한국채권시장에서의 면역전략 유효성에 관한 연구

정기웅* · 김지수**

Ⅰ. 서론

면역전략 개념은 1950년대 영국에서 처음으로 개발되어 1970년경에 미국에 소개되었다. 그러나 80년까지만 해도 면역전략개념은 보험업계에서만 응용되었을 뿐이다. 그러다가 1979년 미국의 통화정책의 변화로 인하여 금리변화가 커지게 되면서 기금운용자들을 중심으로 면역전략 이용에 대한 관심이 고조되면서 폭넓게 사용되어왔다.

우리나라도 1993년 11월부터 상당부문 금리자유화가 이루어지면서 다른어느때보다도 금리변화에 대한 대응전략이 요구된다고 하겠다. 특히, 금리선물이나 금리옵션등의 헷징상품이 존재하지않는 현여건하에서는 면역전략과 같은 금리변화에 대한 대응전략이 더욱 절실하다고 하겠다.

따라서 여기에서는 채권투자운용에 있어서 면역전략이 한국채권시장에서 어느정도 유효성이 있는가를 조사분석하고자 한다.

우선 2장에서는 면역전략이론에 대한 기존의 연구동향을 간단히 살펴본다. 3장에서는 선도이자의 추정모형을 제시하고, 4장에서는 Fong & Vasicek(1984)의 면역전략모형을 도출하여 그 의미를 살펴본다. 마지막으로 5장에서는 간단히 실증분석결과를 검토한다.

* 계명대학교 경영학과 교수
** 영남대학교 경영학과 교수

II. 면역전략에 대한 기존의 연구동향

1. 이론적 연구동향

Fisher & Weil(1971)이 설정한 전통적인 면역이론에 의하면 면역은 채권 포트폴리오의 투자가치가 금리변화에 보호되는 조건으로 정의된다. 이 이론은 다음과 같이 3가지 가정을 하고 있다. 첫째, 포트폴리오 가치는 고정된 투자계획 시점에서 평가되며 둘째, 투자계획기간 내에서는 어떠한 현금 유출입도 없으며 세째, 금리는 선도 이자율이 평행이동하는 만큼만 변화한다. 이러한 가정하에서 목표치가 선도이자율의 변화에 관계없이 투자계획기간말에서의 포트폴리오 가치로 정의될 때, 투자계획기간말의 포트폴리오 가치가 목표치 이하로 하락하지 않는다면 그 포트폴리오는 면역화 되었다고 한다. 결과적으로 이 이론이 의미하는 것은 포트폴리오의 듀레이션이 투자계획기간과 같을때 면역이 이루어진다는 것이다.

금리가 단지 평행이동 형태로만(즉, 모든 만기에 대해 동일한 양만큼만)변한다는 가정은 매우 중요한 관심사항이었다. Bierwag(1977), Bierwag & Kaufman(1977), Khang(1979)등은 금리변화행태에 대한 여러가지 모형을 가정하였다. 즉, 금리행태의 모형에 따라 듀레이션의 측정값이 다르게 되는데 이러한 듀레이션이 투자계획기간과 동일하면 면역이 달성된다. 이와같은 접근방법이 지니고 있는 제약점은 그 포트폴리오가치가 가정된 특정 형태의 금리변화에 대해서만 보호를 받는다는 점이다.

보다 발전된 형태로서 Cox, Ingersoll & Ross(1979) 와 Brennan & Schwartz(1981) 등은 금리가 시장균형과 일치하는 연속과정형태로 변한다고 하는 가정하에서 면역조건을 제시하였다. 즉, 금리변화과정을 어떻게 가정하느냐에 따라 듀레이션같은 측정치가 구해지므로 그 포트폴리오는 이와같은 듀레이션이 정확하게 유지될때 면역화된다. 여기에서 물론 포트폴리오의 연속적인 재조정(a continuous rebalancing)이 가정된다. 또한 금리변화도 가정된 특정의 변화과정을 따를 때에만 면역이 달성된다.

Fong & Vasicek(1984)은 위와는 다른 접근방법으로 면역조건을 제시하였다. 즉, 어느 임의의 금리변화형태에 대한 포트폴리오 노출위험이 그 포트폴리오 자체의 어떤 특성에 의해서 결정된다면, 이 특성이 바로 면역위험측정치라고 생각할 수 있다. 이

위험측정치를 최소화 하므로써 그 포트폴리오는 어떠한 금리변화에도 면역될 수 있도록 구성되게 된다.

