

## 〈論 文〉

## 축대칭 복합압출공정의 소성변형 연구

한 철호\*

(1994년 2월 3일 접수)

## A Study of the Plastic Deformation in Axisymmetric Combined Extrusion

Chul-Ho Han

**Key Words :** Combined Extusion(복합압출), Deformation Boundary(변형경계), Cup-Bar Type Extrusion(컵바형 압출), Plastic Flow(소성유동)

## Abstract

An analytical method based on the upper bound approach for the cup-bar axisymmetric combined extrusion is presented to determine the deformation zones as well as extrusion load and deformed geometry in the early stage. A new kinematically admissible velocity field is derived by the appropriate transformation of the original velocity field and applying the flow function approach. The derived velocity field is directly related to the boundary function for the plastically deforming zones and the parameter controlling the flow direction to the forward part or backward part. Experiments are carried out with the annealed aluminum 2024 at room temperature for the various area reductions. The deformation pattern is visualized by the photoetching technique using the half-cut billets. The workhardening effect is considered in the formulation as a function of the height ratio between the deformed billet and the original billet to calculate the extrusion pressures. The theoretical predictions for the extrusion loads and deformed configuration are in good agreement with the experimental results.

## 기호설명

|            |                                      |
|------------|--------------------------------------|
| $a_i, b_j$ | : 속도장과 연관된 측적화 계수                    |
| $g_1, g_2$ | : 후방압출부 소성변형 경계역을 표현하는 해석함수          |
| $f_1, f_2$ | : 전방압출부 소성변형 경계역을 표현하는 해석함수          |
| $H_0, H$   | : 소재의 초기높이와 압출된 소재의 최종 높이            |
| $H_1$      | : Fig. 2에서 표현된 벽면경계부 $\Gamma_4$ 의 높이 |
| $J^*$      | : 상계 압출에너지율                          |
| $l_b, l_f$ | : 금형상부와 편치하면 사이의 초기거리와               |

## 전방압출부 랜드부의 길이

|              |                                  |
|--------------|----------------------------------|
| $m$          | : 금형 및 공구와 소재사이의 마찰상수            |
| $P_{avg}$    | : 편치의 평균압력                       |
| $RA_b, RA_f$ | : 후방압출부와 전방압출부의 퍼센트 단면감소율        |
| $R_0$        | : 소재반경                           |
| $R_b$        | : 후방압출부의 편치반경                    |
| $R_f$        | : 전방압출부의 출구반경                    |
| $ST$         | : 공정진행거리를 $R_0$ 로 나눈 무차원화된 값     |
| $T_r, T_g$   | : 남아있는 소재의 두께 및 $\Gamma_5$ 부의 높이 |
| $S_b, S_f$   | : 속도 불연속면과 마찰면의 면적               |
| $V$          | : 소성변형역의 부피                      |
| $V_b, V_f$   | : 각각 후방압출부와 전방압출부 압출되는           |

\* 정희원, 금오공과대학교 생산기계공학과

|                                   |                               |
|-----------------------------------|-------------------------------|
|                                   | 소재의 속도                        |
| $V_p$                             | : 편치의 속도                      |
| $\dot{W}_i, \dot{W}_s, \dot{W}_f$ | : 소성변형시 내부, 전단과 마찰에 의한 소요에너지율 |
| $\alpha$                          | : 편치속도와 천이역속도의 비              |
| $\sigma_{is}$                     | : 응력텐서량                       |
| $\bar{\sigma}_m$                  | : 평균 유효응력                     |
| $\dot{\varepsilon}_{is}$          | : 변형률속도 텐서량                   |
| $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$    | : 후방압출부 소성변형역의 경계             |
| $\Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8$    | : 전방압출부 소성변형역의 경계             |
| $\Gamma_4, \Gamma_5$              | : 소재와 컨테이너사이의 마찰경계면           |

## I. 서 론

압출공정은 편치의 진행방향과 압출된 소재의 진행방향에 따라 두가지 형태로 나눌수 있으며 Fig. 1(a, b)에서와 같이 두방향이 서로 같으면 전방압출(forward extrusion), 서로 다르면 후방압출(backward extrusion)이라 한다. 이를 공정은 편치의 방향이나 압출소재의 진행방향이 한 방향으로 고정되어 있어 비교적 해석이 용이하며 이에 대해서는 여러 연구가들의 연구결과가 발표된 바 있다.<sup>(1~6)</sup>

복합압출공정(combined extrusion)은 Fig. 1(c)에서 개략화되어 있는 것처럼 편치나 소재의 진행방향이 둘 이상인 공정으로 대개 段이나 空洞을 포함하고 있고 대부분의 기계부품은 이러한 형상을 갖게 된다. 종래는 기계가공 또는 주물 등의 방법에 의해 이러한 부품을 제조하였기 때문에 재료손실과 강도부족 및 생산속도의 저하를 초래하였으나 그림에서와 같이 복합압출공정을 수행하면 프레스의 1행정으로 완성제품을 얻을 수 있으며 고강도와 아울러 생산비 절감을 꾀할 수 있다.

복합압출공정은 단순한 전방압출과 후방압출과는 다르며 전방압출과 후방압출이 복합되어 상호 구속하면서 서로 상관관계를 갖기때문에 해석상의 난점이 존재하고 근본적으로 비정상 상태의 유동에 속한다. 이러한 어려움 때문에 현재까지는 이론이나 실험을 통하여 소성유동을 해석한 연구결과는 많지 않다. 해석적 방법으로는 소성변형역을 몇개의 인위적인 단순 직선형 블럭으로 나누어 각 블럭내의 균일속도를 가정하고 경계면에서 속도 불연속을 허용하여 해석하는 UBET(upper bound element method: 상계요소법)이 발표되고 있다.<sup>(7~11)</sup> 최근 Wu<sup>(12,13)</sup>

