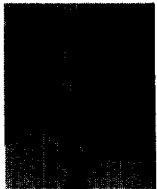


LDV를 이용한 3차원 유동 측정

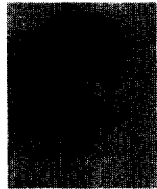
이상준·백승조

Measurements of Three-Dimensional Flow Using 3-D Laser Doppler Velocimetry

Sang-Joon Lee and Seung-Jo Baek



- 이상준(포항공대 기계공학과)
- 1956년생
- 실험유체역학 및 난류열전달을 전공하였으며, 풍동실험 및 계측기법 개발에 관심을 가지고 있다.



- 백승조(포항공대 기계공학과)
- 1969년생
- 레이저 도플러유속계 및 화상처리기법을 이용한 난류자유전단유동의 실험적 해석에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

실제 공학분야에서 일어나는 유체현상의 대부분은 3차원 난류유동이며, 유동조건에 따라 서로 다른 유동특성을 지니고 있어 3차원 유동장에 대한 정확한 이해와 해석이 요구되고 있다. 3차원 유동장은 서로 직각인 3개의 직교좌표축을 따른 속도성분(u, v, w)에 의해 묘사되어지며, 유동장해석에 u, v, w 의 동시측정은 필수적이다. 최근 컴퓨터 및 전자기술의 발전에 힘입어 3차원 유동측정을 위한 새로운 측정기술이 개발되고 있으며 복잡한 유동현상에 대한 이해의 폭을 넓혀가고 있다.

유속측정기기 중 LDV(laser Doppler velocimetry)는 비교적 최근에 개발된 것으로 유동 중의 조그만 입자에 의해 산란된 빛의 도플러 편이를 이용한다. 1964년에 Yeh & Cummins⁽¹⁾는 처음으로 레이저빔으로부터의 산란광에 의한 유속측정 가능성을 실험하였

다. 여기서 그들은 입사광과 산란광을 광검침기(photodetector)에서 광중합함으로써 도플러편이를 측정하였다(기준광방식). 1967년 Pfeiffer & von Stein⁽²⁾은 두 개의 입사광을 이용하여 측정체적부(measuring volume)를 형성시킨 후, 이 부분을 지나는 입자에 의해 산란된 두 개의 산란광을 서로 광중합하여 나온 도플러 편이차를 이용하여 유속을 측정하였다(이중광방식). 그 후 여러가지 유동환경에서의 LDV 사용기법들이 발표되고 이전에는 측정 불가능했던 유동을 LDV를 사용하여 측정함으로써 1970년대 후반부터 LDV는 유체역학 연구에 가장 중요한 계측기기 중 하나로 자리를 굳혀오고 있다. 최근에는 유동단면을 측정하기 위한 rapid scanning LDV system,⁽³⁾ 이동이 용이한 fiber-optic LDV system 등 여러 응용 분야에 적합한 LDV 시스템이 개발되고 있다.

LDV는 레이저빔을 이용하기 때문에 유체 흐름을 방해하지 않고 속도보정이 필요없으며 역방향 속도측정이 가능하다. 또한 공간

분해능이 뛰어나며 측정가능한 속도범위가 매우 넓고 정확한 속도측정이 가능하다. 이런 장점으로 인해 LDV는 난류강도가 높은 유동, 박리유동, 회전기계 내부유동, 연소, 혈관유동 등 여러 분야에 이용되고 있다. 그러나 LDV는 광학계 및 신호처리 계통이 복잡하고 주변의 여러 여건에 기인한 광학적, 전기적 노이즈가 발생한다. 또한 LDV는 유체 속에 불규칙하게 분포된 입자의 속도를 측정하기 때문에 불연속적인 도플러신호를 처리할 수 있는 정교한 데이터 분석장치를 필요로 한다. 특히 3-D LDV 시스템의 광학장치 배열은 1, 2차원 LDV에 비하여 더욱 복잡하고 까다롭다. 또한 성공적인 실험을 위해서는 작동유체를 잘 추종하는 산란입자를 선택하여야 하며, 산란입자가 통과하는 측정체적부를 정확히 형성시켜야 한다. 이와 같은 조건이 만족되지 못하면 SNR(signal to noise ratio)이 낮아지고 측정결과의 신뢰성도 떨어지게 된다.⁽⁴⁾

LDV를 사용한 제트유동에 관한 연구로 Kotsovinos⁽⁵⁾는 평면제트에 대한 측방향 속도성분의 확률밀도함수를 구하여 제트유동에 역류구간이 존재함을 확인하였다. Lau et al.^(6,7)은 열선풍속계와 LDV를 이용하여 구한 원형제트 측방향 속도성분의 확률밀도함수를 비교하여 LDV의 유용성을 보였다. LDV는 열선풍속계와 달리 역방향 속도를 측정할 수 있다.

3-D LDV를 이용한 기존의 연구로 Weissman⁽⁸⁾은 풍동시험을 통해서 stereogram을 이용한 데이터 표현방법을 개발하였고, Driver & Hebbar⁽⁹⁾은 풍동내부에 설치된 축대칭 실린더 주위의 축대칭 난류경계층에서 측정된 값들과 RSE(Reynolds stress equation)모델을 이용한 수치계산 결과를 비교하여 그 타당성을 제시하였다. Morrison et al.⁽¹⁰⁾은 121:1의 수축비를 가진 돌연확대관의 제트유동을 측정하여 이보다 작은 수축비를 가진 돌연확대관 및 자유제트와 비교 연

구하였으며, 또한 편심된 labyrinth seal cavity 내의 유동장을 조사하였다.

본 연구에서는 복잡한 유동의 3차원 유동 구조를 해석하기 위한 3-D LDV 시스템의 측정기법을 개발하고 이것을 타원제트의 3차원 유동장해석에 적용하였다.

2. 3차원 레이저 유속계

2.1 기본 원리

3차원 레이저 유속계의 기본원리는 그림 1과 같이 속도 V 로 움직이는 입자에 입사광(단위벡터 K_i , 파장 λ_i)이 조사(照射)되면 입자로부터의 산란된 산란광(단위벡터 K_s , 파장 λ_s)의 주파수 f_s 는 도플러 효과에 의해 입사광주파수 f_i 와 다르게 되며 다음과 같이 주어진다.⁽¹¹⁾

$$f_s = \frac{C}{\lambda_s} = \frac{C}{\lambda_i} \frac{(C - V \cdot K_i)}{(C - V \cdot K_s)} \\ = f_i + \frac{V \cdot (K_s - K_i)}{\lambda_i} \quad (1)$$

식 (1)에서 C 는 광속이며, $C \gg |V|$ 의 가정하에 유도되었다. 우변의 제2항이 도플러 효과에 의해 생긴 주파수 변화량이며, 이것을 도플러주파수 f_D 라고 한다.

