

복합대류가 이원용액의 응고과정에 미치는 영향에 관한 수치적 연구

A Numerical Study on the Solidification of Binary Mixture with Double-diffusive Convection in the Liquid

유 재 석*
J. Yoo

Key words : Binary Mixture(이원혼합물), Double-diffusive Convection(복합대류),
Enthalpy Method(엔탈피방법), Solidification Process(응고과정)

Abstract

Double-diffusive convection during solidification process of the binary mixture was studied numerically. Enthalpy method and finite element method were implemented in the analysis. Calculation carried out for $Ra_T=10^3-10^4$ and $Ra_T=0-10^5$. The results show that the variation of thermal Rayleigh number changes the fields of velocity, temperature and concentration, but the variation of solutal Rayleigh number gives little effects on those. In conclusion, concentration gradient can be negligible compared with temperature gradient in macroscopic point of view, although concentration gradient plays a role in forming dendrite.

기 호 설 명

C : 농도
 $C, K_1, K_2, K_3, K_7, L_1, L_2, L_3, M, R_i, Q_T, Q_C, Q_m$: 유 한 요 소
 식의 계수행렬
 c_p : 열용량
 D : 물질확산계수
 f_{oi} : 체적력의 계수
 f_i : 액상질량분율
 FO : Fourier 수
 g : 중력가속도
 H : 무차원 엔탈피
 h : 엔탈피
 H_{sl} : 응고잠열
 k : 열전도계수
 L : 길이
 Le : Lewis 수
 Pr : Prandtl 수

Ra_c : Solutal Rayleigh 수
 Ra_T : Thermal Rayleigh 수
 T : 온도
 t : 시간
 u_i : 속도분력
 x_i : 좌표

하첨자

c : 저온벽면
 E : 공용점
 i : 초기치
 l : 액상
 m : mold
 p : 순수물질
 s : 고상

상첨자

* : 차원을 갖는 양
 . : 시간미분

*정회원, 아주대학교 기계공학과

회합문자

- α : 열확산계수
 β_T : 열팽창계수
 β_c : 물질팽창계수
 \emptyset : Interpolation 함수
 λ : Penalty 상수
 ν : 동점성계수
 θ : 무차원온도
 ρ : 밀도

1. 서 론

용해나 응고는 열에너지의 흡수나 방출을 동반하는 상변화 과정이다. 고체-액체 상변화를 겪는 시스템의 기본적인 공통된 현상은 서로 다른 열물성치를 갖는 두 상의 경계가 존재하며, 이 경계는 열에너지가 흡수 또는 방출됨에 따라 움직이는 이동경계가 된다. 그러나 이동경계에서의 경계조건이 비선형이며 이동경계의 위치가 미리 알려져 있는 것이 아니라 해의 일부로서 구해야하므로 수학적으로 해석이 대단히 어렵다. 따라서 엄밀해는 아주 단순한 영역 및 경계조건하에서만 존재하며, 그 외에는 대부분 근사해나, 수치적 방법에 의하여 해석되고 있다.⁽¹⁾

합금이나 혼합물의 상변화현상은 순수물질의 상변화현상에 비하여 훨씬 복잡한 경향을 보이고 있다.⁽²⁻⁴⁾ 이는 순수물질이나 공용물질(eutectics)과 같이 어떤 특정 온도에서 상변화가 일어나는 것이 아니라, 어떤 온도 범위에서 일어나기 때문이다. 즉 고상과 액상이 혼합물의 농도에 따라 다양한 온도에서 평형을 이루며 공존하게 되며, 더욱이 대부분의 시스템에서 화학성분이 고상과 액상에서 서로 다른 용해도(solubility)를 갖게 되므로 상변화면에서 화학성분이 흡수 또는 배출되게 된다. 이로 인하여 온도 구배 뿐만아니라 농도 구배도 존재하게 되며, 또한 순수물질의 상변화면과는 달리 혼합물의 상변화면은 평면이 아닌 수지상 형상을 띄게 된다.^(2,3) 따라서 혼합물의 상변화면은 매우 불규칙(irregular)하며 이 부분에는 액상과 고상이 혼합된 형태로 존재하게 되는데, 이 부분을 머시영역이라고 부른다. 혼합물의 상변화 시, 상변화면의 이동을 일으키는 구동력은 온도 구배와 농도 구배가 되며, 이들이 열적 혹은 구조적 안정 현상을 일으

키게 되는 데, 이는 상변화면을 더욱 불안정하게 하여 상변화면을 더욱 더 불규칙하게 만든다. 또한 농도 구배와 온도구배는 액상 내의 유동 현상과 매우 밀접한 관계가 있다고 알려져 있다. 상변화 시의 액상 내의 대류의 주요성은 인식되고 있으나 머시영역 내에서의 여러가지 전달현상이 잘 알려져 있지 않으므로 체계적인 연구는 별로 이루어지지 않고 있다.⁽³⁾

국내에서는 대부분 순수 물질의 상변화 현상에 관하여 연구하여 왔으며, 혼합물에 대한 연구는 국내보다는 외국에서 활발하게 연구되고 있다.⁽³⁾ 즉 최근 Clyne^(5,6)은 수치해석과 실험을 통하여 합금의 응고 특성을 조사하였고 Bennon과 Incropera⁽⁷⁻⁹⁾는 혼합물의 상변화에 대한 수치모델을 제시하였으며, 이 모델을 이용하여 직사각형공간내의 이원용액의 응고과정을 수치적으로 연구하였다. 또한 Chen⁽¹⁰⁾은 주조과정의 응고현상을 체적감소 및 자연대류를 포함하여 해석하였다.

본 연구에서는, 혼합물의 응고과정 해석을 위하여 제안된,⁽¹¹⁾ 엔탈피법을 적용한 해석방법을 이원용액의 응고과정에 적용하여, 온도구배 및 농도구배에 의하여 발생하는 자연대류가 응고과정에 미치는 영향을 조사하였다.

2. 모델링 및 수치해석

2.1 지배방정식

이원용액의 응고과정에 온도구배 및 농도구배에 의한 자연대류가 미치는 영향을 해석하기 위하여 엔탈피법을 도입하였는데, 엔탈피 방법을 적용할 때의 관건은 온도와 엔탈피와의 관계를 어떻게 설정하는가 하는 점이며, 본 연구에서는 김기현 등⁽¹¹⁾의 연구결과로부터 제안된 온도-엔탈피-농도-액상분율관계를 도입하였다. 또한 해석의 편의를 위하여 다음과 같이 가정하였다.

