

〈論 文〉

주위의 열대류계수가 다를때 사각핀으로부터의 열손실에 대한 비대칭적인 핀바닥온도의 영향

강형석* · 김성준*

(1993년 9월 16일 접수)

Effect of Asymmetric Root Temperature on the Heat Loss from a Rectangular Fin under Unequal Surrounding Heat Convection Coefficient

Hyung Suk Kang and Sung Joon Kim

Key Words: Asymmetric Root Temperature (비대칭적인 핀바닥온도)

Abstract

Under the assumption that thermal conductivity of the fin is constant and the conditions are steady state, effects of non-constant and thermally asymmetric root temperature and unequal surrounding convection coefficients of the fin on the heat loss from a fin of rectangular profile are investigated. The heat loss from a rectangular fin becomes maximum when the highest root temperature deviates from the fin center to the fin side which has a higher convection coefficient as surrounding convection coefficients of the fin increase and as the difference between the convection coefficient of fin top side and that of fin bottom side increases.

기 호 설 명

a : 핀바닥온도의 최대, 최소 결정인자	T_w : 핀바닥온도
b : 열적으로 비대칭적인 핀바닥온도 인자	T_∞ : 핀주위의 온도
d : a/θ_0	θ : 변형된 온도 ($T - T_\infty$)
Bi_1 : 윗면의 Biot number	θ_0 : 변형된 핀바닥온도 ($T_w - T_\infty$)
Bi_2 : 핀아랫면의 Biot number	Q : 사각핀으로부터의 열손실
Bi_3 : 핀끝면의 Biot number	x' : 핀길이를 따른 좌표
h_1 : 핀윗면의 대류 열전달계수	x : 무차원적인 핀길이를 따른 좌표 (x'/l)
h_2 : 핀아랫면의 대류 열전달계수	y' : 핀높이를 따른 좌표
h_3 : 핀끝면의 대류 열전달계수	y : 무차원적인 핀높이를 따른 좌표 (y'/l)
k : 핀의 열전도계수	λ_n : eigenvalues
l : 핀바닥 두께의 반	
L' : 핀길이	
L : 무차원적인 핀길이 (L'/l)	
T : 온도	

1. 서 론

많은 논문들이 핀에 관한 연구를 1차원, 2차원, 또는 3차원적으로 다루어 왔다. 여러 논문들이⁽¹⁻⁶⁾ 이미 1차원적으로 핀을 취급할때 편리하기는 하나

*정회원, 강원대학교 기계공학과

대류 열전달계수가 핀의 재질의 열전도계수에 비해 클때는 오차가 생기고, 일정한 대류 열전달계수를 기준으로 할때 1차원적인 가정이 맞기 위해서는 핀 두께의 반에 기본을 둔 Biot number가 0.1 보다 작아야 함을 보여주었다. 이와 같이 특정한 조건 아래서 핀에 대한 1차원적인 해석이 가능하나 특히 사각핀의 경우에 핀윗면의 대류 열전달계수와 핀아랫면의 대류 열전달계수가 서로 다를때 또는 핀바닥온도가 상수가 아니고 y 축을 따라 변화 할때는 핀을 1차원적으로 해석하기가 불가능 해진다.

이러한 점을 보완하고 좀더 나은 정확성을 위하여 핀에 대한 2차원적인 해석이^(7~12) 많이 쓰여왔으며 이러한 논문들 중 사각핀에 관한 해석으로 핀을 벽면에 부착함으로써 생기는 핀바닥온도의 강하에 관한,⁽⁹⁾ 핀의 효과에 미치는 열전도와 핀바닥의 온도강하의 영향에 관한,⁽¹⁰⁾ 핀주위의 대류 열전달계수의 변화에 따른 핀의 온도분포에 관한⁽¹¹⁾ 그리고 핀바닥온도가 상수가 아니고 핀주위의 대류 열전달계수가 서로 같지 않을때 핀의 최적성에 관한⁽¹²⁾ 연구가 이루어져 왔다. 그러나 지금까지 핀에 대한 2차원적인 해석에서는 핀바닥의 온도가 상수로 가정되거나, 상수가 아니고 y 축을 따라 변화 한다고 하더라도 핀중심에 대하여 (i.e. $y=0$) 대칭적으로 변화하는 상황을 다루어 왔다. 따라서 본 논문에서는 사각핀의 윗면, 아랫면 그리고 끝면의 대류 열전달계수가 각기 다른 상태에서 핀바닥의 온도가 열적으로 비대칭적으로 변할때 사각핀으로 부터의 열손실에 미치는 각기 다른 핀주위의 대류 열전달계수와 비대칭적으로 변하는 핀바닥온도의 영향을 보여준다. 이와 같은 해석의 제한으로 정상상태 아래서 핀재질의 열전도계수가 일정하다고 가정하고 핀윗면의 Biot number, Bi_1 는 0.01, 0.1 그리고 1.0으로 놓고 핀아랫면의 Biot number, Bi_2 는 $0 \leq Bi_2 \leq Bi_1 \leq 1$ 를 만족한다.