Fong & Vasicek(1984)은 임의의 금리변화에 대해 투자계획기간말에서 면역 포트폴리오의 가치변화에 대한 하한값을 제시하고 있다. 이 하한값은 두가지로 구성되는데, 하나는 금리변화의 형태와 크기에만 달려있는 반면, 다른 하나는 포트폴리오의 구조에만 달려있다. 여기에서 두번째항이 바로 최적의 면역위험 측정값을 나타낸다. 즉, 그 값이 작을때 그 포트폴리오가 어떠한 금리변화에 노출되는 위험도 작게된다.

2. 실증적 연구동향

듀레이션에 기초한 면역전략의 유효성을 실증적으로 연구분석한 것에 의하면 면역이 현실세계에서 정확하게는 이루어질 수 없다는 것을 보여주고 있다. Fisher & Weil(1971)의 실증연구에 의하면 듀레이션에 기초한 면역전력이 그 포트폴리오의 만기와 투자계획기간을 일치시키는 전략보다 더 성과가 우수하다.

Ingersoll(1983)은 Fisher & Weil(1971)의 연구결과와는 달리 인덱스보다는 실제가격을 사용하여 실증분석한 결과 듀레이션에 기초한 전략이 만기전략보다 더 우수하다는 주장을 지지하지 않았다. 반면, Bierwag, Kaufman, Schweitzer & Toevs(1981), Hackett(1981), Lau(1983), Leibowitz & Weinberger(1983)등은 듀레이션에 기초한 포트폴리오가 만기전략 포트폴리오보다 우수하다는 이론을 지지하였다. 물론, 면역이론이 제시하는 결과와는 달리 대체로 듀레이션 전략이 이용될때 실현수익률은 목표수익률보다 종종 낮았다. 이와같은 두 수익률간의 괴리는 수익률곡선이 수평하고 평행이동 형태로만 변화한다는 가정에서 기인된다. 따라서 여러 연구들은 이러한 가정을 완화하여 수익률곡선이 수평하지 않고 평행이동형태로 변하지 않는 경우에도 적용될 수 있는 듀레이션값을 제시하였다. 그러나 Bierwag, Kaufman, Schweitzer & Toevs(1981)의 연구에 의하면 새로 계산된 듀레이션에 의한 면역전략도 원래의 Macaulay 듀레이션 면역전략과 성과가 거의 동일하다는 것이다.

3. 선도이자율의 추정모형

금리의 기간구조로서 현물이자율을 본격적으로 추계한 것은, McCulloch(1971)로 거슬러 올라가지만, 그의 방법은 다른 방법과 비교해서 간단하다는 점에서 지금까지도 아주 넓게 이용되고 있다.

그러나, McCulloch(1971)의 방법은 할인함수가 단조감소한다는 이론적 성질을 충분히 고려하지 않는 것이 단점이라 할 수 있다. 이것에 대해서 Vasicek & Fong(1982)은 다항식 스플라인을 사용할 것을 제안하고 있다. 그러면 선도이자율의 안정성이나 할인함수의 단조(單調) 감소성이라고 하는 이론적 성질이 만족될 뿐만 아니라, 선도이자율의 극한치가 일정한 값에 수렴한다고 하는 점도 충족된다.

4. 면역전략 모형 :Fong & Vasicek(1984) 모형

자금 V를 H기간동안 면역전략에 기초하여 운용한다고 가정하자. 그리고 어느 채권포트폴리오에 대한 현금흐름의 횟수를 N, i번째의 현금흐름이 일어나는 시각을 t_i, 시간 t_i에 있어서의 현금흐름을 $C(t_i)$라고 하면, 이 포트폴리오의 가격(=V)은 할인함수 d(t)를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$V = \sum_{i=1}^{N} C(t_i)\, d(t_i) \qquad (1)$$

또, 면역이란 투자계획기간 중의 수익율이 현재의 현물이자율 R(H)와 같아지도록 운영하는 것이므로, 금리가 어떻게 변동하든지 H기간 후에는 다음과 같은 목표치 Vtarget을 달성하고자 하는 것이다.

$$Vtarget = V(1+R(H))^H = \frac{V}{d(H)} \qquad (2)$$

여기에서 투자개시 직후에 금리의 기간구조가 $d(t) \rightarrow d'(t)$로 변화했다고 가정하자. 그러면 포트폴리오의 가치는

$$V' = \sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ d'(t_i) \qquad (3)$$

