

(論 文)

불확실성을 갖는 비선형 가변구조시스템의 슬라이딩 초평면 설계

박동원* · 최승복** · 김재문***

(1994년 1월 25일 접수)

Design of Sliding Hyperplanes in Nonlinear Variable Structure Systems with Uncertainties

D. W. Park, S. B. Choi and J. M. Kim

Key Words : Sliding Mode Control(슬라이딩모드제어), General Nonlinear System(일반 비선형 시스템), Input/Output Linearization(압력/출력 선형화), Sliding Hyperplane Design(슬라이딩 초평면 설계), System Uncertainty(시스템 불확실성)

Abstract

A new design method of sliding hyperplanes is proposed in the synthesis of a variable structure controller for robust output tracking of general nonlinear multi-input multi-output(MIMO) uncertain systems of relative degree higher than two. Input/output(I/O) linearization is firstly undertaken by employing the concept of relative degree and minimum phase followed by the construction of sliding mode controllers. Sliding hyperplanes are then derived from the inherent properties of companion matrix and ideal sliding mode characterized in the I/O linearized system. Subsequently, the gradient magnitudes of the sliding hyperplanes are determined in an optimal manner by considering a quadratic performance index to be evaluated at two phases; a reaching phase and a sliding phase. The proposed design methodology is relatively straightforward and systematic compared with conventional strategies such as geometric approach or pole assignment technique. A nonlinear governor and exciter control problem for a power system is adopted herein in order to demonstrate the design efficiency and also favorable and robust control performances.

기 호 설 명

X : 변환전 공간에서의 상태벡터
 ξ, η : 변환후 공간에서의 관측가능 상태벡터와 관측불가 상태벡터
 u, y : 입력벡터와 출력벡터
 $f(x), G(x)$: 변환전 공간에서의 시스템 행렬
 $\Delta f(x)$: 변환전 공간에서의 시스템 불확실성
 $\Delta G(x)$: 변환전 공간에서의 시스템 불확실성

$a(\xi, \eta)$: 변환후 공간에서의 시스템행렬
 $B(\xi, \eta)$: 변환후 공간에서의 시스템 불확실성
 $\Delta a(\xi, \eta)$: 변환후 공간에서의 시스템 불확실성
 $\Delta B(\xi, \eta)$: 변환후 공간에서의 시스템 불확실성
 $q(\xi, \eta)$: 시스템의 내부방정식(internal dynamics)
 y_d : 요구출력벡터
 e : 실제 출력벡터와 요구 출력벡터 사이의 오차
 δ : 회전자(rotor) 각도
 ω : 회전자 속도

*정회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

**정회원, 인하대학교 기계공학과

***인하대학교 수학과

ω_0	: 동기(synchronous) 속도
V, V_t	: 무한-버스바(busbar) 및 발전기 단말 전압
E_{fd}	: 필드(field) 전압
Ψ_f	: 필드 플럭스(flux)
T_m, T_u	: 축 토크 입력 및 전기토크
r_f	: 필드저항
x_d, x_q, x_{af}	: d -축 아마추어, q -축 아마추어,
x_t, x_f	d -축 상호, 전송라인, 필드 리액턴스 (reactance)
H	: 관성정수
k_d	: 댐핑계수
k_e	: 여자기 게인
T_t, T_g, T_e	: 터빈, 조속기, 여자기 시정수
\tilde{T}_g, \tilde{T}_e	: T_g, T_e 의 섭동(peraturbations)
u_e, u_g	: 여자기, 조속기 밸브 구동신호
P_g	: 조속기 출력
P_{tie}	: 타이라인(tie-line) 전력
P_v, \tilde{P}_v	: 부하-수요변동
δ_c, Ψ_{jc}	: δ, Ψ_f 의 요구치
i_a, i_q, i_f	: d -축, q -축 회로의 스테이터 전류와 필드 전류
Ψ_d, Ψ_q	: d -축, q -축 회로의 스테이터 플럭스 링키지(linkage)
v_d, v_q	: d -축, q -축 회로의 스테이터 전압
x'_d	: d -축의 과도 리액턴스

1. 서 론

슬라이딩모드제어(sliding mode control), 혹은 가변구조시스템(variable structure system) 이론은 구 소련의 여러 문헌^(1,2)에 기초를 두고 있으며, 최근 10여년간 이 분야에 대한 연구가 서방에서도 활발히 진행되어 왔다.⁽³⁻⁵⁾ 슬라이딩모드는 가변구조시스템의 주요 작동모드(principal operation mode)로서 적당한 불연속 제어를 사용함으로써 얻을 수 있다. 슬라이딩모드에서는 전체 상태공간의 차수보다 낮은 차수를 갖는 초평면들에 상태계적이 속하게 되며, 따라서 슬라이딩운동을 표현하는 운동방정식의 차수도 역시 감소하게 된다. 슬라이딩모드 하에서 시스템은 변수변화 및 외란에 대해 매우 강건한 성질을 나타낸다. 또한, 대부분의 실제 시스템에 있어서 슬라이딩운동은 제어기와는

무관하며 제어대상의 특성과 불연속면의 위치(혹은 방정식)만으로 결정된다. 이것은 본래에 주어진 제어문제가 두 가지의 작은 문제로 분리될 수 있음을 의미한다. 즉, 제어기는 슬라이딩모드를 발생시키는 역할만을 하도록 설계하고, 슬라이딩모드에서 요구되는 운동특성은 이 불연속면의 방정식을 알맞게 선택함으로써 얻을 수 있다. 따라서, 슬라이딩 초평면의 설계는 매우 중요하며 이에 대한 연구가 여러가지 방법으로 진행되어 오고 있다.⁽⁶⁻¹²⁾

한편, 일반 비선형시스템에 대한 입력/출력 선형화법(input/output linearization method)이 개발되었는데,^(13,14) 이 방법은 비선형 항들의 정확한 제거에 의존하고 있다. 따라서, 모델의 불확실성이나 외란이 존재할 경우 선형화가 불가능할 수 있다. 그러나, 정합조건(matching condition)을 만족하는 경우에는 입력/출력 선형화가 보장된다. 입력/출력 선형화된 방정식에 나타나지 않는 방정식을 내부방정식(internal dynamics)이라 하며, 이 방정식은 점근안정성(asymptotic stability)을 갖지 않더라도 한정된 입력에 대해 상태변수가 한정되는 성질을 가져야 한다. 최근들어 입력/출력 선형화를 응용한 가변구조시스템에 대한 연구도 활발히 진행되고 있다.⁽¹⁵⁻¹⁸⁾ Elmali와 Olgac은 이상(ideal) 슬라이딩 모드에서의 슬라이딩모드제어와 입력/출력 선형화법의 동질성에 대한 고찰을 수행하였다. 한편, 입력/출력 선형화된 시스템이 상대차수(relative degree) 3이상일 경우 슬라이딩 초평면의 설계는 저차수에서와 같이 용이하지 않다. 그러나, 이제까지 이 문제에 대해 구체적이고 체계적인 방법을 제시한 연구는 거의 전무한 실정이다.