- (1) 유체는 뉴턴 유체이며, 층류유동이다.
- (2) 국부적으로 열역학적 평형을 이루고 있다.
- (3) 물성치는 일정하며, 밀도는 부력항을 제외하고는 일정하다.
- (4) 고상에서의 물질전달은 무시할 수 있다.

엔탈피 및 농도, 물성치들이 액상에서부터 머시영역, 고상까지 연속적으로 변화한다고 가정하면, 이 값들은 각 상의 엔탈피 및 농도, 물성치들의 질

량평균값으로 나타낼 수 있게된다. 즉 액상질량비, f_l 을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$h = (1 - f_l) h_s + f_l h_l \quad (1)$$

$$C = (1 - f_l) C_s + f_l C_l \quad (2)$$

$$k = (1 - f_l) k_s + f_l k_l \quad (3)$$

그러나, 고상에서의 물질전달은 무시할 수 있다고 가정하였으므로 물질확산계수는 다음과 같다.

$$D = f_l D_l \quad (4)$$

다음과 같은 무차원변수 및 무차원수를 이용하여 지배방정식을 무차원화하였다.

$$t = \frac{t^* a_s}{L^2} Ste_s, \quad x_i = x_i^*/L, \quad u_i = u_i^* L / \alpha_i,$$

$$H = h^*/H_{sl}, \quad k = k^*/k_s, \quad \rho = \rho^*/\rho_s,$$

$$C = \frac{C^* - C_p^*}{C_E^* - C_p^*}, \quad \theta = \frac{T - T_E}{T_i - T_E}, \quad Le = \alpha_l/D,$$

$$Ste_l = \frac{c_{pl}(T_i - T_E)}{H_{sl}}, \quad Ste_s = \frac{c_{ps}(T_E - T_c)}{H_{sl}}, \quad (5)$$

$$Ra_T = \frac{g\beta_T(T_i - T_E)L^3}{\nu\alpha_l},$$

$$Ra_c = \frac{g\beta_c(C_E - C_p)L^3}{D\alpha_l}$$

$$\theta_m = \frac{T_m - T_E}{T_i - T_E}$$

무차원화된 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_l} Ste_s \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

$$+ \frac{\rho_s}{\rho_l} \rho Pr \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho [Ra_T Pr \theta + Ra_c Le^{-1} C] f_i \quad (7)$$

$$Ste_s \rho \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\alpha_l}{\alpha_s} \rho u_j \frac{\partial H}{\partial x_j} = Ste_l \frac{c_{ps}}{c_{pl}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} \quad (8)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_l} Ste_s \frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = Le^{-1} \frac{\partial^2 C_l}{\partial x_j \partial x_j} \quad (9)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_m} Ste_s \frac{\partial \theta_m}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial x_j \partial x_j} \quad (10)$$

2.3 유한요소법

수치해석을 위하여 본 연구에서는 유한요소법을 사용하였다. 유한요소법의 장점으로, 첫째, 복잡한 형상의 경계를 갖는 경우 요소면이 그 경계면과 일치하도록 요소를 분할하기만 하면 되는 점이다.

둘째로는 물성치가 다른 물질로 구성되어 있을 때 역시 이 경계면에 요소면이 위치하도록 분할하면 된다. 즉, 에너지 방정식을 적용할 때, 물성치가 다른 물질의 경계면에서는 온도와 열유속이 연속인 조건을 만족시켜야하는데, 유한요소법에서는 요소면이 이 경계면과 일치한다면 이 조건이 자동으로 만족되므로 따로 이 조건을 적용하여야 하는 수고를 덜 수 있다. 상변화문제 해석에 엔탈피방법을 적용할 경우, 상변화면을 직접 추적하지 않으므로 단순한 형상의 영역을 갖는 문제에서는 위에서 언급한 유한요소법의 장점을 찾기 어려우나, 복잡한 형상의 영역을 포함하거나, 상변화물질과 함께 이를 둘러싸고 있는 용기나 물드를 고려하여야 하는 경우 유한차분법보다 유리하다고 할 수 있다.

속도, 압력, 온도 및 농도를 다음과 같은 형상함수를 이용하여 근사화한다.

$$u = \sum_{k=1}^n u_k \phi_k, \quad \nu = \sum_{k=1}^n \nu_k \phi_k, \quad p = \sum_{k=1}^n p_k \phi_k^p$$

$$\theta = \sum_{k=1}^n \theta_k \phi_k, \quad C = \sum_{k=1}^n C_k \phi_k \quad (11)$$

운동량 및 에너지, 농도방정식과 물드의 에너지 방정식에 각각 잔류가중치법 (Weight Residual Method)을 써서 유한요소식을 구한 후, Penalty 방법을 운동량방정식에 도입하여 압력항과 연속방정식을 소거하여 행렬식의 형태로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_l} Ste_s M_{ij} \dot{u}_j + A_{ij} u_j + \frac{\rho_s}{\rho_l} Pr (2K_{1ij} + K_{2ij}) u_j$$

$$+ \frac{\rho_s}{\rho_l} Pr K_{3ij} \nu_j + \lambda (L_{1ij} u_j + L_{3ij} \nu_j) = R_i \quad (12)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_l} Ste_s M_{ij} \dot{\nu}_j + A_{ij} \nu_j + \frac{\rho_s}{\rho_l} Pr K_{3ij}^T u_j$$

$$+ \frac{\rho_s}{\rho_l} Pr (K_{1ij} + 2K_{2ij}) \nu_j - [Pr Ra_T M_{ij} \theta_j$$

$$+ Le^{-1} Ra_c M_{ij} C_j] + \lambda (L_{3ij} u_j + L_{2ij} \nu_j) = R_2 \quad (13)$$

$$Ste_s M_{ij} \dot{\theta}_j + \frac{\alpha_l}{\alpha_s} A_{ij} \theta_j + Ste_l \frac{c_{ps}}{c_{pl}} K_{Tij} \theta_j = Q_T \quad (14)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_l} Ste_s M_{ij} \dot{C}_j + A_{ij} C_j + Le^{-1} K_{Tij} C_j = Q_C \quad (15)$$

$$\frac{\alpha_s}{\alpha_m} Ste_s M_{ij} \dot{\theta}_m + K_{Tij} \theta_m = Q_m \quad (16)$$

Eq. (12)와 Eq. (13)에 나타난 λ 는 penalty 상수이며, Eqs. (12) ~ (16)에서 사용된 계수는 다음과 같이 표현된다.