로 변화한다. 이것을 새로운 현물이자율 R'(H)로 운영했다고 가정할때, 면역전략을 달성하기 위해서는 V'가 t기 후에 위의 Vtarget에 일치하도록 하면된다. 따라서,

$$Vtarget = V'\ (1+R'(H))^{H} = \frac{V'}{d'(H)} \qquad (4)$$

이다. 결국 (1)-(4)식을 정리한 다음 식이 만족되면 포트폴리오는 면역화(immunized)되므로 다음식이 바로 면역조건이라 할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N} C(t_i) \left\{ \frac{d'(t_i)}{d'(H)} - \frac{d(t_i)}{d(H)} \right\} = 0 \qquad (5)$$

그런데 순간적인 선도이자율을 r(t)라고 하면 할인함수 및 $d(t_i)/d(H)$는 각각 아래와 같이 표현된다.

$$d(t) = \exp\ [-\int_0^1 r(\tau)\ d\tau] \qquad (6)$$

$$\frac{d(t_i)}{d(H)} = \exp\ [-\int_H^{t_i} r(\tau)\ d\tau] \qquad (7)$$

또, 금리의 기간구조 변화도 선도이자율을 사용하여 r(t)가 $r(t)+\lambda(t)$로 변한다고 가정하면 (5)식 { }은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d'(t_i)}{d'(H)} - \frac{d(t_i)}{d(H)} = \exp(\int_{t_i}^{H} r(\tau)d\tau)\ [\ \exp(\int_{t_i}^{H} \lambda(\tau)\ d\tau) - 1] \qquad (8)$$

따라서 면역조건은 선도이자율을 사용할 때 다음식과 같이 표현되기도 한다.

$$\sum_{i=1}^{N} C(t_i) \exp\left[\int_{t_i}^{H} r(\tau)\, d\tau\right] h(t_i) = 0 \qquad (9)$$

단, $h(t_i)$는 선도이자율의 변화를 나타내는 것으로 다음 식과 같이 정의된다.

$$h(t_i) = \exp\left[\int_{t_i}^{H} \lambda(\tau)\, d\tau\right] - 1 \qquad (10)$$

그러나 여기에서는 선도이자율의 변화 h(t)형태를 구체적으로 파악할 수 없다. 따라서 이것을 정식화(specitfy)하지 않으면 면역의 조건을 구체적으로 구할 수 없다. h(t)가 의미하는 점을 보기 위해서 t=H 의 주변에서 Taylor 전개를 한면 다음과 같이 된다.

$$h(t) = a_1(t-H) + a_2(t-H)^2 + a_3(t-H)^3 + \cdots\cdots \qquad (11)$$

단, a_1, a_2, a_3, …… 는 t와 무관계한 값으로

$$a_1 = -\lambda(H)$$

$$a_2 = (\lambda^2(H) - \lambda'(H))/2$$

$$a_3 = [-\lambda^3(H) + 3\lambda(H)\,\lambda'(H) - \lambda''(H)]/6$$

위의 (11)식에서 2차 이후의 항을 무시하고 1차 근접하면

$$h(t) = -\lambda(H)\,(t-H) \qquad (12)$$

가 되며, 이것을 (9)식에 대입하면

$$-\sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ \exp[\int_{t_i}^{H} r(\tau)d\tau]\ \lambda(H)(t_i-H) = 0 \qquad (13)$$

가 된다. 그리고, 이것을 정리하면

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} t_i\, C(t_i)\ d(t_i)}{\sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ d(t_i)} = H \qquad (14)$$

가 도출된다. (14)식의 좌변은 Fisher and Weil(1971)의 듀레이션이며, (14)식은 그 듀레이션이 투자계획기간과 일치하는 것이 면역조건임을 나타내고 있다.

그러나 (11)식에서 2차이후의 항을 무시할 수 있는 것은 금리의 기간구조가 극히 특수한 형태를 취하고 있을때에만 가능하다. 즉, Ingersoll, Skelton and Weil(1978)에 의하면 (14)식이 면역조건으로서 타당한 경우는 수익률 곡선이 평행하거나 또는 평행이동하는 경우에만 해당된다. 그 이외의 변화를 하는 경우는 무위험 재정기회가 발생하여 시장은 효율적이지 못하게 되어 버린다. 그러나 현실에서는 수익률 곡선이 기울기를 가지는 것이 보통이고 또한 그 변동폭도 장단기에 서로 다른 것이 일반적이다. 따라서 (14)식의 조건만을 충족한다고 해서 면역이 잘 되는 것은 아니다.

