

# 기하공차의 평가를 위한 형상추출 알고리즘

김 승 우

## Feature Extraction Algorithms for Evaluation of the Geometrical Tolerences

Seung-Woo Kim



● 김승우 (한국과학기술원 정밀공학과)  
● 1955년생  
● 연삭공학 및 공작기계시스템을 전공하였으며, 초정밀측정 방법개발 및 측정시스템 응용실제 분야에 관심을 가지고 있다.

### 1. 머리말

기 계요소의 표면은 대개 매끄러운 자유곡면보다는 기능상 혹은 조립상의 이유로 수학적 표현이 가능한 기하학적 형상을 갖게 된다. 따라서 제작된 기계요소가 설계자의 의도대로 그 기능을 충분히 수행할 수 있으려면, 가공에서 비롯된 가공오차가 설계면에 주어진 치수공차(dimensional tolerences)와 기하공차(geometrical tolerences)의 범위 안에 들어있어서 기하학적 형상의 왜곡이 아주 적어야 되며, 공차에 대한 가공오차의 합격 여부는 측정을 통하여 판정하게 된다. 종래에는 측정기술이 저급했던 탓으로 두 지점의 거리 등과 같은 2차원적인 치수공차의 확인만을 하여왔으나, 실제 부품의 형상은 육면체, 원통 등과 같이 3차원의 입체이므로 기하학적 형상의 정도를 나타내는 기하공차의 확인이 더욱 중요한 측정기술로서 요구되어 왔다. 이러한 요구에 부응하는 측

정기술로서 80년대 중반 이후 수 마이크로의 정밀도를 가지는 컴퓨터제어방식의 삼차원측정기(coordinate measuring machine)가 개발되었으며 이 삼차원측정기가 종래의 수동적인 표준계이지를 대체하여 초정밀 기계부품의 기하공차 평가에 유용하게 사용되리라는 기대로 급속히 산업 현장에 보급되었다.

삼차원측정기는 그 특성상 측정대상의 표면을 일련의 점 좌표로 나타내게 되며 따라서 삼차원측정기를 이용하여 기하공차를 평가하기 위해서는 측정된 점군(点群)으로부터 형상에 대한 수식을 추출하는 형상추출(feature extraction) 알고리즘이 필수적으로 필요하게 된다. 이러한 관점에서 삼차원측정기 제조업자나 여타의 측정기기 공급자, 그리고 실제 측정 수요자들 모두 형상추출 알고리즘에 대한 필요성을 인식하게 되었고 학계에서도 이에 대한 연구가 지속적으로 증가하여 현재는 표준 알고리즘의 제창에까지 이르고 있는 형편이다. 국내에서도 90년대 초반부터 삼차원측정기의 국산모델이 나오고

있고 이의 측정수요도 꾸준히 증가하고 있으므로 형상추출 및 기하공차 평가를 비롯한 응용 소프트웨어에 대한 관심이 점차 커져야 한다고 본다. 현재까지 진행되고 있는 연구 방향은 최소자승법이나 최소영역법과 같은 회귀분석 기법들을 사용하여 측정데이터군에서 형상을 추출한 후에 기하공차를 평가하는 방향이다. 이 글에서는 ISO에서 정의한 기하공차의 기본적인 개념을 소개하고 지금까지 학계에서 연구된 형상추출 알고리즘을 직선, 평면, 원, 원통, 원추 등의 전형적인 형상들을 중심으로 소개하고자 한다.

## 2. 형상추출과 기하공차평가의 기본개념

### 2.1 기하공차의 분류

기하공차는 다시 ① 입체형상의 형태를 규정하는 형태공차(form tolerances), ② 형상의 방향을 규정하는 방향공차(orientation tolerances), ③ 형상의 위치를 한정하는 위치공차(location tolerances), ④ 기준방향이나 위치로부터 벗어나는 정도를 규정하는 런아웃공차(run-out tolerances)로 구분<sup>(1)</sup>할 수 있는데, 방향, 위치, 런아웃공차는 형태공차의 평가가 선행되어야 비로소 평가할 수 있다.

