

# 하천 수질관리를 위한 희석수량 및 점오염원의 최적 제어시스템

## The Optimal Control Systems of Dilution Water and Point Sources for Water Quality Management in Stream

심순보\* · 한재석\*\*

Shim, Soon Bo · Han, Jae Seok

### Abstract

The purpose of this study is to investigate the theoretical methodology for development of an water quality management system with the optimal control of dilution water and point sources in streams. For the development of objective function and constraints, the control vectors are defined with stream inflows and concentrations of effluents at water treatment plant, and the state vectors are defined with water quality parameters such as DO, BOD<sub>5</sub>, COD and SS concentrations. The applied system solution technique is augmented Lagrangian technique. The developed water quality optimal management methodology was applied to a case study at the Musim stream in Cheong-ju city. The results of the application show that the methodology is suitable for the comprehensive analysis of polluted water systems, and will be utilized to more useful operation of limited water resources in Korean streams.

### 요 지

본 연구의 목적은 오염 심화된 하천 수질개선을 위한 희석수량 및 점오염원을 최적 제어할 수 있는 수질관리 시스템개발에 대한 이론적 방법론을 연구하는데 있다. 시스템 제어변수로는 하천 유하량과 처리장 방출수의 농도수준을, 상태변수로는 DO, BOD, COD, SS를 선택하였고, 시스템 해법으로는 비선형기법인 augmented Lagrangian 기법을 활용하였다. 개발된 시스템을 검증하기 위한 적용대상 하천으로는 오염 심화된 도시하천인 무심천을 선정하였다. 검증과정으로 부터, 개발된 방법론은 도시하천 뿐만아니라 수계 전반에 걸친 폭넓은 분석에도 적합할 것으로 사료되었으며, 제한된 수자원의 효율적 운영을 위한 방안을 제시하는 데도 유용한 도구가 될 수 있을 것으로 판단되었다.

### 1. 서 론

대부분의 오염 심화된 하천은 년중 저수 또는

\* 정희원 · 충북대학교 공과대학 토목공학과, 수자원 · 수질연구센터(CWRQM) 소장

\*\* 정희원 · 충청전문대학 환경공학과, 공학박사, CWRQM 위촉선임연구원

갈수상태의 자연흐름 조건하에 있으며, 유역내의 수원부로 부터 자연상태의 맑은 유수는 한정적인데 반하여, 도시지역내에서 처리되지 않고 배출되어지는 고농도의 생활오수나 산업폐수는 저유속으로 유하하거나 부분적인 정체현상으로 인하여 많은 유기물이 부패하게 된다. 따라서, 심한 악취와 더불어

위락생활공간을 손상시킬 뿐만아니라 수질환경권을 침해하고 있는 실정이며, 양질의 수자원을 적절히 활용하는데 커다란 제한적 장애요소로서 작용하고 있다.

이와 같이 오염된 하천의 수질개선대책은 오염원 별 수질상태의 철저한 조사 및 분석을 토대로 주요 오염발생원에 대한 배출수의 수질상태가 총량규제에 따른 기준치를 충족시킬 수 있도록 각 수계별로 법적·제도적 장치를 철저히 강구하여야 함은 물론, 각급 수처리장에서의 처리효율을 획기적으로 향상시키는 등 가능한 모든 조치를 종합적으로 강구해야 될 것이다.<sup>11)</sup> 따라서, 오염된 하천의 수질보전을 위하여서는 유역의 흐름체계와 지형태학적, 수리·수문학적 특성을 고려한 수질변동 예측모형의 적극적 활용과 더불어 수계내 한정적인 수자원을 효율적으로 활용할 수 있는 수질관리시스템의 개발이 절실히 요망되고 있다.<sup>12)</sup>

이와 같은 연구의 필요성 및 배경에 따라, 본 연구의 목적은 기존의 조사분석된 수질자료를 활용하여 수계내 용수사용지점에서의 수질조건을 최대한 만족시킴과 동시에 수질오염 발생원 및 오·폐수방출지점에서의 최적 수질관리를 위한 제어기법을 개발하기 위한 이론적 방법론을 연구하는데 있다.

하천수질의 최적관리를 위한 오염원 제어시스템의 개발을 위하여, 상태벡터 및 제어벡터는 각각의 기준치를 만족할 수 있도록 다변수적 비선형 형태로 구성하였다. 수질상태벡터로는 DO, BOD<sub>5</sub>, COD<sub>MN</sub>, SS를, 제어벡터로는 유하량과 각급 수처리장 방출수에 대한 허용기준으로 정하였다. 제약조건으로 필요한 하천 수질모형은 이동좌표계를 이용한 Lagrangian 모형으로 구성하였다. 개발된 목적함수와 제약조건을 해결하기 위한 방법으로는 비선형 제어기법인 augmented Lagrangian 기법을 활용하였으며, 오염발생원은 점오염원에 국한하였다.

## 2. 하천수질 최적관리 시스템 개발

하천 수계내에서 오염원을 최적 제어하는 것은 수질환경과 수자원을 총체적으로 관리하는 실용적인 측면에서 대단히 중요하다. 특히, 하천 수계내로 방출된 각종 오수 및 폐·하수에 관계된 수질오염은

오염물질의 각 발생원과 그 특성, 처리장에서의 오염물질의 수집과 처리과정, 방출방법과 방출지점, 그리고 하천에서의 오염물질의 운송현상과 각종 변환과정 등과 같은 다양한 오염인자에 기인되고 있다. 이러한 각종 오염인자들은 각각 분석적 혹은 해석적 방법에 의해 규명될 수도 있지만, 수질오염원 최적 제어문제는 이들의 개별적인 문제분석 뿐만아니라, 총체적인 개념에 따라 상호 연관성에 기초를 두고서 분석해야 한다.

따라서, 수계내 오염원 최적제어를 위한 수질관리 시스템의 구성은 그림 1과 같이 각 수질인자에 대한 시간 및 공간변화에 따른 운송현상과 반응과정 등이 고려되어야 함과 동시에, 하천 유역특성에 따른 각 수질 제어지점마다 용수사용 목적별 수질기준을 충족시킬 수 있어야 한다.

### 2.1 목적함수

그림 1과 같은 하천 수질관리 시스템에서 주된 관리대상은 DO, BOD, COD, SS의 농도치 수준(level)으로서, 갈수시 하수 및 폐수, 위생처리장에서의 방출수가 오염된 수계내로 부가되었을때 유하량이 빈곤한 오염된 하천에서의 수질오염은 더욱 심화될 수 있다.<sup>13)</sup> 이러한 경우, 하류 용수사용지점에서 수질상태가 허용기준치 이내로 유지할 수 있도록 상류 하천수는 물론 처리장에서의 방출농도를 최적 제어할 수 있는 목적함수와 제약조건을 구성해야 한다.