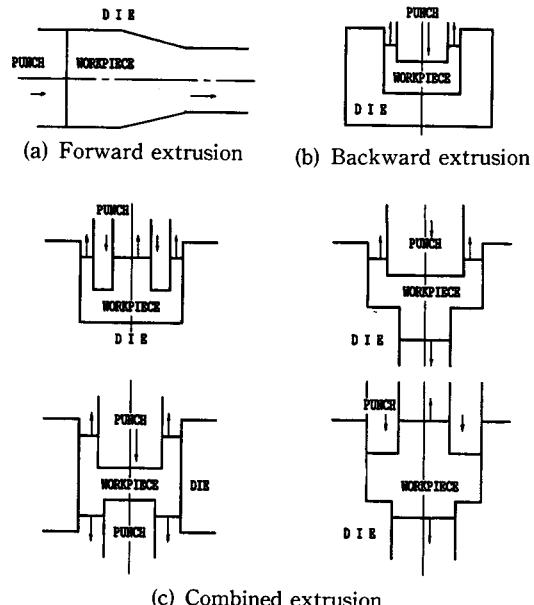


Fig. 1 Schematic diagram of extrusion processes

등은 상하편치에 의한 cup-bar형과 cup-cup형 압출공정에 있어서 직선형 UBET의 개념을 확장하여 부분적으로 곡선화된 속도장을 제안하였으나 이 경우에도 일부 영역은 반드시 직선이어야 하며 부분곡선화된 부분도 함수형이 일의적으로 결정되는 난점을 갖고 있다. 그러나 실제의 소성유동이 단순한 전방이나 후방압출의 경우에도 소성역의 경계가 직선적으로 표현되지 않는다는 것은 기발표된 논문<sup>(15)</sup>을 통해서도 알 수 있고, 이와 같은 심한 가정은 UBET가 압출하중의 초기근사 정도를 예측할 정도이며 소성유동이나 비유동영역 및 소성변형특성을 예측하기 어렵게 하는 원인이 되고 있다. 수치 해석적 방법으로는 유한요소법 등에 의한 해석결과<sup>(14,15)</sup>들이 최근 발표되고 있으나 입력자료의 준비, 격자재구성, 수렴성 등에 어려움이 있다. 실제의 복합압출공정을 분석하기 위해서는 실험결과<sup>(7,16)</sup>등에서 나타나는 비유동영역의 예측 및 소성변형역의 양상 등에 대한 해석이 필요하고 소성유동현상 규명의 체계적 방법이 요구되나 현재까지는 미흡한 실정이다. 이 난점들을 보완하고 보다 체계적인 해석을 위해 본 연구에서는 일반적인 소성변형역을 갖는 전방압출과 후방압출의 연구결과를 응용확장하여 단순한 해석적 방법에 의해 압출하중뿐 아니라 비유동영역과 소성변형역 및 변형양상의 예측이

가능한 이론해석법을 제안하고 실험을 통해 이를 확인하고자 한다.

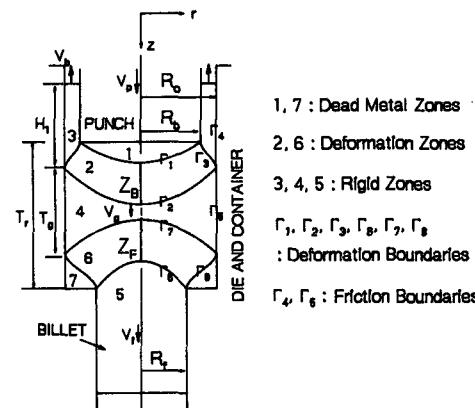
복합압출공정의 소성유동은 Fig. 1(c)에서와 같이 편치의 진행방향과 같은방향으로 변형되어 나가는 전방유동과 진행방향과 반대방향으로 나가는 후방유동 두가지로 나눌 수 있으며 그 유동방향으로 보았을 때 전방압출과 후방압출이 복합되어 있는 상태이다. 복합압출된 제품의 형상은 대단히 다양하지만 내부 공동이 있는 경우는 크게 cup-bar형과 cup-cup형 두가지로 나누어질 수 있으며 Fig. 1(c)의 두번째와 세번째가 각각 여기에 해당한다. 본 연구에서는 복합압출 중 가장 널리 사용되는 cup-bar형 복합압출공정을 해석대상으로 선정하였다.

## 2. 이론의 수식화

### 2.1 변형유형의 분석 및 상계해법

Cup-bar형 복합압출공정을 해석한 문헌은 별로 발표되지 않았으나 간단한 직선형과 부분곡선형으로 구성된 UBET를 이용한 상계해법<sup>(12,16)</sup>이 발표된 바 있다. 실제의 변형은 후방압출의 경우 편치 하부에 유동이 거의 없는 곡면형의 비유동영역이 존재한다는 것은 잘 알려져 있으며 전방압출의 경우에도 소성변형역은 입·출구에서 곡면형을 이루다는 것은 실험적 또는 이론적으로 이미 발표<sup>(1)</sup>된 바 있다. 복합압출은 전방과 후방압출이 복합되어 있으며 이들 유동이 비록 상호 구속되어 있다 하더라도 기본 소성유동의 양상은 단순 전방압출유동과 후방압출유동의 복합으로 볼 수 있고 변형역의 양상도 일반적으로 곡면으로 되어 있다.

Fig. 2는 일반적 변형경계를 갖는 정상상태의 cup-bar형 복합압출공정 개략도이다.  $V_p$ 의 속도로 편치가 구속된 소재를 밀면 소재는 편치의 진행방향과 반대방향으로  $V_b$ 의 속도로 후방압출되며 동시에 진행방향과 같은 방향으로  $V_t$ 의 속도로 전방압출되어 나오게 된다. 그림에서와 같이 영역 1과 7은 비유동영역, 영역 3, 4, 5는 강체역이며 2와 6은 각각 후방압출과 전방압출의 소성변형역에 해당한다. 여기서 소성변형의 경계인  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ 와  $\Gamma_6, \Gamma_7, \Gamma_8$ 는 일반적으로 곡선형을 갖게 된다. 그림에서 알 수 있듯이 유동의 천이역인 영역 4가 존재하는 한 유동 모형은 정상상태를 이루고 위부분은 후방압출의 유동을 아래부분은 전방압출의 유동양상을 보이



를  $\alpha$ 라 하면 Fig. 2의 속도장에서 연속조건은 다음과 같이 표현되고

$$V_p R_1^2 = V_b (R_b^2 - R_g^2) + V_f R_f^2 \quad (3a)$$

$$V_g R_0^2 = V_f R_f^2 \quad (3b)$$

$$V_g = \alpha \quad V_p \text{ for } 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3c)$$

이를 다시 정리하면  $\alpha$ 와 입출구의 속도경계조건만으로 표현할 수 있다.

$$V_p (R_b^2 - \alpha R_0^2) = V_b (R_0^2 - R_g^2) \quad (4a)$$

$$\alpha V_p R_0^2 = V_f R_f^2 \quad (4b)$$

식(4)에서  $\alpha$ 가 0이면 후방압출유동만 존재하고  $\alpha=1$ 이면  $V_p$ 는  $V_g$ 가 되며 전방압출유동만 존재함을 알 수 있다. 따라서 복합압출시 상계해석을 위한 속도장은 식(4a)와 (4b)를 만족하는 상태에서 구성되어야 한다.