2. 2차원적인 해석

Fig. 1에서 보여지는 사각핀에 대해서, 정상상태 아래서 핀의 열전도계수가 상수일때 2차원적인 열전도 방정식은 식(1)로 주어지며 핀바닥의 온도가 상수가 아니고 핀주위의 대류 열전달계수가 각각 다를때 식(2)~(5)까지의 4개의 경계조건을 갖는다. 경계조건 식(2)는 핀바닥에서의 비대칭적인 온도분포를 나타내는데, b 의 변화에 (i.e. $b=0.5, 1,$

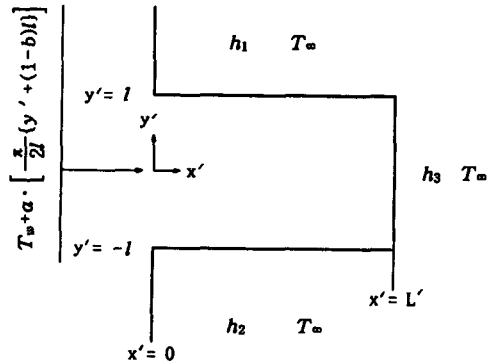


Fig. 1 Geometry of a thermally asymmetric rectangular fin

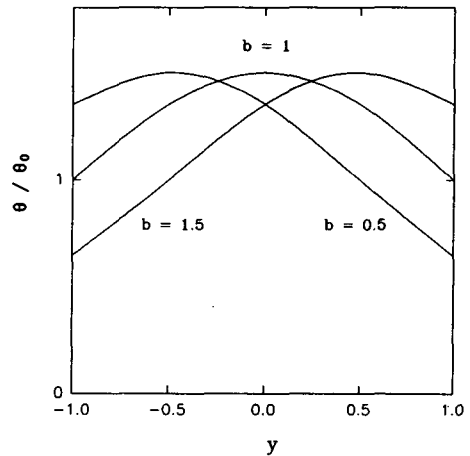


Fig. 2 Demonstration of the root temperature variation dependence upon the parameter, b for $a = T_w/2$

1.5) 대해 y 축을 따른 핀바닥에서의 온도변화의 예가 Fig. 2에서 보여준다. 식(3)은 핀끝의, 식(4)는 핀 윗쪽면의 그리고 식(5)는 핀아랫면에서의 경계조건을 각각 나타낸다.

○ 지배방정식

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

○ 경계조건

$$x=0, \theta = \theta_0 + a \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}\{y + (1-b)\}\right] \tag{2}$$

$$x=L, \frac{\partial \theta}{\partial x} + Bi_2 \cdot \theta = 0 \tag{3}$$

$$y=1, \frac{\partial \theta}{\partial y} + Bi_1 \cdot \theta = 0 \tag{4}$$

$$y = -1, \frac{\partial \theta}{\partial y} - Bi_2 \cdot \theta = 0 \quad (5)$$

균값으로 한다.

여기서, $\theta = T - T_\infty$, $\theta_0 = T_w - T_\infty$, $L = \frac{L'}{l}$,

$$x = \frac{x'}{l}, y = \frac{y'}{l}, Bi_i = \frac{h_i l}{k}, i = 1, 2, 3$$

경계조건들 식(2)~(5)들을 가지고 지배방정식(1)을 변수분리법을 이용하여 풀면, 사각핀안의 온도 분포를 나타내는 식(6)을 얻게된다.