그런데 산란광의 주파수 f_s 는 10^{14} Hz 정도이므로 현재의 전자기술로는 직접 검출이 매우 어렵다. 따라서 산란광과 입사광—기준광 방식(reference beam mode)—혹은 두 종류의 산란광을 간섭시켜서 이 때 발생하는 간섭무늬(fringe pattern)의 주파수를 광전관

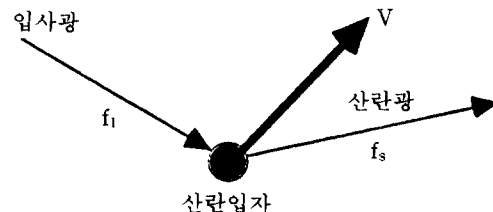


그림 1 레이저 유속계의 기본원리

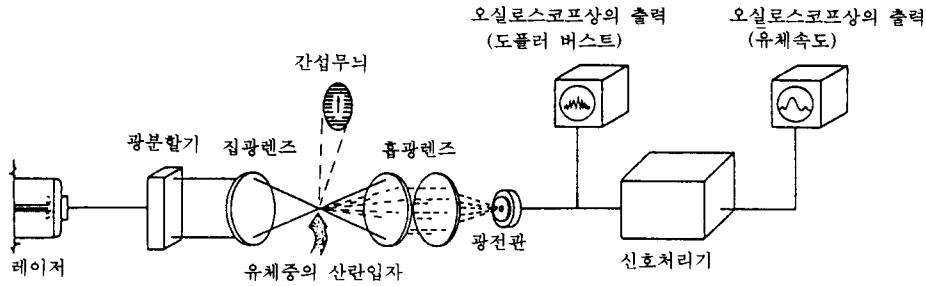


그림 2 이중광방식의 레이저유속계

으로 측정하는데 — 이중광방식(dual beam mode) — 이처럼 주파수가 다른 빛들을 중합시켜서 주파수의 차를 구하는 방법을 광중합법(optical heterodyne detection)이라 한다. 입사광과 산란광의 주파수차이 즉, f_D 는 식 (1)에 의해 다음과 같이 된다.

$$f_D = |f_s - f_r| = \frac{|V \cdot (K_s - K_r)|}{\lambda_i} \quad (2)$$

다중파장 출력방식은 여러가지 빛이 합성된 Ar-Ion 레이저로부터 녹색광(515.5nm), 청색광(488nm), 자색광(476.5nm)을 나오게 한다.

레이저에서 나온 3가지 색깔의 빛은 여러가지 거울과 편광기(polarizer), 프리즘을 통하여 각각의 광로(optical line)로 분배되며, 이중광방식으로 동작시키기 위하여 같은 색깔의 빔을 광분할기(beam splitter)를 이용하여 강도가 비슷한 두 개의 빔으로 분리한다. 역방향 속도성분의 측정과 도플러주파수에 기본적으로 존재하는 저주파성분(pedestal noise)을 제거하기 위하여 광분할기에 의해 분리된 두빔 중 한빔을 40 MHz만큼 주파수를 편이시킨다. 이러한 주파수편이는 초음파가 가해지는 브래그셀(bragg cell)을 통과함으로써 이루어진다. 2개로 분할된 각 색깔의 빔들은 각각의 광로(녹색-청색광로, 자색광로)를 거쳐 최종적으로 집광기(focusing lens assembly)에 의해 하나의 초점에 모이게 된다. 이 초점이 속도를 측정하는 측

정체적부가 되며, 산란입자가 측정체적부를 지날 때마다 도플러신호를 함유한 산란광이 발생되어진다. 산란광은 비축 후방산란(off-axis back scatter) 방식의 흡광기(receiving optics assembly)에 의해 모아진 후, 광전관(photomultiplier tube)에서 빛의 세기에 비례하는 전압값으로 바뀐다. 이 도플러신호는 매우 미약하기 때문에 증폭기를 거친 후 다운믹싱(down-mixing) 회로에서 미리 정해놓은 주파수와 합성되어진다. 이렇게 구해진 도플러신호는 계수기(counter)형의 신호분석기에 의해 A/D 변환되어 3가지 색깔의 레이저빔에 의한 속도 V_c, V_b, V_r 를 결정한다. 본 신호분석기(TSI 1990C)는 12 bit A/D 변환기로 시간분해능이 1 ns이며 측정가능한 속도범위는 6 mm/s에서 1.2 km/s인 계수기형이다. 계수기형의 신호분석기는 이중빔 모드로 생긴 프린지 사이를 입자가 통과하는데 걸리는 시간을 측정하여 유체속

도플러주파수 f_D 는 현재의 전자기술로 검출할 수 있는 범위인 $10^6 \sim 10^7$ Hz 정도이며, f_D 를 검출하면 식 (2)로부터 V 의 $(K_s - K_r)$ 방향 속도성분을 구할 수 있다.

현재 사용되고 있는 많은 LDV 시스템은 그림 2와 같이 강도가 거의 비슷한 두 개의 레이저빔을 서로 교차시켜 간섭무늬를 형성하는 이중광방식으로 동작하며 SNR이 우수하다.

두 개의 빔이 산란입자에 의해서 산란될

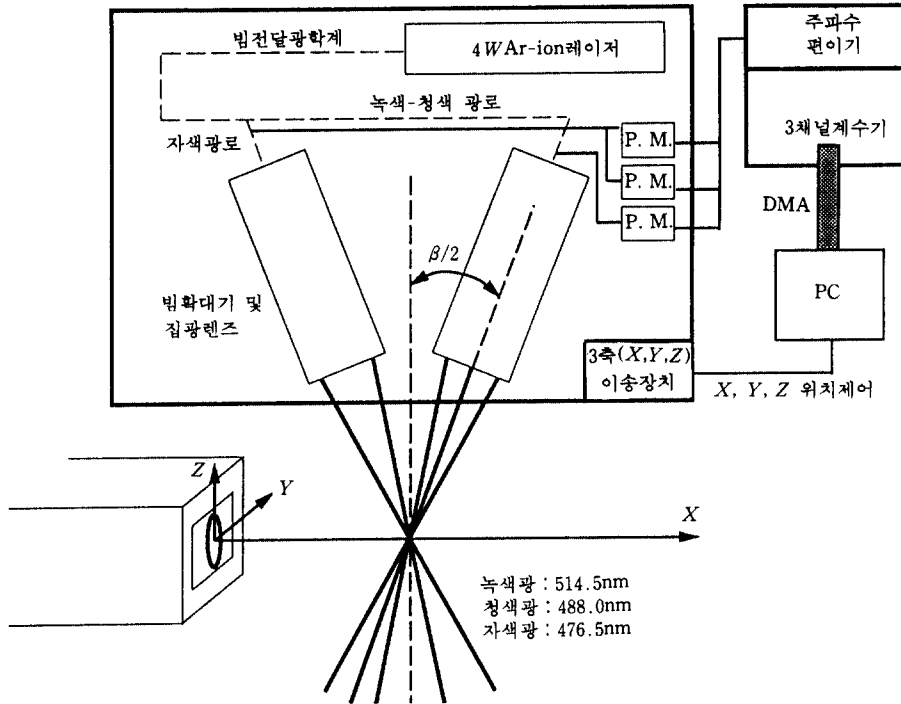


그림 3 3차원 레이저유속계의 개략도(TSI9100-12)

때 각각의 주파수는 식 (1)과 같이 주어지며, 주어진 방향으로 두 개의 산란광을 중합시키면 관측되는 주파수 f_D 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 f_D &= |f_{s1} - f_{s2}| = \frac{|V \cdot (K_1 - K_2)|}{\lambda_l} \\
 &= \frac{2|V| \sin(\theta/2)}{\lambda_l} \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기서, θ 는 측정부에 입사하는 두 레이저빔(각각의 단위벡터: K_1, K_2)의 교차각을 나타낸다. 식 (3)에서 알 수 있듯이 입사광의 파장 λ_l 의 교차각 θ 를 고정하면 f_D 는 $|V|$ 에 정비례하게 된다. 단, $|V|$ 는 단위벡터 K_1, K_2 가 이루는 각 θ 의 이동분선에 수직한 방향의 속도성분을 의미하며 속도의 방향에 관한 정보는 포함되어 있지 않다. 속도의 방향을 결정하기 위해서는 두 빔중의 하나에 주파수편이(frequency shift)를 주어야 한다.