### 2.2.2 전방압출부( $Z_F$ )의 속도장

Fig. 2의 전방압출부( $Z_F$ )의 속도장은 입구부의 속도가  $V_g$ 이고 출구속도가  $V_f$ 인 전방압출의 속도장으로, 소성변형역은 6이고 7영역은 비유동영역이 되기 때문에 전단변형경계가  $\Gamma_8$ 이 되며 이러한 압출모형의 경우 저자등이 발표한 논문<sup>(1)</sup>에서의 유행된 곡면금형을 통한 전방압출해석의 속도장을 응용할 수 있으며 현 전방압출유형의 곡면 경계면  $\Gamma_8$ 은 곡면금형부에 대응된다. 즉  $\Gamma_7$ 과  $\Gamma_8$ 을 각각 유선의 일반 해석함수인  $f_1(\eta)$ 와  $f_2(\eta)$ 로 두면 현해석에서의 일반적 변형경계를 갖는 전방압출부  $Z_F$ 부의 속도장은 유선  $\eta$ 의 함수로 다음과 같이 유도될 수 있다. (유도과정은 부록 참고)

$$V_r = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{H(\eta, z)}{G(\eta, z)} \quad (5a)$$

$$V_z = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{1}{G(\eta, z)} \quad (5b)$$

$$V_\theta = 0 \quad (5c)$$

여기서,  $\eta$ 는 유선을 나타내며

$$f'(\eta) = \frac{df(\eta)}{d\eta} = \eta V_g R_0^2$$

$$H(\eta, z) = \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial z}$$

$$G(\eta, z) = \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial z}$$

식(5)의 속도장은 전방압출 입·출구의 경계곡면이 각각 일반적 해석함수  $f_1(\eta)$ 와  $f_2(\eta)$ 로 표현된

동적 가용속도장이며 변형역내의 유선은 다음 경계조건을 만족하는 식(7)로 결정된다.

$$r(\eta, f_1(\eta)) = R_0, \quad r(\eta, f_2(\eta)) = R_f \text{ at } \eta=1 \quad (6)$$

$$r(\eta, z) = \frac{(r_1 - r_2) T + r_2 T_1 - r_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (7)$$

여기서,  $r_1 = r(\eta, f_1)$ ,  $r_2 = r(\eta, f_2)$

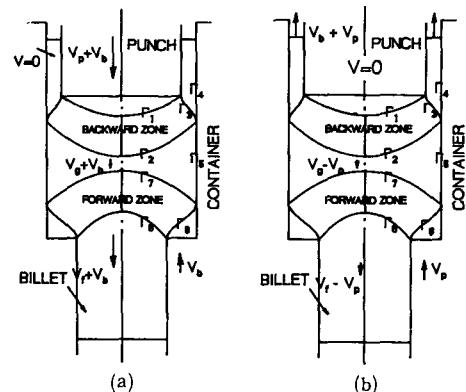
$$T(\eta, z) = z^3/3 - (f_1 + f_2) z^2/2 + f_1 f_2 z$$

$$T_1 = T(\eta, f_1), \quad T_2 = T(\eta, f_2)$$

### 2.2.3 후방압출부( $Z_B$ )의 속도장

해석의 편의를 위해 Fig. 2의 최초 속도장에 영역3에 해당하는 부분이 고정되도록 계의 하방향으로 일정속도  $V_b$ 를 더해주면 압출되어 나오는 소재가 고정되는 Fig. 3(a)와 같은 변환된 속도장을 얻을 수 있다. 마찬가지로 영역 4가 고정된 관점에서 보면 최초 속도장은 단순 후방압출로 변환이 가능하고 편차가 고정되도록 상방향으로  $V_p$ 의 속도장을 더해주면 Fig. 3(b)와 같은 변환된 속도장을 얻을 수 있다. Fig. 3(a)의 변환된 속도장은 입·출구의 속도가 각각  $V_i = -(V_g + V_b)$ 와  $V_o = -(V_p + V_b)$ 인 전방압출의 속도장이 되며 이러한 속도변환을 통해서도 앞의 식(4)의 연속조건과 식(1)의 상계에너지율은 변화가 없다.

변환된 상태에서의 동적 가용속도장은 변형경계역  $\Gamma_1$ 과  $\Gamma_2$ 를 각각  $g_2(\eta)$ 와  $g_1(\eta)$ 인 일반적 경계역으로 표시하면 앞절과 부록을 참고로 하여 쉽게 다음과 같이 표현가능하다.



(a) Fixing backward extruded billet  
(b) Fixing punch

Fig. 3 Transformed velocity field

$$V_r = \frac{1}{r} f_b'(\eta) \frac{H_b(\eta, z)}{G_b(\eta, z)} \quad (8a)$$

$$V_z = \frac{1}{r} f_b'(\eta) \frac{1}{G_b(\eta, z)} \quad (8b)$$

$$V_\theta = 0 \quad (8c)$$

$$\text{여기서, } f_b'(\eta) = \frac{d f_b(\eta)}{d\eta} = \eta V_i R_0^2$$

$$H_b(\eta, z) = \frac{\partial r_b(\eta, z)}{\partial z}$$

$$G_b(\eta, z) = \frac{\partial r_b(\eta, z)}{\partial z}$$

식(8)의 속도장은 전방압출 입·출구의 경계곡면이 각각 일반적 해석함수  $g_1(\eta)$ 과  $g_2(\eta)$ 로 표현된 동적 가용속도장이며 변형역내의 유선은 다음 경계조건을 만족하는 식(10)의 형태로 정해진다.

$$r_b(\eta, g_1(\eta)) = R_0, r_b(\eta, g_2(\eta)) = R_b \text{ at } \eta=1 \quad (9)$$

$$r_b(\eta, z) = \frac{(r_{1b} - r_{2b}) T_b + r_{2b} T_{1b} - r_{1b} T_{2b}}{T_{1b} - T_{2b}} \quad (10)$$

$$\text{여기서, } r_{1b} = r_b(\eta, g_1), r_{2b} = r_b(\eta, g_2)$$

$$T_b(\eta, z) = z^3/3 - (g_1 + g_2) z_2/2 + g_1 g_2 z$$

$$T_{1b} = T_b(\eta, g_1), T_{2b} = T_b(\eta, g_2)$$

### 2.3 변형률속도 및 속도 불연속량

식(5)와 식(8)로 유도된 전방압출부와 후방압출부의 속도장으로부터 변형률속도장은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (V_{i,j} + V_{j,i}) \quad (11)$$

