-1에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-2에 圖示하였다. 本 研究의 結果와 文獻<sup>(20)</sup>의 比較는 表 3-3과

表 3-1. 設計條件

研究區分	文獻 <sup>(20)</sup> 및 本 研究
設計條件	
載荷條件(節點 6)	-15 ton (Y方向)
相關關係式	$I = 0.2782 \times A^{2.2624}$ $S = 0.4079 \times A^{1.6907}$
彈性係數	2,100,000 kg/cm <sup>2</sup>
許容應力	1,400 kg/cm <sup>2</sup>

表 3-2. 形狀最適化의 結果(Case 1)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷 面 積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	113.41	67.36	67.42	120.54	212.39	0.540317×10 <sup>6</sup>	
	形 狀	1回反復	9.90	10.73	12.18	24.06	24.05	0.841113×10 <sup>5</sup>
		2回反復	11.68	9.75	9.75	9.02	10.85	0.52873×10 <sup>5</sup>
		3回反復	10.33	10.16	9.16	8.53	8.71	0.48587×10 <sup>5</sup>

節點番號		①	①⑩	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y 座標 cm	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.					
	形 狀	1回反復	0.	330.05	660.90	991.33	1311.97	1656.63				
		2回反復	0.	330.15	659.29	987.84	1316.97	1645.02				
		3回反復	0.	330.15	658.55	987.84	1316.97	1645.96				

表 3-3. 文獻<sup>(20)</sup>과 本 研究의 結果值 比較(Case 1)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	
斷 面 積 cm <sup>2</sup>	本 研究	形狀 固定	113.41	67.36	67.42	120.54	212.39
		形狀最適解	10.33	10.16	9.16	8.53	8.71
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	116.2	73.0	73.0	113.6	207.4
		形狀最適解	21.7	11.2	11.2	9.1	9.3

節點番號		①,①⑩	②,⑩	③,⑨	④,⑧	⑤,⑦	⑥	目的函數cm <sup>3</sup>	
Y 座 標 cm	本 研究	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.	0.54032×10 <sup>6</sup>
		形狀最適解	0.	330.15	658.55	987.84	1316.97	1645.96	0.48587×10 <sup>5</sup>
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.	
		形狀最適解	0.	337.2	667.9	997.4	1327.5	1657.8	0.64912×10 <sup>5</sup>

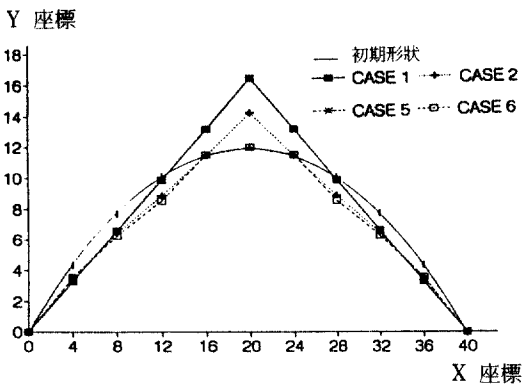


그림 3-1. 中央集中荷重을 받는 아치의 最適形狀

같다.

2) 挫屈을 考慮한 경우(Case 2)

中央集中荷重을 받는 兩端固定아치에서 挫屈을 考慮한 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-4와 같고 最適形狀은 그림 3-1에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-2에 圖示하였다.

3.1.2 滿載荷重을 받는 경우

形狀最適化 알고리즘이 適用될 아치의 設計條件은 表 3-5와 같다.

1) 挫屈을 考慮하지 않은 경우(Case 3)

滿載荷重을 받는 兩端固定아치에서 挫屈을 考慮하지 않은 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-6과



表 3-4. 形狀最適化의 結果(Case 2)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,8	目的函數(cm <sub>3</sub> )
面積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	152.42	123.80	123.80	133.23	227.27	0.720713×10 <sup>6</sup>
	形狀 1回反復	155.3	130.66	129.97	86.43	86.41	0.587671×10 <sup>6</sup>
		2回反復	138.36	110.25	110.13	91.20	91.25