2.2 LDV 구성 및 동작순서

본 연구에 사용된 3-LDV 시스템(TSI 9100-12)의 개략도를 그림 3에 도시하였다. LDV는 빛의 주파수변화를 이용하기 때문에 단일파장의 광원인 LASER(light amplification by stimulated emission of radiation) source를 필요로 한다. 본 연구에 사용된 레이저는 4W Ar-Ion 레이저로서 3축 방향의 속도성분을 동시에 구하기 위하여 다중파장 출력방식(multi-line mode)을 사용하였다. 도를 결정한다. 입자가 간섭무늬를 통과하면 주파수변조가 발생하여 도플러버스트(Doppler burst)가 나타난다.

신호분석기의 데이터 획득시 사용된 코인시던스방식은 주어진 coincidence time window width 내에 데이터 준비신호(data ready pulse)가 3개의 계수기채널 모두에 발생할 때까지 광전관으로부터 획득한 데이터

전송을 지연한다. 데이터 준비신호가 모든 채널에서 동시에 발생하지 않는다면 데이터를 전송하지 않으며 인터페이스는 리셋된다. 이 코인시던스모드를 사용함으로써 3축 방향의 속도변동 신호를 동시에 획득하게 되며, 이로부터 레이놀즈전단응력 및 각 신호의 상관관계 등을 구할 수 있다.

2.3 측정체적부 사양

그림 4는 이중광방식으로 동작하는 LDV 시스템의 측정체적부를 확대묘사한 그림이다.

레이저빔 강도의 e^{-2} (약 86.5%)로써 빔의 경계를 표시하고 측정체적의 크기를 ΔX , ΔY , ΔZ 라 할 때, 이는 다음 식과 같이 표현된다.^(4,11)

$$\Delta X = \frac{d}{\sin(\theta/2)} ; \Delta Y = \frac{d}{\cos(\theta/2)} ;$$

$$\Delta Z = d = \frac{4\lambda}{\pi} \left(\frac{L_f}{D_{in}E} \right) \quad (4)$$

여기서, d 는 레이저빔의 최소직경 (beam

waist), D_{in} 는 집광렌즈 통과전의 빔직경(1 mm), E 는 빔확대비(3.75), L_f 는 렌즈의 초점거리(480 mm)를 나타낸다. 측정체적부의 체적 V_D 와 반각(half angle) $\theta/2$, 간섭무늬의 갯수 N_{FR} 은 다음과 같다.

$$V_D = \frac{\pi}{6} \frac{d^3}{\cos(\theta/2)\sin(\theta/2)} ;$$

$$\theta/2 = \tan^{-1} \left(\frac{Ed_s}{2L_f} \right) ; N_{FR} = \frac{\Delta Y}{d_f} \quad (5)$$

여기서, d_s 는 빔사이의 거리(22 mm)를 나타낸다. 간섭무늬 사이의 간격 d_f 와 측정체적부를 통과하는 산란입자의 속도 $|V|$ 는 다음과 같다.

$$|V| = f_D \cdot d_f ; d_f = \frac{\lambda}{2\sin(\theta/2)} \quad (6)$$

비축 산란방식을 택함으로써 녹색, 청색빔에 의한 산란광은 $\beta=30^\circ$ 만큼 벗어난 자색광로상에서 광전관을 통하여 획득되며, 이 때 광전관에서 관찰되는 측정체적부의 실질적인 길이 1_{eff} 는 다음과 같이 줄어든다.

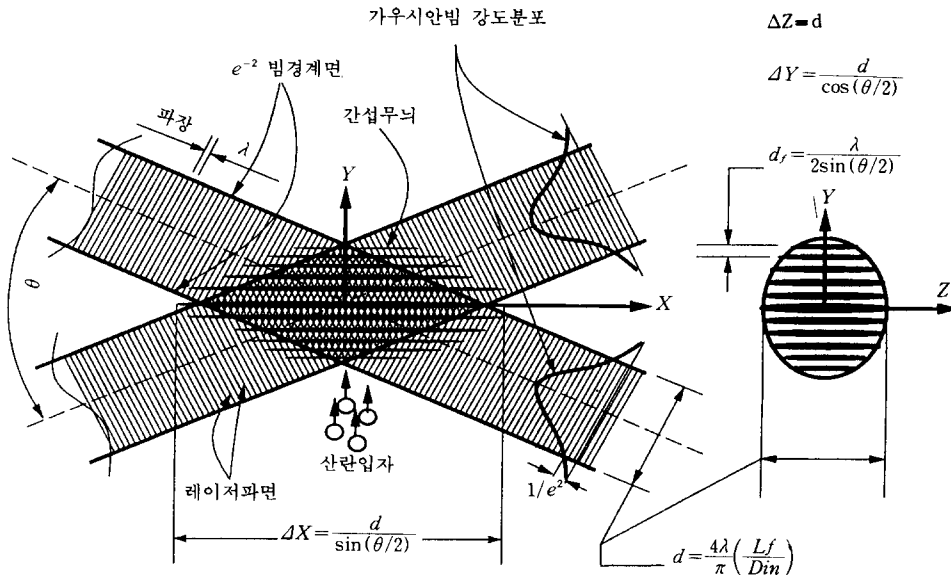


그림 4 측정체적부 내의 간섭무늬 패턴

표 1 3차원 레이저 유속계의 측정체적부 사양

Laser color	Green	Blue	Violet
λ [nm]	514.5	488.0	476.5
ΔZ [μm]	83.85	79.53	77.66
ΔY [μm]	84.16	79.83	77.94
ΔX [μm]	979.30	928.80	906.94
V_b [$\times 10^{-3}\text{mm}^3$]	3.62	3.09	2.87
d_f [μm]	3.004	2.850	2.782
N_{FR}	28	28	28
l_{eff} [μm]	168.3	159.7	155.9

$$l_{eff} = \frac{d}{\sin \beta} \quad (7)$$

여기서, β 는 녹색-청색광로와 자색광로 사이의 분리각을 나타낸다.

표 1은 식(4~7)을 이용하여 본 연구에 사용된 3-D LDV 시스템의 측정체적부 사양을 나타낸 것이다. 빔확대기 (beam expander : E=3.75)와 비축 산란방식을 적용함으로써 측정체적부의 실질적인 크기는 약 $0.08 \times 0.08 \times 0.17\text{mm}$ 가 되며, 이로부터 다른 유속 측정장치에 비해 공간분해능이 우수함을 알 수 있다.

2.4 좌표축 변환

비축 후방산란방식을 취하고 있는 3-D LDV 시스템에서 3개의 직교좌표축을 따른 속도성분 (u, v, w)을 추출하기 위해서는 다음과 같은 좌표변환을 취해야 한다(그림 5). 여기서, V_b 성분은 XY 평면에 수직하기 때문에 바로 W 속도성분이 되며, V_c, V_v 성분만을 좌표변환시키면 된다.