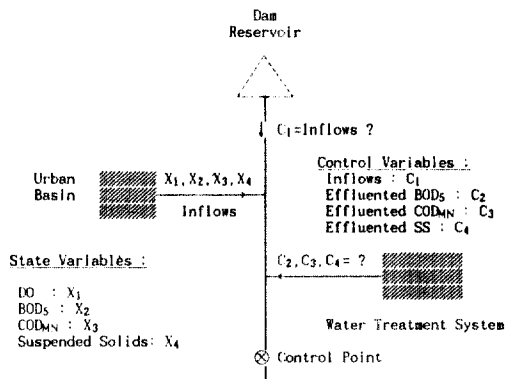


그림 1. The artificial scheme for the optimal water quality control in stream.

상태변수에 대한 목적함수식을 구성하기 위해, 상온상태에서 적용대상 하천을 여러개의 구간으로 나누고, 각 구간의 수질인자인 DO, BOD, COD, SS농도를 하천 수질기준치에 부합시킬 수 있도록 식 (1)과 같은 비선형 범함수(functional)형태로 구성하였다.

$$f_1(X) = \sum_{i=1}^L \sum_{K=1}^N \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d]^2 \quad (1)$$

여기서,  $f_1(X)$ 는 적용대상 수계의 수질특성에 따른 가중치에 의해 수질변수의 상대적 중요도를 반영할 수 있고, 선택된 수질변수에 대한 하천 수질상태와 하천 수질기준치와의 차이를 최소화시키기 위한 목적함수이고,  $\rho_i$ 는 적용대상 수계의 특성에 따라 수질변수에 대한 상대적인 중요도를 나타낼 수 있는 가중치,  $M(X_{i,k})$ 는 단면 K에서 상태변수  $X_i$  각각에 대한 수질농도치 수준(mg/l),  $X_{i,k}$ 는 단면 K에서의  $i=1$ : DO,  $i=2$ : BOD,  $i=3$ : COD,  $i=4$ : SS를 나타내고,  $X_i^d$ 는  $X_i$  각각에 대한 하천 수질기준치(mg/l), L은 대상 수질변수의 수, N은 적용구간(reach)의 하류측 단면을 기준으로 한 구간수이다.

한편, 상류로부터 제어된 유하량과 처리장으로부터 하천분류로 방출되는 오염부하량을 최적 제어하기 위한 목적함수는 식 (2)와 같이 표현할 수 있다.

$$f_2(X) = \sum_{j=1}^n \sum_{K=1}^N \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})]^2 \quad (2)$$

여기서,  $f_2(X)$ 는 하천 수질상태를 정량적인 방법에 의해 수계내 수질상태를 개선하기 위한 하천유량과 각종 수처리장에서의 방출수에 대한 수질 기준치를 최적 결정하기 위해 필요한 제어에너지지를 최소화하기 위한 목적함수,  $\omega_j$ 는 하천유량 및 수질변수의 상대적 중요도를 나타낼 수 있는 가중치,  $C(X_{j,k})$ 는 단면 K에서의 제어변수로서  $i=1$ : 하천유량( $m^3/s$ ),  $i=2, \dots, 4$ : 처리장 방류수에 대한 수질변수의 농도치(mg/l)로서 BOD, COD, SS를 나타내고,  $C_j^R$ 는 제어변수에 대한 수준치로서  $j=1$ : 희석효과를 위한 하천유량( $m^3/sec$ ),  $j=2, \dots, 4$ : 각각 처리전의 BOD, COD, SS에 대한 농도치(mg/l)수준, n은 대상제어 변수의 수를 나타낸다.

이와 같은 구성형태에 따라 수계내 점오염원 최적제어를 위한 최종적인 목적함수는 식 (1)과 식 (2)에 대한 최소화문제로서 식 (3)과 같이 구체화될 수 있다.

$$\text{Min. } F(X) = \sum_{i=1}^L \sum_{K=1}^N \sum_{j=1}^n \{ \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d]^2 + \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})]^2 \} \quad (3)$$

## 2.2 제약조건

오염원 최적 제어를 위한 수질관리시스템은 복잡한 비선형 범함수구조로 형성되므로 구성된 목적함수의 상태변수 및 제어변수에 대한 등식 및 부등식 제약조건 뿐만아니라, 제도적 허용기준치에 대한 제약조건을 동반할 수 있다.

목적함수식 (3)에서 상태변수 각각에 대한 동적 수질상태를 나타내는  $M(X_{i,k})$ 는 시간과 공간변수에 따라 그 성질을 달리하는 변동성분이 되므로 수질상태를 정확히 재현할 수 있는 동적 하천수질모형을 이용하여 계산되어야 한다. 이와 같은 목적에 따라 상태변수에 대한 등식 제약조건을 식 (4)와 같이 구성할 수 있다.

$$M(X_{i,k}) = D_{i,k} \quad (4)$$

여기서,  $D_{i,k}$ 는 K단면에서 동적 수질모형에 의해 계산된 상태변수 각각에 대한 농도치(mg/l)를 나타낸다.

식 (4)에서, 사용된 수질모형은 정확한 농도변화를 계산하기 위해 이동좌표개념<sup>(6-8)</sup>을 도입하여 연구된 동적 수질모형을 이용하였고, 각 상태변수에 대해 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$\text{DO} : A \frac{\partial C_{DO}}{\partial t} = \frac{\partial(AE_x \cdot \partial C_{DO} / \partial \xi)}{\partial \xi} - K_1 A C_{BOD} + K_2 A (C_s - C_{DO}) + Q_L C_{L(DO)} \quad (5)$$

$$\text{BOD} : A \frac{\partial C_{BOD}}{\partial t} = \frac{\partial(AE_x \cdot \partial C_{BOD} / \partial \xi)}{\partial \xi} - K_1 A C_{BOD} + Q_L C_{L(BOD)} \quad (6)$$

$$\text{COD} : A \frac{\partial C_{COD}}{\partial t} = \frac{\partial(AE_x \cdot \partial C_{COD} / \partial \xi)}{\partial \xi} + Q_L C_{L(COD)} \quad (7)$$

$$\text{SS} : A \frac{\partial C_{SS}}{\partial t} = \frac{\partial(AE_x \cdot \partial C_{SS} / \partial \xi)}{\partial \xi} + Q_L C_{L(SS)} \quad (8)$$

여기서, A는 평균 횡단면적(m<sup>2</sup>), C<sub>DO</sub>, C<sub>BOD</sub>, C<sub>COD</sub>, C<sub>SS</sub>는 각각 DO, BOD, COD, SS의 농도(mg/l), ξ는 이동거리좌표계(m), E<sub>x</sub>는 종방향 분산계수(m<sup>2</sup>/sec), K<sub>1</sub> 및 K<sub>2</sub>는 각각 탈산소계수(day<sup>-1</sup>), 재포기계수(day<sup>-1</sup>), C<sub>s</sub>는 용존산소포화농도(mg/l), Q<sub>L</sub>은 L 구간에서의 단위거리당 증분유입량(m<sup>3</sup>/sec·m)을 의미하고, C<sub>LD0</sub>, C<sub>LBOD</sub>, C<sub>LCOD</sub>, C<sub>LSS</sub>는 각각 Q<sub>L</sub>에서의 DO, BOD, COD, SS에 대한 농도(mg/l)를 의미한다.