#### 2.1.1 형태공차

원은 원을 규정짓는 원의 방정식이 있고 평면은 평면의 방정식이 존재하듯이 기하학적 형상들은 수식으로 정의될 수 있는 이상적인 형태가 있다. 이러한 이상적 형태와 비교하여 측정된 형상의 표면이 벗어난 정도를 규정하는 공차가 형태공차인데 주로 단일형상(singled feature)에서 정의된다. 따라서 형태공차는 각각의 형상에 관련되어 정의되며 그 종류에는 직선에 대해 진직도(straightness), 원에 대해 진원도(circularity), 평면에 대해 평면도(flatness), 원통에 대해

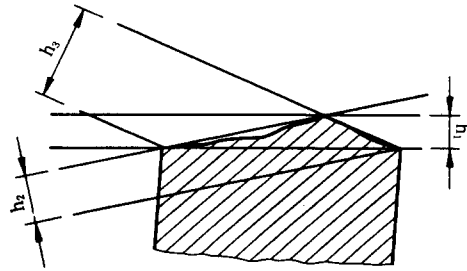


그림 1 평면에서의 공차영역

원통도(cylindricity), 구에 대해 진구도(sphericity)가 있다. 한 측정점이 이상적 기준형상에서 벗어난 양이 곧 형상오차이다. 다시 말하면 형상오차는 이상적인 기준형상과 개별 측정점 간의 거리차이며 이 형상오차로 이루어지는 영역이 바로 공차영역이다. 평면의 경우 공차영역을 표시하면 그림 1에 도시한 바와 같다. 그림에서 나타나듯이 측정된 표면을 둘러싸는 공차영역은 여러가지가 존재할 수 있으며 그중에서 가장 폭이 좁은 영역을 최소공차영역이라 한다. 그림 1에서의 최소공차영역은  $h_1$ 이다. ISO에 규정되기를 이 최소공차영역이 정해진 범위 안에 들면 형태공차에 합격하는 것이다.

#### 2.1.2 방향공차

두 개 이상의 연관된 형상(related features)에서 정의되는 기하공차로써 두 형상의 방향을 규정하며 두 평면의 평행도(parallelism), 수직도(perpendicularity), 각도(angularity)가 있다.

#### 2.1.3 위치공차

연관된 형상의 중심위치들에 대한 공차이며 종류로는 위치(position), 동심도(concentricity) 또는 동축도(coaxiality), 대칭도(symmetry)가 있다.

#### 2.1.4 런아웃공차

런아웃공차 역시 두 개의 연관된 형상들에

대한 공차이지만 위의 두 공차와 달리 한 형상이 기준이 되어 다른 형상의 상대적인 편차를 정의하는 공차이다. 즉 방향, 위치 등을 지정한 기준(datum)을 이용해 형상의 기하공차를 평가하는 것이다.

위에서 형태공차 외의 세 가지 공차들은 모두 연관된 형상에서 정의됨을 알 수 있다. 둘 이상의 단일형상의 기하학적 관계를 이끌어내기 위해서는 단일형상 각각의 기하학적 특성들에 대한 정보를 알고 있어야 한다. 따라서 각각의 단일형상에 대하여 형상추출을 통한 형태공차의 평가가 여타의 공차평가에 선행되어야 한다.

## 2.2 형상추출

앞절에서 보았듯이 기하공차를 평가하기 위해서는 측정데이터군으로부터 이상적 형태의 기준형상을 추출하는 작업이 반드시 필요하며 이러한 형상추출의 개념은 기하공차의 평가와 분리될 수 없는 개념이다. 이상적 기준형상을 추출한다는 것은 각 형상을 표현하는 일반식의 매개변수들을 적절하게 선택하는 것을 말하는데, 선택의 기준은 기준형상과 개별 측정점 간의 형상오차가 최소로 되는 것이다. 수학적으로는 최소화하고자 하는 목적함수에 따라 최소자승법(least square method)과 최소영역법(minimum zone evaluation)이 사용되고 있다. 최소자승법은 식 (1)에서와 같이 목적함수로 형상오차의 제곱의 합을 취한다.

$$F = \min(\sum E^2) \quad (1)$$

또 최소영역법은 최대형상오차와 최소형상오차의 간격(즉 공차영역)을 목적함수로 한다.