본 논문에서는 일반 비선형 불확실성 시스템에 대한 강건한 출력 추적제어를 위하여 입력/출력 선형화를 수행하였고, 제어가능 표준형(controllable canonical form)으로 선형화된 불확실성 시스템에 대하여 가변구조 제어를 구성함에 있어서 새로운 슬라이딩 초평면 설계법을 제안하였다. 기존의 슬라이딩 초평면 설계법 중 고차 시스템에 적용될 수 있는 일반적인 방법으로 기하학적 접근방법⁽⁶⁾과 극점배치기법^(7,8) 등이 있다. 기하학적 접근방법이나 극점배치기법을 이용하면 슬라이딩모드 하에서의 시스템이 임의의 요구고유치(desired eigenvalue)들을 갖도록 슬라이딩 초평면을 설계할 수 있다. 그러나, 기하학적 접근방법을 이용하여 슬라이딩 초평면을 설계하기 위해서는 먼저 주어진 요구고유

치에 대한 고유벡터를 구하고, 여러 복잡한 계산과정을 거쳐 이 고유벡터 행렬의 소멸자(annihilator)를 구해야 한다. 행렬의 소멸자를 구하는 방법은 몇 가지가 있으며, 입력행렬의 일반화 역행렬(generalized inverse)이 고유벡터 행렬의 소멸자가 되는 것을 이용하는 방법이 가장 일반적이다. 극점배치기법을 이용할 경우에는 먼저 제어가능 표준형인 시스템으로 좌표변환하여 슬라이딩모드에서의 방정식을 구한 후, 슬라이딩 초평면의 계수벡터를 제어입력으로 생각하고 슬라이딩모드 방정식의 특성다항식을 구하여, 요구고유치에 해당하는 요구 특성다항식(desired characteristic polynomial)과 계수비교를 통해 초평면의 계수를 결정해야 하는 여러 단계가 필요하다. 그러나, 본 연구에서 제안된 방법에서는 선형화된 시스템의 부합행렬(companion matrix) 특성과 이상 슬라이딩모드 특성만을 이용하여 간단하게 슬라이딩 초평면 계수를 구할 수 있다. 즉, 요구고유치에 해당하는 요구 특성다항식을 구하여 이 다항식의 계수를 이용하여 슬라이딩 초평면의 계수를 정의하는 방법이다. 이렇게 설계된 초평면을 이용하면 불확실성 시스템의 안정하고 강건한 추적제어가 가능하다. 한편, 가변구조시스템의 제어성능을 향상시키기 위해서는 주어진 초기조건과 제어게인(control gain)에 따른 슬라이딩 초평면의 최적계수(optimal gradient)를 사용해야 한다. 이에 대한 연구로서는 슬라이딩상태(sliding phase)만을 고려한 연구가 거의 대부분이며, (9,10) 리칭상태(reaching phase)와 슬라이딩상태 모두를 고려한 연구는 매우 드물다. 최적의 슬라이딩 초평면 계수를 구하는 데 있어서 리칭상태를 고려하지 않을 경우 우수한 추적제어 결과를 기대하기 힘들다. 따라서, 본 논문에서는 리칭상태와 슬라이딩상태를 모두 고려한 접근방법(12)을 고차 시스템에 확장하여 슬라이딩 초평면의 최적계수를 결정하였다. 마지막으로, 제안된 방법의 설계효율성과 추적제어의 안정성 및 강건성을 입증하기 위해 발전기시스템의 조속기(governor)와 여자기(exciter) 제어문제를 택하여 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 비선형 불확실성 시스템의 입력/출력 선형화

다음과 같은 다입력 다출력 비선형 불확실성 시

스템을 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \Delta f(x) + \sum_{i=1}^m [g_i(x) + \Delta g_i(x)] u_i \\ y_i &= h_i(x) \end{aligned} \quad (1a)$$

여기서, $x(\cdot) : R_+ \rightarrow D \subset R^n$ 는 시스템 상태벡터, $u(\cdot), y(\cdot) : R_+ \rightarrow R^m$ 는 각각 시스템 입력과 출력벡터이며, D 는 시스템의 정의구역이다. $f(\cdot), g_i(\cdot) : R^n \rightarrow R^n, i=1, \dots, m$ 는 부드러운 벡터장(smooth vector field)이며, $h_i(\cdot) : R^n \rightarrow R, i=1, \dots, m$ 는 부드러운 함수이다. $\Delta f(\cdot), \Delta g_i(\cdot) : R^n \rightarrow R^n, i=1, \dots, m$ 는 외란과 모델 불확실성을 나타낸다. 식(1a)를 보다 간편한 압축된 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \Delta f(x) + [G(x) + \Delta G(x)] u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (1b)$$

여기서,

$$\begin{aligned} u &= \text{col}(u_1, \dots, u_m) \\ y &= \text{col}(y_1, \dots, y_m) \\ G(x) &= [g_1, \dots, g_m] \\ \Delta G(x) &= [\Delta g_1, \dots, \Delta g_m] \end{aligned}$$

한편, 부가된 불확실성 항들은 다음과 같다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \Delta f_i(x, t) &= \alpha_i(x, t) \\ \Delta g_{ij}(x, t) &= \beta_{ij}(x, t), \quad i=1, \dots, n, j=1, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

여기서, $\alpha_i(x, t) \in (l_{\alpha_i}, h_{\alpha_i})$ 이며, $\beta_{ij}(x, t) \in (l_{\beta_{ij}}, h_{\beta_{ij}})$ 이다.

만약 시스템 식(1)이 다음과 같은 조건 (i)과 (ii)를 만족하면 x_0 에서 (벡터) 상대차수 $r=[r_1, \dots, r_m]$ 를 갖는다고 한다.

- (i) 모든 $i, j=1, \dots, m, k=0, \dots, r_i-2$ 와 x_0 의 근방에 있는 모든 x 에 대하여 $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$ 이며,
- (ii) $m \times m$ 행렬

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (3)$$

의 $x=x_0$ 에서의 행렬식의 값이 0이 아니다. 또한, 시스템 (1)이 어떤 개집합(open set) D 안의 모든 점에 대하여 같은 (벡터) 상대차수를 갖고 있으면 집합 D 에 대하여 강한(벡터) 상대차수를 갖는다고

한다. 본 논문에서는 시스템 (1)이 정의구역에 대하여 강한 상대차수를 갖는다고 가정한다. 위 식에서 L^k 는 Lie미분을 k 번 반복연산하는 것을 의미한다.

이 상대차수는 다음의 정합조건이 만족되면, 외란과 불확실성으로 인해 변하지 않는다.⁽¹⁸⁾ 즉, 모든 $i, j=1, \dots, m$ 에 대하여

$$\begin{aligned} \Delta f(x, t), \Delta g_j(x) \\ \in \text{Ker}[dh_i, dL_f h_i, \dots, dL_f^{r_i-1} h_i] \end{aligned} \quad (4)$$

이 조건은 r_i 번 미만으로 미분된 y_i 의 미분식에 Δf 와 ΔG 항이 나타나지 않는다는 것을 보장한다. 정합조건이 만족될 경우 시스템 (1)은 $(\xi, \eta) = T(x)$ 의 좌표변환에 의하여 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^i &= \xi^i \\ &\vdots \\ \dot{\xi}^{i_{r_i-1}} &= \xi^{i_{r_i-1}} \\ \dot{\xi}^{i_{r_i}} &= a_i(\xi, \eta) + \Delta a_i(\xi, \eta) + \sum_{j=1}^m [b_{ij}(\xi, \eta) \\ &\quad + \Delta b_{ij}(\xi, \eta)] u_j, \quad i=1, \dots, m \\ \dot{\eta}_i &= q_i(\xi, \eta), \quad i=r+1, \dots, n \\ y_i &= \xi^i, \quad i=1, \dots, m \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \xi^i &= \text{col}[\xi^i_1, \xi^i_2, \dots, \xi^i_{r_i}] \in R^{r_i}, \quad i=1, \dots, m \\ \xi &= \text{col}[\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^m] \in R^r \\ \eta &= \text{col}[\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{n-r}] \in R^{n-r} \\ r &= \sum_{i=1}^m r_i \\ a_i(\xi, \eta) &= L_f^{r_i} h_i(T^{-1}(\xi, \eta)) \\ \Delta a_i(\xi, \eta) &= L_{\Delta f} L_f^{r_i-1} h_i(T^{-1}(\xi, \eta)) \\ b_{ij}(\xi, \eta) &= L_{g_j} L_f^{r_i-1} h_i(T^{-1}(\xi, \eta)) \\ \Delta b_{ij}(\xi, \eta) &= L_{\Delta g_j} L_f^{r_i-1} h_i(T^{-1}(\xi, \eta)), \\ &\quad i, j=1, \dots, m \end{aligned}$$