이에 반해 Fong and Vasicek(1984)는 (11)식에서 2차까지의 항을 고려하여 면역조건을 검토했다. 즉, 먼저 (11)식에서 3차 이후의 항을 무시하면

$$h(t) = -\lambda(H)(t-H) + \tfrac{1}{2}(\lambda^2(H) - \lambda'(H))(t-H)^2 \qquad (15)$$

가 된다. 그리고, 이것을 (9)식의 좌변에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ \exp\left[\int_{t_i}^{H} r(\tau)\ d\tau\right) h(t_i)\ ] = -\sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ \exp\left[\int_{t_i}^{H} r(\tau)\ d\tau\right)\ \lambda(H)(t_i - H)]$$

$$+\ \tfrac{1}{2}\ [(\lambda^2(H) - \lambda'(H)]\ \sum_{i=1}^{N} C(t_i)\ \exp\left[\int_{t_i}^{H} r(\tau)\ d\tau\right)(t_i - H)^2] \qquad (16)$$

면역전략을 달성하기 위해서는 (16)식을 0으로 놓고 면역조건을 도출해야 하나 여기서는 불가능하다. 왜냐하면, 그 해(solution)는 λ(H)나 λ'(H)에 의존하게 되는데 만약 곡선의 이동(λ)과 기울기의 변화(λ')가 미리 특정되지 않으면 구체적인 면역조건이 얻어질 수 없기 때문이다.

Fong and Vasicek(1984)는 (16)식을 0으로 놓는 대신에 최소화하는 방법을 제시했다. 그러기 위해서는 먼저 제1항을 0으로 놓는다. 그러면 (14)식과 같이 듀레이션이 투자기간과 일치하는 조건식이 도출된다. 다음으로 제 2항을 될 수 있는 한 작게 한다. 단, 제 2항의 [λ^2(H)-λ'(H)] 부분은 금리의 기간구조의 변화를 나타내는 것이므로 사전적으로 예측이 불가능하다. 따라서 투자가는 이것을 조절할 수 없다. 그러므로 투자가가 조절할 수 있는 것은 제 2항의 [λ^2(H)-λ'(H)]이후 부분뿐인데, 결국 이것을 최소화하는 것이 면역전략의 위험을 최소화하게 되는 것이다. 이것을 정리해서 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} Min.\quad & \Sigma\ M_j^2\ W_j \\ s.t\quad & \Sigma\ W_j = 1 \\ & \Sigma\ D_j\ W_j = H \\ & W_j \geq 0 \end{aligned} \qquad (17)$$

단, W_j는 j채권의 비중, D_j 및 M^2_j는 j채권의 듀레이션 및 면역 리스크를 표현하고 각각 다음과 같이 정의 된다. $C(t_{jk})$는 j채권의 k번째의 현금흐름을 나타낸다.

$$D_j = \frac{\sum_k t_{jk} C(t_{jk}) d(t_{jk})}{\sum_k C(t_{jk}) d(t_{jk})}$$

$$M_j^2 = \sum C(t_{jk}) \exp\left[\int_{T_{jk}}^{H} r(\tau) d\tau\right](t_{jk} - H)^2]$$

또한, 여기서 주목할 것은 시간이 경과함에 따라 D_j, M_j^2 의 값은 변화하므로 (40)식의 최적화를 실행하여 면역전략을 달성하기 위해서는 채권 포트폴리오를 수시로 재조정(rebalance)해야 한다는 점이다.