$$F = \min(\max E - \min E) \quad (2)$$

## 3. 최소자승법에 의한 형태공차 평가

측정데이터군에 중첩하여 기준형상을 위치시켰을 때 기준형상과 측정데이터군과의 형

상오차 제곱의 합이 최소가 되도록 기준형상을 설정하는 방법이 최소자승법에 의한 형상추출 기법이다. 이 방법은 유일해를 제공하고, 대수적으로 해를 바로 구할 수 있는 장점 때문에 많은 삼차원측정기 업체가 채택하고 있는 보편적인 방식이다. 최소자승법으로 형태공차를 평가하는 방식에는 형태오차를 정의하는 방법에 따라 일반 최소자승법(linear least square method)과 수직 최소자승법(normal least square method)이 있다. (2~4) 일반 최소자승법은 형상의 일반식에 측정점의 좌표를 대입하여 형상오차를 계산하는 방식이고 수직 최소자승법은 형상과 측정점 간의 기하학적인 거리로 형상오차를 평가하는 방식이다. 기하공차의 평가가 기하학적인 형태를 평가하는 작업이므로 수직 최소자승법이 일반 최소자승법에 비해 더 적절한 평가방법이나 유도된 형상오차의 식이 대부분의 경우 비선형식이라 대수적으로 해를 구할 수 없고 수치해석을 통하여 해를 구해야 하는 난점이 있다. 최소자승법에서 형상을 추출하는 수학적 배경은 아래와 같다. (5)

다음식으로 표현되는 형상을 가정하자.

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p) \quad (3)$$

여기서,  $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)'$ 는 측정점의 좌표를 나타내는 독립변수이고  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)'$ 는 매개변수이다. 형상오차는 일반식과 측정점 간의 차이므로 형상오차의 제곱의 합은 식 (4)로 표현되고 매개변수  $\beta$ 를 식 (5)로부터 구하면 형상오차의 합을 최소화하는 형상  $Y$ 를 구하게 된다.

$$E = \sum_i [Y - f(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki}; \beta_{1i}, \beta_{2i}, \dots, \beta_{pi})]^2 \quad (4)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \beta_u} = 0 \quad u = 1, 2, \dots, p \quad (5)$$

이때 식 (5)가 매개변수들에 대해 선형식이면 대수적인 해가 존재하나 비선형식일 경우

수치해석 기법으로 해를 찾는다. 기본형상 중에서 원과 구는 비선형식이나 선형식으로의 변환이 가능하므로 기본형상들에 대해 선형적인 최소자승법 해를 모두 유도할 수 있다. 매개변수가 결정되면 일반식에서 최소오차와 최대오차값을 계산할 수 있고 두 값의 차이로 결정되는 공차영역으로 각 형상에 관련된 형태공차를 평가할 수 있게 된다.

### 3.1 직선도

수식  $y=ax+b$ 로 표현되는 직선과 좌표  $(x_i, y_i)$ 인 측정점에 대해 형상오차의 제곱의 합은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$E_i = \sum [y_i - (ax_i + b)]^2 \quad (6)$$

식 (7)을  $a, b$ 에 대해 편미분하여  $a, b$ 에 대하여 풀면 일반 최소방정식의 해를 얻을 수 있다.

$$a = \frac{(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i)}{[N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2]} \quad (7)$$

$$b = \frac{(\sum y_i - a \sum x_i)}{N} \quad (8)$$

수직 최소자승법에서는 측정점과 이상적인 직선과의 수직거리가 곧 형상오차이므로 그림 2에서 도시한대로 형상오차의 제곱의 합은 아래 식과 같이 유도된다.