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \phi_i \phi_j d\Omega \quad (17)$$

$$C_{ij} = \int_{\Omega} (u_n \phi_i \phi_{j,x} + v_n \phi_i \phi_{j,y}) d\Omega \quad (18)$$

$$K_{1ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,x} \phi_{j,x} d\Omega \quad (19)$$

$$K_{2ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,y} \phi_{j,y} d\Omega \quad (20)$$

$$K_{3ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,x} \phi_{j,y} d\Omega \quad (21)$$

$$K_{Tij} = \int_{\Omega} (\phi_{i,x} \phi_{j,x} + \phi_{i,y} \phi_{j,y}) d\Omega \quad (22)$$

$$R_i = \int_{\Gamma} t_i \phi_i d\Gamma \quad (23)$$

$$Q_T = \int_{\Gamma} (-q_s) \phi_i d\Gamma \quad (24)$$

$$Q_C = \int_{\Gamma} (-j_c) \phi_i d\Gamma \quad (25)$$

$$Q_m = \int_{\Gamma} (-q_m) \phi_i d\Gamma \quad (26)$$

$$L_{1ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,x} \phi_{j,x} d\Omega \quad (27)$$

$$L_{2ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,y} \phi_{j,y} d\Omega \quad (28)$$

$$L_{3ij} = \int_{\Omega} \phi_{i,x} \phi_{j,y} d\Omega \quad (29)$$

2.4 수치해석방법

운동량 및 에너지, 농도방정식들은 모두 부력항으로 커플(coupled)되어 있는 비선형방정식이므로 반복이완법을 적용하였으며, 시간에 대하여서는 암시법(Fully Implicit Method)을 사용하였다. 그러나, 이 식들을 모두 동시에 풀기위하여서는 계수행렬식의 크기가 너무 크게되어, 상당히 큰 용량의 전산기가 필요하게 되며 또한 해석에 상당히 많은 시간이 소요된다. 따라서, 본 연구에서는 에너지 및 운동량, 농도방정식을 모두 분리(decoupled)시켜서 해석하였으며, 이 때의 해의 정확도는 이미 다른 연구에서 입증한 바 있다.^(12,13) 기본적인 계산 과정은 다음과 같다.

(1) 전 시간단계 또는 반복단계에서의 정보를 이용하여 물체의 온도 및 상변화물질의 엔탈피를 계산한다. 이때 속도 및 농도의 정보는 전 시간단계의 값을 이용한다.

(2) 엔탈피-온도-농도-액상질량분율 관계를 이용

하여 온도 및 각 상의 질량분율을 구한다.

(3) 상평형도를 이용하여 새로이 응고된 고상의 농도와 국소평균농도를 구한다.

(4) 전 시간단계 또는 반복단계에서의 정보를 이용하여 상변화물질내의 유동장을 계산한다. 이때, 온도는 앞에서 계산된 현 시간단계의 값을 이용한다.

(5) 고상의 응고로 배제된 물질을 고려하여 액상의 농도를 구한다.

앞에서 기술한 바와 같이 계산할 경우 온도장 및 유동장, 농도장이 한 시간단계 만큼 차이가 날 수 있다는 점을 밝혀둔다.

3. 수치실험

수치해석을 위하여 대상물질 및 영역, 조건을 다음과 같이 정하였다. 즉 상변화물질로는 이원용액인 NH₄Cl-H₂O를 택하였으며, 이원용액의 성분중 NH₄Cl 성분을 농도의 기준으로 삼았다. NH₄Cl-H₂O의 상평형도는 Fig. 1에 표시하였으며, NH₄Cl-H₂O의 물성치는 Table 1에 수록하였다. 또한,

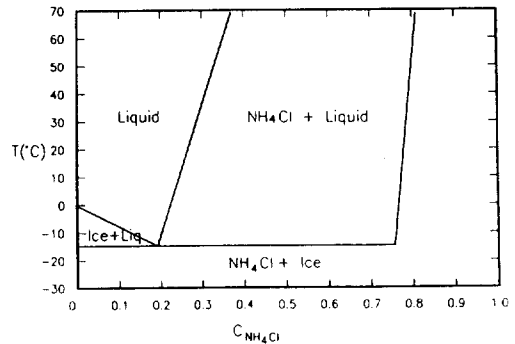


Fig. 1 Equilibrium phase diagram of the NH₄Cl-H₂O system

Table 1 Thermophysical properties of NH₄Cl-H₂O.

	Solid	Liquid	Unit
Specific heat	1.870	3.249	kJ/kgK
Thermal conductivity	0.393	0.468	W/mK
Density	1078	1078	kg/m ³
Latent heat	313.8		kJ/kg
Eutectic temperature	257.75		K
Eutectic concentration	0.197		
H ₂ O freezing temperature	273.15		K

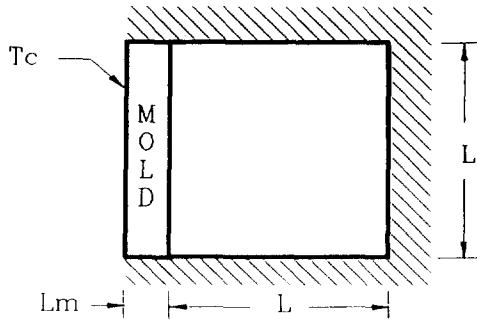


Fig. 2 Schematic diagram of two dimensional domain

Table 2 Dimensionless parameters.