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_0 \cdot N_n \cdot f_n(x) \cdot f_n(y) \quad (6)$$

여기서,

$$f_n(x) = \cosh(\lambda_n x) - A_n \cdot \sinh(\lambda_n x) \quad (7)$$

$$f_n(y) = \cos(\lambda_n y) + C_n \cdot \sin(\lambda_n y) \quad (8)$$

$$N_n = D_n \cdot \left\{ \frac{\sin(\lambda_n)}{\lambda_n} + E_n \cdot \frac{2d \cdot \cos(\lambda_n)}{\pi^2 - 4\lambda_n^2} \right\} \quad (9)$$

식(7)~(9)에서의 A_n, C_n, D_n 그리고 E_n 은 각각 식(10)~(13)에 주어져 있다.

$$A_n = \frac{Bi_3 + \lambda_n \cdot \tanh(\lambda_n L)}{\lambda_n + Bi_3 \cdot \tanh(\lambda_n L)} \quad (10)$$

$$C_n = \frac{\lambda_n \cdot \tan(\lambda_n) - Bi_1}{\lambda_n + Bi_1 \cdot \tan(\lambda_n)} = \frac{Bi_2 - \lambda_n \cdot \tan(\lambda_n)}{\lambda_n + Bi_2 \cdot \tan(\lambda_n)} \quad (11)$$

$$D_n = \frac{2}{\left[\left\{ 1 + \frac{\sin(2\lambda_n)}{2\lambda_n} \right\} + C_n^2 \cdot \left\{ 1 - \frac{\sin(2\lambda_n)}{2\lambda_n} \right\} \right]} \quad (12)$$

$$E_n = \left\{ \pi \cdot \sin\left(\frac{\pi b}{2}\right) - 2\lambda_n \cdot C_n \cdot \cos\left(\frac{\pi b}{2}\right) \right\} \quad (13)$$

위의 식들에서 나타난 eigenvalues는 식(11)에서 보여지는 오른쪽의 두 식으로부터 Newton Raphson method를 이용하여 구했으며 식(9)에 있는 d 는 a/θ_0 이다. 사각핀으로부터의 열손실, Q 는 식(14)로부터 구하여진다.

$$Q = \int_{-1}^1 \left[-k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_{x=0} dy = 2k\theta_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\lambda_n) \cdot A_n \cdot N_n \quad (14)$$

모든 과정의 해석에서 d 의 값은 임의로 0.5로 놓는다. 이는 핀바닥온도의 원 식에서 a 의 값을 핀바닥 기준온도, θ_0 의 반 값으로 놓음을 의미하며 d 의 값이 커질수록 온도변화의 최대 최소치간의 폭이 커지고 d 의 값이 작아질수록 그 반대가 된다. 또한 핀끝면의 대류 열전달계수는 핀윗면의 대류 열전달계수와 핀아랫면의 대류 열전달계수의 평

3. 결 과

Fig. 3은 임의의 핀바닥높이의 반에 기준한 무차원적인 핀길이 $L=4$ 에 대하여 $Bi_1=0.01$, $Bi_3=(Bi_1+Bi_2)/2$ 로 주어질 때 Bi_2 의 값을 바꾸어가며 b 의 변화에 대한 사각핀으로부터의 열손실의 변화를 보여준다. 주어진 Bi_1 의 값에 대하여 Bi_2 의 값이 점점 작아짐은 핀의 윗면과 아랫면의 열대류의 차가 커짐을 의미한다. Bi_2 의 값이 0.01일 때는 핀주위의 모든 대류 열전달계수가 같은 경우인데 열손실은 $b=1$ 일때 최대이고 $b=3$ 일때 최소이며 b 가 0에서부터 4까지 변할 때 한번의 주기를 마침을 알 수있다. Bi_2 의 값이 점점 작아짐에 따라 전체적인 열손실은 감소하나 Bi_2 의 값이 0.01인 경우와 마찬가지로 열손실의 최대값은 거의 $b=1$ 일때 일어나며 이는 핀주위의 대류 열전달계수가 작을 때에는 핀바닥의 비대칭적인 온도변화가 열손실에 미치는 영향은 거의 미미하며, 열손실은 주로 핀바닥 온도의 총합에 따라 변화함을 보여준다. Fig. 4는 각각 Bi_1 의 값이 0.1, 1.0일때 $Bi_3=(Bi_1+Bi_2)/2$ 로 놓고 Bi_2 의 값을 변화시킬때 b 의 변화에 대한 핀으로부터의 열손실의 변화를 보여준다. 먼저 Bi_1 의 값이 0.1인 경우 Bi_2 의 값이 0.1일때 즉 핀주위의 대류 열전달계수가 모두 같을때는 $b=1$ 에서 최대 열손실이 발생한다. Bi_2 의 값이 0.05일 때는 최대