독립변수 (ξ, η) 를 모든 $i, j=1, \dots, m$ 에 대하여 식(5)를 축약하여 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^{(r)} &= a + \Delta a + (B + \Delta B) u \\ \dot{\eta} &= q \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \xi^{(r)} &= \text{col}[(\xi^1)^{(r_1)}, (\xi^2)^{(r_2)}, \dots, (\xi^m)^{(r_m)}] \\ a &= \text{col}[a_1, a_2, \dots, a_m] \\ \Delta a &= \text{col}[\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_m] \\ \Delta B &= [\Delta b_{ij}], \quad i, j=1, \dots, m \end{aligned} \quad (7)$$

행렬 $B(\xi, \eta)$ 의 역행렬이 존재하므로 식(6)의 공칭부(nominal part)를 선형화하는 제어를 다음과 같은 형태로 정의한다.

$$u = B^{-1}(v - a) \quad (8)$$

여기서, v 는 설계입력(synthetic input)이다. 이 제어를 식(6)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^{(r)} &= v + \Delta a + \Delta B B^{-1}(v - a) \\ \dot{\eta} &= q \end{aligned} \quad (9)$$

제어기 (8)은 상대벡터 η 를 출력벡터에서 관측할 수 없도록 하며, ξ 는 η 방정식에 대한 외부 입력으로 간주할 수 있다. 안정한 추적제어를 위해서는 다음의 방정식으로 표현되는 내부방정식

$$\dot{\eta} = q(\xi, \eta) \quad (10)$$

이 유한입력 유한상태 안정성(bounded-input bounded-state (BIBS) stability)을 가져야 한다. 이 조건은 다음의 제로방정식(zero dynamics)

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \quad (11)$$

의 지수안정성(exponential stability)을 위한 필요조건이다. 이러한 시스템을 최소위상(minimum phase)시스템⁽¹⁴⁾이라 하며, 본 논문에서는 이러한 형태의 시스템을 고려한다.

3. 슬라이딩모드 제어기 설계

슬라이딩모드 제어기 설계의 첫 단계로 최소 위상인 입력/출력 선형화된 불확실성 시스템에 대한 i 번째 슬라이딩 초평면을 $\{e | \sigma_i(\bar{e}^i) = 0\}$ 로 정의한다.

$$\sigma_i(\bar{e}^i) = c_i \bar{e}^i = \sum_{j=1}^{r_i} c_{ij} e_j^i, \quad c_{ir_i} = 1 \quad (12)$$

여기서, 모든 $i=1, \dots, m$ 에 대하여 $c_i = [c_{i1}, \dots, c_{ir_i}]$ 이며, $e = \text{col}[\bar{e}^1, \dots, \bar{e}^m]$, $\bar{e}^i = [e^i_1, \dots, e^i_{r_i}]^T = [e^i, \dots, (e^i)^{(r_i)}]^T$, $e^i = y_i - y_{id} = \xi^i - y_{id}$ 이다. 모든 $i, j=1, \dots, m$ 에 대하여 c_{ij} 는 Hurwitz라고 가정하였고, y_{id} 는 요구 상태궤적을 나타낸다.

슬라이딩 초평면 $\sigma_i(\bar{e}^i) = 0$ 을 기준으로 양면의 상태궤적이 모두 이 초평면을 향한다면, 상태점이 이 초평면상에서 머물면서 미끄러지는 슬라이딩 운동이 발생한다. 그러므로, i 번째 슬라이딩 초평면

에서 슬라이딩운동이 일어나기 위한 조건은 $\sigma_i(\bar{e}^i) = 0$ 의 근방에서

$$\lim_{\sigma_i \rightarrow 0^+} \dot{\sigma}_i < 0 \text{ and } \lim_{\sigma_i \rightarrow 0^-} \dot{\sigma}_i > 0 \quad (13)$$

이며, 혹은 보다 간편하게

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0 \quad (14)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 슬라이딩운동 하에서 시스템은 다음과 같은 조건을 만족한다.

$$\sigma_i(\bar{e}^i) = 0 \text{ and } \dot{\sigma}_i(\bar{e}^i) = 0 \quad (15)$$

이 때, 이 시스템은 외란과 변수변화에 대해 불변성을 갖게 된다.

한편, 시스템 불확실성에 대하여 식(2)와 같이 가정하였으므로 다음과 같은 성질이 만족된다.

$$\begin{aligned} \Delta a &= \bar{P}(\xi) \alpha(\xi, t) \\ \Delta B &= \bar{P}(\xi) \beta(\xi, t) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $\bar{P}(\xi)$ 는 $m \times n$ 행렬이며, $\bar{P}(\xi)$ 의 i 번째 행 $\bar{P}_i(\xi)$ 는 $\text{row}(dL\bar{J}^{-1}h_i)$ 이며, 모든 $i=1, \dots, m$, $j=1, \dots, m$ 에 대하여 $\alpha(\xi, t) = \text{col}[\alpha_i(\xi, t)]$, $\beta(\xi, t) = [\beta_{ij}(\xi, t)]$ 이다. 슬라이딩모드 제어를 설계하기 위하여 다음과 같이 불확실항에 대한 함수를 정의한다.

$$\begin{aligned} \Delta \bar{a} &= \bar{P}(\xi) \bar{\alpha}(\xi, t), \quad \Delta \bar{a} = \bar{P}(\xi) \bar{\alpha}(\xi, t) \\ \Delta \bar{B} &= \bar{P}(\xi) \bar{\beta}(\xi, t), \quad \Delta \bar{B} = \bar{P}(\xi) \bar{\beta}(\xi, t) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}(\xi, t) &= \text{col}[(l_{a_i} + h_{a_i})/2] \\ \bar{\alpha}(\xi, t) &= \text{col}[h_{a_i} - \bar{\alpha}_i] \\ \bar{\beta}(\xi, t) &= [(l_{\beta_{ij}} + h_{\beta_{ij}})/2] \\ \bar{\beta}(\xi, t) &= [h_{\beta_{ij}} - \bar{\beta}_{ij}] \end{aligned}$$

따라서 조건 (14)를 벡터형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= \sigma \{e^{(r)} + CE\} \\ &= \sigma \{v + \Delta a + \Delta BB^{-1}(v - a) - y_d^{(r)} + CE\} \\ &= \sigma \{\bar{P}(\alpha - \beta B^{-1}a) + (I + \bar{P}\beta B^{-1})v - y_d^{(r)} + CE\} < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$\begin{aligned} e^{(r)} &= \xi^{(r)} - y_d^{(r)} \\ CE &= \text{col} \left[\sum_{j=1}^{r-1} c_{ij} e_{j+1}^i \right] \\ y_d^{(r)} &= \text{col}[y_d^{(r)}] \end{aligned}$$

이제, 설계입력 v 를 다음과 같은 형태로 제안한다. (19)

$$\begin{aligned} v &= \bar{v} - k \text{sgn}(\sigma) \\ &= -CE + y_d^{(r)} - \bar{P}(\bar{a} + \bar{\beta}B^{-1}a) \\ &\quad - |\bar{P}(\bar{a} + \bar{\beta}B^{-1}a)| \text{sgn}(\sigma) - k \text{sgn}(\sigma) \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $\text{sgn}(\sigma) = \text{col}[\text{sgn}(\sigma_i)]$, $k = [k_1, \dots, k_m]^T$ 이며, $|\cdot|$ 는 벡터의 각 성분에 절댓값을 취하는 것을 의미한다. 설계입력 (19)를 식(18)에 대입하면, 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= \sigma \{ \bar{P}(\alpha - \beta B^{-1}a) - \bar{P}(\bar{a} - \bar{\beta}B^{-1}a) \\ &\quad - |\bar{P}(\bar{a} - \bar{\beta}B^{-1}a)| \text{sgn}(\sigma) \} \\ &\quad + \sigma \{ \bar{P}\beta B^{-1}v - k \text{sgn}(\sigma) \} < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

상기 식으로부터 광역 흡인조건을 만족시키기 위한 k 의 가능 구역을 구하면 다음과 같다.

$$k \geq |[I + \bar{P}\beta B^{-1}]^{-1} \bar{P}\beta B^{-1} \bar{v}| + \mu \quad (21)$$

여기서, $\mu = [\mu_1, \dots, \mu_m]^T$, $\mu_i > 0$ 이다.