$$E_n = \sum [(y_i - y) \cos \theta]^2 \quad (9)$$

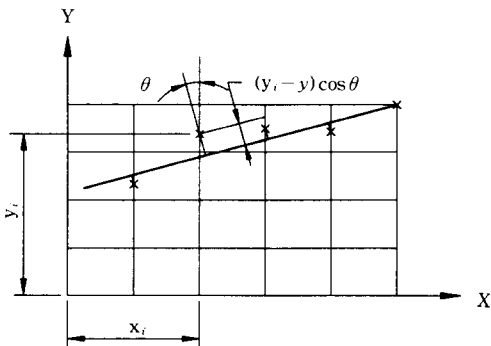


그림 2 직선에서의 수직 형상오차

그림 2에서  $\theta=1/\sqrt{(1+a^2)}$ 이므로 식 (10)을 최소로 하는 매개변수  $a, b$ 를 구하면 수직 최소자승법의 해가 된다.

$$E_n = \frac{\sum (y_i - ax_i - b)^2}{(1+a^2)} \quad (10)$$

### 3.2 평면도

$z=ax+by+c$ 로 표현되는 평면과 측정점  $(x_i, y_i, z_i)$  간의 오차제곱의 합은 식 (11)로 주어지고 식 (11)을  $a, b, c$ 에 대해 편미분하여 풀면 일반 최소자승해를 구할 수 있다.

$$E_i = \sum (ax_i + by_i - z_i + c)^2 \quad (11)$$

평면의 경우 측정점과 이상적 기준평면과의 수직거리는 다음식과 같다.

$$D = \frac{(ax_i + by_i - z_i + c)}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} \quad (12)$$

따라서 수직거리에 의한 형상오차식은 아래 식으로 유도된다.

$$E_n = \frac{\sum (ax_i + by_i - z_i + c)^2}{(a^2 + b^2 + 1)} \quad (13)$$

직선과 마찬가지로 식 (13)을 최소로 하는 매개변수를 구하면 수직 최소자승법의 해가 된다.

### 3.3 진원도

중심점의 좌표가  $(a, b)$ 이고 반지름이  $r$ 인 원의 일반식은  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 이다. 이 식으로 형상오차식을 구하면 식 (14)는 매개변수  $a, b, r$ 에 대해 비선형식이 되므로 식 (5)에 의한 수식들도 모두 비선형식이 되어 최소자승법 해를 대수적으로 구할 수 없게 된다.

$$E_i = (x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 - r^2 \quad (14)$$

따라서 형상오차식을 선형식이 되도록 수학적 조작을 하여야 한다. 식 (14)를 다시 정리하면 식 (15)와 같으며 또다른 측정점  $(x_j, y_j, z_j)$  ( $j \neq i$ )에 대해서도 형상오차는 동일

하게 표현된다.

$$E_i = a^2 + c^2 - 2ax_i - 2by_i + x_i^2 + y_i^2 - r^2 \quad (15)$$

$$E_j = a^2 + b^2 - 2ax_j - 2by_j + x_j^2 + y_j^2 - r^2 \quad (16)$$

식 (15)에서 식(16)을 빼주면 식 (17)과 같으며, 여기서,  $r_k = (x_j - x_i)$ ,  $s_k = (y_j - y_i)$ 라 하면 새로운 형상오차식을 유도할 수 있다.

$$E_i - E_j = 2a(x_j - x_i) + 2b(y_j - y_i) + x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2 \quad (17)$$

$$E_k = 2ar_k + 2bs_k + x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2 \quad (18)$$

즉,  $(r_k, s_k)$  ( $k=1, \dots, N(N-1)/2$ )의 데이터군을 측정점으로 하고 식 (18)과 같은 오차식을 갖는 가상의 형상에 대해 최소자승법의 해를 구하면 식 (15)로 정의되는 오차식의 최소자승 해를 구하는 것과 같은 결과를 얻게 된다. 식 (18)의 오차제곱합은 식 (19)가 되고 이를 매개변수  $a, b$ 에 대해 편미분하여 풀면 일반 최소자승해를 구하게 된다. 반지름  $r$ 은 일반식에 각 측정점의 좌표를 대입하여 얻은 값의 평균을 취한다.

$$E_i = \sum (2ar_k + 2bs_k + x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2)^2 \quad (19)$$