경계면  $\Gamma_1, \Gamma_2$ 와  $\Gamma_6, \Gamma_7$ 에서는 유선의 기울기가 0이므로 속도 불연속량은 존재할 수 없으며 전단변형 경계면인  $\Gamma_3, \Gamma_8$ 에서와 금형과 소재사이의 마찰경계면  $\Gamma_4$ 와  $\Gamma_5$ 에서는 속도 불연속이 존재하며 다음과식으로 표현된다.

$$|\Delta V_3| = [V_r^2 + V_z^2]^{1/2} |_{\eta=1} \text{ on } \Gamma_3 \quad (12a)$$

$$|\Delta V_8| = [V_r^2 + V_z^2]^{1/2} |_{\eta=1} \text{ on } \Gamma_8 \quad (12b)$$

$$|\Delta V_4| = V_b \text{ on } \Gamma_4 \quad (12c)$$

$$|\Delta V_5| = V_g = \alpha V_p \text{ on } \Gamma_5 \quad (12d)$$

### 2.4 상계이론의 적용 및 압출하중의 상계해

앞에서 유도된 동적 가용속도장과 식(11) 및 식(12)로부터 식(2)의 각 에너지소요율 항은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{W}_{ib} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \int_0^1 \int_{g_1}^{g_2} Q_b \cdot R_b \cdot G_b dz d\eta \quad (13a)$$

$$\dot{W}_{ir} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \int_0^1 \int_{f_1}^{f_2} Q \cdot R \cdot G dz d\eta \quad (13b)$$

$$\dot{W}_s)_{r_3} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \frac{(1-\alpha) R_1^2}{R_0^2 - R_b^2} V_p R_0^2 \int_{g_1}^{g_2} \frac{1+R_b^2}{G_b} dz \quad (13c)$$

$$\dot{W}_s)_{r_8} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m \alpha V_p R_0^2 \int_{f_1}^{f_2} \frac{1+R^2}{G} dz \quad (13d)$$

$$\dot{W}_f)_{r_4} = \frac{2\pi m}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m R_0 H_1 \frac{R_1^2 - \alpha R_b^2}{R_0^2 - R_b^2} V_p \quad (13e)$$

$$\dot{W}_f)_{r_5} = \frac{2\pi m}{\sqrt{3}} \bar{\sigma}_m R_0 T_g \alpha V_p \quad (13f)$$

$$\text{여기서, } Q(\eta, z) = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad \text{in } Z_F$$

$$Q_b(\eta, z) = \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad \text{in } Z_B$$

위식에서  $H_1$ 은  $\Gamma_4$  경계면의 높이,  $T_g$ 은  $\Gamma_5$  경계면의 높이다.  $\bar{\sigma}_m$ 은 현재의 편치진행위치에서의 가공경화를 고려하기 위한 평균 유효응력을 나타내며 다음식으로 표현된다.

$$\bar{\sigma}_m = \int_0^{\varepsilon_f} \bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} / \bar{\varepsilon}_f \quad (14)$$

여기서,  $\bar{\varepsilon}_f$ 는 다음과 같이 현위치까지 압출된 소재의 최종높이와 소재의 최초높이의 비에 따라 고려하였다.<sup>(10)</sup>

$$\bar{\varepsilon}_f = \ln(H/H_0) \quad (15)$$

식(14)의 결과를 식(2)에 대입하면 상계에너지율  $J^*$ 를 얻을 수 있으며 이  $J^*$ 는  $\alpha$ 와 변형경계곡면을 표현하는  $f_1, f_2, g_1, g_2$  곡선식의 계수들(optimized parameters)에 대해 최소화되어야 하며 이로부터 편치램의 압출압력의 상계해는 다음과 같이 표현된다.

$$P_{avg} = \frac{J^*}{\pi R_b^2 V_p} \quad (16)$$

### 3. 수치계산

전방압출부의 변형경계역과 후방압출부의 변형경계역을 나타내는  $f_1(\eta), f_2(\eta), g_1(\eta)$ 과  $g_2(\eta)$ 는 다음 경계조건을 만족하기만 하면 어떤 형태의 함수형도 가능하다.

$$f_2(1) = T_r, g_2(1) = 0 \quad (17)$$

본 연구에서는 해석의 편의상 다음과 같은 2차의 다항식들로 선정하여 계산하였다.

$$f_1(\eta) = a_1 \eta^2 + a_2, f_2(\eta) = a_3 \eta^2 + T_r - a_3 \quad (18a)$$

$$g_1(\eta) = b_1 \eta^2 + b_2, g_2(\eta) = b_3 \eta^2 - b_3 \quad (18b)$$

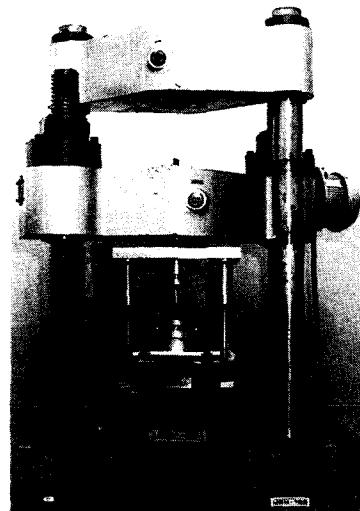
식(14)로 표현된  $J^*$ 는 소재의 크기, 편치 및 금형의 기하학적 형상, 편치진행길이와 윤활조건 등이 주어지면 다음과 같은 변수들의 함수가 된다.

$$J^* = J^*(a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, \alpha) \quad (19)$$

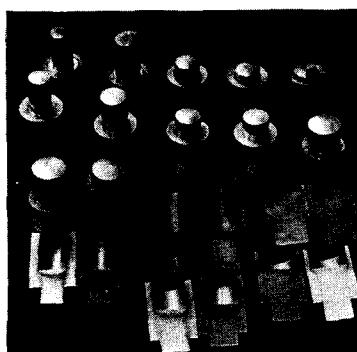
즉, 소성변형의 경계역과 전·후방 유동량을 결정하는  $\alpha$ 의 함수로 실제의 압출압력은 식(16)이 최소화될 때 얻어진다.

#### 4. 실험

Cup-bar형 복합압출실험을 하기 위하여 실험장



(a) Experimental setup



(b) Extruded specimens

Fig. 4 Experimental setup and extruded specimens

치가 별도로 제작되었으며 Fig. 4(a)와 같이 100(tonf) 용량의 만능시험기(Shimadz Co. UEH100)에 장착하여 실험을 수행하였다. 편치는 직경이 각각 18(mm), 21(mm), 24(mm)로 3종으로 하였고 금형은 직경15(mm), 18(mm), 23(mm)의 3종을 사용하였으며 소재처수는  $\phi 30\text{(mm)} \times 40\text{(mm)}$ 로 준비하였고 상용 알루미늄 2024를 풀립처리하여 사용하였다. 금형상부와 편치하단 사이의 거리는  $l_b = 19.5\text{(mm)}$ , 금형 랜드길이는  $l_f = 1\text{(mm)}$ 로 가공하였다.