한편, 점오염원 최적제어를 위한 제어변수 C(X<sub>i,k</sub>)는 수질개선을 위한 희석수량(C(X<sub>1,k</sub>))과 처리장 방출수에 대한 수질변수의 농도치(C(X<sub>2-4,k</sub>))수준으로서 각각 상류로부터의 최대유입량 혹은 최대 정책방출량과 제도적 방출수 허용기준을 충족해야 한다. 따라서, 제어변수에 대한 부등식 제약조건을 식 (9)와 같이 표현할 수 있다.

$$C(X_{i,k}) \leq C_j^d \quad (9)$$

여기서, C<sub>j</sub><sup>d</sup>는 각 제어변수 X<sub>i,k</sub>에 대한 경계조건으로서, j=1: 하천 상류로부터의 최대유입량 혹은 최대 정책방출량(m<sup>3</sup>/sec), j=2, ..., 4: 각각 처리장 방출수에 대한 BOD, COD, SS기준치(mg/l)이다.

### 2.3 최적관리 시스템

최적 수질관리 제어시스템을 도출하기 위해 개발된 목적함수식과 제약조건식을 비선형 최적기법인 augmented Lagrangian 기법<sup>(9-12)</sup>에 적용하였다. 제어 벡터를 포함한 상태변수에 대해 제어시스템인 augmented Lagrangian, La를 도출하기 위해 첫단계로 Lagrange 승수 α, β를 이용한 Lagrangian 함수, L은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L(X, \alpha, \beta) = \sum_i \sum_K \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d]^2 + \sum_j \sum_K \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})]^2 + \sum_i \sum_K \alpha_i [D_{i,k} - M(X_{i,k})] + \sum_j \sum_K \beta_j [C_j^d - C(X_{j,k})] \quad (10)$$

Lagrangian 함수에서 상태변수 X에 대한 1계 gradient인 ∇<sub>x</sub>L을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla_x L(X, \alpha, \beta) &= 2 \sum_i \sum_K \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d] \cdot \nabla_x M(X_{i,k}) \\ &\quad - 2 \sum_j \sum_K \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})] \cdot \nabla_x C(X_{j,k}) \\ &\quad - \sum_i \sum_K \alpha_i \cdot \nabla_x M(X_{i,k}) \\ &\quad - \sum_j \sum_K \beta_j \cdot \nabla_x C(X_{j,k}) \end{aligned} \quad (11)$$

목적함수식 (3)과 등식 및 부등식 제약조건식 (4), (9)를 이용하여 Penalty 함수, P를 구하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_f(X, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) &= \sum_i \sum_K \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d]^2 \\ &\quad + \sum_j \sum_K \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})]^2 \\ &\quad + \sum_i \sum_K \gamma_1 (\|D_{i,k} - M(X_{i,k})\|^2) \\ &\quad + \sum_{j \in C_a} \sum_K \gamma_2 (\|C_j^d - C(X_{j,k})\|^2) \\ &\quad + \sum_{j \in C_b} \sum_K \gamma_3 (\|C_j^d - C(X_{j,k})\|^2) \end{aligned} \quad (12)$$

따라서, 식 (9)의 Lagrangian 함수와 식 (12)를 조합하면 식 (13)과 같은 최적 제어시스템인 augmented Lagrangian, La를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} La(X, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) &= \sum_i \sum_K \rho_i [M(X_{i,k}) - X_i^d]^2 \\ &\quad + \sum_j \sum_K \omega_j [C_j^R - C(X_{j,k})]^2 \\ &\quad + \sum_i \sum_K \alpha_i [D_{i,k} - M(X_{i,k})] \\ &\quad + \sum_j \sum_K \beta_j [C_j^d - C(X_{j,k})] \\ &\quad + \sum_i \sum_K \gamma_1 (\|D_{i,k} - M(X_{i,k})\|^2) \\ &\quad + \sum_{j \in C_a} \sum_K \gamma_2 (\|C_j^d - C(X_{j,k})\|^2) \\ &\quad + \sum_{j \in C_b} \sum_K \gamma_3 (\|C_j^d - C(X_{j,k})\|^2) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)에 대한 1계 gradient인  $\nabla_x La$  및 Hessian인  $\nabla^2_x La$ 을 구하면 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nabla_x La(X, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = & 2 \sum_k \rho_k [(M(X_{1,k}) - X_{1d})^2] \cdot \nabla_x M(X_{1,k}) \\ & + 2 \sum_k \omega_k [C_j^R - C(X_{j,k})] \cdot \nabla_x C(X_{j,k}) \\ & - \sum_k [\alpha_1 + 2\gamma_1 (D_{1,k} - M(X_{1,k}))] \cdot \nabla_x M(X_{1,k}) \\ & - \sum_{j \in C_s} [\beta_j + 2\gamma_2 (C_j^d - C(X_{j,k}))] \cdot \nabla_x C(X_{j,k}) \\ & - 2 \sum_{j \in C_s} \sum_k \gamma_3 [C_j^d - C(X_{j,k})] \cdot \nabla_x C(X_{j,k}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2_x La(X, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = & 2 \sum_k \rho_k [(M(X_{1,k}) - X_{1d})^2 + 1] \cdot \nabla^2_x M(X_{1,k}) \\ & + 2 \sum_k \omega_k [(C(X_{j,k}) - C_j^R)^2 + 1] \cdot \nabla^2_x C(X_{j,k}) \\ & - \sum_k [\alpha_1 + 2\gamma_1 (D_{1,k} - M(X_{1,k}) - 1)] \cdot \nabla^2_x M(X_{1,k}) \\ & - \sum_{j \in C_s} [\beta_j + 2\gamma_2 (C_j^d - C(X_{j,k}) - 1)] \cdot \nabla^2_x C(X_{j,k}) \\ & - \sum_{j \in C_s} \sum_k \gamma_3 [(C_j^d - C(X_{j,k}) - 1)] \cdot \nabla^2_x C(X_{j,k}) \end{aligned} \quad (15)$$

### 3. 전산 시스템 개발

#### 3.1 수치 알고리즘

최적관리시스템 해석을 위한 수치 알고리즘은 시스템의 최적해를 위한 최적조건과 탐사를 위한 방향 및 기울기(slope)의 결정, 그리고 다음 단계를 위한 Lagrange 승수 및 Penalty 계수의 갱신(update)에 대한 알고리즘으로 구성할 수 있다.