제어입력의 불연속성을 제거하기 위하여 경계층을 갖는 다음과 같은 포화함수를 부호함수 대신 사용한다. 즉,

$$\begin{aligned} v &= -CE + y_d^{(r)} - \bar{P}(\bar{a} + \bar{\beta}B^{-1}a) \\ &\quad - |\bar{P}(\bar{a} + \bar{\beta}B^{-1}a)| \text{sat}(\sigma/\epsilon) \\ &\quad - k \text{sat}(\sigma/\epsilon) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \text{sat}(\sigma/\epsilon) &= \text{col}[\text{sat}(\sigma_i/\epsilon_i)] \\ \text{sat}(\sigma_i/\epsilon_i) &= \begin{cases} \sigma_i/\epsilon_i & : \sigma_i/\epsilon_i < 1 \\ \text{sgn}(\sigma_i) & : \sigma_i/\epsilon_i > 1 \end{cases} \\ \epsilon_i &: \text{슬라이딩 초평면의 경계층 두께} \end{aligned} \quad (23)$$

4. 슬라이딩 초평면의 설계

본 논문에서는 제어가능 표준형 가변구조 시스템이 슬라이딩모드 운동중에 임의의 요구고유치를 갖도록 슬라이딩 초평면을 설계할 수 있는 새롭고 간단한 방법을 제안한다. 제안된 방법은 주어진 요구고유치에 대한 요구 특성다항식을 구하여 슬라이딩 초평면의 계수를 이 다항식의 계수를 이용하여 정의하는 방법이다. 제안된 방법을 이용할 경우 필요한 계산량이 기존의 두 방법(기하학적 접근방법 및 극점배치기법)에 비하여 현저하게 적으며, 따라서 계산도중 오류가 발생할 확률도 감소된다. 기존의

두 방법을 이용할 경우 고차 시스템에 대하여 리칭 상태와 슬라이딩상태 모두를 고려하여 슬라이딩 초평면의 계수를 최적화하는 것은 거의 불가능한 일이지만, 제안된 방법을 이용함으로써 이 문제를 보다 용이하게 해결할 수 있다.

시스템 (5)에서 η 방정식을 제외하고 공칭 시스템을 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^i &= \xi^i \\ &\vdots \\ \dot{\xi}^{i-1} &= \xi^i \\ \dot{\xi}_r^i &= a_i(\xi, \eta) + \sum_{j=1}^m [b_{ij}(\xi, \eta)] u_j, \\ i &= 1, \dots, m \end{aligned} \tag{24}$$

이 시스템에 제어기 (8)과 설계입력 (19)를 대입하여 오차상태공간에서 표현하면 다음과 같이 제어가능 표준형의 시스템을 얻을 수 있다.

$$\dot{e}^i = \bar{A}^i e^i + \bar{b}^i v_i^*, \quad i=1, \dots, m \tag{25}$$

여기서,

$$\begin{aligned} \bar{A}^i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{b}^i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \\ v_i^* &= -\sum_{j=1}^{r_i-1} c_{ij} e_{j+1}^i - k_i \text{sgn}(\sigma_i) \\ \bar{A}^i &\in R^{r_i \times r_i}, \quad \bar{b}^i \in R^{r_i} \end{aligned} \tag{26}$$

식(25)를 살펴보면, 제어기 (8)과 설계입력 (19)를 대입함으로써 e^i 가 $i \neq j$ 일 경우에는 v_j^* 에 의해 영향받지 않게 되는 것을 알 수 있다. 이것은 식(12)에 의하여 슬라이딩 초평면 σ_i 가 e^i 만으로 정의되었기 때문에 슬라이딩모드에서 오차 상태변수 e^i 는 다른 오차 상태변수에 의해 영향받지 않음을 의미한다. 슬라이딩 초평면 설계상의 목적은 슬라이딩모드에서의 시스템이 r_i-1 개의 미리 설정된 요구 고유치를 갖도록 하는 c_i 를 설계하는 것이다. 이를 위해 다음의 정의를 규정한다.

정의: e^i 에 해당하는 요구고유치 집합 $\{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\} \subset C$ 이 자기공액(self-conjugate)이면, 즉, $\overline{\{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\}} = \{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\}$ 이면, 다항식 $p_i(\lambda)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} p_i(\lambda) &= \prod_{j=1}^{r_i-1} (\lambda - \lambda_j^i) \\ &= \lambda^{r_i-1} + d_{i,r_i-2}^i \lambda^{r_i-2} + \dots + d_i^i \lambda + d_0^i \end{aligned} \tag{27}$$

따라서, 이 정의에 의해 주어진 다항식이 요구고유치에 대한 시스템의 요구 특성다항식이 되며, 요구 특성방정식은 다음과 같이 표현될 수 있음을 알 수 있다.

$$p_i(\lambda) = 0 \tag{28}$$

이러한 정의를 이용하여 요구고유치를 갖는 슬라이딩 초평면의 계수 c_i 를 다음과 같은 정리에 의해 설계할 수 있다.

정리 제어가능 표준형인 시스템 (25)에 대하여, 요구고유치의 집합 $\{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\} \subset C$ 이 $\overline{\{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\}} = \{\lambda_i^1, \dots, \lambda_{r_i-1}^i\}$ 일 때, 다음과 같이 c_i 를 정의하면 슬라이딩 초평면에서 시스템은 주어진 요구고유치를 갖는다.

$$c_i \equiv [d_0^i \ d_i^i \ \dots \ d_{r_i-2}^i \ 1] \tag{29}$$

증명: 방정식(25)가 제어가능 표준형이므로 다음과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_1^i \\ \dot{e}_2^i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{i1}^i & \bar{A}_{i2}^i \\ \bar{A}_{i1}^i & \bar{A}_{i2}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^i \\ e_2^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{b}_1^i \\ \bar{b}_2^i \end{bmatrix} v_i^* \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^i \\ e_2^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i^* \end{aligned} \tag{30}$$

(\bar{A}^i, \bar{b}^i) 쌍이 제어가능 하므로, 다음의 슬라이딩 모드 방정식의 고유치들은 알맞은 c_i 를 선택함으로써 임의로 정해질 수 있다.

$$\dot{e}^i = (\bar{A}_{i1}^i - \bar{A}_{i2}^i c_i) e^i \tag{31}$$

따라서, c_i 를 식(29)과 같이 정의하였으므로 방정식(31)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{e}^i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -d_0^i & -d_i^i & -d_2^i & \dots & -d_{r_i-2}^i \end{bmatrix} e^i \tag{32}$$

식(32)로부터 슬라이딩모드에서의 특성 다항식이 앞에서 정의한 요구 특성다항식 $p_i(\lambda)$ 와 동일함을 명확하게 알 수 있으며, 정리에서 정의한 c_i 가 이때의 슬라이딩 초평면의 계수가 됨을 알 수 있다.⁽²⁰⁾ 이것으로 정리의 증명은 완결된다.

위의 정리를 이용함으로써, 제어가능 표준형으로 선형화된 높은 상대차수의 시스템에 대하여 매우 간단한 방법으로 안정된 초평면을 설계할 수 있다. 즉, 시스템의 요구고유치들의 실수부의 값이 모두 음수일 경우 요구 특성다항식의 계수를 구하는 것만으로 슬라이딩 초평면의 계수를 안정하게 선택할 수 있다.