Dimensionless Parameter	Value
Aspect ratio	1
Prandtl number, Pr	10
Lewis number, Le	27.845
Stefan numbers, Ste_i/Ste_s	0.304/0.0119
Rayleigh numbers,	
Ra_T	-10^4
Ra_C	-10^5

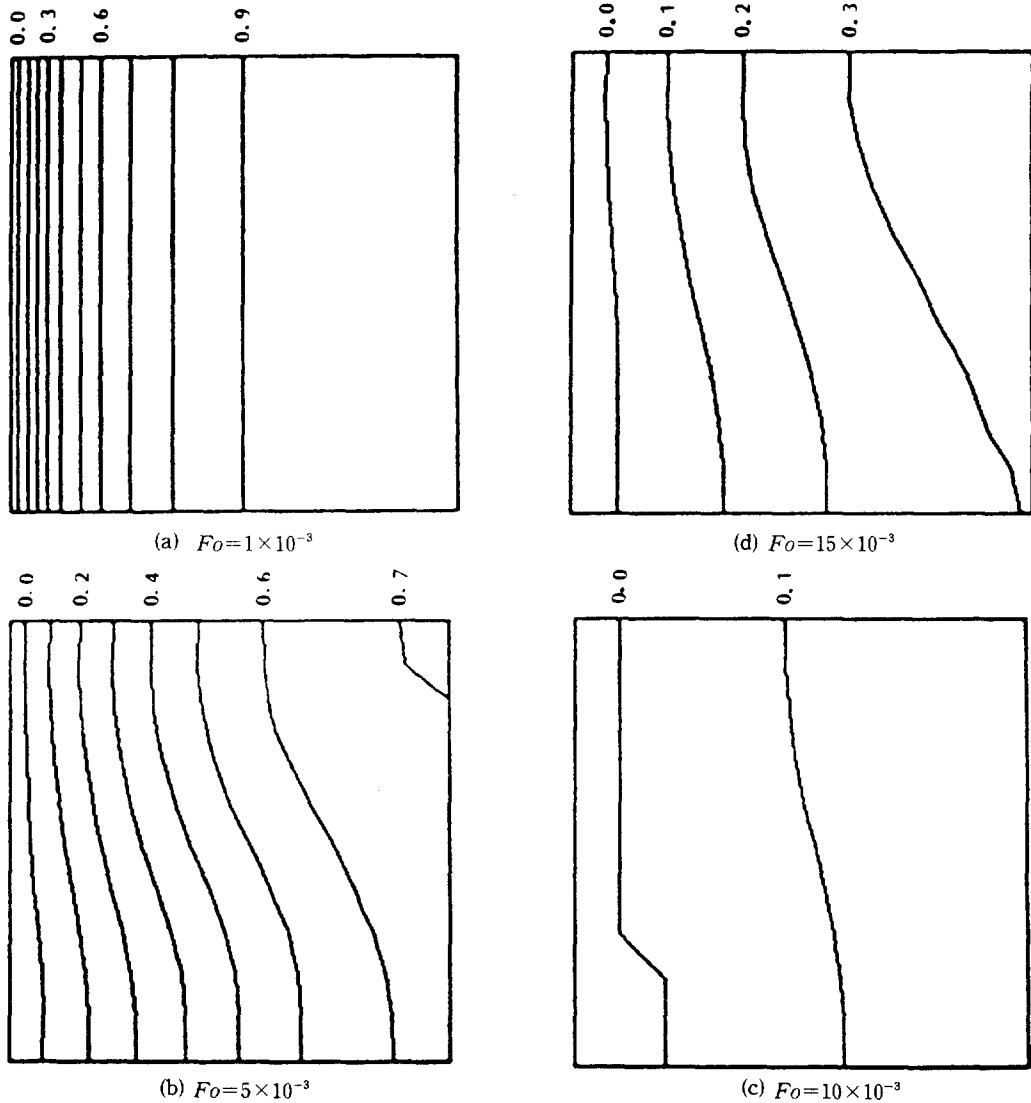


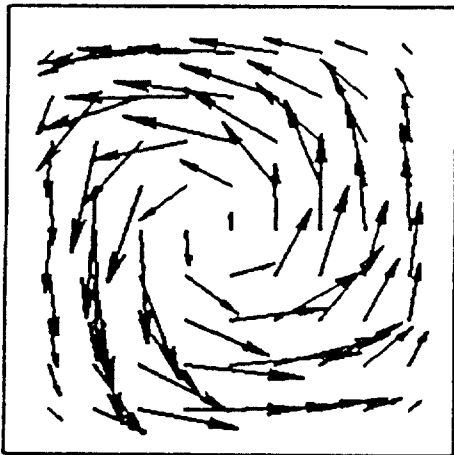
Fig. 3 Temperature distribution for various times in the NH_4Cl-H_2O system: $Ra_T=10^3$, $Ra_C=0$

Fig. 2에 나타난 바와 같이 모두 물드를 고려하여 물드의 외벽에 온도경계조건을 가하였으며, 나머지 벽면은 모두 단열경계조건을 가정하였다. 자연대류의 영향을 고찰하기 위하여 단지 Ra_T 와 Ra_c 만을 변화시켰을 뿐, 다른 경계조건은 모두 동일한 조건을 취하였다. 즉 물드 외벽의 온도는 -17.4°C (255.75K), 초기온도는 14°C (287.15K), 초기농도는 10%로 하였다. 수치실험에 사용된 무차원 수는 Table 2에 수록하였다. Fig. 2에 나타난 상변화물질 및 물드로 구성되는 계산영역은 쌍선형 요소로 분할하였다. 상변화물질 영역은 100개의 요소로, 물드는 30개의 요소로 분할하였으며, penalty상수

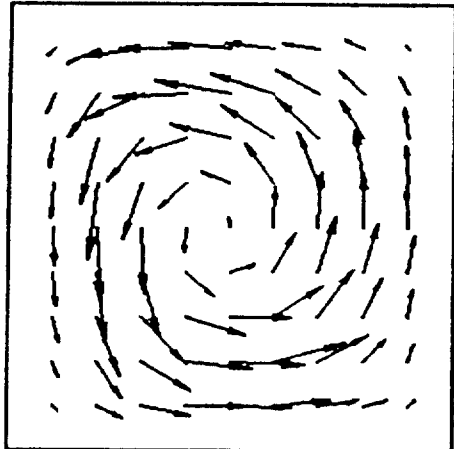
로는 10^8 을 취하였다. 시간증분은 무차원시간으로 1×10^{-3} 을 취하였다.