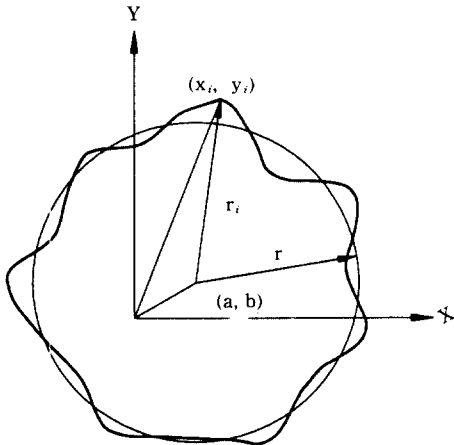


그림 3 기준원과 측정점의 오차

그림 3에서 보듯이 원의 오차는 이상적 원의 반경과 이상적 원의 중심에서 측정점까지의 거리의 차이이다.

$$E_n = \sum [\sqrt{\{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2\}} - r]^2 = \sum (r_i - r)^2 \quad (20)$$

### 3.4 진구도

구는 원의 3차원적 형태이다. 따라서 원의 경우와 같은 수학적 조작을 하여 일반 최소자승법 해를 얻을 수 있다. 단지 새로운 독립변수  $r_k, s_k$ 에 덧붙여  $t_k = z_j - z_i$ 를 추가하는 것이 원의 경우와 다르다. 구의 오차제곱합은 다음식으로 유도된다.

$$E_i = \sum (2ar_k + 2bs_k + 2ct_k + x_i^2 - x_j^2 + y_i^2 - y_j^2 + z_i^2 - z_j^2)^2 \quad (21)$$

수직 최소자승법에서의 형상오차식은 다음과 같다.

$$E_n = \sum [\sqrt{\{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (z_i - c)^2\}} - r]^2 \quad (22)$$

## 4. 원통과 원추의 형태공차 평가

원통과 원추의 일반식은 매개변수에 대해 상당히 복잡한 비선형성을 가진다. 따라서 다른 기본형상과 같은 방식으로는 최소자승법의 해를 구할 수 없다. 한 보고<sup>(6)</sup>에 의하면 유럽의 삼차원측정기 제조업체의 상당수가 원통 원추의 모듈이 부실하거나 전혀 모듈을 가지고 있지 않다고 밝히고 있다. 이러한 이유는 바로 일반식의 복잡성과 그로 인한 프로그래밍의 어려움에 있다고 할 수 있다. 그러나 원통도와 원추도는 중요한 공학적 표면이라 할 수 있고 삼차원측정기 응용 소프트웨어뿐만 아니라 다른 여러가지 목적에서 연구<sup>(7-11)</sup>되고 있는 기하공차 항목이라서 원통도 및 원추도의 평가는 중요한 의미를 갖는다. 원통 원추의 해는 기하학적인 거리로 형상오차를 정의한 후 비선형 최소자승

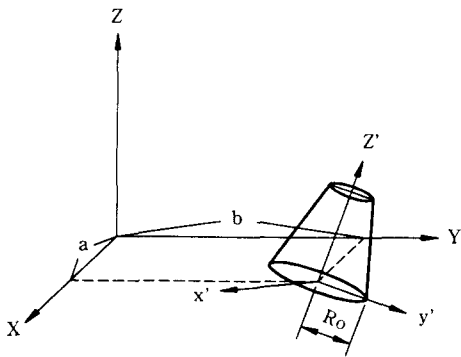


그림 4 원추형상의 좌표변환

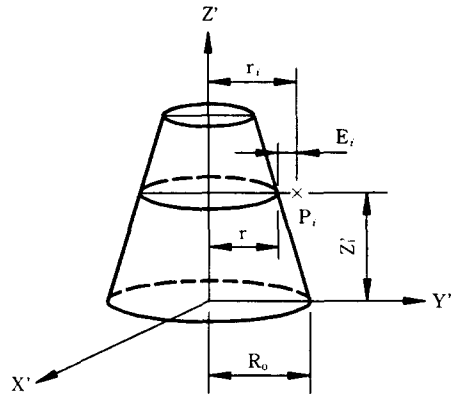


그림 5 새로운 좌표계에 의한 원추의 형상오차

해를 최적기법으로 탐색(search)하는 방법<sup>(12)</sup>이 많이 적용되며 여기서도 그에 대해 설명하겠다. 또 원통은 경사비가 영인 원추의 특수한 경우라고 생각할 수 있으므로 원추의 경우에 대해서만 수식을 정리하기로 한다.