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y 座標 cm	形狀 固定	0.	432.			768.		1008.		1152.		1200.
	形狀 1回反復	0.	400.00			703.80		887.22		1147.00		1421.76
		2回反復	0.	355.40			645.50		887.22		1147.00	

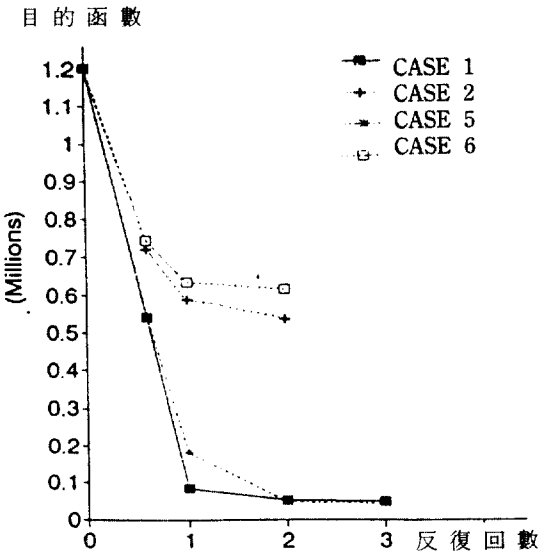


그림 3-2. 反復回數에 따른 目的函數의 結果

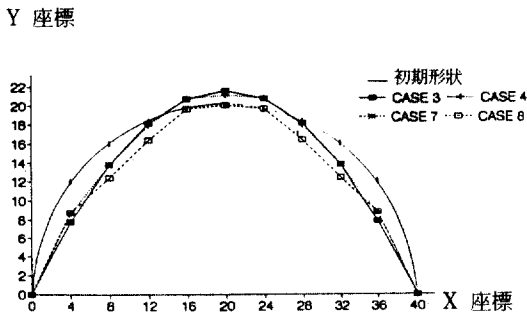


그림 3-3. 滿載荷重을 받는 아치의 最適形狀

表 3-5. 設計條件

研究區分	文獻 <sup>(20)</sup> 및 本 研究
設計條件	
載荷條件(만재하중)	-4.5 ton (Y方向)
相關關係式	$I = 0.2782 \times A^{2.2624}$ $S = 0.4079 \times A^{1.6607}$
彈性係數	2,100,000 kg/cm <sup>2</sup>
許容應力	1,400 kg/cm <sup>2</sup>

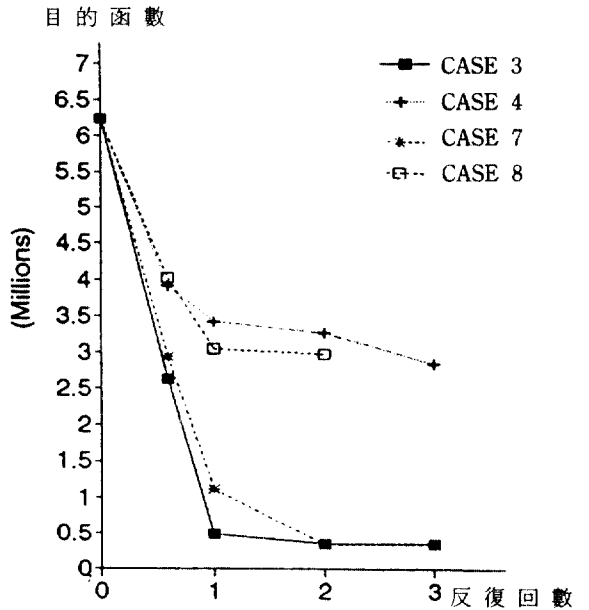


그림 3-4. 反復回數에 따른 目的函數의 結果

表 3-6. 形狀最適化의 結果(Case 3)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷面 積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	529.42	479.11	349.94	232.57	280.87	2.626368×10 <sup>6</sup>	
	狀	1回反復	77.50	64.72	56.85	48.65	179.97	4.94911×10 <sup>5</sup>
		2回反復	73.40	61.20	51.58	43.13	37.89	3.49441×10 <sup>5</sup>
		3回反復	73.26	61.04	50.27	41.19	38.82	3.46370×10 <sup>5</sup>