그림 5에서 V_c, V_b, V_v 는 각각 녹색, 청색, 자색 레이저빔으로부터 산출된 도플러 신호를 신호분석기를 통과시켜 구한 각 채널의 속도성분을 나타낸다.

$$V_c = 1 \vec{V}_{xy} \cos\left(\frac{\beta}{2} + \alpha\right)$$

$$= 1 \vec{V}_{xy} \left[\cos\frac{\beta}{2} \cos\alpha - \sin\frac{\beta}{2} \sin\alpha \right] \quad (8-a)$$

$$V_v = 1 \vec{V}_{xy} \cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right)$$

$$= 1 \vec{V}_{xy} \left[\cos\frac{\beta}{2} \cos\alpha + \sin\frac{\beta}{2} \sin\alpha \right] \quad (8-b)$$

식 (8-a)에 식 (8-b)를 더하면, 식 (8-c)와 같으며, 식 (8-a)에서 식 (8-b)를 빼면, 식 (8-d)와 같다.

$$\begin{aligned} V_v + V_c &= 2 \cdot |\vec{V}_{xy}| \cos\alpha \cos\frac{\beta}{2} \\ &= 2 \cdot U \cdot \cos\frac{\beta}{2} \quad (8-c) \end{aligned}$$

$$V_v - V_c = 2 \cdot |\vec{V}_{xy}| \sin\alpha \sin\frac{\beta}{2}$$

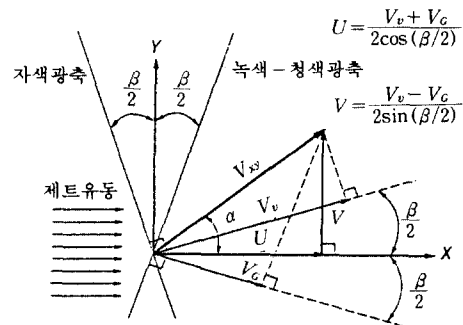


그림 5 속도성분의 직교 좌표변환

$$= 2 \cdot V \cdot \sin \frac{\beta}{2} \quad (8-d)$$

식 (8-c), 식 (8-d)로부터, 식 (9)를 구할 수 있다.

$$U = \frac{V_v + V_c}{2 \cos(\beta/2)}; V = \frac{V_v - V_c}{2 \sin(\beta/2)} \quad (9)$$

이렇게 구해진 3축방향 속도성분의 불확실도(uncertainty)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta U &= \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V_v} \delta V_v \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial V_c} \delta V_c \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial \beta} \delta \beta \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[\left(\frac{\delta V_v}{2 \cos(\beta/2)} \right)^2 + \left(\frac{\delta V_c}{2 \cos(\beta/2)} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{U \tan(\beta/2) \delta \beta}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \sqrt{0.268(\delta V_v^2 + \delta V_c^2) + 0.0179(U^2 \delta \beta^2)} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta V &= \left[\left(\frac{\partial V}{\partial V_v} \delta V_v \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial V_c} \delta V_c \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial \beta} \delta \beta \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[\left(\frac{\delta V_v}{2 \sin(\beta/2)} \right)^2 + \left(\frac{-\delta V_c}{2 \sin(\beta/2)} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{-V \delta \beta}{2 \tan(\beta/2)} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \sqrt{3.732(\delta V_v^2 + \delta V_c^2) + 3.482(V^2 \delta \beta^2)} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\delta W = \delta V_b \quad (12)$$

즉, 식 (10), (11), (12)에서 $\delta V \gg \delta U > \delta W$ 임을 알 수 있다. 식 (6)으로부터 $\delta(V_c, V_b, V_v) \sim d_f(\delta f_D)$ 이 성립한다. 여기서 f_D 는 도플러신호가 발생할 때, 계수기에서 미리 정해진 사이클갯수($N_c = 2^n$ cycle/burst)가 발생하는데 걸리는 시간을 내부발전기(clock generator: Insec 분해능)에서 발생하는 펄스수로써 측정한다. 따라서 δf_D 는 내부발전기의 불확실도와 직접적인 관계가 있다. 본 3-D LDV 시스템의 경우 대부분의 실험조건에서 $\delta(V_c, V_b, V_v) = \pm 0.01 \text{m/s}$, $\delta \beta = \pm 0.5^\circ$ 이다. 그림 6은 U, V 에 따른 $\delta U, \delta V, \delta U/U, \delta V/V$ 의 변화를 나타내고 있다. 여기서 보면 속도성분 V 의 불확실도가 U 의 불확실도보다 매우 큼을 알 수 있고, U, V 가 7m/s일 때 각각의 오차는 약 0.2%, 1.7%이다.

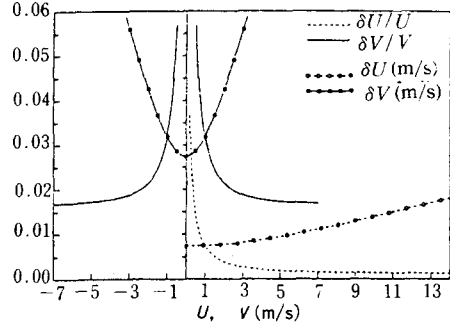


그림 6 속도성분 U와 V의 불확실도

2.5 신호 대 잡음비

LDV 시스템의 전체적인 성능은 광전관에서 구한 도플러신호의 신호 대 잡음비(SNR)에 크게 좌우되므로 유용정보를 최대한 정확히 얻기 위해서는 SNR을 증대시켜야 한다. 그러나 SNR은 레이저출력, 광학배치, 광전관의 성능 등 광학계 자체의 인자뿐만 아니라 산란광의 원천인 산란입자에도 관계되기 때문에 이러한 인자들의 적정값을 정확히 선정하기는 매우 어렵다. Adrian^(11,12)은 Mie-scattering이론을 이용하여 광전관에서 발생하는 도플러신호의 SNR을 다음과 같이 유도하였다.

$$\text{SNR} = \frac{\pi^2 \eta_q P_0}{256 h \nu_0 \Delta F} \times \left(\frac{D_a}{r_a} \frac{ED_{in}}{L_f} \frac{D_p}{\lambda} \right)^2 \bar{G} \bar{V}^2 \quad (13-a)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(4 \times 10^{11} \eta_q P_0)}{[A]} \\ &\times \frac{\left(\frac{D_a}{r_a} \frac{ED_{in}}{L_f} \right)^2 (D_p^2 \bar{G} \bar{V}^2) \left(\frac{1}{\Delta F} \right)}{[B] [C]} \quad (13-b) \end{aligned}$$

여기서, D_a 는 흡광기렌즈의 구경(mm), D_p 는 산란입자 직경(μm), \bar{G} 는 산란광의 평균이득(average gain), h 는 플랑크상수($6.6 \times 10^{-34} \text{Js}$), P_0 는 각 레이저빔의 출력과워(W), r_a 는 측정체적부와 흡광기 사이의 거리(mm), \bar{V} 는 도플러신호의 가시도(visibility), ΔF 는 광전관의 대역폭(MHz), η_q

는 광전관의 양자효율(quantum efficiency), η_0 는 레이저빔의 주파수를 나타낸다.

식 (13-b)에서 "A"항은 레이저와 광전관의 영향을 나타내는데, 상용되는 광전관의 효율이 보통 20% 정도이므로 SNR이 레이저출력에 비례함을 알 수 있다. 그러나 SNR이 "A"항과 1차 상관관계에 있으며 레이저출력 P_0 를 증가시키면 관측창이나 벽면에 의한 반사로 노이즈가 증가하기 때문에 보통 "A"항보다는 "B," "C"항을 이용하여 SNR을 증가시킨다.