시스템 해결을 위한 최적조건은 주어진 초기값에 따라 1계 필요조건으로서 식(16)과 2계 충분조건으로서 식 (17)을 만족해야 한다.

$$\nabla_x La(X, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = 0 \quad (16)$$

$$\nabla^2_x La(X, \alpha, \beta, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) > 0 \quad (17)$$

그러나, 구해진 해가 모든 제약조건식을 만족하는 최적해가 아닌 경우에는 새로운 탐사방향 및 기울기의 결정, 그리고 Lagrange 승수와 Penalty 계수를 갱신해야 한다.<sup>(12)</sup>

탐사방향  $R^K$ 의 갱신은 식 (18)과 같이 직접탐사법 중 variable metric 방법으로서 quasi-Newton 알고리즘을 토대로 하는 반복기법을 이용하여 주로 비선형함수에 대한 공액 탐사방향을 결정할 때 많이 사용되는 DFP(Davidon-Fletcher-Powell)방법<sup>(12,13)</sup>에 따른 탐사방향 갱신 알고리즘을 이용하였다.

$$R^K = -H^K \cdot \nabla La(X^K), K=0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

여기서  $H^K$ 는  $La(X^K)$ 의  $(n \times n)$ 대칭행렬을 의미한다. 이와같은 DFP 알고리즘에 따라 탐사방향  $R^K$ 가 결정되면, 탐사기울기의 결정이 필요하다. 상태벡터의 갱신은 식 (19)와 같이 표현할 수 있고, DFP 알고리즘을 활용하면 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$X^{K+1} = X^K + \lambda R^K, \lambda \geq 0, K=1, 2, \dots \quad (19)$$

$$X^{K+1} = X^K + \lambda H^K \cdot \nabla La(X^K) \quad (20)$$

또한, augmented Lagrangian,  $La(X^{K+1})$ 은 식 (20)을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$La(X^{K+1}) = La(X^K + \lambda \cdot H^K \cdot \nabla La(X^K)) \quad (21)$$

따라서, 탐사방향에 대한 기울기는  $La(X^K)$ 에 대한 1계 gradient를 이용하여 다음과 같이 갱신할 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$\text{Slope} = \frac{\partial La}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} = (R^K)^T \cdot \nabla La(X^K) \quad (22)$$

Lagrange 승수의 갱신을 위한 최적조건은 Lagrange multiplier 방법에 의한  $\nabla_x La = 0$ 보다는 오히려  $\nabla_x L = 0$ 을 필요로 한다. 따라서, 승수의 갱신은 K 단계에서  $\nabla_x La(X^K) = 0$ 을 만족하는 것으로부터 갱신될 수 있으므로 식 (23)과 같은 승수 갱신법칙을 구할 수 있다.<sup>(12)</sup> 이는 식 (13), (14)에 의한  $\nabla_x L$ 의 승수항과  $\nabla_x La$ 의 승수항을 비교함으로써 승수  $\alpha$  및  $\beta$ 를 갱신할 수 있다는 것을 의미한다.

$$\nabla_x L = \nabla_x La = 0 \quad (23)$$

(new) (old)

또한, Penalty 계수는 Lagrange 승수가 갱신된 후에 스칼라  $\lambda (\geq 1)$ 에 의해 주어진 상한계 값에 도달될 때까지 식 (24)와 같은 갱신법칙에 의해 다음 단계로 갱신될 수 있다. 이때, 갱신된 값이 주어진 상한값보다 클 때는 상한값으로 주어진다.<sup>(12)</sup>

$$\gamma_i(\text{new}) = \begin{cases} \gamma_i(\text{max}), & \text{if } \lambda \gamma_i \geq \gamma_i(\text{max}), \\ \lambda \gamma_i, & \text{otherwise,} \\ i=1, 2, 3. \end{cases} \quad (24)$$

#### 3.2 전산 알고리즘

하천수질의 최적관리 시스템의 도출을 위해 사용

된 augmented Lagrangian 기법(ALT)에 대한 전산 알고리즘은 수치 알고리즘을 기초로 구성하였다. ALT에 대한 수치 알고리즘 이외에, 각 단계에서 산정된 해가 주어진 등식 및 부등식 제약조건을 위반할 때 Lagrange승수 및 Penalty계수의 갱신을 하기 위한 판단조건이 필요하다.

등식 제약조건에 필요한 Lagrange승수의 갱신은 식 (13), (14)의 승수항을 비교하는 수치알고리즘에 의해 직접 갱신할 수 있다. 그러나, 부등식 제약조건을 위한 Lagrange승수를 갱신하고자 할때는 갱신법칙을 수행하기전에 필요한 조건으로서 식 (13)에서의  $[\beta_j + 2\gamma_2(C_j^d - C(X_{i,k}))]$ 항과  $[C_j^d - C(X_{i,k})]$ 의 값이  $\geq 0$  혹은  $< 0$  인가를 판별한 후에 각 조건에 맞는 갱신법칙에 따라 승수 및 계수를 갱신해야 한다.<sup>(12)</sup> 이때, 필요한 조건은 탐사간격(step size)인  $\lambda=0$ 가 되거나 상태변수 X에 대한 다음 단계와 현 단계의 값의 차이  $\|X^{k+1} - X^k\|$ 에 대한 크기가 미소량  $\varepsilon(>0)$ 보다 작아야 한다. 또한, 각 단계에서 계산된 해가 모든 제약조건을 만족하는 경우에는 프로그램 실행을 종료시킬 조건을 판별해야 한다. 이때, 필요한 조건은  $\|X^{k+1} - X^k\| < \varepsilon_1$ 와 최적제어 시스템인 La에 대한 최적조건인  $\nabla La$ 의 크기가 미소량이어야 하므로  $\|\nabla La\| < \varepsilon_2$ 이 되어야 한다.

제약조건으로서 필요한 하천 수질모형은 유선을 따라 변형되는 이동거리좌표계를 사용하여 개발된 Lagrangian 하천수질모형화 알고리즘<sup>(12,6)</sup>을 이용하였으며, ALT와의 상호관계를 도시하면 그림 2와 같다.