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y 座標 cm	形狀 固定	0.		1200.		1600.		1833.		1959.59		2000.
	狀	1回反復	0.	774.96		1379.28		1808.01		2066.67		2210.00
		2回反復	0.	775.86		1378.81		1810.22		2067.72		2154.54
		3回反復	0.	775.86		1378.81		1810.22		2068.65		2154.05

表 3-7. 文獻<sup>(20)</sup>과 本 研究의 結果值 比較

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	
斷面 積 cm <sup>2</sup>	本 研究	形狀 固定	529.42	479.11	349.94	232.57	280.87
		形狀最適解	73.26	61.04	50.27	41.19	38.82
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	80.0	68.0	57.5	50.3	46.2
		形狀最適解	77.1	64.9	54.0	46.0	41.5

節點番號		①,⑪	②,⑩	③,⑨	④,⑧	⑤,⑦	⑥	目的函數cm <sup>3</sup>	
Y 座標 cm	本 研究	形狀 固定	0.	1200.	1600.	1833.03	1959.59	2000.	2.62637×10 <sup>6</sup>
		形狀最適解	0.	775.86	1378.81	1810.22	2068.65	2154.05	3.46370×10 <sup>5</sup>
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	0.	576.	1024.	1344.	1536.	1600.	3.34680×10 <sup>6</sup>
		形狀最適解	0.	641.7	1140.8	1497.3	1711.2	1782.5	3.32620×10 <sup>5</sup>

表 3-8. 形狀最適化의 結果(Case 4)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷面 積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	777.88	690.19	521.87	394.78	426.01	3.905743×10 <sup>6</sup>	
	狀	1回反復	618.41	647.73	586.47	366.21	399.53	3.416914×10 <sup>6</sup>
		2回反復	603.08	610.64	538.97	345.69	345.76	3.261640×10 <sup>6</sup>
		3回反復	595.43	516.59	376.57	335.81	317.81	2.827341×10 <sup>6</sup>

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y 座標 cm	形狀 固定	0.		1200.		1600.		1833.		1959.59		2000.
	狀	1回反復	0.	863.46		1587.02		1802.44		1959.59		2200.
		2回反復	0.	863.46		1585.25		1793.66		2086.97		2105.
		3回反復	0.	866.98		1378.15		1792.87		2081.97		2105.

같고 最適形狀은 그림 3-3에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-4에 圖示하였다. 本 研究의 結果와 文獻<sup>(20)</sup>의 比較는 表 3-7과 같다.

2) 挫屈을 考慮한 경우(Case 4)

滿載荷重을 받는 兩端固定아치에서 挫屈을 考慮한 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-8과 같고 最適 形狀은 그림 3-3에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-4에 圖示하였다.

3.2 變斷面 2滑節아치

3.2.1 中央集中荷重을 받는 경우

形狀最適化 알고리즘이 適用될 아치의 設計條件은

表 3-1과 같다.

1) 挫屈을 考慮하지 않은 경우(Case 5)

中央集中荷重을 받는 2滑節아치에서 挫屈을 考慮하지 않은 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-9와 같고 最適形狀은 그림 3-1에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-2에 圖示하였다. 本 研究의 結果와 文獻<sup>(20)</sup>의 比較는 表 3-10과 같다.

2) 挫屈을 考慮한 경우(Case 6)

中央集中荷重을 받는 2滑節아치에서 挫屈을 考慮한 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-11과 같고 最適形狀은 그림 3-1에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-2에 圖示하였다.

表 3-9. 形狀最適化의 結果(Case 5)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷面 積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	75.87	75.90	66.47	148.71	234.47	0.546012×10 <sup>6</sup>	
	形 狀	1回反復	32.45	32.45	10.11	32.40	61.56	0.180508×10 <sup>6</sup>
		2回反復	8.59	8.78	9.19	9.19	8.99	0.464059×10 <sup>5</sup>
		3回反復	8.50	8.94	8.93	8.56	8.59	0.451464×10 <sup>5</sup>

節點番號		①	①①	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥	
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.	
Y 座 標 cm	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.						
	形 狀	1回反復	0.	346.92	663.00	995.06	1312.00	1710.00					
		2回反復	0.	330.10	660.39	990.65	1320.46	1650.57					
		3回反復	0.	330.10	660.39	990.36	1320.46	1650.57					