"B"항은 LDV 시스템의 광학적배치에 따른 영향을 반영하며, 집광렌즈가 클수록, 측정체적부의 크기가 작을수록 SNR이 증가함을 알 수 있다. 보통 후방산란방식의 LDV 시스템은 대물렌즈 한 개로써 집광기와 홑광기를 구성하기 때문에 $L_f=r_a$ 가 된다. 이 경우 SNR은 집광렌즈 초점거리 L_f 의 4제곱에 반비례한다. 따라서 대형풍동에서의 LDV 측정과 같이 긴 초점거리를 필요로 하는 경우에는 레이저출력 P_0 , 빔확대비 E , 렌즈구경 D_a 등을 증가시킴으로써 도플러신호의 SNR을 향상시켜야 한다. 본 연구에 사용된 3-D LDV 시스템은 $L_f=480$ mm로서 그리 크지 않으며, $D_a=152$ mm의 큰 집광렌즈를 사용함과 아울러 빔확대기에 의해 측정체적이 $E=3.75$ 배 만큼 감소함으로써 SNR은 빔확대기가 없는 경우와 비교하여 약 $E^2=14$ 배 이상 증가한다.

"C"항은 산란입자의 물리적특성과 관련된 항이며, SNR은 산란입자의 직경이 클수록 증가한다. \bar{G} 는 입자에 의해 산란된 빛의 강도변화를 나타내므로 입사광에 대한 산란광의 획득위치에 따라 크게 변화한다. 보통, 전방산란방식(forward scatter mode)이 빛의 굴절(refraction)에 의존하는 후방산란방식보다 훨씬 큰 \bar{G} 값을 가진다. 본 LDV 시스템은 비측 후방산란방식을 택함으로써 완전후방산란방식보다는 높은 SNR을 갖는다. 비측 후방산란방식이란, 입사광과는 다른 각

도에서 산란광을 획득하는 것을 말하며, 본 시스템에서는 녹색, 청색산란광을 $\beta=30^\circ$ 만큼 떨어진 자색광로상에서 획득하고 자색산란광은 녹색-청색광로상에서 획득하였다. 저주파 성분인 페데스탈노이즈의 크기에 대한 도플러신호 진폭비를 \bar{V} 로 표현하며, 이 수치가 클수록 신호의 질이 우수함을 나타낸다. 간섭무늬간격 d_f 보다 큰 직경의 산란입자가 측정체적부를 지나가거나 산란광의 위상차이에 의한 불완전한 광중합에 기인하여 \bar{V} 는 작아진다. 대역폭 ΔF 는 광전관에서 발생하는 랜덤 샷노이즈(random shot noise)를 나타내며 보통 100~200 MHz이다.

2.6 산란입자

산란입자로부터 유속을 측정하려면 입자의 유체흐름에 대한 추종성, 그리고 유체 내의 입자공급 및 입자의 산란특성을 조사하여야 한다. Melling⁽¹³⁾은 브라운(Brownian) 운동이 산란입자에 미치는 영향을 조사하였고, Durst⁽¹⁴⁾는 입자의 크기와 도플러신호와의 관계를 연구하여 입자의 크기가 간섭무늬 간격에 가까울수록 도플러신호의 최고값이 크다고 하였다.

산란입자가 클수록 SNR은 증가하나(식 (13)), 반면에 페데스탈노이즈가 증가하며 유동에 대한 입자의 주파수응답특성이 떨어진다. 즉, 입자의 직경이 작을수록 유체흐름의 난류변동에 대한 추종성은 좋아지며, 입자가 커질수록 강한 산란광이 발생된다. 그러나 실제의 어떠한 입자도 위의 두 조건을 동시에 모두 만족시키지 못하기 때문에 주어진 실험조건에 맞는 산란입자를 선택하여야 한다. 입자의 형태가 구형이며 입자의 밀도 ρ_p 가 유체의 밀도보다 매우 크다고 가정할 때, 작동유체 속에 놓인 입자에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.⁽⁴⁾

$$\frac{4\pi}{3} \left(\frac{D_p}{2} \right)^3 \rho_p \frac{dU}{dt} = F_D ;$$

$$F_D = 6\pi\mu D_p (U_F - U_p)$$

~Stoke's law (14-a) 있다.

$$\tau \frac{dU_P}{dt} = U_F - U_P ; \tau \equiv \frac{D_P^2 \rho_P}{18\mu} \quad (14-b)$$

$$\frac{U_F - U_P}{U_{Fi} - U_{Pi}} = E^{-t/\tau} \quad (14-c)$$

여기서, U_F 는 유체의 속도(m/s), U_P 는 산란입자의 속도(m/s), τ 는 시정수(sec)를 나타낸다.

윗 식에 대한 주파수 응답 분석으로부터 $f_p = 1/(2\pi\tau)$ 의 난류변동까지는 산란입자가 유동을 잘 추종한다고 할 때, $D_P = 1 \mu\text{m}$ 크기의 산란입자들은 $f_p = 10 \text{ kHz}$ 이상의 주파수 특성을 갖는다.

또한 신호분석기가 작동할 만큼의 가능한 양의 입자를 공급하여야 깨끗한 도플러 신호를 얻을 수 있다. 공급입자량이 적으면 도플러신호의 drop-out현상이 발생하며, 과다하면 측정체적부 내에 두 개 이상의 입자가 존재하여 입자 간의 상호작용이 유동속도에 영향을 주며, 응답위상이 달라져 주파수 스펙트럼이 넓어지는 현상이 나타난다.^(11,15) 그러므로 입자의 크기 및 공급량은 실험조건에 따라 적절히 선정하여야 한다. 이는 선정된 입자의 크기 및 공급량에 따라 속도변동의 근사 정도가 조금씩 달라짐을 의미하는 것으로 이상적인 입자공급량은 측정체적 내에 1개의 입자가 존재할 경우이다. 측정체적부를 지나는 1개의 산란입자에 대한 광전관의 출력전압은 정규분포를 나타낸다. 페데스탈노이즈가 포함되어 있는 도플러신호가 많은 입자의 거동에 의하여 연속적으로 변하더라도 도플러신호는 항상 정규분포를 가진다. 이밖에 산란입자에 요구되는 조건으로는 고온하에서 화학반응성이 작을 것, 측정면을 더럽히지 않을 것, 응집력이 작을 것, 독성이 없을 것, 입자의 형상이 구형일 것 등이 있다.^(4,11,15) 산란입자의 생성방법은 크게 분무미립화(atomization), 고체입자부유(fluidization), 화학반응(chemical reaction), 연소(combustion), 승화법(sublimation) 등이

3. 3-D LDV를 이용한 타원제트의 3차원 유동 측정

3.1 서론

제트유동에 관한 대부분의 초기연구는 기하학적 형태가 간단한 원형제트나 2차원 평면제트에 대하여 행해져왔다. 최근에는 혼합 효과의 증대를 위하여 타원제트(elliptic jet), 사각제트(rectangular jet), 삼각제트(triangular jet), 십자형 제트(cruciform jet) 등의 3차원 제트에 관한 연구가 많이 진행되고 있다. 이러한 3차원 제트는 여러가지 특성 길이척도가 초기 노즐형상에 내재됨으로써 일반적인 원형제트나 평면제트와는 다른 유동장을 형성한다. 즉, 노즐주위(perimeter)를 따른 길이척도의 변화는 노즐주위에서부터 발달하는 불안정성 파(instability wave)의 비선형 상호간섭을 변화시킴으로써 제트 근접영역에서 각 단면에서의 확산율(spreading rate)이 서로 다르게 되며, 제트하류로 나아감에 따라 초기의 제트축이 서로 뒤바뀌는 축교차현상(axis switching phenomena)이 발생하게 된다. 이러한 축교차현상은 3차원 제트의 가장 두드러진 특징으로서 제트와 주위 유체 간의 유입과 혼합을 증대시키는 주된 기구(mechanism)로 알려져 있다.⁽¹⁶⁻²⁰⁾