그림 4에 나타난 바와 같이 밑면의 중심이  $xy$ 평면상의 한 점  $(a, b)$ 에 놓이고 밑면에서의 반지름이  $R_0$ 인 원추를 생각하면, 원추의 중심축을  $z$ 축으로 하는 새로운 좌표계  $(x' y' z')$ 와 원좌표계  $(xyz)$  간의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \\ z \end{pmatrix} \quad (23)$$

$x'$ 축과  $y'$ 축의 방향은 임의로 선정될 수 있으므로  $x'$ 축이 항상  $xy$ 평면에 평행하도록 선택하면  $m_1=0$ 이 된다. 그리고 방향코사인의 성질들에 의해 여타의 방향코사인은  $l_3, m_3$ 로 표현이 가능하다. 식 (23)에 의해 각 측정점들은 원추에 대한 새로운 좌표계로 변환이 되므로 그림 5에서 형상오차는 다음식으로 유도된다.

$$\begin{aligned} E_i &= R_i - R \\ &= \sqrt{x_i'^2 + y_i'^2} - (R_0 - kz'_i) \end{aligned} \quad (24)$$

여기서,  $k$ 는 원추의 경사비이다. 식 (24)는 형상오차를  $a, b, l_3, m_3, k, R_0$ 의 6개 매개변수로 표현한 비선형식이 된다. 이 오차식의 제곱의 합을 목적함수로 하여 최적화 기법을 사용하면 6개의 매개변수에 대한 최소자승해를 구할 수 있다.

### 5. 최소영역법에 의한 형태공차 평가

ISO 규격에 의하면, 어떤 형상이 기하학적 공차평가에서 합격하기 위해서는 개별 측정점들의 이상적인 기준형상으로부터의 거리가 일정한 범위 안에 들어야 한다는 것이다. 따라서 올바른 공차평가를 위해서는 기준형상과 측정점이 이루는 공차영역이 최소가 되도록 기준형상을 구성하여야 한다. 이렇듯 최소 공차영역에 대하여서만 정의되어 있을 뿐 공차를 평가하는 방법에 대하여서는 규정되지 않았기 때문에 측정데이터가 최소 공차영역이 되도록 기준형상을 추출하는 연구가 다방면으로 진행되어 왔다. 최소자승법에 의한 형상추출은 일반적으로 최소 공차영역을 보장하지 못한다고 알려져 있다.<sup>(2,13)</sup> 따라서 수학적 간편함에도 불구하고 최소자승법이 적용되지 못하고 최적화 기법에 의한 탐색(search)기법이 많이 적용된다. 이때 주로

사용되는 최적화 기법은 Monte Carlo 방법, 심플렉스 탐색기법, 나선 탐색기법 등이 있다.<sup>(2,13,14)</sup> 탐색기법 외에 선형 프로그래밍 기법을 응용<sup>(15)</sup>하거나 다면체 방식(polygonal method)<sup>(16)</sup>에 의해서도 최소영역을 찾으려는 노력들이 시도되었고, 최근까지도 수학적으로 간단하고 측정사용자가 쉽게 이해할 수 있으며 계산효율을 높일 수 있는 알고리즘을 찾기 위한 노력들이 계속되고 있다. 최소영역법이 삼차원측정기에 쉽게 적용되지 못하는 이유로는 계산시간의 과다, 발산위험성 등과 함께 해의 초기 매개변수 벡터에 대한 의존성이 강하다는 점을 들 수 있다.