3.1 온도구배에 의한 자연대류의 영향($Ra_c=0$)
 가. $Ra_T=10^3$ (Case 1)

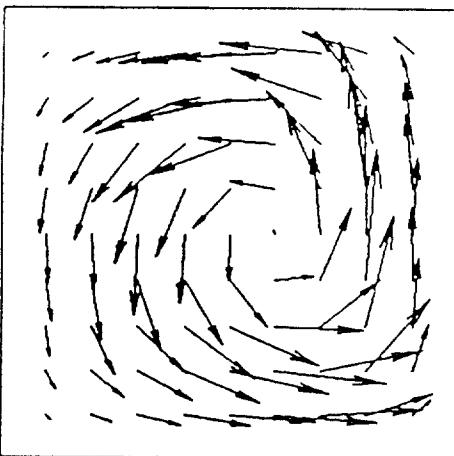
먼저 온도차만에 의한 자연대류의 영향을 살펴보았다. 즉 $Ra_T=10^3$ 이며 $Ra_c=0$ 인 경우에 대하여 해석하였다. Fig. 3은 시간에 따른 온도분포를, Fig. 4는 시간에 따른 유동장을, Fig. 5는 농도분포를 시간에 따라 표시하였다. 각 그림에서 무차원 시간은, (a)는 $Fo=1 \times 10^{-3}$, (b)는 $Fo=5 \times 10^{-3}$, (c)는 $Fo=10 \times 10^{-3}$, (d)는 $Fo=15 \times 10^{-3}$ 이다.



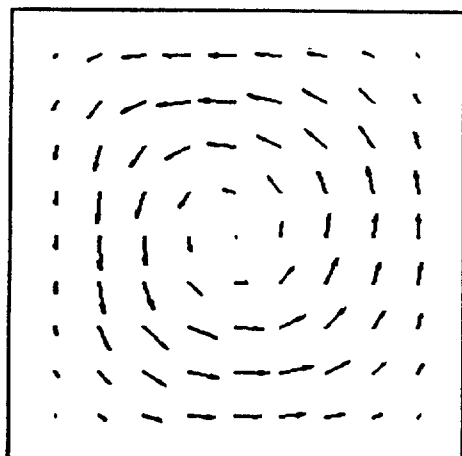
(a) $Fo=1 \times 10^{-3}$



(c) $Fo=10 \times 10^{-3}$



(b) $Fo=5 \times 10^{-3}$



(d) $Fo=15 \times 10^{-3}$

Fig. 4 Vector plot of the velocity field in the $\text{NH}_4\text{Cl}-\text{H}_2\text{O}$ system: $Ra_T=10^3$, $Ra_c=0$

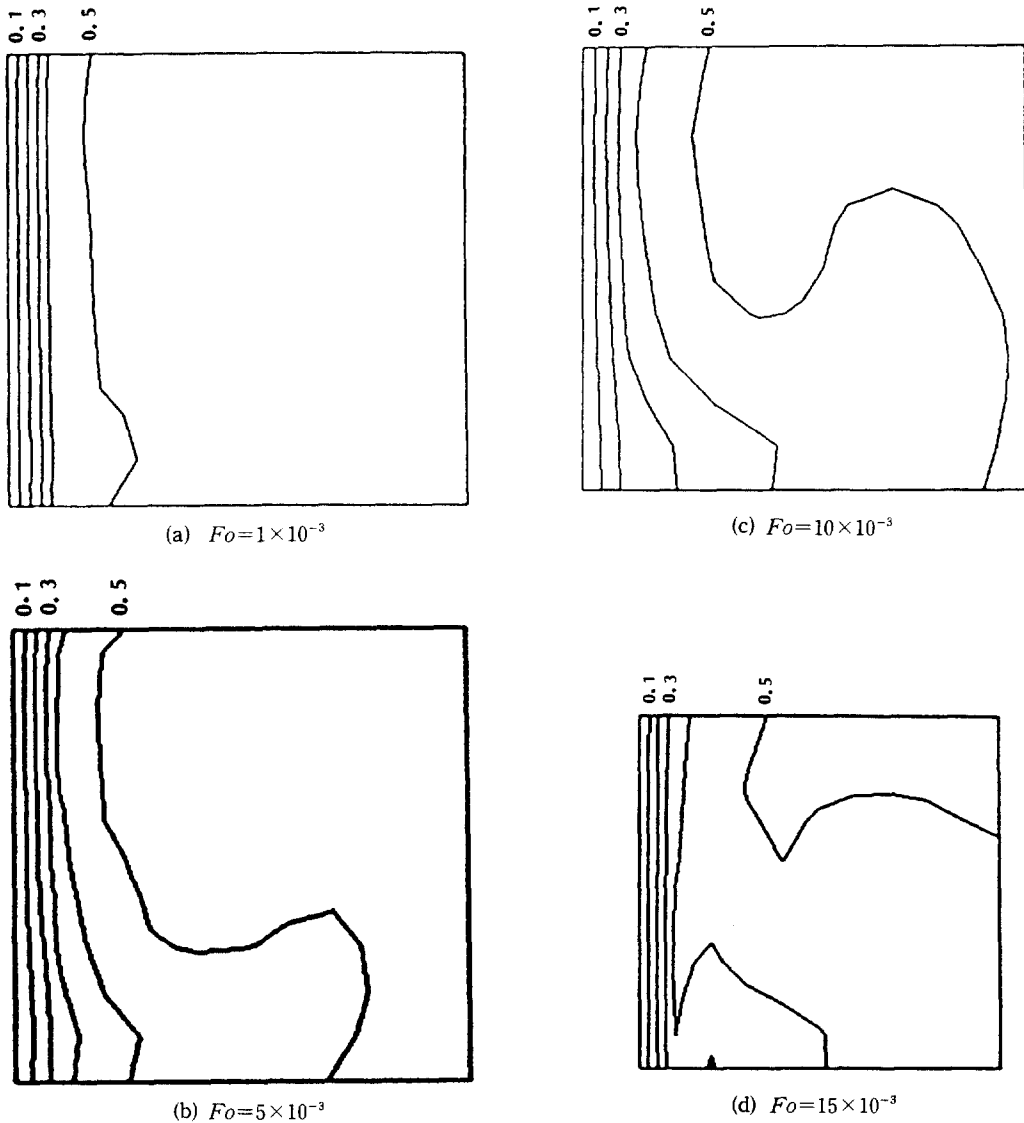


Fig. 5 Concentration distribution for various times in the $\text{NH}_4\text{Cl-H}_2\text{O}$ system: $Ra_T=10^3$, $Ra_C=0$