타원제트는 원형제트와 평면제트의 일반화된 유동형태를 나타냄으로써 제트유동의 일반적인 특성을 연구할 수 있다. 타원제트의 와구조(vortical structure)는 고립된 타원와(isolated vortex ring)와 비슷하게 변형되지만, 고립된 타원와에는 존재하지 않는 유체 유입, 원주방향의 불안정성(azimuthal instability), pairing, tearing, breakdown과 같은 와구조들 사이의 비선형간섭 등으로 매우 복잡한 양상을 보이게 된다. 이러한 타원와구조의 형성, 변형, 그리고 상호간섭은 원형제

트와 평면제트에 비해서 유체유입과 난류특성에 상당한 변화를 야기한다.^(21~23)

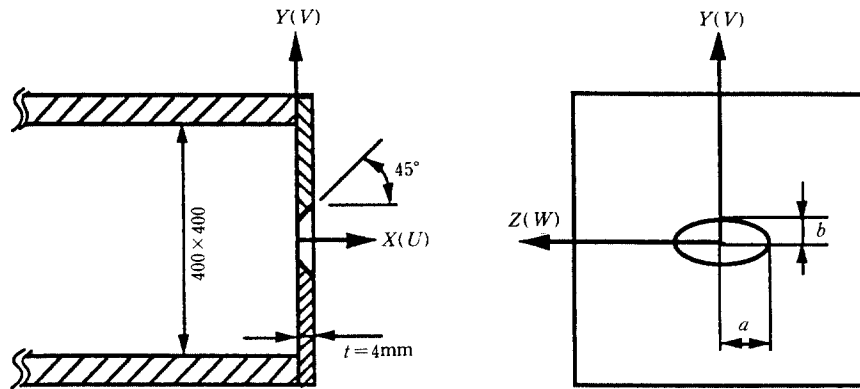
Husain & Hussain⁽¹⁸⁾은 종횡비(AR)가 2와 4인 타원 수축노즐의 제트실험에서 Strouhal수에 따른 제트중심축상의 난류강도 및 제트반폭을 비교 조사하여 기진된 타원제트가 원형제트 경우보다 혼합과 유입이 더 큼을 밝혔다. Ho & Gutmark^(19,21)는 종횡비가 2인 수축노즐을 이용하여 타원제트의 응집구조를 조사하였다. 여기서 타원제트는 비대칭 응집구조로 인하여 원형제트보다 더 큰 유체유입률을 가지며, 측정구간 내에서 세 번의 축교차현상이 일어남을 관찰하였다. Quinn⁽²⁰⁾은 종횡비 5의 타원제트(오리피스형 노즐) 실험에서 유체유입이 원형제트보다 크고, 측정구간 내에서 2번의 축교차현상이 일어나며 등가노즐직경의 약 30배 하류에서 축대칭유동이 형성됨을 밝혔다.

날카로운 모서리를 가진 슬롯노즐은 수축노즐에 비하여 더 강하게 응집구조를 제어함

으로써 유입과 혼합을 효과적으로 증대시킨다고 알려져 있다.⁽²⁴⁾ 타원제트는 근접유동영역에서 강한 유체유입과 혼합으로 축교차현상이 포함된 복잡한 3차원 유동장을 형성하고 있으며 이 구간의 유동특성에 대한 자세한 연구가 요구되고 있다. 본 연구에서는 날카로운 모서리를 가진 타원형 슬롯노즐을 풍동수축부 끝에 장착하여 근접영역에서 4가지 종횡비(AR=1, 2, 4, 8)에 따른 타원제트의 난류특성 및 축교차현상을 3-D LDV 시스템을 이용하여 조사하였다.

3.2 실험 장치 및 실험 방법

본 연구는 최대 풍속이 40 m/s이며 시험부 크기가 400×400 mm, 수축비가 9 : 1인 개방형 아음속풍동에서 수행되었다. 슬롯노즐 출구에서의 축방향속도는 0.1% 이내의 균일성을 보이며, 최대 축방향 난류강도는 약 0.9%이다. 그림 7은 4가지 타원형 슬롯노즐의 개략도와 좌표계를 나타낸다.



(단위 : mm)

AR	a	b	t
1	30	30	4
2	42.4	21.2	4
4	60	15	4
8	84.9	10.6	4

그림 7 타원형 슬롯노즐의 개략도 및 측정좌표계

사용된 노즐의 재질은 두께 4 mm의 황동 판이며 45° 경사진 날카로운 모서리를 갖는 형태로 제작되었다. 본 연구에서는 종횡비 ($AR=a/b$)가 서로 다른 4개의 노즐 ($AR=1, 2, 4, 8$)을 사용하였는데, 여기서 a 는 장축의 반경을, b 는 단축의 반경을 가리킨다. 이들 노즐의 등가지름(equivalent diameter, D_e)은 모두 60 mm로 노즐출구 단면적을 같게 하였으며 등가노즐직경에 기준한 레이놀즈수는 4×10^4 이었다.

LDV 측정은 노즐출구면으로부터 하류방향으로 $X/D_e=2, 3, 5, 7$ 위치 단면에서 장단축(Y, Z 축)을 따라 3축 이송장치로 3-D LDV 시스템을 0.01 mm의 정확도로 이동시키면서 3차원 속도성분을 측정하였으며, 중심축을 따라 $X/D_e=1.3 \sim 16$ 범위까지 측정하였다. 한 측정점에서 3~9 Kbyte의 데이터를 수집하여 4번 이상을 평균을 취하였으며, 신호분석기는 코인시던스방식을 사용하였고, coincidence time window의 크기는 20 μs 로 정하였다. 각 측정점에서 측정된 3축방향 속도성분으로부터 평균속도, 난류강도, 레이놀즈 전단응력, 전단응력 상관계수(shear stress correlation coefficient), 난류 운동에너지, 에너지 확산량(energy diffusion flux) 등을 구하였다.

LDV를 이용한 공기유동 실험에서 산란입자 공급은 중요한 실험조건 중 하나로, 본 실험에서는 비행기 날개형태의 입자공급기를 풍동수축부 내에 설치하여 연기발생기에서 나온 파라핀(paraffine)연기를 유동장에 공급하였다. 또한 제트유동 측정시, 노즐좌표축과 LDV 시스템의 좌표축을 일치시키기 위하여 미세조정을 하였고, 가능한 한 외부 교란(통풍)에 의한 영향이 제트유동에 미치지 않도록 하였다.

3.3 결과 및 고찰

그림 8은 제트중심축을 따라 측정된 주유동방향의 평균속도 감소(U_M/U_C)를 나타내

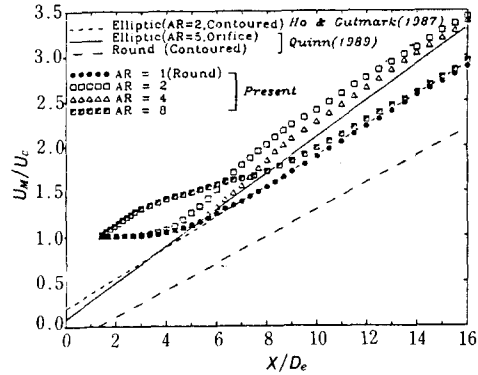
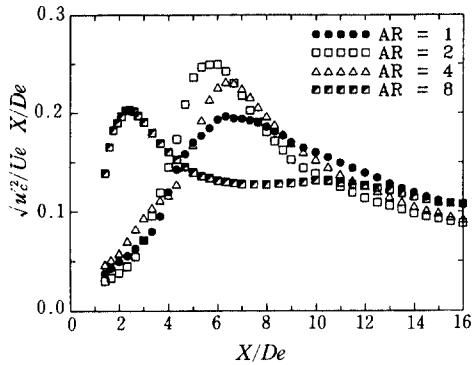


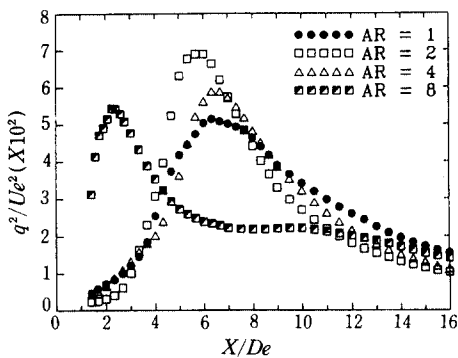
그림 8 제트 중심축상의 주유동방향 속도감소

며 비교를 위해 Ho & Gutmark,⁽¹⁹⁾ Quinn⁽²⁰⁾의 결과를 함께 도시하였다. 여기서 U_M 은 최대 주유동방향 속도를 나타낸다.