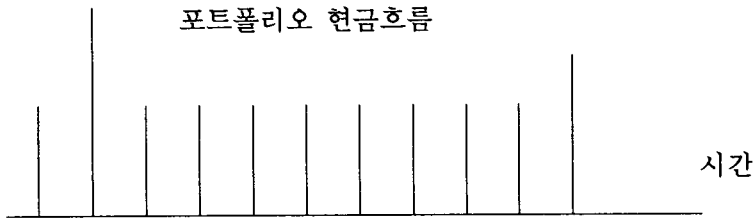
이와 같이 Fong & Vasicek(1984)이 제시한 면역위험에 대한 측정치에 대한 의미를 좀더 자세히 살펴보면 다음과 같다. 그들에 의하면 수익률곡선이 어떠한 형태로 변화하든 포트폴리오가치의 상대적 변화는 두가지 항목의 곱에 달려있다. 첫째항목은 금리변화만의 함수로서 수익률곡선의 형태변화성격에 의존한다. 그러나, 그러한 변화는 사전에 예측이 불가능하므로 그것을 조절하는 것은 가능하지 않다. 반면, 두번째항목은 투자 포트폴리오의 성격에 의존하므로 면역 포트폴리오를 구축할때 조절이 가능하다. 즉, 투자가는 포트폴리오의 구성비중을 결정할 수 있으므로 M^2 를 조절할 수 있다. 이것은 포트폴리오가 이자율 변화에 대한 노출위험을 결정하는 요소가 되므로 면역 포트폴리오 위험을 측정하는 값이 된다. 이자율 변화에 따라 투자계획기간 말에서의 투자가치 변화에 대한 최저경계값은 M^2 에 비례한다. 여기서 주목할 것은 위험측정치로서의 M^2를 결정하는데 금리의 기간구조 형태를 결정하는 금리에 대한 확률과정의 성격이나 차원에 대해서 아무런 가정이 필요하지 않다는 점이다.

이러한 면역위험측정값을 두가지 특수한 형태의 포트폴리오(a barbell portfolio and a bullet portfolio)에 적용해보자. 전자의 경우, 그 포트폴리오의 현금흐름시점은 널리 분산되어 있으므로 면역위험측정값은 크게된다. 반면, 후자와 같은 포트폴리오의 현금흐름은 투자계획기간말에 집중되므로 면역위험측정값은 작다. 특히 모든 현금흐름이 투자계획기간말에 이루어지면 면역위험측정값은 0이 된다. 이 경우 그 포트

폴리오는 투자계획기간말에 만기가되는 순수한 할인채(zero coupon bond)와 동일하다. 어떤 포트폴리오가 투자계획기간말에 만기가 되는 순수 할인채권만으로 구성된다면 그 포트폴리오는 면역위험이 가장 작은 포트폴리오가 될것이다. 그러나 현실적으로 그러한 포트폴리오를 구성하는 것은 가능하지 않다.

이러한 면역위험 측정값이 좀더 구체적으로 무엇을 의미하는 가를 살펴보기 위해, 다음의 두가지 특수한 형태의 포트폴리오를 고려해보자.

포트폴리오 A(a barbell portfolio) : 위험이 높은 면역 포트폴리오

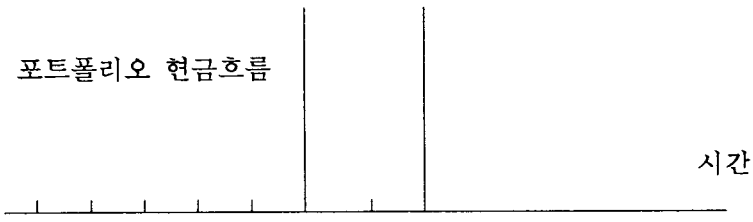


T=0 T=H

현재 투자기간말

* 이 포트폴리오의 듀레이션은 투자계획기간과 일치하며,
현금흐름은 널리 분산되어 있다.

포트폴리오 B(a bullet portfolio) : 위험이 낮은 면역 포트폴리오



T=0 T=H

현재 투자기간말

* 이 포트폴리오의 듀레이션은 투자계획기간과 일치하며, 현금흐름은 투자기간말에 집중되어 있다.

위의 그림에서 수직선은 실제 포트폴리오의 현금흐름을 나타낸다. 높은 수직선은 만기가된 채권의 실제 현금흐름을 나타내며, 낮은 수직선은 표면이자 지급과 같은 현금흐름을 나타낸다. 포트폴리오 A 와 포트폴리오 B는 듀레이션과 투자계획기간이 동일한 두가지 채권으로 구성되어 있다. 포트폴리오 A(a barbell portfolio) 는 만기가 단기와 장기로 구성되어 있으며 중간의 표면이자 지급과 같은 현금흐름을 갖는다. 반면, 포트폴리오 B(a bullet portfolio)의 경우는 두가지 채권 모두 투자계획기간말경에 만기가 되며 표면이자는 상대적으로 작다.