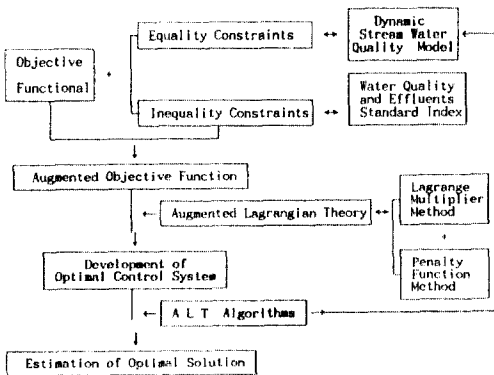


그림 2. Interactive relations of stream water quality model and augmented Lagrangian technique (ALT).

#### 4. 시스템의 검증 및 고찰

이론적 방법론의 유용성 및 타당성을 검증하기 위해 비교적 수질자료가 면밀히 조사연구된 소규모 하천을 적용예로 선정하였고, 적용결과를 비교고찰 하기 위하여 유량변동에 의한 하천수질모형의 동적 조작을 실시하였다.

##### 4.1 적용대상 하천의 유황 및 수질 특성

하천수질의 최적관리를 위한 이론적 방법론을 검증하기 위하여 오염이 심화된 하천중에 청주시를 관통하는 무심천을 선택하였다. 시스템 검증에 적용될 하천내의 주요인자는 심 등<sup>(12)</sup>에 의해 조사연구된 자료중 유입지천 및 하수구를 중심으로 직상류, 직하류에 대한 수리·수문학적 인자와 수질상태변수인 DO, BOD<sub>5</sub>, COD<sub>MN</sub>, SS에 대한 평균농도치<sup>(1)</sup>를 활용하였다.

적용구간내의 모식도 및 수질농도변화를 분석하고자 종방향 거리에 따른 수질변수의 각 농도변동 상태를 그림 3에 도시하였고, 수질농도 분포를 보면 적용대상구간에서의 평균 수질농도로서, DO 4.33 mg/l, BOD<sub>5</sub> 19.4 mg/l, COD<sub>MN</sub> 및 SS는 각각 30.0 mg/l, 116.67 mg/l로 나타나고 있다. 특히,측면에서 유입되는 4개 점오염원에서의 평균 수질농도는 DO 2.5 mg/l, BOD<sub>5</sub> 68.15 mg/l, COD<sub>MN</sub> 66.98 mg/l, SS 299.75 mg/l로서 비교적 많은 오염부하량이 하천으로 직접 유입되고 있음을 알 수 있었다.<sup>(1)</sup> 또한, 수온의 분포도 적용구간내에서 평균 10.47 °C 인데 반하여 하수 유입구의 평균수온은 14.53 °C로서 높게 나타나고 있었다.<sup>(1,2)</sup>

##### 4.2 수질모형계수의 추정

하천 수질모형의 적용시에 필요한 탈산소계수 K<sub>1</sub>은 농도구배가 심한 지역에서 좀더 정확한 산정을 위해 분석자료중 BOD<sub>5</sub>에 대한 구간평균값을 비선형 최소사승법을 이용하였고, 재포기계수 K<sub>2</sub>는 비교적 소규모 하천에서 적용할 수 있도록 평균유속과 수심에 의해 결정되는 Bennett와 Rathbun<sup>(14)</sup>에 의해 제안된 식 (25)를 사용하였다. 종분산계수 E<sub>s</sub>는 전단속도, 동수반경, 유량 등과같은 인자에 의해 결정되는 Liu<sup>(15)</sup>에 의해 제안된 식 (26)을 이용하였으며,

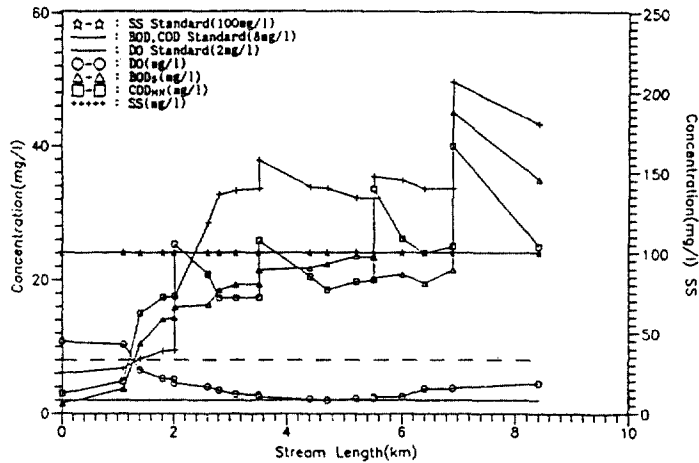
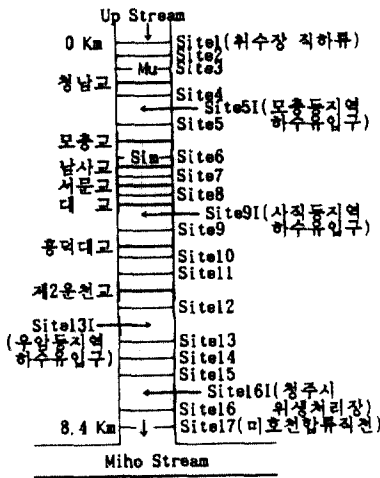


그림 3. The longitudinal DO/BOD<sub>5</sub>/COD<sub>MN</sub>/SS/Cs concentrations along the stream without control.

용존산소 포화농도  $C_s$ 는 APHA기준치<sup>(16)</sup>를 적용하였다.

$$K_2(\text{base } e) = \frac{20.2 U^{0.607}}{H^{1.689}} \quad (25)$$

$$E_x = \frac{\beta Q^2}{U^* R^3}, \quad \beta = 0.18 \left( \frac{\sqrt{gRS}}{U} \right)^{3/2} \quad (26)$$

여기서,  $U$ 는 평균유속(m/sec),  $H$ 는 단면 평균수심(m),  $U^*$ 는 전단속도( $=\sqrt{gRS}$ ),  $R$ 는 동수반경,  $Q$ 는 단면 평균유량( $\text{m}^3/\text{s}$ )이다.