## 6. 맺 음 말

이상에서 기하공차의 기본적인 개념들에 대한 설명과 삼차원측정기 응용소프트웨어에서 기하공차를 평가하기 위한 수학적 방법들에 대해 소개하였다. 최소영역법은 ISO 규격에 의한 공차 평가법이란 점에서 근래의 연구의 대부분을 차지하고 있으나 표준적인 알고리즘이라 할 수 있는 방법은 아직 발표되지 않고 있으며 실용적인 소프트웨어의 경우 최소자승법을 근간으로 하고 있는 실정이다. 최근에는 이러한 형상추출과 기하공차 평가를 포함하는 좌표식 측정기술(coordinate metrology)이 컴퓨터통합생산(computer integrated manufacturing)시스템 구축에 있어서 아킬레스건이라 할 수 있는 컴퓨터원용검사(computer aided quality control)의 핵심적인 기술로 인식되어 선진국에서는 이미 표준기술을 확립하고자 하는 목적으로 체계적인 지원하에 연구를 수행하고 있다.<sup>(17)</sup> 그러므로 국내에서도 품질보중에 의한 제조업 분야의 생산성 제고를 위하여 좌표식 측정기술에 대한 연구와 투자가 시급하며 국내의 표준기술 확립이 절실히 요청되고 있다 하겠다.

## 참고문헌

- (1) International Organization for Standardization, 1983, "Technical Drawings-Geometrical Tolerancing-Tolerancing of Form, Orientation, Location and Run-Out-Generalities, Definitions, Symbols, Indications on Drawings," ISO 1101.
- (2) Murthy, T. S. R., 1980, "Minimum Zone Evaluation of Surfaces," *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 20, pp. 123~136.
- (3) Shunmugam, M. S., 1987, "Comparison of Linear and Normal Deviations of Forms of Engineering Surfaces," *Precision Engineering*, Vol. 9, No. 2, pp. 96~102.
- (4) Shunmugam, M. S., 1993, "Criteria for Computer-Aided Form Evaluation-Technical Briefs," *Transactions of the ASME, J. Engineering for Industry*, Vol. 113, pp. 233~238.
- (5) Draper, N. R. and Smith, H., 1981, "Applied Regression Analysis," John Wiley and Sons.
- (6) Waldele, F., Bitter, B., Busch, K., Drieschner, R. and Elligsen, R., 1993, "Testing of Coordinate Measuring Machine Software -Metrology Standard News," *Precision Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 121~123.
- (7) Kakino, Y. and Kitazawa, J., 1978, "In Situ Measurement of Cylindricity," *Annals of CIRP*, Vol. 27, No. 1, pp. 371~375.
- (8) Tsukada, T. and Kanada, T., 1982, "Measurement of Cylindrical Form Errors using a Non-contact Detector," *Precision Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 153~158.
- (9) Murthy, T. S. R., 1982, "A Comparison of Different Algorithms for Cylindricity Evaluation," *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*,

- Vol. 22, No. 4, pp. 283~292.
- (10) Tsukada, T., Shukui, L., Sasajima, K. and Kanada, T., 1988, "A New Technique for Evaluating Conical Taper Form Errors," *Bull. Japan Soc. of Prec. Engg.*, Vol. 22, No. 1, pp. 32~36.
- (11) Tsukada, T., Shukui, and Kanada, T., 1988, "A Verification Technique of Minimum Zone Conical Taper Form," *Bull. Japan Soc. of Prec. Engg.*, Vol. 22, No. 3, pp. 211~215.
- (12) Tsukada, T., Kanada, T. and Liu, S., 1988, "Method for the Evaluation of Form Errors of Conical Tapered Parts," *Precision Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 8~12.
- (13) Shunmugam, M. S., 1987, "New Approach for Evaluating Form Errors of Engineering Surfaces," *Computer-Aided Design*, Vol. 19, No. 7, pp. 368~374.
- (14) Kanada, T. and Suzuki, S., 1993, "Evaluation of Minimum Zone Flatness by means of Nonlinear Optimization Techniques and Its Verification," *Precision Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 93~99.
- (15) Chetwynd, D. G., 1985, "Applications of Linear Programming to Engineering Metrology," *Proc. Instn Mech. Engrs*, Vol. 199, No. B2, pp. 93~100.
- (16) Huang, S. T., Fan, K. C. and Wu, J. H., 1993, "A New Minimum Zone Method for Evaluating Flatness Errors," *Precision Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 25~32.
- (17) Brown, C. W., 1992, "Dimensional Inspection Techniques for Sample-Point Measurement Technology -PRECIS," *Precision Engineering*, Vol. 14, No. 2, pp. 110~111. ■