한편, 시스템의 제어성능을 향상시키기 위한, 슬라이딩 초평면 계수의 최적설계를 위하여 위의 정리에서 주어진 요구고유치가 모두 동일하다고 가정하자. 그리고 초기상태에서 $\sigma_i(\bar{e}\delta) > 0$ 이라고 가정하자. ($\sigma_i(\bar{e}\delta) < 0$ 인 경우에는 초기조건과 원점에 대하여 대칭인 점에 대해 슬라이딩 초평면의 최적계수를 구한다.) 여기에서 $\bar{e}\delta$ 는 $t=0$ 에서의 \bar{e}^t 의 초기조건이다. 앞의 두가지 가정과 정리를 이용하여 식(25)를 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}^i &= e^i \\ &\vdots \\ \dot{e}^i_{n-1} &= e^i_n \\ \dot{e}^i_n &= -\sum_{j=0}^{n-2} d^j e^i_{j+2} - k_i \end{aligned} \quad (33)$$

여기서,

$$\begin{aligned} d^j &= \binom{n-1}{j} (-\lambda)^{n-j-1} \\ &= \frac{(n-1)!}{j!(n-1-j)!} (-\lambda)^{n-j-1} \end{aligned} \quad (34)$$

식(33)의 해가 리칭상태에서의 해가되며, 상태변수 \bar{e}^t 가 슬라이딩 초평면 $\sigma_i(\bar{e}^t)=0$ 에 도달하는 리칭 시간 τ_i 는 다음과 같이 결정된다.

$$\tau_i = \sigma_i(\bar{e}\delta) / k_i \quad (35)$$

따라서, 리칭시간 이후의 슬라이딩상태에서의 해를 구하기 위해서는 리칭시간 τ_i 에서의 식(33)의 해를 초기조건으로 갖는 다음과 같은 방정식의 해를 얻어야 한다.

$$\begin{aligned} \dot{e}^i &= e^i \\ &\vdots \\ \dot{e}^i_{n-1} &= e^i_n \\ \dot{e}^i_n &= -\sum_{j=0}^{n-2} d^j e^i_{j+2} \end{aligned} \quad (36)$$

시스템의 전체적인 빠른 추적제어를 위하여 다음과 같이 시간에 대한 가중치를 곱한 성능지수를 선택한다.

$$\begin{aligned} J_i &= \int_0^\infty t^2 (e^i)^2 dt \\ &= \int_0^{\tau_i} t^2 (e^i)^2 dt + \int_{\tau_i}^\infty t^2 (e^i)^2 dt \end{aligned} \quad (37)$$

성능지수 J_i 를 최소화 함으로써 주어진 k_i 에 대한 최적의 λ^i 값을 구할 수 있다. 따라서, 앞의 정리와 식(34)로부터 λ^i 값을 이용하여 슬라이딩 초평면의 최적계수를 구할 수 있다. 다음 장의 발전기 시스템에 대한 적용예를 통하여 구체적으로 알 수 있듯이, 이와 같은 기법으로 슬라이딩 초평면의 최적계수를 설계할 경우 임의로 주어진 요구고유치를 갖도록 초평면의 계수를 설계하였을 때보다 우수한(빠른) 추적제어 효과를 얻을 수 있다.

5. 발전기시스템에 대한 적용

발전기는 전기-기계적으로 연계되어있는 대표적인 시스템이며, 발전기와 부하를 연결하는 송전설비를 포함하는 발전기시스템의 제어는 매우 중요한 문제이다. Fig. 1은 터빈, 조속기, 여자가가 연계된 발전기 제어시스템과 부하, 송전설비를 함께 도식화한 것이다. 전통적으로, 발전기 제어시스템의 설계는 보다 간편한 계산을 위해 두 가지 부분으로 분리되어 수행되어 왔다. 즉, 여자기 제어시스템과 조속기 제어시스템이 각각 따로 설계되었다. 물론 Fig. 1과 같은 여자기와 조속기를 모두 포함한 완전한 모델을 사용하는 것이 발전기 시스템의 성능을 향상시키는 데 보다 효과적이다. 그러나, 이것은 서로 연계된 4차와 2차 시스템을 모델로 사용하여 하기 때문에 매우 복잡한 문제가 된다. 본 연구에서는 다음과 같은 여자기와 조속기를 모두 포함한 모델⁽²¹⁾에 제안된 방법을 적용하여 가변구조 제어시스템을 설계하였다.

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= p_1 \sin(2\delta) - p_2 \dot{\delta} - p_3 \Psi_f \sin(\delta) \\ &\quad + p_4 (T_m - P_v - \bar{P}_v) \\ \dot{\Psi}_f &= p_5 \cos(\delta) - p_6 \Psi_f + p_7 E_{fd} \end{aligned} \quad (38)$$

여기서,

$$\begin{aligned} p_1 &= \omega_0 V^2 (x_q - x'_d) / (4H(x_t + x'_d)(x_t + x_q)) \\ p_2 &= \omega_0 k_d / (2H) \\ p_3 &= \omega_0 V x_{af} / (2H x_f (x_t + x'_d)) \\ p_4 &= \omega_0 / (2H) \\ p_5 &= \omega_0 r_f V x_{af} / (x_f (x_t + x'_d)) \\ p_6 &= \omega_0 r_f (x_t + x_d) / (x_f (x_t + x'_d)) \end{aligned}$$

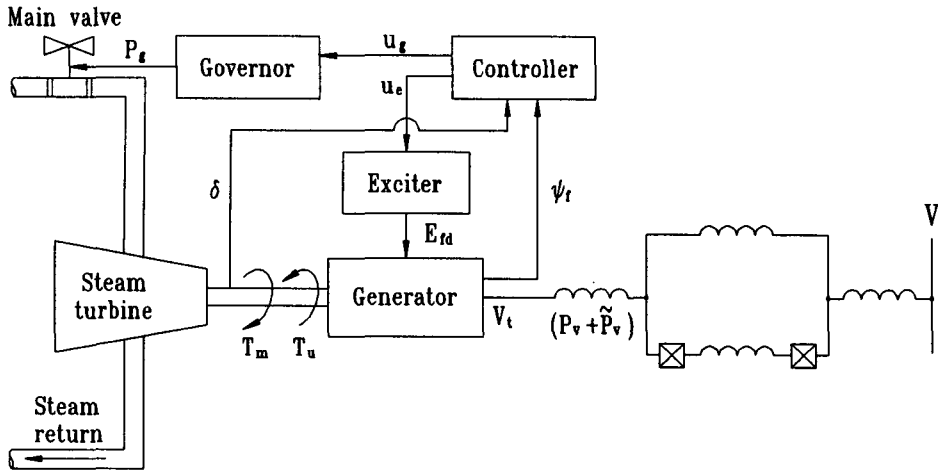


Fig. 1 Power system configuration

$$p_7 = \omega_0 r_f / x_f \tag{39}$$

터빈의 운동방정식이 시정수(time constant) T_t 를 갖는 1차 미분방정식으로 표현될 수 있다고 가정한다. 또한 조속기와 여자기 시스템 역시 각각 시정수 $T_g + \tilde{T}_g(t)$ 와 $T_e + \tilde{T}_e(t)$ 를 갖는 1차 미분방정식으로 나타낼 수 있다고 가정한다. 여기서 $\tilde{T}_g(t)$ 와 $\tilde{T}_e(t)$ 는 각각 조속기와 여자기 시정수의 불확실항이다. 즉,

$$\begin{aligned} T_t \dot{T}_m &= -T_m + P_g \\ (T_g + \tilde{T}_g(t)) \dot{P}_g &= -P_g + u_g \\ (T_e + \tilde{T}_e(t)) \dot{E}_{fd} &= -E_{fd} + k_e u_e \end{aligned} \tag{40}$$

식(38)과 (40)을 통하여 발전기시스템의 단순화된 모델의 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{x} \equiv f(x, t) + \Delta f(x, t) + [G(x, t) + \Delta G(x, t)]u(t) \tag{41}$$