또한,  $K_1$  및  $K_2$ 는 20°C를 기준으로 산정한 것이므로 수계내의 수온효과를 고려하기 위해  $K_1$ 과  $K_2$ 에 대해 각각 식 (27)과 (28)로 보정하였으며, 그 결과를 표 1에 나타내었다.

$$K_1(T) = K_1(20^\circ\text{C}) \times 1.047^{T-20} \quad (27)$$

$$K_2(T) = K_2(20^\circ\text{C}) \times 1.0238^{T-20} \quad (28)$$

### 4.3 유량변동에 따른 동적 수질 모의조작

#### 4.3.1 수질 예측 및 평가

수질예측을 위한 모델로서 식 (5)-(8)과 같은 Lagrangian 모델을 활용하였으며, 대상 수질상태변수인 DO, BOD, COD, SS를 예측한 결과는 그림 4 및 그림 5와 같다. 모형에 의해 계산된 농도치의 적합성 정도를 판단하기 위해서 표준개산오차방법<sup>(17)</sup>을 사용하였고, 그 결과를 표 2에 나타내었다. 이와 같은

검정결과로 볼 때, 모형에 의해 계산된 농도치가 실측농도치와 매우 상관성있게 재현되었음을 알 수 있었다.

#### 4.3.2 동적 수질 모의조작

하천에서의 유량증대에 의한 수질개선은 유수의 유하시간 후에 발생된다. 무심천의 경우 적용구간의 종방향 거리가 8.4 km, 평균유속을 약 0.15 m/sec로 볼 때 유하시간은 약 16시간이 된다. 따라서, 적용구간의 최하류단인 St.17을 수질제어단면으로 정하고, 상류로부터 유입되는 평균유량을 1.5  $\text{m}^3/\text{sec}$ 에서부터 상한계값으로 가정한 10  $\text{m}^3/\text{sec}$ 까지 0.1  $\text{m}^3/\text{sec}$ 씩 증가시켜 가면서 유하시간 이후의 공간변화에 따른 DO, BOD<sub>5</sub>, COD<sub>MN</sub>, SS 농도변화를 동적 모의조작하여 그결과를 그림 6에 나타내었다. 이때, 하천 수질기준치는 무심천과 합류되는 미호천유역의 특성상 농업용수 사용목적인 IV등급 기준을 사용하였다.

그림 6에서와 같이, 유량변동에 따른 DO, BOD<sub>5</sub>, COD<sub>MN</sub>, SS에 대한 동적 모형조작의 결과로 볼 때, 최종제어단인 St.17에서 기준치를 만족하기 위해서는 6.0-6.6  $\text{m}^3/\text{sec}$ 의 하천 유하량이 요망되는 것으로 분석되었다.

### 4.4 시스템의 적용에 및 고찰

연구개발된 최적관리 시스템을 대상하천인 무심천에 적용하여 수질관리용수 및 주변 처리장 방출

표 1. The coefficients of water quality model of the Musim stream

Items	Sites									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$K_1(d^{-1})$	0.067	0.066	0.067	0.066	0.067	0.064	0.065	0.066	0.068	0.066
$K_1$ Est.	0.040	0.040	0.040	0.039	0.041	0.042	0.042	0.044	0.047	0.044
$K_2(d^{-1})$	0.50	0.50	0.53	0.35	0.27	0.32	0.25	0.26	0.25	0.27
$K_2$ Est.	0.39	0.39	0.41	0.27	0.21	0.26	0.20	0.21	0.21	0.22
$E_x$	0.83	1.05	1.62	1.01	1.41	1.31	0.92	1.50	1.20	1.30

Items	Sites							
	11	12	13	14	15	16	17	Mean
$K_1(d^{-1})$	0.064	0.065	0.061	0.060	0.060	0.060	0.060	0.064
$K_1$ Est.	0.042	0.042	0.041	0.040	0.040	0.040	0.040	0.041
$K_2(d^{-1})$	0.31	0.43	0.31	0.52	0.71	0.81	0.72	0.43
$K_2$ Est.	0.25	0.33	0.25	0.42	0.58	0.66	0.59	0.34
$E_x$	1.30	1.40	1.20	1.40	1.70	2.30	2.40	1.40

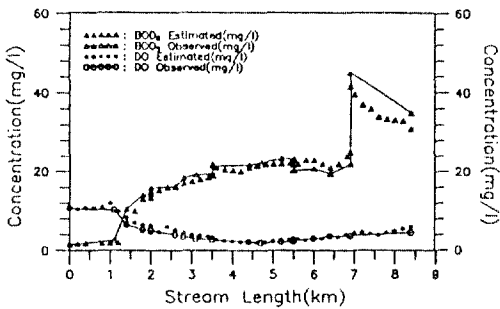


그림 4. The forecasting of DO, BOD concentrations of the Musim stream.

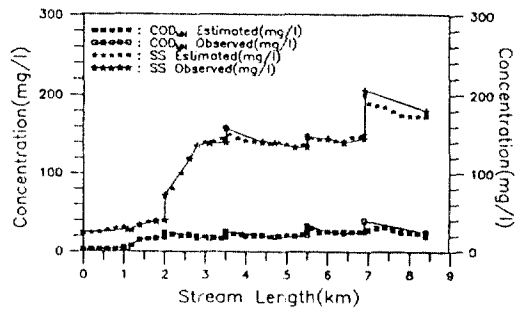


그림 5. The forecasting of COD, SS concentrations of the Musim stream.

수의 기준치를 최적 결정하고자 하였다. 오염부하량이 다량 유입되는 단면을 중심으로 적용구간의 최종 제어단인 St.17을 포함한 St.9, St.13을 선정하였고, 실제 전산운용시 우리나라 하천 수질기준치의 IV등급 기준치 및 분뇨처리장에서의 방출수기준을 다음과 같이 제약조건화하여 사용하였다.

$$X_1^d=2.0, X_2^d=8.0, X_3^d=8.0, X_4^d=100.0$$

$$1.5 \leq C_1^d \leq 10.0, C_2^d \leq 40.0, C_3^d \leq 30.0, C_4^d \leq 70.0$$

상류로부터의 유하량  $C_1^d$ 는 농림수산부 산하의 농어촌공사가 미호천 II단계 농업종합 개발사업<sup>(18)</sup>을

표 2. The results of the standard error of estimate

Items	Water Quality State Variables			
	DO	BOD <sub>t</sub>	COD <sub>MN</sub>	SS
C.L.	95%	95%	95%	95%
C.C.	0.910	0.884	0.935	0.977
S.E.E.	0.230	0.409	0.235	0.155
R <sup>2</sup>	86.67%	78.09%	87.49%	95.36%

Legend: C.L.: Confidence limits, C.C.: Correlation coefficients, S.E.E.: Standard error of estimate, R<sup>2</sup>: Coefficient of determination.