유동응력을 얻기 위하여 변형률 0.9까지 압축실험을 수행하여 다음과 같은 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 366.5 \bar{\varepsilon}^{0.135} (\text{MPa}) \quad (20)$$

실험시 소재의 윤활은  $\text{MoS}_2$ (10% wt) + 상용그리이스를 사용하였으며 링압축 시험결과  $m=0.13$ 을 얻었다. 압출실험은 상온에서 수행하였으며 실험중 하중과 변위는 하중계와 변위계(potentiometer, Moog Co.)로 계측하고 HP X-Y-Y기록계에 기록하였다.

압출시의 소성유동형상을 가시화하기 위해 별도로 반쪽시편을 제작하고 한쪽 종단면에 일정격자( $1.0\text{ mm} \times 1.0\text{ mm}$ )를 부식법(photo etching)에 의해 각인후 두개의 반쪽 시편을 조합하여 압출실험을 수행하였다. 압출시 속도는 낮게 하여 변형률속도의 영향은 무시할 수 있도록 하였다.

#### 5. 결과 및 토론

압출실험은 각편치 및 금형조합별로 수행하였으며 Fig. 4(b)에 몇종의 압출된 제품의 사진이 나타나 있다. 그림 하단은 소성유동형상 가시화를 위해 반쪽가공 압출된 시편들을 보여주고 있다. 압출제품의 표면상태는 비교적 양호하였다.

Cup-bar형 복합압출공정은 편치의 진행거리에 따라 압출하중이 변하여 Fig. 5는 그 한예로 편치 직경 24(mm), bar경 18(mm)의 경우 초기상태에서부터 하중의 정상상태까지 이론 및 실험결과가 비교되어 있다. 초기 2(mm)까지는 하중이 급격히 증가하나 이후 하중증가는 점차 작아지며 하중이 거의 변하지 않는 정상상태에 도달하게 된다. 이론계산 결과는 전체 편치진행거리 12(mm)를 8등분하여 최초상태부터 단계별로 진행하여 계산하였다. 이론과 실험은 경향과 크기에 있어 비교적 잘 일치

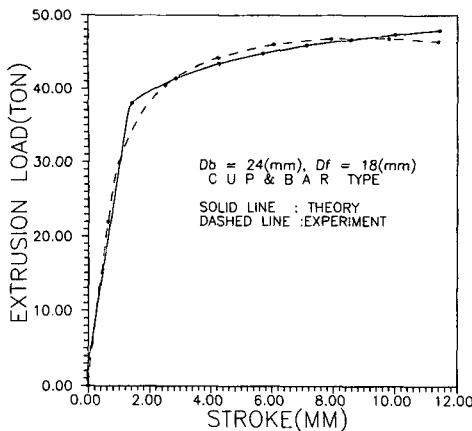


Fig. 5 Comparison of extrusion loads between theoretical and experimental results with stroke advance

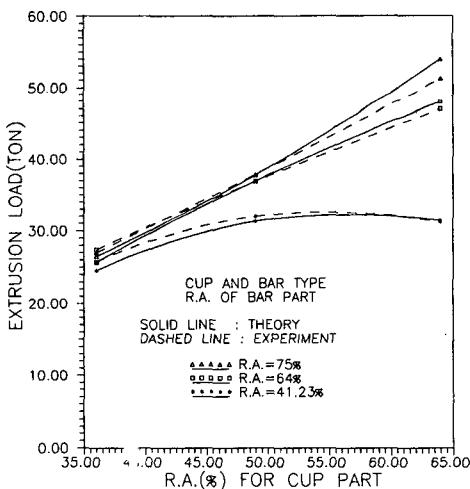
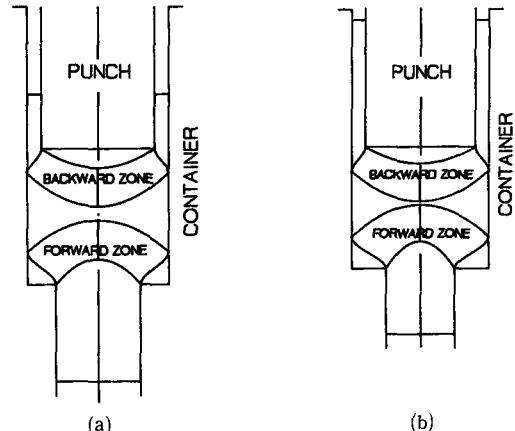


Fig. 6 Comparison of steady state extrusion loads between theoretical and experimental results for various area reductions

함을 알 수 있다. Fig. 6은 단면감소율(R.A.)에 따른 정상상태의 압출하중변화를 나타내며 횡축은 컵부분(후방압출부)의 단면감소율을 표시하고 실선과 점선은 각각 바(bar)부분(전방압출부)의 단면감소율이 변함에 따른 이론 및 실험압출하중변화를 보여주고 있다. 정상상태의 압출하중에 도달하는 편치진행거리는 편치 및 금형조합별로 차이가 나며 그림에서의 값은 실제 실험결과 정상상태에 도달할 때의 값을 기준으로 하였다. 바부의 단면감소율이 큰 경우는 컵부의 단면감소율이 증가하면 압출하중은 계속 증가하며 바부분 단면감소율이 낮은

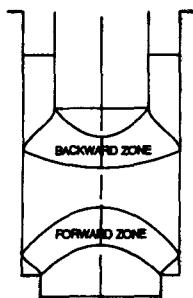


(a)  $RAb=64(\%), RAf=64(\%), ST=0.763$   
(b)  $RAb=64(\%), RAf=75(\%), ST=0.9$

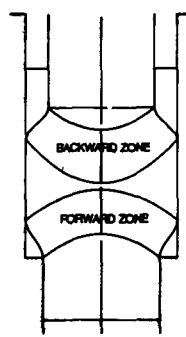
Fig. 7 Deformed configurations and deformation zones for higher area reductions