여기서, $x = (\delta, \omega, \psi_f, E_{fd}, T_m, P_g)^T$ 는 상태 벡터, $u = (u_g, u_e)^T$ 는 제어입력 벡터를 나타내며, $f(x, t)$, $\Delta f(x, t)$, $G(x, t)$, $\Delta G(x, t)$ 은 부록 A에 주어져 있다. 제어의 대상이 되는 출력벡터는 다음과 같이 주어진다.

$$y(t) = \begin{bmatrix} \delta \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \end{bmatrix} \equiv h(x) \tag{42}$$

시스템 (41)의 상대차수를 계산해보면 다음과 같다.

$$L_{g_1} h_1 = L_{g_1} L_f^1 h_1 = L_{g_1} L_f^2 h_1$$

$$\begin{aligned} &= L_{g_2} h_1 = L_{g_2} L_f^1 h_1 = L_{g_2} L_f^2 h_1 = 0 \\ L_{g_1} h_2 &= L_{g_2} h_2 = 0 \\ B(x) &\equiv \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^3 h_1 & L_{g_2} L_f^3 h_1 \\ L_{g_1} L_f h_2 & L_{g_2} L_f h_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} p_4 / (T_t T_g) & -p_3 p_7 k_e \sin(x_1) / T_e \\ 0 & p_7 k_e / T_e \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{43}$$

행렬 $B(x)$ 의 행렬식이 모든 $x \in R^6$ 에 대하여 0이 아니므로, 시스템 (41)는 정의구역 DCR^6 에서 강한(벡터) 상대차수 $r = [4, 2]$ 를 갖는다.

$\Delta f(x, t)$ 와 $\Delta g_j(x, t)$ 의 각 성분이 다음과 같다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \Delta f_i(x, t) &= \alpha_i(x, t) \\ \Delta g_{ij}(x, t) &= \beta_{ij}(x, t) \\ i &= 1, \dots, 6, j = 1, \dots, 2 \end{aligned} \tag{44}$$

여기서, $\alpha_i(x, t) \in (l_{\alpha_i}, h_{\alpha_i})$ 이며 $\beta_{ij}(x, t) \in (l_{\beta_{ij}}, h_{\beta_{ij}})$ 이다. 그리고, 만약 $\Delta f(x, t)$ 와 $\Delta g_j(x, t)$ 가 정합 조건 (4)를 만족한다고 가정하면, $\xi = T(x)$ 의 좌표변환에 의하여 식(41)는 다음과 같이 변환될 수 있다.

$$\begin{aligned} \xi_1^1 &= \xi_1^2 \\ \xi_2^1 &= \xi_3^1 \\ \xi_3^1 &= \xi_4^1 \\ \xi_4^1 &= a_1(\xi) + \Delta a_1(\xi) + \sum_{j=1}^2 [b_{1j}(\xi) + \Delta b_{1j}(\xi)] u_j \\ \xi_1^2 &= \xi_2^2 \\ \xi_2^2 &= a_2(\xi) + \Delta a_2(\xi) + \sum_{j=1}^2 [b_{2j}(\xi) + \Delta b_{2j}(\xi)] u_j \end{aligned}$$

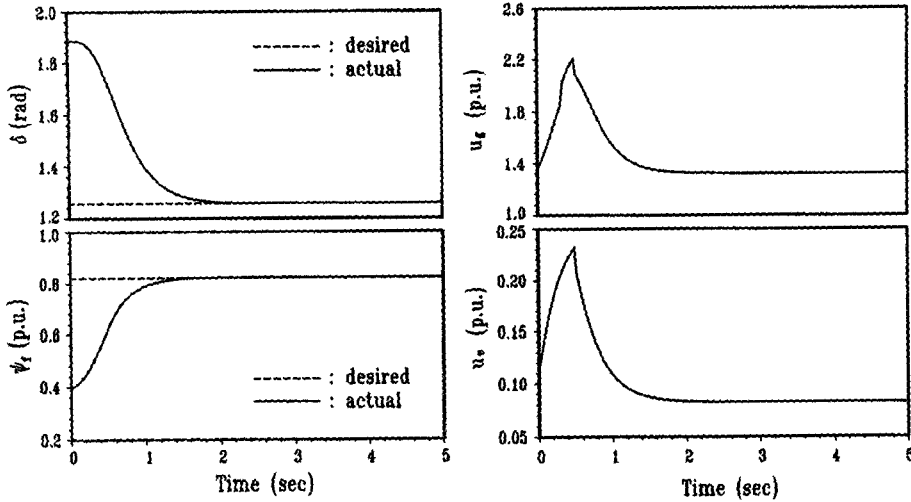


Fig. 2 Control responses of the nominal system with optimal hyperplane coefficients

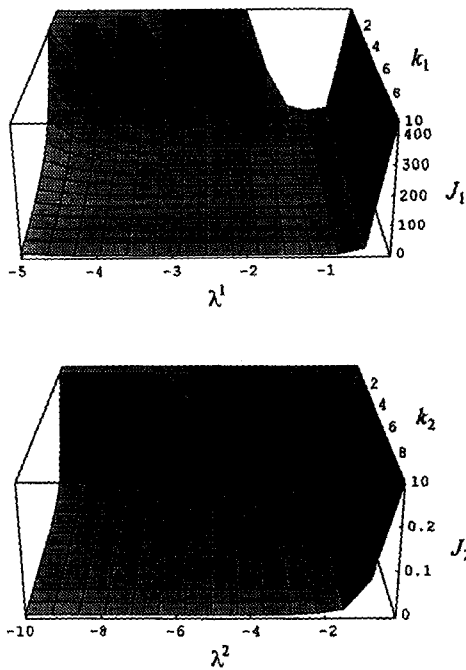


Fig. 3 The performance indices with respect to k_1 and λ^1

여기서, $b_{ij}(\xi)$ 는 식(43)에 주어졌으며, $a_i(\xi)$, $\Delta a_i(\xi)$, $\Delta b_{ij}(\xi)$, $i, j=1, 2$ 는 부록 B에 수록되어 있다. 따라서, 본 예제에 대하여 식(12)와 같이 슬라이딩 초평면을 정의하면 연속화된 슬라이딩모드 제어를 식(22)와 같이 정의할 수 있으며 이를 이용할 수 있다.

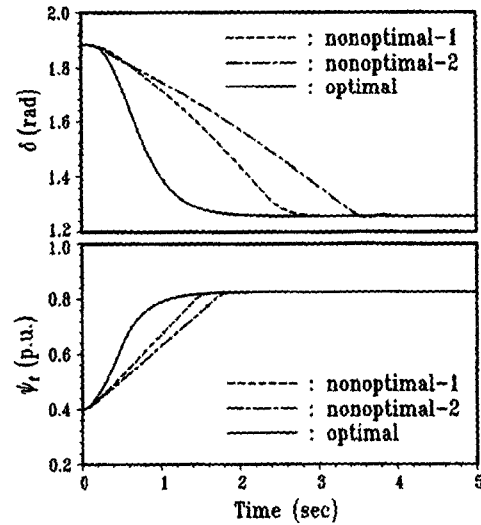


Fig. 4 Comparison of control responses (nonoptimal-1: equal eigenvalues, nonoptimal-2: distinct eigenvalues)

시뮬레이션을 위하여 $x(0) = (108^\circ, 0^\circ s^{-1}, 0.4, 0, 0, 0)^T$ 를 초기조건으로 택하였다. 그리고, 제어 시스템의 응답특성을 알아보기 위해 δ 와 ψ_r 의 요구치는 각각 $\delta_c = 72^\circ$, $\psi_{rc} = 0.8228$ 과 같이 상수값으로 정하였으며, 이 요구치에 대한 평형상태는 $x^* = (72^\circ, 0^\circ s^{-1}, 0.8228, 2.06, 0.90147, 0.90147)^T$ 이 된다. 여기서 단위를 표시하지 않은 것은 모두 p.u.(per unit) 단위를 나타낸다. 그리고, 이에 해당하는 평형상태의 전압 V_i^* 와 전력 P_{i0}^*