表 3-10. 文獻<sup>(20)</sup>과 本 研究의 結果值 比較

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	
斷面 積 cm <sup>2</sup>	本 研究	形狀 固定	75.87	75.90	66.47	148.71	234.47
		形狀最適解	8.50	8.94	8.93	8.56	8.59
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	104.5	107.0	108.3	126.3	217.9
		形狀最適解	8.5	8.6	9.5	9.5	9.2

節點番號		①,①①	②,⑩	③,⑨	④,⑧	⑤,⑦	⑥	目的函數cm <sup>3</sup>	
Y 座 標 cm	本 研究	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.	0.54601×10 <sup>6</sup>
		形狀最適解	0.	330.1	660.39	990.36	1320.46	1650.57	0.45146×10 <sup>5</sup>
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	0.	432.	768.	1008.	1152.	1200.	
		形狀最適解	0.	337.4	675.1	1012.4	1350.1	1687.7	0.47597×10 <sup>5</sup>

表 3-11. 形狀最適化의 結果(Case 6)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷面積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	128.02	129.22	128.62	163.17	249.77	0.745677×10 <sup>6</sup>	
	形狀	1回反復	147.83	147.88	107.25	75.55	193.12	0.633435×10 <sup>6</sup>
		2回反復	127.09	127.22	116.45	86.08	200.60	0.613597×10 <sup>6</sup>

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y座標 cm	形狀 固定	0.		432.		768.		1008.		1152.		1200.
	形狀	1回反復	0.	408.46		625.14		852.68		1152.00		1201.30
		2回反復	0.	353.70		625.14		852.00		1152.00		1201.30

表 3-12. 形狀最適化의 結果(Case 7)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )	
斷面積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	563.06	554.88	357.53	313.05	361.14	2.936297×10 <sup>6</sup>	
	形狀	1回反復	289.04	280.73	53.48	76.08	71.92	1.116090×10 <sup>6</sup>
		2回反復	74.25	62.15	49.03	39.86	35.56	3.453271×10 <sup>5</sup>
		3回反復	73.18	61.24	49.43	40.19	35.21	3.419307×10 <sup>5</sup>

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000.
Y座標 cm	形狀 固定	0.	1200.		1600.		1833.		1959.6		2000.	
	形狀	1回反復	0.	892.02		1385.86		1818.6		2069.6		2168.20
		2回反復	0.	777.25		1381.20		1812.56		2071.52		2157.67
		3回反復	0.	776.67		1381.20		1812.56		2071.52		2158.11

表 3-13. 文獻<sup>(20)</sup>과 本 研究의 結果值 比較

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	
斷面積 cm <sup>2</sup>	本 研究	形狀 固定	563.06	554.88	357.53	313.05	361.14
		形狀最適解	73.18	61.24	49.43	40.19	35.21
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	78.4	67.3	57.5	49.9	45.7
		形狀最適解	76.2	64.7	54.5	46.4	

節點番號		①,⑪	②,⑩	③,⑨	④,⑧	⑤,⑦	⑥	目的函數cm <sup>3</sup>	
Y座標 cm	本 研究	形狀 固定	0.	1200.	1600.	1833.03	1959.59	2000.	2.93630×10 <sup>6</sup>
		形狀最適解	0.	777.67	1381.20	1812.56	2071.52	2158.11	3.41931×10 <sup>5</sup>
	文獻 <sup>(20)</sup>	形狀 固定	0.	576.	1024.	1344.	1536.	1600.	3.30810×10 <sup>5</sup>
		形狀最適解	0.	631.0	1121.7	1427.2	1682.5	1752.6	3.29380×10 <sup>5</sup>

表 3-14. 形狀最適化의 結果(Case 8)

部材番號		1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	目的函數(cm <sup>3</sup> )
斷面積 cm <sup>2</sup>	形狀 固定	793.41	740.83	514.57	410.61	444.96	4.024068×10 <sup>6</sup>
	形狀 1回反復	652.85	586.36	380.68	331.98	373.65	3.043131×10 <sup>6</sup>
		2回反復	654.59	583.13	409.40	360.66	300.35