경우는 컵쪽의 단면감소율이 증가하더라도 하중변화가 크지 않음을 알 수 있다. 이것은 상부와 하부의 단면감소율차가 큰 경우 낮은 단면감소율 쪽으로 소성변형이 편중되며 낮은 단면감소율이 압출하중에 큰 영향을 줌을 시사한다. 실선의 이론결과와 점선의 실험결과는 전반적으로 상당히 양호하게 일치하고 있다. Fig. 5와 Fig. 6의 이론 및 실험결과를 보면 이론해석결과 압출하중의 예측이 압출초기부터 정상상태에 이를때까지 실제 공정의 압출하중을 잘 근사함을 알 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 편치반경( $R_b$ )과 금형출구반경( $R_f$ ) 및 편치진행길이(ST) 조건 등에 따른 이론해석결과에 의한 전·후방압출부의 소성변형역의 양상 및 압출된 형상들을 나타내고 있다. 앞의 이론에서 언급한대로 해석함수로 표현된 변형경계역이 곡면으로 묘사되고 있음을 알 수 있다. Fig. 7은 단면감소율들이 비교적 큰 경우에 해당하고 Fig. 8은 단면감소율이 작은 경우에 해당하며 마찰상수  $m$ 은 공히 0.13으로 하였다. 어느 경우에나 편치하부와 금형하단 구석부위에 비유동영역이 존재하며 그 형상 및 크기는 주어진 공정조건에 따라 달라지고 있다. 비유동영역의 깊이는 후방압출부 편치의 경이 큰경우보다 편치경이 작을 때가 오히려 커짐을 알 수 있다. 상·하로 압출된 양상은 전·후방부의 단면감소율의 영향을 받으며 단면감소율이 작은쪽으로의 유동이 쉽기 때문에 압출된 높이도 높아지는 경향이 있다.



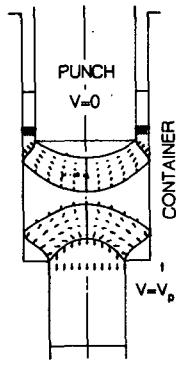
(a)



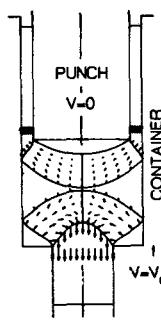
(b)

- (a)  $RAb=36\%$ ,  $RAf=41.2\%$ ,  $ST=0.58$   
 (b)  $RAb=49\%$ ,  $RAf=41.2\%$ ,  $ST=0.736$

Fig. 8 Deformed configurations and deformation zones for lower area reductions



(a)

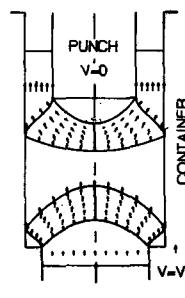


(b)

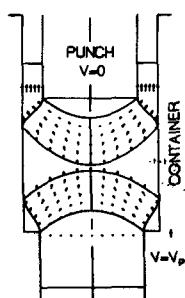
- (a)  $RAb=64\%$ ,  $RAf=64\%$ ,  $ST=0.763$   
 (b)  $RAb=64\%$ ,  $RAf=75\%$ ,  $ST=0.9$

Fig. 9 Velocity fields for higher area reductions

Fig. 9와 Fig. 10은 현 펀치진행거리(ST)에서의 속도장을 이론계산하여 vector plot한 그림이다. 유동흐름을 쉽게 이해할 수 있도록 펀치가 고정된 속도장(Fig. 3(b))의 형태로 표현하였으며 실제 실험장치도 이와 같은 형태로 구성되어 있다. 전·후방 단면감소율이 비교적 큰 Fig. 9의 경우를 보면 금형·컨테이너부가 상승( $V=V_p$ ) 할 때 하부소성역내에서는 위부분은 진행방향으로 아래부분은 반대방향으로 소성유동이 생기게 되며 상부소성역에서는 위부분의 비유동영역을 경계로 펀치와 컨테이너 사이의 틈새로 소성유동이 빠져 나감을 알 수 있다. 또한 펀치경이 같은 경우에도 전·후방 소성유동 및 압출되어 나오는 소재의 속도는 달라지게



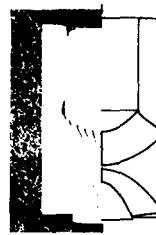
(a)



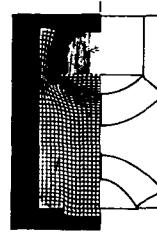
(b)

- (a)  $RAb=36\%$ ,  $RAf=41.2\%$ ,  $ST=0.58$   
 (b)  $RAb=49\%$ ,  $RAf=41.2\%$ ,  $ST=0.736$

Fig. 10 Velocity fields for lower areae reductions



(experiment)



(theory)

Fig. 11 Comparison of deformed configurations and deformation zones between theoretical and experimental results

된다. Fig. 10은 단면감소율이 상대적으로 낮은 경우 바부분의 반경이 다를 때 소성유동이 비교되어 있다. 상부소성역내의 유동은 비유동영역을 경계로 틈새방향으로 진행하며 펀치경이 낮은 경우의 비유동영역의 깊이가 커짐을 보여준다. Fig. 7부터 Fig. 10까지의 이론해석결과들은 펀치와 금형의 크기, 진행거리 등 여러 공정조건이 변하면 소성유동의 흐름, 소성변형역, 비유동영역의 양상들이 변하고 있음을 종합적으로 보여주고 있다.

Fig. 11은 격자가 새겨진 분할시편에 의한 실험결과의 변형된 격자양상과 이론에 의해 해석된 결과의 소성변형역 및 압출제의 형상이 두 경우에 대해 비교되어 있다. 각 경우 우측은 이론 좌측은 실험결과 사진이며 이론에서의 소성변형역은 현위치에서의 소성역이고 실험의 격자변형은 최초상태에서 누적되어온 변형양상이다. 하부 단면감소율이 상부 단면감소율보다 크기 때문에 이론 및 실험에 있어 모두 상부로 압출된 소재의 높이가 크며 그림에서와 같이 비유동영역의 형상 및 크기와 변형양

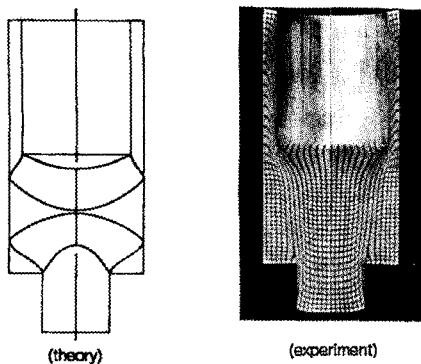


Fig. 12 Comparison of deformed configurations and deformation zones between theoretical and experimental results  
(RAb=64(%), RAf=75(%), ST=0.927)

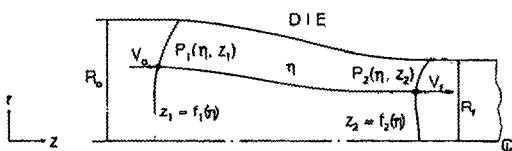


Fig. 13 Velocity field for stream-lined dies

상에 있어 이론은 실험결과와 비교적 잘 접근하고 있음을 알 수 있다. Fig. 12는 상·하부 단면감소율이 64(%)와 75(%)인 경우 공정거리를 같이 하였을 경우 변형된 양상에 대한 이론 및 실험결과가 비교되어 있다. 상으로 압출된 높이와 변형의 양상은 이론과 실험이 양호하게 근접함을 나타내고 있다.