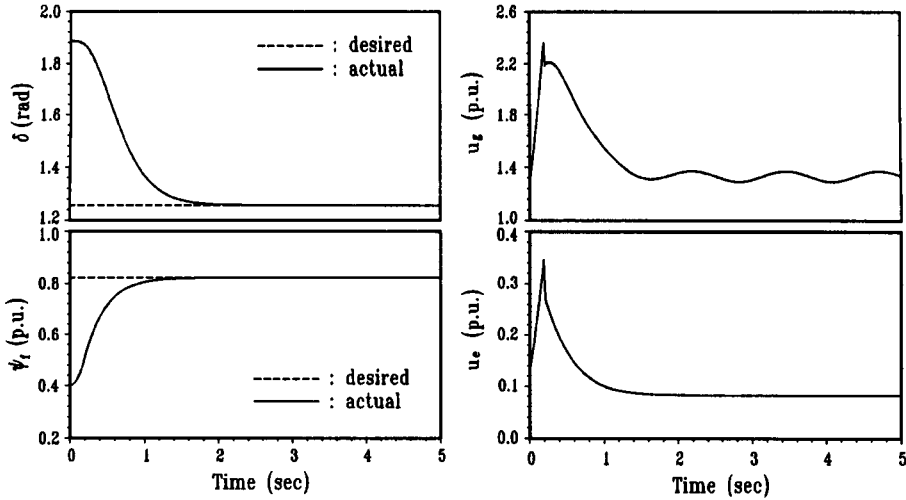


Fig. 5 Control responses of the perturbed system with optimal hyperplane coefficients

는 각각 0.9746과 0.90147이다.⁽²¹⁾ 그리고, 시스템 데이터는 부록 C에 수록되어 있다.

Fig. 2는 공칭시스템에 대하여 $k_1=100$, $k_2=3$ 일 경우의 응답과 제어입력이다. 이 때, 사용된 슬라이딩 초평면의 계수는 임의로 정한 것이 아니며, 최적기법을 사용하여 얻은 것이다. Fig. 3은 공칭시스템에 대하여 위의 초기조건에서 k_i 와 λ^i 의 변화에 따른 J_i 의 변화를 나타낸다. Fig. 3으로부터 어떤 k_i 값에 대하여 최적 λ^i 값이 존재함을 알 수 있으며, $k_1=100$, $k_2=3$ 일 때의 최적 고유치 $\lambda^1 (= \lambda_1^1 = \lambda_2^1 = \lambda_3^1)$, λ^2 는 각각 -4.160 과 -3.561 이다. 따라서, 정리로부터 $\check{c}_1 = [71.991 \ 51.917 \ 12.480 \ 1]$, $\check{c}_2 = [3.561 \ 1]$ 을 얻을 수 있다. Fig. 4는 임의의 안정한 고유치를 갖도록 슬라이딩 초평면을 설계한 두 가지 경우와 최적기법을 사용하여 설계하였을 경우의 제어응답을 비교한 것이다. 이 때, 최적화하지 않은 첫번째 경우의 고유치 λ_1^1 , λ_2^1 , λ_3^1 , λ^2 는 모두 -10 으로 선택하였으며, 따라서 슬라이딩 초평면 계수는 각각 $c_1 = [1000 \ 300 \ 30 \ 1]$, $c_2 = [10 \ 1]$ 으로 계산된다. 그리고, 최적화하지 않은 두번째 경우의 고유치는 $\lambda_{1,2}^1 = -3 \pm 12j$, $\lambda_3^1 = -10$, $\lambda^2 = -12$ 이며, 이에 대한 슬라이딩 초평면 계수는 각각 $c_1 = [1530 \ 213 \ 16 \ 1]$, $c_2 = [12 \ 1]$ 이다. 예상한 바와 같이 리칭상태와 슬라이딩상태를 모두 고려하여 얻은 초평면의 최적계수의 사용한 경우에, 임의의 안정한 초평면 계수를 사용한 두 가지의 경우 보다 빠른 추적제어가 이루어졌음을 알 수 있으며, 이것

은 요구고유치가 모두 같다는 가정 때문이 아님을 알 수 있다. Fig. 5는 시스템 불확실성과 외란이 존재할 경우의 응답과 제어입력이다. 이 때 시뮬레이션을 위해 사용된 외란은 $\tilde{P}_v(t) = 0.1 \sin(5t)$ 이며, 불확실성항 \tilde{T}_e 와 \tilde{T}_g 는 각각 $0.1T_e$ 와 $0.1T_g$ 이다. Fig. 5를 통하여, 외란과 불확실성이 존재할 경우에도 매우 강건한 제어가 수행되었음을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 일반 비선형 불확실성 시스템의 강건한 출력 추적제어를 위하여 가변구조 제어이론을 적용하였다. 먼저 일반 비선형시스템에 대해 입력/출력 선형화를 수행하였고, 이에 대한 가변구조 제어기를 설계하였다. 요구고유치에 해당하는 요구 특성다항식의 계수를 구하는 것만으로 슬라이딩 초평면의 계수를 정의하는 새로운 설계법이 제안되었으며, 이 방법을 이용하여 상대차수 3 이상의 비선형시스템에 대하여 기존의 방법보다 체계적이고 간편하게 슬라이딩 초평면을 설계하였다. 또한 리칭상태와 슬라이딩상태를 모두 고려하여 슬라이딩 초평면 계수를 최적 설계함으로써 시스템의 추적성능을 보다 향상시킬 수 있었다. 제안된 방법을 발전기 제어시스템에 적용하여 컴퓨터 시뮬레이션한 결과 제안된 설계 방법의 효율성을 확인하였으며, 만족할 만한 추적제어 성능을 얻었다. 또한,

의란과 불확실성이 존재하는 경우에도 매우 강건한 추적제어가 가능함이 입증되었다. 향후, 슬라이딩 초평면의 최적계수 결정시 요구고유치가 모두 동일하다는 가정없이 최적계수를 유도하는 방법에 대한 연구와 함께, 본 논문에서는 고려하지 않은 비최소 위상(non-minimum phase) 시스템으로의 확장에 대한 연구가 계속될 것이다.

후 기

본 연구의 일부는 1994년도 인하대학교 학술연구비 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Filippov, A. F., 1964, "Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side," *American Mathematical Society Transactions*, Vol. 42, No. 2, pp. 199~231.
- (2) Utkin, V. I., 1974, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, MIR Publishers, Moscow.
- (3) Young, K. K. D., 1978, "Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems," *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-8, No. 2, pp. 101~109.
- (4) Slotine, J. J. E. and Sastry, S. S., 1983, "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators," *International Journal of Control*, Vol. 38, No. 2, pp. 465~492.
- (5) DeCarlo, R. A., Zak, S. H. and Matthews, G. P., 1988, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 76, No. 3, pp. 212~232.
- (6) El-Ghezawi, O. M. E., Zinober, S. I. and Billings, S. A., 1983 "Analysis and Design of Variable Structure Systems Using a Geometric Approach," *International Journal of Control*, Vol. 38, No. 3, pp. 657~671.
- (7) Dorling, C. M. and Zinober, A. S. I., 1986, "Two Approaches to Hyperplane Design in Multivariable Variable Structure Systems," *International Journal of Control*, Vol. 44, No. 1, pp. 65~82.
- (8) Utkin, V. I. and Yang, K. D., 1978, "Methods for Constructing Discontinuity Planes in Multidimensional Variable Structure Systems," *Automation and Remote Control*, Vol. 39, No. 10, pp. 1466~1470.
- (9) Ashchepkov, L. T., 1983, "Optimization of Sliding Motions in a Discontinuous Systems," *Automation and Remote Control*, Vol. 44, No. 11, pp. 1408~1415.
- (10) Utkin, V. I., 1992, *Sliding Modes in Control Optimization*, Springer-Verlag, New York.
- (11) Choi, S. B. and Park, D. W., 1992, "New Time-Varying Sliding Surfaces for Robust Variable Structure Control Systems," *KSME Journal*, Vol. 6, No. 2, pp. 122~131.
- (12) Choi, S. B. and Park, D. W., 1994, "Moving Sliding Surfaces for Fast Tracking Control of Second-Order Dynamical Systems," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 116, No. 1, pp. 154~158.
- (13) Isidori, A., 1985, *Nonlinear Control Systems, An Introduction*, Springer-Verlag, New York.
- (14) Satry, S. S. and Isidori, A., 1989 "Adaptive Control of Linearizable System," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-34, No. 11, pp. 1123~1131.
- (15) Fernandez, B. R. and Hedrick, J. K., 1987, "Control of Multivariable Nonlinear Systems by the Sliding Mode Method," *International Journal of Control*, Vol. 46, No. 3, pp. 1019~1040.
- (16) Sira-Ramirez, H., 1989, "Sliding Regimes in General Non-Linear Systems: a Relative Degree Approach," *International Journal of Control*, Vol. 50, No. 4, pp. 1487~1506.
- (17) Behtash, S. 1990, "Robust Output Tracking for Non-Linear Systems," *International Journal of Control*, Vol. 51, No. 6, pp. 1381~1407.
- (18) Elmali, H., and Olgac, N., 1992, "Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technique," *Automatica*, Vol. 28, No. 1, pp. 145~151.
- (19) Jayasuriya, S. and Choi, S. B., 1987, "On the Sufficiency Condition for Existence of a Sliding