Fig. 3(a)에서 온도분포가 직선인 이유는 다음과 같다. 즉 앞에서 설명한 바와 같이 온도분포의 계산시 사용되는 속도값은 바로 전 시간에서의 계산값이며, $Fo=1 \times 10^{-3}$ 은 첫번째 시간증분에 해당되므로 초기상태의 속도값인 0, 즉 모든 곳에서 유동이 없으므로 일차원 계산값과 동일하게 나타난다. 그러나 Fig. 3(b) 및 (c), (d)에 나타난 바와 같이 시간이 지남에 따라 자연대류의 영향으로 영역 전체의 온도가 낮아지며, 특히 아래부분의 온도가 감소하는 것을 알 수 있다. Fig. 4에 나타낸 속도벡

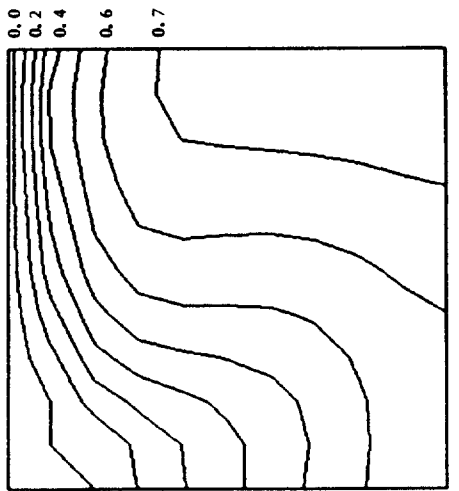
터를 살펴보면, 시간이 지남에 따라 부력에 의하여 속도가 증가하여 $Fo=5 \times 10^{-3}$ 일 때 최대속도 ($U_{max}=2.98$)를 나타낸 후, 다시 감소하고 있다. 시간에 따른 농도변화를 나타낸 Fig. 5를 살펴보면 자연대류의 영향을 가장 잘 알 수 있다. 즉 시간이 지남에 따라 유동장에 의하여, 영역 아래부분의 농도가 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이상의 결과를 살펴보면, 시간이 지남에 따라 온도차에 의한 자연대류의 발생으로 인한 유동의 영향으로, 온도 및 농도가 안정된 방향으로 성층화가 이루어지게 되며,

성층화가 이루어지면 유동이 약화되어 $Fo=20 \times 10^{-3}$ 에 이르면 유동이 거의 사라지게 된다. 이때까지는 고상영역의 증가는 거의 없게 된다. 이 시간까지 고상영역의 증가가 없는 이유는 엔탈피 방법을 적용하였기 때문이다. 즉 본 연구에서는 쌍선형요소를 채택하였기 때문에 물드와 상변화물질과의 경계면에 위치한 유한요소점이 고상으로 변한 경우 최대 유한요소의 반이 고상으로 변한 것으로 인식하기 때문이며, 이는 엔탈피방법에서는 상변화

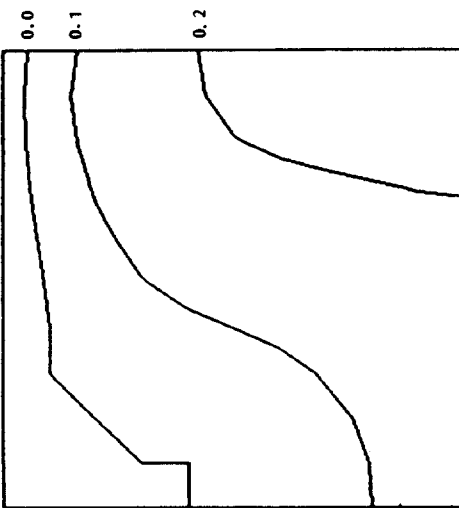
면을 추적하지 않기 때문에 발생하는 오차이다. 따라서 고상이 물드 인접 유한요소의 반 이상을 차지한 이후에야 고상영역의 증가가 있는 것으로 나타나게 된다.

나. $Ra_T=10^4$ (Case 2)

Fig. 6과 Fig. 7은 각각, $Ra_T=10^4$ 이며 $Ra_c=0$ 일 때 시간에 따른 온도분포와 시간에 따른 유동장을 나타낸 그림이다. 각 그림의 (a), (b)에서의 무차원 시간, Fo 는 각각 3×10^{-3} , 9×10^{-3} 이다. Case 1

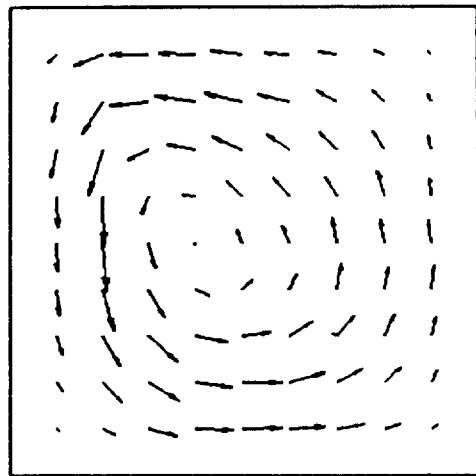


(a) $Fo=3 \times 10^{-3}$

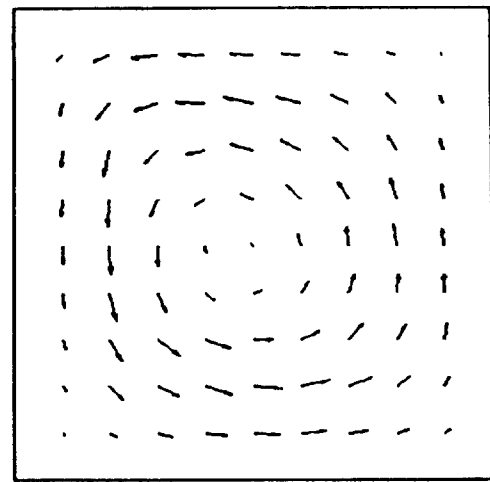


(b) $Fo=9 \times 10^{-3}$

Fig. 6 Temperature distribution for various times in the NH_4Cl-H_2O system: $Ra_T=10^4$, $Ra_c=0$