그러면 포트폴리오 A가 포트폴리오 B보다 왜 더 위험한지를 살펴보자. 두가지 포트폴리오는 모두 듀레이션과 투자계획기간이 일치하여 수익률곡선의 평행이동에 대해서 면역될 수 있다고 가정하자. 수익률곡선의 변화가 평행이동하지 않는다고 가정하여 단기금리는 하락하는 반면 장기금리는 상승한다고 가정하자. 그러면 두 포트폴리오는 투자계획기간말에 그 가치가 목표치보다 작게 된다. 그 이유는 장기금리의 상승으로 자본손실이 일어나고 단기금리의 하락으로 재투자 수익률이 낮아져 이자의 이자가 하락하기때문이다. 그러나 투자계획기간말에 포트폴리오 A의 가치는 포트폴리오 B보다 목표치에서 더 크게 하락한다. 그 이유는 첫째, 재투자수익률의 하락으로 포트폴리오 B보다 장기에 걸쳐 더큰 중간의 현금흐름을 갖는 포트폴리오 A가 더큰 영향을 받기 때문이다. 둘째, 포트폴리오 A는 포트폴리오 B에 비해 만기가 훨씬 길어 포트폴리오 B에 비해 포트폴리오 A가 더 큰 자본손실을 입게된다. 따라서 금리가 어떻게 변하든 포트폴리오 B가 포트폴리오 A보다 더 작은 금리변화에 대한 노출위험을 가지고 있다.

이러한 분석에서 얻는 결론은 면역위험이 바로 재투자위험이 된다는 점이다. 따라서 가장 작은 재투자위험을 갖는 포트폴리오가 가장 작은 면역위험을 갖게 된다. 투자계획기간을 기준으로 현금흐름이 날리 분산되어 있으면 그 포트폴리오는 높은 재투자위험에 직면한다. 반면, 현금흐름이 투자계획기간말에 집중되어 있으면 그 포트폴리오는 재투자위험이 낮게된다.

5. 실증분석결과

4장에서 보는바와 같이, 듀레이션과 M^2는 서로 비슷하다는 것이 특징적이다. 듀레이

션은 포트폴리오에 대한 이자지급 시간의 가중평균치(가중치는 이자지급의 현재가치)인 반면, M^2는 유사하게 투자계획 기간으로부터 포트폴리오 이자지급 시간이 괴리된 정도를 나타내는 가중분산값으로 해석된다. 따라서 투자계획기간말에 근접한 시기에 만기가 되는 채권(deep-discount bonds) 의 포트폴리오(a bullet portfolio) 경우처럼 포트폴리오 이자지급 시기가 투자계획기간 말에 일어나면, M^2값은 작다. 반면, 만기차이가 서로 크게 나는 단기채권과 장기채권으로 구성되는 포트폴리오(a barbell portfolio) 경우처럼 포트폴리오 이자지급 시간이 넓게 분산되어 있으면 M^2 는 크게 된다.

이러한 위험측정치 M^2는 항시 0이상의 값을 갖는다. 어느 포트폴리오가 만기와 투자계획기간이 동일한 한가지 할인채로 구성된다면 M^2값은 가장 작은 값인 0이 된다. 이런 경우가 완전히 면역화된 포트폴리오로서 어떠한 금리변화도 투자계획기간말의 포트폴리오가치에 영향을 미치지 못한다. 이외의 어느 포트폴리오도 어느 정도는 금리변화에 면역되지 못한다. 따라서 면역위험 M^2는 실제로 어느 주어진 포트폴리오가 한가지 할인채로 이루어진 이상적으로 면역화된 포트폴리오와 어느만큼 차이가 나는가를 측정하게 된다.

따라서 M^2가 낮은 포트폴리오는 M^2가 높은 포트폴리오에 비해서 어떠한 금리구조의 변화에 대해 보다 작은 노출위험을 가지게 된다. 즉, 금리변화에 최저노출위험을 갖는 최적의 면역포트폴리오는 듀레이션이 투자계획기간과 같다는 조건과 포트폴리오 구성 비중이 1이라는 제약조건하에서 위험측정치인 M^2를 최소화 하므로써 구해진다. 이때 M^2는 포트폴리오 구성비중과 선형관계를 가지므로 M^2를 최소화 하는 것은 선형함수로 표현될 수 있다.

이와 같은 M^2 값을 이용하여 한국채권시장에서 실제적으로 최적의 면역포트폴리오를 구하기위해 다음과 같은 절차를 거친다.

(1) 우선 Vasicek & Fong(1982) 방법을 이용하여 금리의 기간구조식을 추정한다.

(2) 분석대상은 자료의 제약으로 인하여 1993년 8월 3째주에 거래된 56종목의 채권으로 포트폴리오를 구성한다.