## 6. 결 론

축대칭 복합압출공정에 대한 이론해석 및 실험결과를 통해 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 축대칭 복합압출공정의 소성변형의 특성을 고려할 수 있는 변형경계역이 일반적 해석함수로 표현되는 새로운 해석법을 제안하였으며 cup-bar형의 압출공정을 모델로 하여 실험에 의해 해석법을 검증하였다.

(2) 제안된 해석법은 초기위치에서부터 정상상태 까지 압출하중의 예측뿐 아니라 비유동영역, 소성변형역과 소성유동을 예측할 수 있다.

(3) 이론해석결과의 소성변형 특성은 실제 실험

결과와 하중뿐 아니라 변형된 양상에 있어서도 비교적 양호하게 부합함을 알 수 있었다.

(4) 복합압출의 유동은 압출되는 출구가 단일하지 않기 때문에 주어진 공정조건에서 상호 경쟁하여 변형저항이 작은쪽, 즉 보편적으로 단면감소율이 작은 쪽으로 많은 유동이 생긴다.

(5) 비유동영역, 소성변형역과 소성유동의 양상은 여러 공정변수에 의해 펀치 및 금형의 기하학적 형상 공정진행거리 등 여러 공정인자에 직접적인 영향을 받아 변하게 된다.

(6) Cup-bar형 압출공정에 대한 이론결과를 확장하면 다른 형태의 모델에도 적용이 가능할 것으로 기대된다.

## 후 기

이 연구는 1992년도 교육부지원 한국학술진흥재단의 자유공모(지방대학육성)과제 학술연구조성비에 의하여 연구되었으며 관계자 여러분에게 감사드립니다.

## 참고문헌

- Yang, D. Y., Han, C. H. and Lee, B. c., 1985, "The Use of Generalised Deformation Boundaries for the Analysis of Axisymmetric Extrusion through Curved Dies," *Int. J. Mech Sci.*, Vol. 27, No. 10, pp 653~663.
- Chang, K.T. and Choi, J. C., 1972, "Upper-Bound Sloutions to Tube Extrusion Problems Through Curved Dies," *Journal of Engineering for Industry, ASME Trans.*, Ser. B, pp. 1108 ~1112.
- Avitzur, B., 1983, *Handbook of Metal-Forming Processes*, John Willey & Sons, New York.
- Han, C. H. et al., 1980, "Comparison of Upper-Bound Solution between Tube Type Flow and Solid Type Flow in Axisymmetric Backward Extrusion," *Trans. KSME*, Vol. 4, No. 4, pp. 160 ~164.
- 한철호, 1989, "상계해법에 의한 축대칭 후방 압출의 소성변형해석," *대한기계학회논문집*, 13권 제3호, pp. 330~336.
- Chen, C. C. et al., 1979, "Ductile Fracture

- Axisymmetric Extrusion and Drawing," *J. Eng. for Ind. Trans. ASME*, Ser. B., Vol. 101, pp 23 ~35.
- (7) Kudo, H., 1960, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion-Part 1 and 2," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 2, pp.102~127.
- (8) Avitzur, B. et al., 1976, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion," *J. of Eng. for Ind. ASME*, Vol. 98, pp. 438~445.
- (9) Kim, Y.H., 1981, *An Upper-Bound Analysis of the Axisymmetric Combined Extrusion*, M. S Thesis, KAIST.
- (10) Yang, D. Y. et al., 1985, "An Arbitrarily Inclined Triangular UBET Element and its Application to Combined Forging," *J. Eng. for Ind. ASME*, Vol. 107, pp. 134~140.
- (11) Lin, H. et al., 1988, "Metal Flow in Cold Simultaneous Forward/Backward Extrusion," *Annals of the CIRP*, Vol. 37/1 pp. 231~234.
- (12) Wu, S. and Zhu, Z., 1985, "Metal Flow Patterns for Cup-Bar Axisymmetric Combined Extrusion," *Proc. China-Japan Joint Symposium on Technology of Plasticity, Shanghai*, P.R. China, pp. 31~32.
- (13) Wu, S. and Li, M., 1989, "A Study of Cup-Cup Axisymmetric Combined Extrusion by the Upper-Bound Approach," *J. Mech. Work. Tech.*, Vol 18, pp. 63~84.
- (14) Tayal, A. K. and Natarajan, R., 1982, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion by the Finite Element Method," *Int. Conf. Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Swansea, U. K., pp. 247~255.
- (15) Kato, T. and Nakanishi, K., 1988, "Thermal Analysis for Forward-Backward Cold Extrusion," *JSTP*, Vol. 29, No. 330, pp. 718~724.
- (16) 장태종, 1989, "축대칭 복합압출에 관한 연구," 금오공과대학 석사학위논문.

## 부 록

## I. 전방압출의 경우 속도장 유도

금형곡면이 유선형인 경우 소성변형의 경계역을

일반적으로 표현하면 Fig. 13과 같은 축대칭 전방 압출의 유동모형이 구성된다. 일정속도  $V_0$ 로 소재가 이동하면 소재는  $V_0$  ( $V_f$ )의 속도로 압출되어 나가며 소재는 입·출구가  $\Gamma_0$ 와  $\Gamma_f$ 로 경계지워지는 영역에서 소성변형을 하게 된다. 이 소성변형역의 경계들은 재료의 소성유동에 따라 달라진다. 소성변형 경계면상의 점  $P_1$ 과  $P_2$ 를 지나는 소성역내의 임의유선(stream line)을  $\eta$ 라하면 두 점은  $\eta$ 와 경계면의  $z$ 좌표로 표현가능하다.<sup>(1)</sup> 즉  $P_1(\eta, z_1)$ 과  $P_2(\eta, z_2)$ 로 쓸 수 있고  $z$ 좌표는  $\eta$ 에 따라 변할 수 있기 때문에 이를  $f_1(\eta)$ 과  $f_2(\eta)$ 라 하면  $P_1(\eta, f_1)$ 과  $P_2(\eta, f_2)$ 로도 표현가능하다.