(a) $Fo=3 \times 10^{-3}$



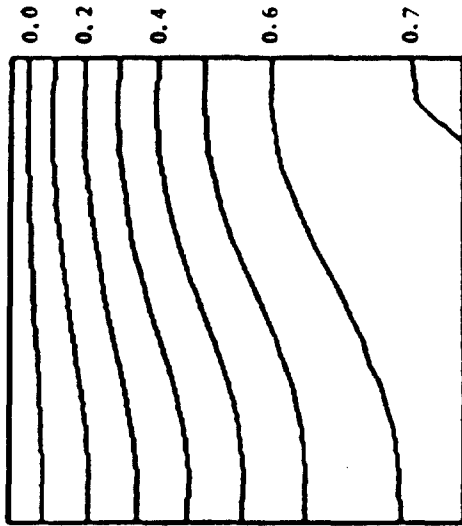
(b) $Fo=9 \times 10^{-3}$

Fig. 7 Vector plot of the velocity field in the NH_4Cl-H_2O system: $Ra_T=10^4$, $Ra_c=0$

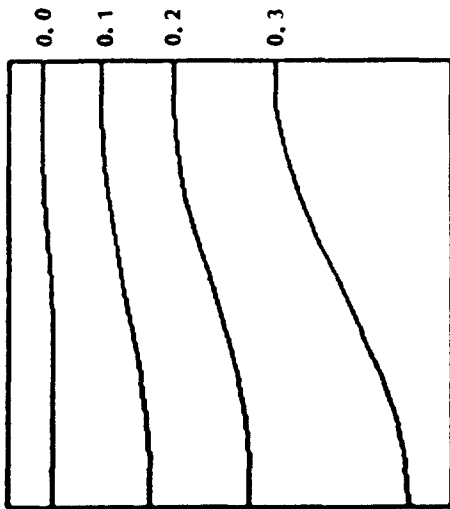
에 비하여 Ra_T 가 10배 증가하였으므로 자연대류의 영향이 훨씬 강하게 빨리 나타나게 된다. Case 1과 비교하여 상변화 물질 내부의 온도가 훨씬 빨리 낮아지게 되며, 따라서 Case 1과는 달리 온도 및 농도가 완전히 성층화 되기 이전에 응고가 진행된다. 속도의 최대값은 $Fo=1 \times 10^{-3}$ 일 때 얻어지며, Case 1에 비하여 약 10배 정도 증가된 값($u_{max}=29.1$)을 나타내고 있다.

3.2 온도구배 및 농도구배에 의한 자연대류의 영향 ($Ra_T=10^3$)

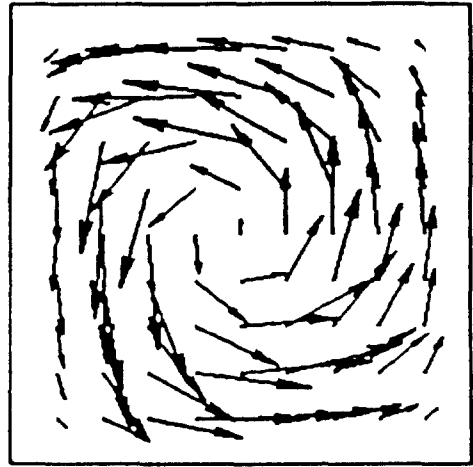
다음은 온도구배 뿐만 아니라 농도구배에 의한 자연대류가 존재할 때의 응고현상을 살펴보기 위하여 Ra_c 가 10^5 인 경우(Case 3)에 대하여 해석하였다. 이 때 편의상 Ra_T 는 10^3 으로 고정하였으며, 그 결과를 Fig. 8 및 Fig. 9, Fig. 10에 나타내었다. Fig. 8에는 시간에 따른 온도분포를, Fig. 9에는 시



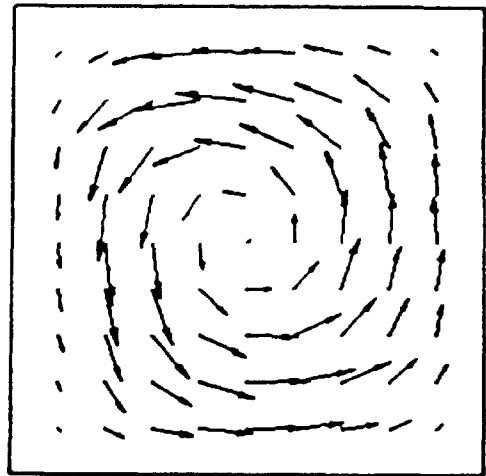
(a) $Fo=5 \times 10^{-3}$,



(b) $Fo=10 \times 10^{-3}$



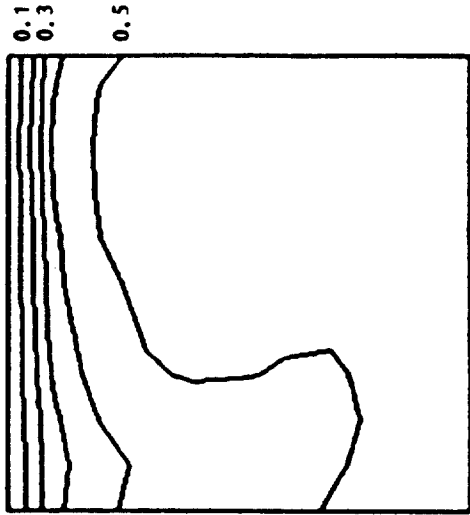
(a) $Fo=5 \times 10^{-3}$



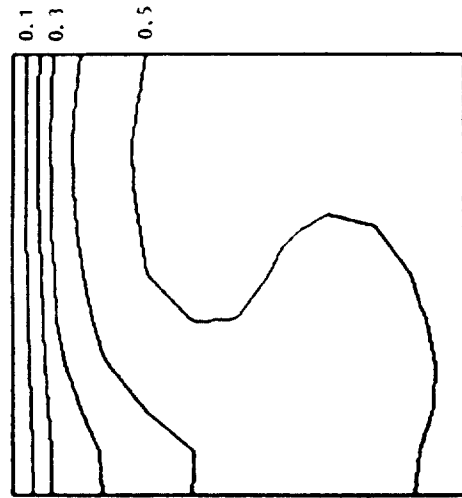
(b) $Fo=10 \times 10^{-3}$

Fig. 8 Temperature distribution for various times in the NH_4Cl-H_2O system: $Ra_T=10^3$, $Ra_c=10^5$

Fig. 9 Vector plot of the velocity field in the NH_4Cl-H_2O system: $Ra_T=10^3$, $Ra_c=10^5$