제트중심축속도 U_C 는 노즐출구 부근에서 vena-contracta 효과에 의해서 출구면속도 U_e 보다 더 증가하여 최대 중심축속도 U_M 에 이른 후, 주위 유체의 유입에 기인한 운동량의 감소로 다시 감소하기 시작한다. 측정구간 내에서 타원제트는 원형제트보다 항상 큰 중심축 평균속도 감소를 보임으로써 주위 유체가 더 많이 유입됨을 알 수 있다. 특히 $AR=8$ 의 타원제트는 $X/D_e < 4$ 의 초기영역에서 와구조의 단축 쪽이 제트 중심축과 매우 가깝기 때문에, 많은 주위 유체가 유입되게 되며 결과적으로 중심축 속도감소율(centerline velocity decay rate: $d(U_M/U_C)/d(X/D_e)$)이 가장 크게 된다. $X/D_e=4$ 이후에서는 $AR=2$ 인 타원제트의 경우 큰 속도감소를 보이며, 이는 하류에까지 이어진다. 타원제트($AR=2, 4, 8$)에서의 최대 중심축 속도 감소율은 각각 $X/D_e=6, 7, 2$ 근방에서 나타나는데 이는 타원화구조의 변형이 이 위치 부근에서 매우 크기 때문이다. 와구조의 큰 변형은 주위 유체의 유입과 혼합을 증가시키며 따라서 난류강도와 난류 운동에너지를 증가시킨다(그림 9). Quinn⁽²⁰⁾의 C형(contoured type) 노즐과 본 실험의 S형(sharp-edged type) 노즐의 원형제트 속도감



(a) 난류강도 분포



(b) 난류운동에너지 분포

그림 9 제트 중심축상의 난류강도 및 난류운동에너지 변화

소결과를 비교했을 때, S형이 더 큰 속도감소와 감소율을 보이며, Ho & Gutmark⁽¹⁹⁾의 C형 타원제트($AR=2$)와의 비교에서도 같은 결과를 보여주고 있다. O형(orifice type), S형 노즐의 경우, 초기 경계층과 운동량두께가 매우 작기 때문에 강한 와도(vorticity)를 가진 얇은(slender) 와구조를 생성한다.^(22,23) 이러한 와구조는 점성에 의해 확산되기 전까지 많은 주위 유체의 유입을 야기한다. 따라서 C형보다는 O형, S형 노즐의 제트에서 더 큰 속도 감소를 나타낸다. 또한 하류로 나아감에 따라 $AR=8$ 인 타원제트의 속도감소는 원형제트와 거의 비슷하게 되며, $AR=4$ 의 타원제트는 $AR=2$ 의 경우에 접근

하게 된다.

중심축을 따라 측정된 X방향 난류강도와 난류운동에너지 분포를 그림 9에 나타내었다.

중횡비가 작은 타원제트의 경우 제트 초기 영역에서는 완만한 증가를 나타내고, 하류로 나아감에 따라 포텐셜코어(potential core)가 사라지고 제트경계면의 혼합층들이 서로 만남으로써 난류강도와 난류운동에너지는 급격히 증가하게 된다. 이 때의 와구조는 거의 toroidal 형태를 갖으며 breakdown 과정^(22,23)을 통해 변형을 일으킴으로써 $X/De=6$ 부근에서 최대값을 가진 후, 점성에 의한 와도 확산(vorticity diffusion)으로 점차 약해지며 난류강도가 감소하게 된다. 즉, 제트출구로부터 멀어질수록 제트유동의 난류구조는 점차 등방성(isotropy)을 띄게 되며 자기상사성(self-similarity)을 만족하게 된다. 그러나, 중횡비가 큰 $AR=8$ 의 타원제트에서는 와구조의 단축 쪽이 제트중심과 가깝기 때문에, 노즐출구면 가까이에서 난류변동을 증가시킨다. 그리고 $X/De > 6$ 에서 거의 편평한 분포를 보이고 있어 이 부분에서 와구조의 또다른 변형과 상호작용이 존재함을 추측할 수 있다. 주목할 점은 난류강도와 난류운동에너지분포는 $AR=2$ 의 타원제트에서 최대값을 가진다. 이 결과와 그림 7의 속도감소 결과로부터 $AR=2$ 의 타원제트가 원형제트나 중횡비가 큰 타원제트보다 더 활발한 유입과 혼합을 발생시킨다고 판단할 수 있다.

제트유동은 하류로 나아감에 따라 주위유체의 유입 때문에 경계면이 계속 확장되며 제트반폭(제트중심축으로부터 중심속도의 $1/2$ 이 되는 지점까지의 거리) B_z, B_r 로써 제트의 크기(경계)를 표현한다.

그림 10은 중횡비가 2, 4, 8인 타원제트의 제트반폭을 나타내며 비교를 위해 Hussain & Husain⁽²²⁾의 실험결과(O형 노즐)를 같이 표시하였다. 여기서 보면 장단축을 따른 제트확산이 매우 다름을 알 수 있다. 초기 장

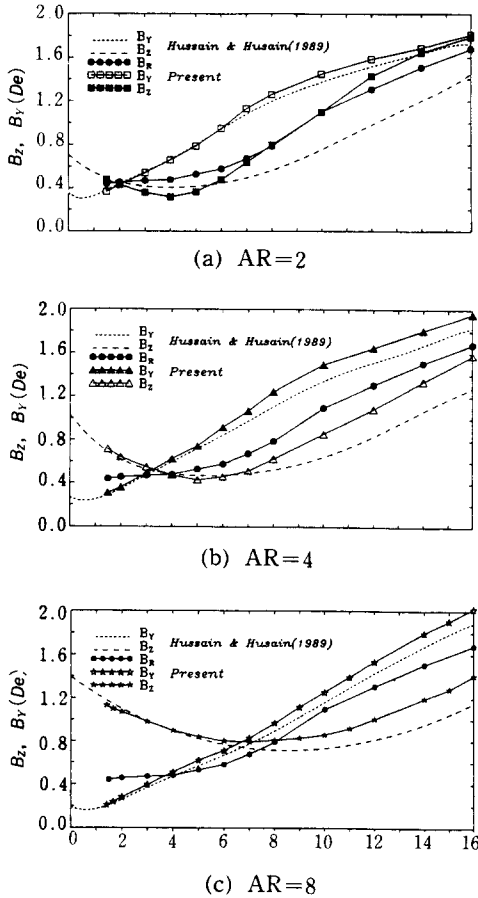


그림 10 타원노즐의 종횡비에 따른 제트확산 변화

축평면에서 제트는 수축되어지나 단축평면에서는 바깥방향으로 확장되어진다. $X/De < 6$ 구간에서는 Hussain & Husain의 결과와 비교적 잘 일치하나, 하류영역에서는 본 실험 결과가 더 크게 나타난다. 이는 노즐 현상의 차이때문이며, 제트하류에서 O형보다는 S형 노즐의 타원제트가 더 많은 유체를 유입함을 의미한다. 모든 종횡비의 타원제트의 근접영역에서 단축면의 확산율이 장축면보다 더 크기 때문에 제트하류에서 축교차현상이 발생하며, 특히 $AR=2$ 인 타원제트의 경우 두 번의 축교차현상이 발견된다($X/De=2, 16$

근방). 초기 장축면을 따른 제트크기 감소는 *vena-contracta* 효과와 함께 타원외구조의 3차원 원주 방향변형 (azimuthal deformation) 때문이며, 장축면의 최소제트반쪽의 위치는 종횡비에 따라 선형적으로 증가한다.