節點番號		①	⑪	②	⑩	③	⑨	④	⑧	⑤	⑦	⑥
X座標 cm		0	4000	400	3600	800	3200	1200	2800	1600	2400	2000
Y座標 cm	形狀 固定	0.		1200.		1600.		1833.03		1959.59		2000.
	形狀 1回反復	0.		918.10		1341.48		1803.03		1967.38		2006.54
		0.		876.95		1238.85		1635.25		1966.13		2003.77

3.2.2 滿載荷重을 받는 경우

形狀最適化 알고리즘이 適用될 아치의 設計條件은 表 3-5와 같다.

1) 挫屈을 考慮하지 않은 경우(Case 7)

滿載荷重을 받는 2滑節아치에서 挫屈을 考慮하지 않은 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-12와 같고 最適形狀은 그림 3-3에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-4에 圖示하였다. 本研究의 結果와 文獻<sup>(20)</sup>의 比較는 表 3-13과 같다.

2) 挫屈을 考慮한 경우(Case 8)

滿載荷重을 받는 2滑節아치에서 挫屈을 考慮한 경우의 形狀最適化 計算結果는 表 3-14와 같고 最適形狀은 그림 3-3에 圖示하였으며 反復回數에 따른 目的函數의 結果는 그림 3-4에 圖示하였다.

3.3 結果分析

本研究의 알고리즘을 實際 아치構造物에 適用하여 얻어진 研究結果를 綜合적으로 比較 分析한 結果는 다음과 같다.

1) 挫屈을 考慮하지 않고 集中荷重만을 받는 變斷面 아치의 形狀을 본 알고리즘으로 最適化하면 그림 3-1과 같이 三角形 形狀이 되었다.

文獻<sup>(20)</sup>의 結果와 本研究의 結果를 比較할 때 類似한 傾向을 보였다.

2) 本研究의 分割最適化 알고리즘으로 2種의 아치構造物을 最適化한 結果 그림 3-2, 그림 3-4와 같이 3回 以內에 效率적으로 收斂하였다.

3) 挫屈을 考慮하지 않은 滿載荷重을 받는 경우

그림 3-3에서 보는 바와 같이 端部의 拘束條件에 關係없이 拋物線 形狀임을 알 수 있다.

4) 挫屈을 考慮한 單一集中荷重을 받는 變斷面 兩端固定아치의 形狀을 본 알고리즘으로 最適化하면 그림 3-1과 같이 三角形에 가까운 形狀이 되었다. 他 文獻<sup>(20)</sup>의 結果와 比較한 結果 類似한 傾向을 보였다.

5) 滿載荷重을 받는 兩端固定아치에서 挫屈을 考慮할 때에는 그림 3-3에서 보는 바와 같이 거의 拋物線 形狀으로 最適解에 收斂하였다.

6) 集中荷重을 받는 變斷面 아치의 最適形狀은 挫屈을 考慮하지 않을 때 文獻<sup>(20)</sup>과 比較하면 本研究의 結果值가 端部의 拘束條件에 關係없이 5.1%-25.1% 減少하였음을 表 3-3, 表 3-10에서 알 수 있다.

7) 挫屈을 考慮한 아치의 最適形狀은 端部의 拘束條件에 關係없이 挫屈을 考慮하지 않은 경우의 最適形狀보다 支間의 中央部分이 처진 形狀을 보이고 있음을 그림 3-1, 그림 3-3으로부터 알 수 있다.

4. 結論

本研究에서는 許容應力, 挫屈應力 등의 制約條件을 考慮한 아치構造物의 形狀을 最適化 하기 위하여 다른 研究와 달리 近似化한 아치構造物의 剛性度行列(stiffness matrix)과 幾何剛性度行列(geometric stiffness matrix)關係로부터 Rayleigh-Ritz法으로 挫屈荷重을 求하고 感度解析(sensitivity analy-

sis)에 效率的이라고 알려진 設計空間法(design space approach)으로 部材力을 近似化함으로써 構造解析數를 줄일 수 있는 效率的인 알고리즘을 適用하여 얻어진 研究結果를 要約하면 다음과 같다.