(a) $Fo=5 \times 10^{-3}$

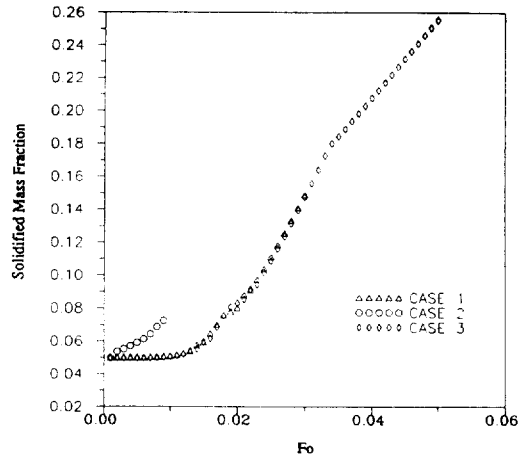


(b) $Fo=10 \times 10^{-3}$

Fig. 10 concentration distribution for various times in the NH_4Cl-H_2O system : $Ra_T=10^3$, $Ra_c=10^5$

간에 따른 유동장을, Fig. 10에는 농도분포를 시간에 따라 표시하였다. 각 그림에서 무차원 시간은 다음과 같다. 즉 (a)는 $Fo=5 \times 10^{-3}$, (b)는 $Fo=15 \times 10^{-3}$ 일 때의 그림이다. Case 3의 결과를 Case 1의 결과와 비교하여 보면, 온도 및 속도, 농도 분포가 모두 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 이들의 수치결과를 비교하여보면, 약 2%정도의 차이를 보이고 있다.

위의 결과를 볼 때, 온도구배에 의한 자연대류의



CASE 1. $Ra_T=10^3$, $Ra_c=0$
 CASE 2. $Ra_T=10^4$, $Ra_c=0$
 CASE 3. $Ra_T=10^3$, $Ra_c=10^5$

Fig. 11 Solidified Mass Fraction as a function of time

영향은 Ra_T 가 증가함에 따라 확실히 나타나지만, 농도구배에 의한 자연대류의 영향은 적어도 Ra_c 가 0에서 10^5 으로 증가하는 동안 거의 찾아 볼 수 없었다. 따라서 농도구배에 의한 부력의 발생 보다는 온도구배에 의한 부력의 발생이 응고과정에 지배적인 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

Fig. 11에는 각 경우의 응고질량분율을 시간의 함수로 표시하였다. 앞서의 결과로부터 예측되듯이, case 1과 case 3의 응고질량분율은 거의 일치한다. 이는 Ra_c 의 영향이 거의 없기 때문이다. 그러나, case 2의 응고질량분율은 case 1에 비하여 매우 빨리 증가하는 것을 보여주고 있는데, 이는 Ra_T 의 영향이 크기 때문이다. 응고질량분율을 나타내는 곡선이 매끈하지 못하며, 특히 초기에 0.05로 일정하게 나타나는 것은 엔탈피방법을 적용하였기 때문이다.

4. 결 론

이원용액의 응고과정에서의 에너지 및 물질전달에 의한 이중확산 대류 현상이 상변화에 미치는 영향을 조사하였다. 이원용액으로는 염화암모니아용액을 취하였으며, 정사각형영역 및 돌드를 함께 고려하였다. 상변화면의 취급을 위하여 엔탈피방법을 도입하여 해석하였으며 수치방법으로는 유한요소법을 적용하였다.

수치해석 결과, 온도구배에 의한 부력의 영향 즉 Ra_T 의 증가는 유동장의 발달을 매우 활발하게 하여 상변화물질 내의 성층화를 촉진하는 등 그 영향이 매우 크게 나타났다. 그러나 농도구배에 의한 부력의 영향 즉 Ra_c 의 변화는, 최소한 Ra_c 가 0에서 10^6 까지 변화하는 동안, 응고과정에 거의 영향이 없는 것으로 나타났다. 즉 상변화시 온도구배가 농도구배에 비하여 그 영향이 지배적임을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 연구비 지원에 의하여 연구되었음을 밝히며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Lunardini, V.J., 1981, "Heat Transfer in Cold Climates," Van Nostrand Reinhold, New York.
- (2) Flemings, M.C., 1974, "Solidification Processing," McGraw-Hill, New York.
- (3) Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals," J. Heat Transfer, Vol. 110, No. 4(B), pp. 1205~1219.
- (4) Beckermann, C. and Viskanta, R., 1988, "An Experimental Study of Solidification of Binary Mixtures with Double-Diffusive Convection in the Liquid," ASME Proc. 1988 Nat'l Heat Transfer Conf., HTD-96, Vol. 3, pp. 67~78.
- (5) Clyne, T.W., 1982, "The Use of Heat Flow Modeling to Explore Solidification Phenomena," Metallurgical Transactions B, Vol. 13, pp. 471~478.
- (6) Clyne, T. W., 1982, "Numerical Modelling of Directional Solidification of Metallic Alloys," Metal Science, Vol. 16, pp. 441~450.
- (7) Bennon, W. D. and Incropera, F. P., 1988, "Numerical Analysis of Binary Solid-Liquid Phase Change Using a Continuum Model," Numerical heat Transfer, Vol. 13, pp. 277~296.
- (8) Bennon, W. D. and Incropera, F. P., 1987, "A Continuum Model for Momentum, Heat and Species Transport in Binary Solid-Liquid Phase Change Systems-I. Model Formulation," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, No. 10, pp. 2161~2170.
- (9) Bennon, W. D. and Incropera, F. P., 1987, "A Continuum Model for Momentum, Heat and Species Transport in Binary Solid-Liquid Phase Change Systems- II. Application to Solidification in a Rectangular Cavity," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, No. 10, pp. 2171~2187.
- (10) Chen, Ying-Heng, 1990, "Study of Solidification, Shrinkage and Natural Convection in Casting Processes," Ph. D. Thesis, Ohio State University, OH, USA.
- (11) 김기현, 유재석, 이우일, 고상근, 1992, "상변화가 수반되는 공정의 해석과 설계를 위한 기초연구," 한국과학재단 보고서.
- (12) Yoo, J., 1984, "Studies on Heat Transfer and Fluid Flow During Solidification Processes Using Finite Element Method," Ph.D. Thesis, U. C., Berkeley, CA, USA.
- (13) Yoo, J. and Rubinsky, B., 1986, "A Finite Element Method for the Study of Solidification Processes in the Presence of Natural Convection," Int. J. for Numerical Methods in Engng., Vol. 23, pp. 1785~1805.