(3) 표본에 포함된 각 채권의 듀레이션및 M^2 를 계산한다. 이때 투자계획기간은 2년으로 가정한다. 또한 M^2 를 구하기 위하여 금리의 기간구조식에서 추정된 선도이자율을 이용하며, 수치적분을 위한 추정방법은 Complex Simpson방법을 사용한다.

(4) 앞의 식 (17)에 의해 투자계획기간(H)을 2년으로 하고, 목적함수가 최소화 되도록 포트폴리오의 비중을 구한다.

(5) 앞의 (4)에서 구해진 포트폴리오의 비중에 따라 시뮬레이션을 통해 그 포트폴리오의 실현수익률을 구한다.

(6) (5)에서 계산된 포트폴리오의 실현수익률과 현물이자율을 비교하므로써, 실제의 수익률이 현물이자율과 얼마만큼 괴리되는가를 분석하여 면역전략에 대해 유효성을 평가한다.

code	coupon	time to marturity	principal	price	duration	Msquare	optimal weight	$D_I W_I$	$M^2 W_I$
13193435	1100	2.8638	10000	9494	2.454	0.838	0.015	0.036	0.012
13193518	1100	2.935	10000	9400	2.525	0.013	0.015	0.038	0.000
13193519	1100	2.9569	10000	9388	2.547	30.750	0.015	0.039	0.472
13532153	1050	0.7912	10000	9937	0.791	988.645	0.002	0.002	2.391
13536191	1050	2.9596	10000	9288	2.562	424.533	0.015	0.040	6.569
13536212	1050	2.9596	10000	9342	2.561	424.533	0.015	0.040	6.566
13536219	1050	3.0445	10000	9238	2.291	0.022	0.013	0.031	0.000
13536220	1050	3.0445	10000	9225	2.291	0.022	0.013	0.031	0.000
13592093	1200	0.4627	10000	9925	0.463	1.042	0.000	0.000	0.000
13592130	1200	0.4627	10000	9926	0.463	1.042	0.245	0.113	0.255
13593057	1200	1.462	10000	9657	1.327	10.156	0.006	0.008	0.065
13593634	900	1.6235	10000	9619	1.513	7.355	0.008	0.012	0.057
18193505	1320	2.9487	10000	9944	2.488	1.366	0.015	0.037	0.020
33192811	1200	2.2861	10000	9846	1.863	0.913	0.010	0.019	0.009
61160623	1100	2.8309	10000	9513	2.422	1.585	0.014	0.035	0.023
61198714	1100	2.7762	10000	9587	2.368	3.959	0.014	0.033	0.056
61285372	1100	2.9131	10000	9447	2.503	0.444	0.015	0.038	0.007
61406626	1100	3.8549	10000	9343	3.085	25.830	0.019	0.060	0.499
61406911	1100	2.6667	10000	9536	2.261	4.963	0.013	0.030	0.066
61449434	1100	2.6092	10000	9507	2.204	1.359	0.013	0.028	0.017
61505496	1100	2.7598	10000	9593	2.352	0.081	0.014	0.033	0.001
61640506	1100	2.5955	10000	9520	2.191	0.144	0.013	0.028	0.002
61660310	1200	4.4189	10000	9525	3.174	3.959	0.020	0.063	0.079
61674842	1300	0.2053	10000	9993	0.205	113.309	0.000	0.000	0.000
61689806	1300	0.2053	10000	9999	0.205	113.309	0.000	0.000	0.000
61750712	1100	2.7734	10000	9593	2.365	2.319	0.014	0.033	0.033
61754634	1100	2.8747	10000	9507	2.465	12.652	0.015	0.036	0.187
61995302	1100	2.8966	10000	9481	2.487	0.001	0.015	0.037	0.000
64874529	1000	2.7625	10000	9353	2.38	0.197	0.014	0.034	0.003
81004102	1100	2.976	10000	9426	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81053901	1100	2.9569	10000	9391	2.547	30.750	0.015	0.039	0.472
81054301	1100	2.9706	10000	9462	2.56	0.000	0.015	0.040	0.000
81101710	1100	2.976	10000	9438	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81101809	1100	2.9541	10000	9381	2.544	6.650	0.015	0.039	0.102