1) 第 1段階에서는 部材力을 近似化하므로 解를 얻기가 容易하고 設計空間法에 의해서 感度解析을 하여 構造解析의 數를 縮小시킴으로써 最適化에 必要한 時間을 短縮할 수 있다.

2) 本 研究의 結果値는 아치의 種類 및 制約條件式에 關係없이 反復回數 3回 以內에 最適解에 收斂하였으며 他 研究와 거의 同一한 結果를 얻었다.

3) 本 研究 알고리즘은 arch構造物의 形態, 載荷條件 및 制約條件式에 拘束받지 않고 最適解에 收斂하였고 制約條件에 따라 最適形狀이 相異하였다.

4) 同一한 設計條件下에서 아치의 幾何學的 形態를 固定시키고 斷面積만을 最適化한 경우보다 形狀을 最適化한 경우에는 아치의 初期의 幾何學的 形態와 設計條件에 따라 多少 差異가 있지만 重量을 相當히 減少시킬 수 있었으므로 本 研究에 의한 arch構造物의 形狀最適化는 arch構造物의 經濟的인 設計에 도움이 된다고 생각한다.

5) arch構造物의 形狀最適化에는 挫屈이 미치는 影響이 크며 挫屈을 考慮할 경우 滑節arch의 形狀變化가 固定arch보다 더 컸으므로 2滑節arch가 兩端固定arch보다도 挫屈에 不利한 것으로 判斷된다.

6) arch構造物의 最適形狀은 集中荷重을 받는 경우에 三角形 形狀이고 滿載荷重을 받는 경우에는 拋物線 形狀이었다.

### 參 考 文 獻

1. Maxwell, C., Scientific Papers, Vol. 2, 1869, pp. 175-177.
2. Michell, A. G. M., "The Limits of Economy of Materials in Frame Structures", *Philosophical Magazine, Series 6, Vol. 8, No. 47*, November, 1904, pp. 589-595.
3. Schmit, L. A., "Structural Design by Systematic Synthesis", *Proc. of 2nd National Conf. on Electronic Computation*, ASCE, 1960, pp. 105-132.
4. Moses, F., "Optimum Structural Design Using Mathematical Programming", *Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 90, No. ST6*, Dec., 1964, pp.

- 89-104.
5. Venkayya, V., "Design of Optimum Structures", *Computers and Structures, Vol. 1, No. 1/2*, 1968, pp. 265-309.
6. Lightfoot, E. and Gorley, T. A. E., "Optimum Shape for a Single Arch with Solid Fill Above", *Journal of Civil Engineering and Public Works Review*, August, 1966, pp. 963-964.
7. Wu, C. H., "The Strongest Circular Arch-A Perturbation Solution", *Journal of Applied Mechanics, Vol. 35, No. 3*, (Trans. ASCE, Vol. 90, Series E.), September, 1968, pp. 476-480.
8. Budiansky, B., Frauenthal, J. C. and Hutchinson, J. W., "On Optimal Arches", *Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 36*, 1969, pp. 880-882.
9. Pedersen, P., "On the Minimum Mass Layout of Trusses", *AGARD Symposium on Structural Optimization*, Istanbul, Turkey, October, 1969, AGARD-AG-149-71, Feb., 1971.
10. Vanderplaats, G. N. and Moses, F., "Automated Design of Trusses for Optimum Geometry", *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST3*, Proc. Paper 8795, Mar., 1972, pp. 671-690.
11. Zoutendijk, J., "Methods of Feasible Direction", Elsevier Ams der dam, 1960.
12. Zienkiewicz, O. C. and Campbell, J. S., *Shape Optimization and Sequential Linear Programming: Optimum Structural Design*, (Ed. Gallagher, R. H. and Zienkiewicz, O. C.), Wiley New York, 1973, pp. 109-126.
13. Tadjbakhsh, I. and Farshad, M., "On Conservatively Loaded Funicular Arches and Their Optimal Design", *Proc. IUTAM Symp. on Structural Optimization*, Warsaw, 1973, pp. 215-228.
14. Farshad, M., "On Optimal Form of Arches", *Journal of the Franklin Institute, Vol. 302, No. 2*, August, 1976, pp. 187-194.
15. Na, T. Y. and Kurajian, G. M., "On Optimal Arch Design", *Journal of Engineering for Industry*, Feb., 1977, pp. 37-40.
16. 趙孝男: "構造시스템의 最適 配置에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第25卷, 第3號, 1977, pp. 91-99.
17. Schmit, L. A. and Ramanathan, R. K., "Multilevel approach to Minimum Weight Design Including Buckling Constraints", *AIAA, Journal, Vol. 16, No. 2*, Feb., 1978.