일반적으로 소성변형은 입출구의 경계면에서 점진적으로 일어나기 때문에 임의유선  $\eta$ 는 이들 경계에서 그 기울기가 0이 될 것이며 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$r(\eta, z) = C_1(\eta)[z^3/3 - (f_1 + f_2)z^2/2 + f_1 f_2 z] + C_2(\eta) \quad (A1)$$

이 식에서  $f_1(\eta)$ 과  $f_2(\eta)$ 는 일반적인  $\eta$ 의 함수로  $\Gamma_0$ 와  $\Gamma_f$ 의 형상을 결정해 주며 변형역을 유선과 연관된 해석함수로 표현한 것이며 소성역 내에 유선  $\eta$ 가 0에서 1까지 변하는 경우 다음 경계조건을 만족하면 어떤형태도 가능하다.

$$f_1(\eta) = z_1, \quad f_2(\eta) = z_2 \quad (A2)$$

또한 주어진 유선  $\eta$ 에 대한 유량연속조건을 이용하면 유량  $Q$ 는 입출구에서 다음과 같은 식을 만족하여야 한다.

$$Q = \pi V_0 r^2(\eta, f_2) = \pi V_f r^2(\eta, f_1) \quad (A3)$$

식(A1)의  $r$ 은 주어진 유선  $\eta$ 의  $r$ 좌표값이며  $z$ 에 따라 변화하기 때문에  $r(\eta, z)$ 로 표현되며 입출구에서 다음과 같은 경계조건을 만족하여야 한다.

$$r(\eta, z) = R_0 \quad \text{at } \eta=1, \quad z=f_1(1) \quad (A4a)$$

$$R(\eta, z) = R_f \quad \text{at } \eta=1, \quad z=f_2(1) \quad (A4b)$$

식(A4)와 식(A1)를 만족하는 유선  $\eta$ 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\eta = \frac{r}{R_0} \quad \text{at } z=f_1(\eta), \quad \eta = \frac{r}{R_f} \quad \text{at } z=f_2(\eta) \quad (A5)$$

식(5)의 경계조건을 이용하면 식(1)의  $C_1(\eta)$ 과  $C_2(\eta)$ 는 다음과 같이 쉽게 결정되며 소성경계면이

임의함수  $f_1$ 과  $f_2$ 로 표현된 유선의 표현식  $r(\eta, z)$ 를 얻을 수 있다.

$$C_1(\eta) = \frac{r_1 - r_2}{T_1 - T_2}, \quad C_2(\eta) = \frac{r_2 T_1 - r_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (\text{A6})$$

$$r(\eta, z) = \frac{(r_1 - r_2)}{T_1 - T_2} \frac{T + r_2 T_1 - r_1 T_2}{T_1 - T_2} \quad (\text{A7})$$

여기서,  $r_1 = r(\eta, f_1)$ ,  $r_2 = r(\eta, f_2)$

$$T(\eta, z) = z^3/3 - (f_1 + f_2)z^2/2 + f_1 f_2 z$$

$$T_1 = T(\eta, f_1), \quad T_2 = T(\eta, f_2)$$

식(A7)에  $\eta=1$ 을 대입하고 금형길이를  $L$ 로 하여 정리하면 다음과 같은 유선화된 금형곡면이 됨을 알 수 있다.

$$r(1, z) = \frac{R_0 - R_f}{L^3} [2z^3 - 3z^2 L] + R_0 \quad (\text{A8})$$

## 2. 동적 가용속도장

축대칭유동에 대한 비압축성 조건은

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{A9})$$

식(A9)를 만족하는 유선함수의 일반형을  $\phi = f(\eta)$ 라 하면 축대칭 속도장의 표현식은 다음 형태로 표현이 가능하다.

$$V_r = -\frac{1}{r} f'(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial z} \quad (\text{A10a})$$

$$V_z = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (\text{A10b})$$

$$\text{여기서, } f'(\eta) = \frac{df(\eta)}{d\eta}$$

식(A7)의 유선  $r(\eta, z)$ 를 이용하면 식(A10)의 우측 편미분항들을 쉽게 아래처럼 구할 수 있다.

$$\left[ \frac{\partial \eta}{\partial z} \right]_r = -\frac{H(\eta, z)}{G(\eta, z)}, \quad \left[ \frac{\partial \eta}{\partial r} \right]_z = \frac{1}{G(\eta, z)}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } H(\eta, z) &= \left[ \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial z} \right]_r \\ &= \frac{(r_1 - r_2)(z - f_1)(z - f_2)}{T_1 - T_2} \end{aligned}$$

$$G(\eta, z) = \frac{\partial r(\eta, z)}{\partial \eta} \Big|_z \quad (\text{A11})$$

식(A11)을 식(A10)에 대입하면 6(A7)로 표시된 유선화된 금형을 통한 압출의 속도장은 다음과 같이 표현되고

$$V_r = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{H(\eta, z)}{G(\eta, z)} \quad (\text{A12a})$$

$$V_z = \frac{1}{r} f'(\eta) \frac{1}{G(\eta, z)} \quad (\text{A12b})$$

$$V_\theta = 0 \quad (\text{A12c})$$

이 속도장은 식(A9)의 연속조건을 만족하고 금형곡면은  $\eta=1$ 인 유선이므로 금형면에 수직한 속도성분은 존재하지 않는다.

입출구에서 속도경계조건은 다음과 같이 주어지는데

$$V_r|_{r_0} = 0, \quad V_z|_{r_0} = V_0 \quad (\text{A13a})$$

$$V_r|_{r_f} = 0, \quad V_z|_{r_f} = V_f \quad (\text{A13b})$$

식(A12)의 속도장은 식(13a, b)의  $r$ 방향 속도  $V_r$ 의 경계조건을 항상 만족하고 있다. 이 속도장은  $V_z$ 의 경계조건을 동시에 만족해야 하기 때문에 이를 이용하면 다음 관계로 부터  $f'(\eta)$ 를 구할 수 있다.

$$V_z|z=f_1 = \frac{f'(\eta)}{r_1 r'_1} = V_0 \quad (\text{A14a})$$

$$V_z|z=f_2 = \frac{f'(\eta)}{r_2 r'_2} = V_f \quad (\text{A14b})$$

여기서,  $r'_1 = G(\eta, f_1)$ ,  $r'_2 = G(\eta, f_2)$  따라서  $V_0 r_1 r'_1$ 는  $V_f r_2 r'_2$ 와 항상 같아지며  $f'(\eta)$ 는 다음식으로 구해진다.

$$f'(\eta) = \eta V_f R_f^2 = \eta V_0 R_0^2 \quad (\text{A15})$$

식(A15)를 식(A12)에 대입하면 비압축성조건과 속도경계조건을 만족하는 완전한 동적 가용속도장을 얻을 수 있다.