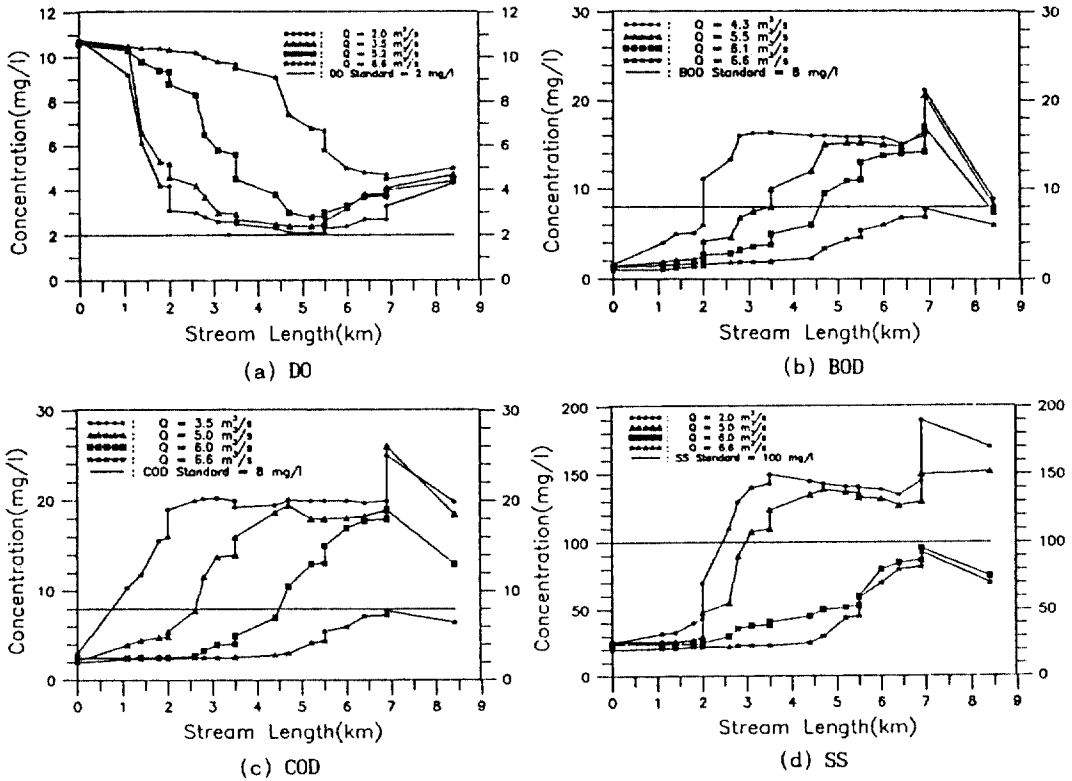


그림 6. The simulation of dynamic water quality model to flow variations.

표 3. The optimal solutions at site 17 with search point 12

Number of Search Points	Controlled State Variables(mg/l)				Optimal Control Variable(m <sup>3</sup> /sec)	Source controlled quality of treatment effluents(mg/l)		
	DO	BOD <sup>5</sup>	COD <sub>MN</sub>	SS	Stream flows	BOD <sup>5</sup>	COD <sub>MN</sub>	SS
Initial	2.00	8.00	11.00	100.0	4.00**	40.00	30.00	70.00
2	2.00	8.00	11.00	99.99	4.00	40.00	30.00	70.00
3	1.94	7.34	9.79	91.78	4.29	35.75	26.81	68.65
4	1.93	7.34	9.79	91.77	4.29	35.74	26.80	68.64
5	1.88	6.67	8.66	83.35	4.54	31.74	23.81	67.37
6	1.88	6.67	8.66	83.34	4.55	31.74	23.80	67.37
7	1.87	6.59	8.53	82.29	4.61	31.29	23.47	67.23
8	1.89	6.59	8.53	82.28	4.72	31.29	23.46	67.22
≈								≈
12	2.02*	6.10*	7.71*	75.96*	5.01*	25.32*	19.20*	65.72*
Natural	4.50	35.00	25.00	180.50	2.50	185.00	135.80	430.00
Standards								
(IV class)	≥2.0	≤8.0	≤8.0	≤100.0		≤40.0	≤30.0	≤70.0

\*: converged optimal values \*\*: assumed stream flows

추진하면서 농업용수 사용목적으로 인근의 대청댐 청주도수로를 통해 무심천으로 방류시킬 최대 정적 방류량과 갈수시 무심천의 측정유량을 기초로 각각 최대 10 m<sup>3</sup>/sec, 최소 1.5 m<sup>3</sup>/sec로 가정하였다. 전산시스템의 종료조건으로서 수렴조건은  $\|X^{k+1} - X^k\| \leq 0.01$ ,  $\|\nabla L^k\| \leq 0.0001$ 을 적용하였고, 가중치는 각각 0.25로 가정하여 사용하였으며, 적용결과를 고찰하면 다음과 같다.

Site 9에서 수질개선을 위해 필요한 하천 유하량은 4.03 m<sup>3</sup>/sec으로 분석되었으며, 적용구간내의 수질 상태는 DO 2.37 mg/l, BOD<sub>5</sub> 7.11 mg/l, COD<sub>MN</sub> 7.91 mg/l, SS 76.96 mg/l로 나타났다. Site 13에 대한 최적해는 유량 4.49 m<sup>3</sup>/sec, DO 2.23 mg/l, BOD<sub>5</sub> 4.86 mg/l, COD<sub>MN</sub> 5.95 mg/l, SS 92.14 mg/l로 나타났다.

최종 제어단인 Site 17에 대한 최적해는 표 3과 같이 허용기준치 IV등급을 만족시키기 위해 요구되는 유량은 5.01 m<sup>3</sup>/sec으로 최적 결정되었다. 이는 유량변동에 따른 동적 모형조작의 결과인 6.0-6.6 m<sup>3</sup>/sec와는 약간의 차이가 있는 것으로 분석되었다. 한편, 수질상태는 DO 2.02 mg/l, BOD<sub>5</sub> 6.10 mg/l, COD<sub>MN</sub> 7.71 mg/l, SS 75.96 mg/l로 최적 결정되었으며, 이와같은 수질상태를 유지하기 위해 최적 제어된 위생처리장 방출수에 대한 방출기준치는 BOD<sub>5</sub> 25.32 mg/l, COD<sub>MN</sub> 19.20 mg/l, SS 65.72 mg/l로 결정되었다.

이와 같은 적용예를 볼 때, 대부분의 오염심화된 하천의 경우 자연 유하량이 풍부하지 못하므로 현행 제도적 기준치에 따른 각급 처리장의 방출수량 자체가 수질 오염원이 될 가능성이 많을 것으로 예상되었다.