18. Hill, R. D., Rozvany, G. I. N., Ming, W. C. and Hwa, L. N., "Optimization , Spanning Capacity and Cost Sensitivity of Fully Stressed Arches", *Journal of Structural Mechanics* 7(4), 1979, pp. 375-410.
19. Lipson, S. L. and Haque, M. I., "Optimal Design of Arches Using the Complex Method", *Journal of the Structural Division*, ASCE, ST12, Dec., 1980, pp. 2509-2525.
20. 한상훈: "두 設計空間에 의한 아치構造의 形狀最適化", 延世大學校 大學院(博士學位 論文), 1985.
21. Kuritz, S. P., *Configuration Optimization of Trusses using Convex Linearization Techniques*, Masters Thesis, University of California, Losangeles, 1986.
22. G. N. Vanderplaats and S. H. Han, " Arch shape optimization using force approximation method", *Structural Optimization J.*, Vol. 2, 1990, pp. 193-201.
23. 鄭榮采: "SUMT法에 의한 2滑節 I型 鋼材 아치의 最適設計", *大韓土木學會 論文集*, 第12卷, 第3號, 1992, pp. 65-79.
24. S. H. Han, "Shape Optimization of Structures by Force Approximate Method", *Proceedings of the Korean-Japan Joint Seminar on Structural Optimization*, Seoul Korea, May, 1992, pp. 129-138.
25. James L. K., *Optimization Techniques with Fortran*, McGraw-Hill Book Company, 1973.
26. 李奎遠, 邊根周, 黃鶴周: "SUMT法에 의한 鋼材 트러스의 最適設計에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第28卷, 第4號, 1980. 8, pp. 119-130.
27. 李奎遠: "平面 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院(博士學位 論文), 1981. 2.
28. 裴主星: "確率制約을 考慮한 平面 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究", 全北大學校 大學院(博士學位 論文), 1983. 2.
29. 李奎遠, 鄭海駿: "幾何的 計劃法에 의한 鋼材 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第3卷, 第2號, 1983. 6, pp. 31-34.
30. 金成完: "分割最適化 技法에 의한 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究 ", 全北大學校 大學院(博士學位 論文), 1987. 2.
31. 김경승: "케이블의 最適引張力을 考慮한 斜張橋의 形狀最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院(博士學位 論文), 1988. 6.
32. 李奎遠, 林秉龍: "破壞確率을 考慮한 트러스構造물의 形狀最適化", *大韓土木學會 論文集*, 第7卷, 第3號, 1987. 9.
33. 최홍식: "多段階 分割法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대構造물의 最適化에 관한 研究", 延世大學校 大學院(博士學位 論文), 1989.
34. 李奎遠, 李根泰: "靜的 및 固有振動數 制約條件式을 考慮한 平面 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第10卷, 第2號, 1990. 6, pp. 23-88.
35. 李奎遠, 宋基範: "3段階 分割技法에 의한 平面 트러스構造물의 形狀最適化에 관한 研究", *大韓土木學會 論文集*, 第12卷, 第3號, 1992, pp. 39-55.
36. Majid, K. I., *Optimum Design of Structures*, Butter Worths, London, 1974.
37. 川井忠彦, 藤谷義信: 挫屈問題解析, 培風館, 1991, pp. 25-27.
38. AISC, *Manual of Steel Construction*, 8th Edition, AISC, 1980, pp. 3. 37-3. 56.
39. Edward J. Hong, Kyung K. Choi, Vadim Komkov, "Design Sensitivity Analysis of Structural Systems", *Mathematics in Science and Engineering*, Vol. 177, 1986.

(接受 : 1993. 2. 23)