code	coupon	time to marturity	principal	price	duration	Msquare	optimal weight	$D_j W_j$	$M^2 W_j$
81185275	1100	2.9733	10000	9426	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
81208604	1100	2.976	10000	9421	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81317502	1100	2.9733	10000	9391	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
81330626	1100	2.9733	10000	9445	2.562	0.001	0.015	0.040	0.000
81356913	1100	2.9459	10000	9445	2.536	0.568	0.015	0.039	0.009
81379112	1100	2.9733	10000	9402	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
81385023	1100	2.976	10000	9438	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81430059	1100	2.9131	10000	9438	2.503	0.444	0.015	0.038	0.007
81445142	1100	2.9103	10000	9437	2.501	0.231	0.015	0.038	0.003
81452833	1100	2.9706	10000	9379	2.56	0.000	0.015	0.040	0.000
81574910	1100	2.976	10000	9426	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81586503	1100	2.9733	10000	9379	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
81604304	1100	2.976	10000	9438	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
81720128	1100	2.9733	10000	9443	2.562	0.001	0.015	0.040	0.000
81755983	1100	2.9733	10000	9462	2.562	0.001	0.015	0.040	0.000
81783110	1100	2.9733	10000	9462	2.562	0.001	0.015	0.040	0.000
81837603	1100	2.976	10000	9438	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
84316116	1100	2.976	10000	9286	2.566	0.003	0.016	0.040	0.000
84761926	1100	2.976	10000	9368	2.566	0.003	0.016	0.040	0.000
84782388	1100	2.9733	10000	9361	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
84874913	1100	2.976	10000	9409	2.565	0.003	0.015	0.040	0.000
91391119	1100	2.9733	10000	9410	2.563	0.001	0.015	0.040	0.000
							1	2.00000002	17.98370835
							Sum of weight	Time Horizon	object

참고문헌

Ingersoll, Jonathan E., Jeffrey Skelton, and Roman L. Weil, "Duration Forty Years Later." *The Journal of Fiance and Quantitative Analysis* (Nomember 1978).

McCulloch, J.H., "Mearsuring the Term Structure of Interest Rates," *The Journal of Business* (January 1971).

Vasicek, O.A., and H. G. Fong, "Term Structure Modeling Using Exponential Splines," *The Journal of Fiance* (May 1982).

H. Gifford Fong Oldrich Vasicek, "A Risk Minimizing Stategy Mutiple LiabilityImmunization," *Journal of Finance* (December 1984), 1541-1546.

G.O. Bierwag, "Immunization, Duration, and the Term Structure of Interest Rates." *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 12 (1977), 725-42.

G.O. Bierwag and G.G. Kaufman, "Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuation: A Note." *Journal of Business* 50 (1977), 364-70.

G.O. Bierwag, George K. Kaufman, and Alden Toevs, "Bond Immunization and Stochastic Process Risk," Working paper, center for Capital Market Reseach, University of Oregon (July 1981).

M.J. Brennan and E.S. Schwarts, "Duration, Bond Pricing, and Portfolio Diversification," Working paper No. 793, University of British Columbia, *Journal of Business* (June 1981).

C. Khang, "Bond Immunization When Short Rates Fluctuate More Than Long Rates." *Journal of Fiance and Quantitative Analysis* 14 (1979), 1085-90.

J.C. Cox, J.E. Ingersoll, Jr., and S.A. Ross, "Duration and the Measurement of Basis Risk," 52 (1979), 51-61.

Lawrence Fisher and Roman L. Weil, "Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Native and Opimal Strategies," *Journal of Business* (October 1971), 408-431.

Jonathan E. Ingersoll, "Is Immunization Feasible? Evidence from the CRSP Data," in George K. Kaufman, G.O.Bierwag, and Alden Toves,eds, *Innovations of Boud Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization* (Greenwich, CT: JAI Press, 1983)

G.O. Bierwag, George K. Kaufman, Robert Schweitzer, and Alden Toves, "The Art of Risk Management in Bond Portfolios," *The Journal of portfolio Management* (Spring 1981), 27-36.

T. Hackett, "A Simulation Analysis of Immunization Strategies Applied to Bond Portfolio," unpublished doctoral dissertation, University of Oregon (1981).

Patrick W. Lau, "An Empirical Examination of Alternative Interest Rate Immunization Strategies," unpublished doctoral dissertation, University of Wisconsin, at madison (1983).

Martin L. Leibowitz and Alfred Weinberger, "Contigent Immunization-Part II:Problem Areas," *Financial Analysis Journal* (January-February 1983), 35-50.