Mode," *Proceedings of the 1987 American Control Conference*, Vol. 1, pp. 84~89.

- (20) Brand, L., 1964, "The Companion Matrix and Its Properties," *American Mathematical Monthly*, Vol. 71, pp. 629~634.
- (21) Singh, S. N., 1980, "Nonlinear State-Variable-Feedback Excitation- and Governor-Control Design Using Decoupling Theory," *IEE Proceedings*, Vol. 127, No. 3, pp. 131-141.

부 록

A. 발전기시스템의 단순화된 모델방정식

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\omega} \\ \dot{\Psi}_f \\ \dot{E}_{fd} \\ \dot{T}_m \\ \dot{P}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ p_1 \sin(2\delta) - p_2 \omega - p_3 \Psi_f \sin(\delta) + p_4 T_m - p_4 P_v(t) \\ p_5 \cos(\delta) - p_6 \Psi_f + p_7 E_{fd} \\ -E_{fd}/T_e \\ (-T_m + P_g)/T_t \\ -P_g/T_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -p_4 \tilde{P}_v(t) \\ 0 \\ E_{fd} \tilde{T}_e / (T_e(T_e + \tilde{T}_e)) \\ 0 \\ P_g \tilde{T}_g / (T_g(T_g + \tilde{T}_g)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_e/T_e \\ 0 & 0 \\ 1/T_g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ u_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \tilde{T}_g / (T_g(T_g + \tilde{T}_g)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -k_e \tilde{T}_e / (T_e(T_e + \tilde{T}_e)) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ u_e \end{bmatrix}$$

B. 변환후 공간에서의 시스템행렬요소

$$a_1(\xi) \equiv L_1^4 h_1 = \xi_3^1 (p_2^2 - p_3 \xi_1^2 \cos(\xi_1^1) + 2p_1 \cos(2\xi_1^1))$$

$$\begin{aligned} &+ p_3 (p_6 \xi_1^2 + \xi_2^2 - p_5 \cos(\xi_1^1)) \sin(\xi_1^1) / T_e \\ &- p_3 \xi_2^2 (\xi_3^1 \cos(\xi_1^1) - (p_2 + p_6) \sin(\xi_1^1)) \\ &+ (1 + p_2 T_t) \\ &\times (-p_2 \xi_3^1 - \xi_4^1 - p_3 \xi_2^1 \xi_1^2 \cos(\xi_1^1) + 2p_1 \cos(2\xi_1^1) \\ &- p_3 \xi_2^2 \sin(\xi_1^1)) / T_t \\ &+ \xi_2^1 \{ p_3 (p_2 \xi_1^2 - \xi_2^2) \cos(\xi_1^1) - 2p_1 p_2 \cos(2\xi_1^1) \\ &+ \xi_3^1 (p_3 \xi_1^2 - 8p_1 \cos(\xi_1^1)) \sin(\xi_1^1) + p_3 p_5 \sin^2(\xi_1^1) \} \\ &- \{ P_v p_4 + p_2 \xi_2^1 + \xi_3^1 + T_t (p_2 \xi_3^1 + \xi_4^1 \\ &+ p_3 \xi_3^1 \xi_1^2 \cos(\xi_1^1) - 2p_1 \cos(2\xi_1^1)) \\ &+ p_3 (\xi_1^2 + T_t \xi_2^2) \sin(\xi_1^1) \\ &- p_1 \sin(2\xi_1^1) \} / (T_g T_t) \end{aligned}$$

$$a_2(\xi) \equiv L_1^2 h_2 = -p_6 \xi_2^2 - (p_6 \xi_1^2 + \xi_2^2 - p_5 \cos(\xi_1^1)) / T_e - p_5 \xi_2^1 \sin(\xi_1^1)$$

$$\begin{aligned} \Delta a_1(\xi) &\equiv L_{\Delta f} L_1^3 h_1 \\ &= -p_4 \tilde{P}_v (p_2 - p_3 \xi_1^2 \cos(\xi_1^1) + 2p_1 \cos(2\xi_1^1)) \\ &- p_3 \tilde{T}_e (p_6 \xi_1^2 + \xi_2^2 - p_5 \cos(\xi_1^1)) \sin(\xi_1^1) \\ &/ (T_e (T_e + \tilde{T}_e)) \\ &+ p_4 \tilde{T}_g [T_t \{ p_2 \xi_3^1 + \xi_4^1 + p_3 \xi_2^1 \xi_1^2 \cos(\xi_1^1) \\ &- 2p_1 \cos(2\xi_1^1) + p_3 \xi_2^2 \sin(\xi_1^1) \} / p_4 \\ &+ \{ p_4 P_v + p_2 \xi_2^1 + \xi_3^1 + p_3 \xi_1^2 \sin(\xi_1^1) \\ &- p_1 \sin(2\xi_1^1) \} / p_4] / [T_g T_t (T_g + \tilde{T}_g)] \end{aligned}$$

$$\Delta a_2(\xi) \equiv L_{\Delta f} L_1^2 h_2 = \tilde{T}_e (p_6 \xi_1^2 + \xi_2^2 - p_5 \cos(\xi_1^1)) / (T_e (T_e + \tilde{T}_e))$$

$$\Delta b_{11}(\xi) \equiv L_{\Delta g_1} L_1^3 h_1 = -(p_4 \tilde{T}_g) / (T_g T_t (T_g + \tilde{T}_g))$$

$$\Delta b_{12}(\xi) \equiv L_{\Delta g_2} L_1^3 h_1 = (k_e p_3 p_7 \tilde{T}_e \sin(\xi_1^1)) / (T_e (T_e + \tilde{T}_e))$$

$$\Delta b_{21}(\xi) \equiv L_{\Delta g_1} L_1^2 h_2 = 0$$

$$\Delta b_{22}(\xi) \equiv L_{\Delta g_2} L_1^2 h_2 = -k_e p_7 \tilde{T}_e / T_e (T_e + \tilde{T}_e)$$

C. 컴퓨터시뮬레이션을 위한 시스템데이터

$$\begin{aligned} H &= 3.82 & x_d &= 1.75 & x_q &= 1.68 & x_{df} &= 1.562 \\ x_f &= 1.665 & r_f &= 0.0012 & x_t &= 0.3 & x_d &= 0.006 \\ V &= 1 & x'_d &= 0.2846 & f &= 60 & k_e &= 25 \\ T_e &= 0.04 & T_g &= 0.08 & T_t &= 0.3 & P_v &= 0 \end{aligned}$$