## 5. 결론

본 논문은 하천 수질관리를 위한 점오염원의 최적제어를 위한 이론적 방법론을 연구한 것이다. 따라서, 연구의 필요성 및 목적에 따라 하천 수질 관리시스템에 대한 시스템 분석과 최적 제어기법, 목적함수 및 제약조건들의 구성, 그에 따른 최적 제어시스템의 도출 등과 같은 이론적연구와 유량변동에 따른 하천 수질관리 모형의 동적 조작 및 도출된

최적 제어시스템을 실제 오염이 심화된 무심천에 적용하여 그 실용성과 유용성을 입증하고자 하였다. 이에따른 연구내용을 요약하면 다음과 같다.

오염원 최적제어를 위한 목적함수와 제약조건은 하천 수질상태변수의 농도가 용수사용 목적별 하천 수질기준치에 부합할 수 있도록 하천 상류로부터의 유하량과 각 수처리장의 방출수에 대한 수질기준치를 최적 결정할 수 있도록 하였다. 점오염원의 최적제어시스템을 도출하기 위해 비선형 최적기법인 ALT이론을 적용하였다.

적용대상 하천으로 오염심화된 무심천 하류부를 선택하여 청주시 위생처리장 및 지천, 생활하수구를 중심으로 17개 단면으로 구분하였고, 최적 시스템의 결과와 비교분석하기 위하여 유량변동에 따른 하천 수질모형의 동적 조작으로부터 유하시간후의 공간 변화에 따른 각각의 수질농도 변화를 분석한 결과, 최종 제어단인 St.17에서 수질기준치 IV등급을 만족하기 위해서는 6.0-6.6 m<sup>3</sup>/sec의 유하량이 요구되었다.

하천 수질관리를 위한 최적제어시스템을 적용한 결과, 최종 제어단면인 St.17에서 적용된 IV등급 하천 수질기준치를 만족시키기 위해 요구되는 유량은 5.01 m<sup>3</sup>/sec로 나타났다. 이와같은 결과는 유량변동에 따른 동적 수질시뮬레이션 결과와는 약간의 차이가 있는 것으로 분석되었다. 한편, 위생처리장 방출수의 수질상태에 대한 처리기준은 BOD<sub>5</sub> 25.32 mg/l, COD<sub>MN</sub> 19.20 mg/l, SS 65.72 mg/l로 최적 결정된 것으로 볼 때, 현재 실시하고 있는 방출수 허용기준치보다 낮게 결정되었다.

본 연구결과를 종합 분석하면, 각급 수처리장에 대한 방출수의 수질기준은 총량규제원칙에 따라 용수사용 목적별 및 거리별로 다르게 책정되고 규제되어야 할 것으로 사료된다. 이론적 연구방법론은 오염된 하천 수질상태를 최적관리하는 측면 뿐만 아니라, 양질의 수자원을 최적 활용하는 공학적인 측면에서 그 실용성과 유용성이 매우 높다고 할 수 있지만, 실제 수계별로 적용하여 활용하기 위해서는 다수의 제어할 수 있는 오염원을 포함한 대규모 하천시스템에 적용하는 문제, 점오염원 뿐만아니라 비점오염원을 고려한 최적 종합 수질관리문제, 수질변수의 상대적 중요도를 나타낼 수 있는 가중치의

최적 결정문제 등과 같은 후속 연구과제를 남겨두고 있다.

### 감사의 글

본 연구는 한국과학재단의 89-92년도 목적기초연구지원사업 과제인 [도시하천의 수질 종합관리 기술개발(KOSEF 89-0706-07)] 결과의 일부로서, 성공적 연구수행을 가능하게 한 관계당국에 깊은 감사를 드립니다.

### 참 고 문 헌

1. 심순보, 한재석 외, 도시하천의 수질 종합관리 기술개발, 한국과학재단 목적기초연구사업, KOSEF 89-0706-07, KOSEF. (1992.9).
2. 심순보, 한재석 외, 도시하천의 수자원 최적관리를 위한 다차원 수질모델의 개발, 한국과학재단, No. 862-1303-013-2 (1988).
3. 심순보, 한재석, 하천 수질 상태변수에 따른 수자원 최적제어, 대한환경공학회지, 11(2): 47-58, (1989)
4. Eheart, J. W. and E. D. Brill Jr. and J. C. Liebman and Members, ASCE. Discharger Grouping for Water Quality Control, *J. of Water Resou. Planning and Management*, 116(1): 21-37, (1990)
5. Eheart, J. W., Effects of Streamflow Variation on Critical Water Quality for Multiple Discharges of Decaying Pollutants, *W.R.R.*, 24(1): 1-8, (1988) .
6. Jobson, H. E., *Temperature and Solute-Transport Simulation in Streamflow using a Lagrangian Reference Frame*, U.S.G.S. Water Resour. Investigations, 81-2, (1981).
7. Jobson, H. E., Estimation of Dispersion and First-

- Order Rate Coeff. by Numerical Routing, *W.R.R.*, 23(1):169-180, (1987).
8. Cheng, R. T. and V. Casulli and S. N. Milford., Eulerian-Lagrangian Solution of the Convection-Dispersion Equation in Natural Coordinates, *W.R.R.*, 20(7): 944-952, (1984) .
9. Ito, K. and K. Kunisch, *The Augmented Lagrangian Method for Equality and Inequality Constraints in Hilbert Spaces*, Rep. 86-79, Univ. Brown, Germany, (1987)
10. Lucidi, S., Tech. Rep., *IASI-CUR*, 116, (1985).
11. Di Pillo, G. and A. De Luca., Exact Augmented Lagrangian Approach to Optimization of Large-Scale Systems. *Int. J. System Sci.*, 18(1): 157-176, (1987).
12. Pierre, D. A. and M. J. Lowe., *Mathematical Programming via Augmented Lagrangians*.(Addison-Wesley Pub. Co.), (1975).
13. Schoeffler, J. D., *In Optimization Methods for Large Scale Systems with Applications*, edited by D. A. Wismer.(N.Y., McGraw Hill), (1971).
14. Bennett, J. P. and R. E. Rathbun., *Reaeration in Open Channel Flow*, U.S.G.S. Professional Paper 737, (1972).
15. Liu, H., Predicting Dispersion Coefficient of Streams. *J.E.E.D., ASCE*, 103(EEI): 59-69, (1977) .
16. E.P.A. Environmental Research Lab., *Rates, Constants and Kinetics Formulations in Surface Water Quality Modeling*, 2nd ed.(E.P.A.), (1985).
17. Kottegoda, N. T., *Stochastic Water Resources Technology*.(Mac-Millan Press Ltd.), (1980).
18. 농업진흥공사, 대단위 농업종합개발 사업 : 미호천 II단계 기본 계획서(보완)(농림수산부, 농업진흥공사), (1989) .

(接受 : 1992. 11. 16)