이상의 타원제트 실험으로부터 타원제트의 외구조 변형에 기인된 축교차현상을 확인하였으며, 근접영역에서 원형제트보다 활발한 주위 유체유입과 혼합을 발생시킴을 알 수 있었다. 종횡비 2인 타원제트는 $X/De \sim 6$ 부근에서 매우 큰 중심축 속도감소율과 난류강도 분포를 보이며 대체적으로 종횡비 (AR)가 증가함에 따라 그 위치는 제트 상류쪽으로 옮겨간다. 그리고 날카로운 모서리를 가진 타원노즐의 제트확산은 C형이나 O형 노즐의 경우보다 더 강한 외구조를 생성함으로써 주위 유체의 유입을 증가시킨다. 축교차 위치와 최소 장축면 제트반쪽은 종횡비와 선형관계에 있으며 제트하류로 나아가며 따라 전단층의 난류 운동에너지는 난류혼합에 기인하여 점차 제트 중심쪽으로 전달되어진다.

4. 맺음말

본 연구를 통하여 3차원 LDV 시스템의 측정기법을 개발하였으며, 측정결과의 신뢰성을 확인하였다. 또한 이것을 타원제트 연구에 적용함으로써 그 응용 가능성을 확인하였다. 앞으로 3-D LDV 시스템을 사용하여 신뢰성 있는 측정결과를 얻기 위해서는 아래에 기술한 몇 가지 사항을 고려하여야 한다.

- (1) 3차원 레이저 유속계는 정교하고 복잡한 광학시스템으로 정확한 배열을 요구한다. 광학계와 실험장치의 좌표축이 일치하지 않으면 측방향보다 측방향 (lateral) 속도변동 성분에 큰 영향을 준다.
- (2) LDV 측정에서 속도편심을 줄이기 위해서는 적당한 출력의 레이저, 적절한

신호처리(signal conditioning), 실험 조건에 알맞은 입자를 선정하여야 한다.

- (3) 입자를 연속적으로 균일하게 공급하여야 하며 신호분석기 조작에 익숙하여 도플러신호의 질을 최적화하여야 한다.

참고문헌

- (1) Yeh, Y. and Cummins, H. Z., 1964, "Localized Flow Measurements with an He-Ne Laser Spectrometer," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 4, pp. 176~178.
- (2) Pfeiffer, H. J. and von Stein, H. D., 1967, "A Doppler Differential Method for Velocity Measurement," *ISL-Technische Mitt.*, T12/67.
- (3) Chehroudi, B. and Simpson, R. L., 1984, "A Rapidly Scanning Laser Doppler Anemometer," *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 17, pp. 131~136.
- (4) Durst, F., Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1981, *Principles and Practice of Laser Doppler Anemometry*, Academic Press.
- (5) Kotsovinos, N. E., 1975, "A Study of the Entrainment and Turbulence in a Plane Buoyant Jet," Ph. D. Thesis., CALTECH, Pasadena, California, 306pp.
- (6) Lau, J. C., Morris, P. J. and Fisher, M. J., 1979, "Measurements in Subsonic and Supersonic Free Jets Using a Laser Velocimeter," *J. Fluid Mech.*, Vol. 93, pp. 1~27.
- (7) Lau, J. C., Whiffen, M. C., Fisher, M. J. and Smith, D. M., 1981, "A Note on Turbulence Measurements with a Laser Velocimeter," *J. Fluid Mech.*, Vol. 102, pp. 353~366.
- (8) Weissman, C. B., 1984, "Three-Component Laser Velocimeter Developments with a Unique Method of Data Presentation," AIAA 17th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Lasers Conference, AIAA-84-1539.
- (9) Driver, D. M. and Hebbler, S. K. 1987, "Experimental Study of a Three-Dimensional, Shear-Driven, Turbulent Boundary Layer," *AIAA*, Vol. 25, No. 1, pp. 35~42.
- (10) Morrison, G. L., Tatterson, G. B. and Long, M. W., 1988, "Three-Dimensional Laser Velocimeter Investigation of Turbulent, Incompressible Flow in an Axisymmetric Sudden Expansion", *J. Propulsion*, Vol. 4(6), pp. 533~540.
- (11) Goldstein, R. J., 1983, *Fluid Mechanics Measurements*, Hemisphere Publishing Corp., pp. 155~244.
- (12) Adrian, R. J., 1978, "Estimation of LDA Signal Strength and Signal-to-Noise Ratio," *TSI Quarterly*, Vol. IV, Issue 1, pp. 3~8.
- (13) Melling, A., 1971, "Scattering Particles for Laser Anemometry in Air," Imperial College, ET/TN/B/7.
- (14) Durst, F., 1972, "Scattering Phenomena and Their Application in Optical Anemometry," University of Karlsruhe, OA/TN/1.
- (15) TSI, 1986, *Laser Velocimetry Systems*, TSI catalog, 97 pp.
- (16) Krothapalli, A., Baganoff, D. and Karamcheti, K., 1981, "On the Mixing of a Rectangular Jet," *J. Fluid Mech.*, Vol. 107, pp. 201~220.
- (17) Hussain, A. K. M. F. and Husain, H. S., 1987, "Passive and Active Control of Jet Turbulence," *Turbulence Management and Relaminarization IUTAM Sympo-*

- sium, pp. 445~457.
- (18) Husain, H. S. and Hussain, A. K. M. F., 1983, "Controlled Excitation of Elliptic Jets," *Phys. Fluids*, Vol. 26(10), pp. 2763~2766.
- (19) Ho, C. M. and Gutmark, E., 1987, "Vortex Induction and Mass Entrainment in a Small-Aspect-Ratio Elliptic Jet," *J. Fluid Mech.*, Vol. 179, pp. 383~405.
- (20) Quinn, W. R., 1989, "On Mixing in an Elliptic Turbulent Free Jets," *Phys. Fluids*, A, Vol. 1(10), pp. 1716~1722.
- (21) Ho, C. M. and Gutmark, E., 1986, "Visualization of a Forced Elliptic Jet," *AIAA*, Vol. 24, pp. 684~685.
- (22) Hussain, A. K. M. F. and Husain, H., 1989, "Elliptic Jets. Part 1. Characteristics of Unexcited and Excited Jets," *J. Fluid Mech.*, Vol. 208, pp. 257~320.
- (23) Husain, H. and Hussain, A. K. M. F., 1991, "Elliptic Jets. Part 2. Dynamics of Coherent Structure: Pairing," *J. Fluid Mech.*, Vol. 233, pp. 439~482.
- (24) Woods, W. A. and Clark, D. G., 1988, *Visualized Flow*, Pergamon Press. 