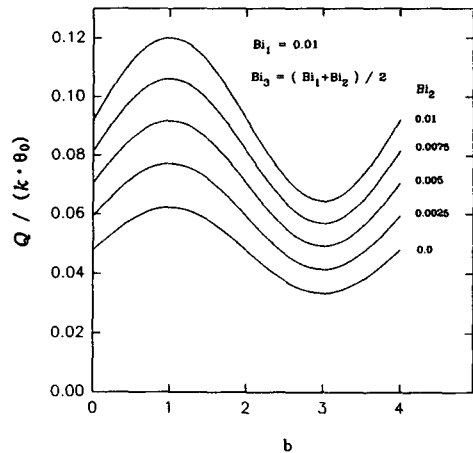


Fig. 3 The heat loss from the rectangular fin versus fin asymmetry factor, b , for $L=4$, $Bi_1=0.01$ and various values of Bi_2 and Bi_3

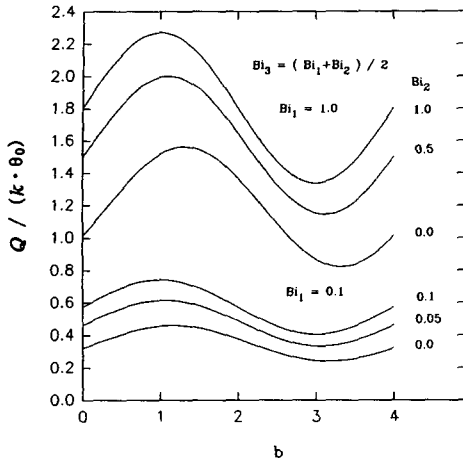


Fig. 4 The heat loss from the rectangular fin versus asymmetric factor, b , for $L=4$, $Bi_1=0.1$, L and various values of Bi_2 and Bi_3

열손실이 $b=1$ 을 조금 넘어 일어나며 Bi_2 의 값이 0일때는 최대 열손실이 0.05일때 보다 조금 더 큰 b 의 값에서 일어난다. 이는 핀주위의 대류 열전달 계수가 커짐에 따라 핀바닥온도의 총합이 더 작더라도 핀아랫면의 대류 열전달계수와 핀윗면의 대류 열전달계수가 같지 않을 때에는 핀바닥의 최고온도가 열대류가 잘되는 쪽으로 조금 치우침에 따라 최대 열손실이 발생함을 설명한다. 다음 Bi_1 의 값이 1.0인 경우를 보면 Bi_2 의 값이 작아짐에 따라 Bi_1 의 값이 0.1인 경우와 비교하여 최대열손실은 $b=1$ 을 기준으로 점점 우측으로 현저하게 치우쳐서 발생함을 보여준다. Fig. 5는 Bi_1 의 값이 0.01 이고 Bi_2 는 그 1/4 값인 0.0025일때 $b=0.8, 1.0$ 그리고 1.2의 세가지 값에 대하여 무차원적인 핀길이를 0.1부터 20까지 변화 시킬때의 열손실의 변화를 보여준다. 약 $L=5$ 까지는 세 가지 b 의 값에 대해 열손실은 거의 같게 나타나며 그 이후부터 L 이 증가함에 따라 b 는 1일 때의 열손실이 0.8이나 1.2일 때보다 약간씩 커지기 시작하는데 이는 핀주위의 대류 열전달계수가 작을 때에는 핀바닥온도의 총합이 핀길이가 커짐에 따라 열손실에 미치는 영향이 커짐을 의미한다. 또한 b 가 0.8과 1.2일때의 두 경우는 거의 같은 열손실이 일어나는데 이는 핀주위의 대류 열전달계수가 작을 때에는 주어진 범위의 모든 핀길이에서 핀바닥의 비대칭적인 온도변화가 열손실에 미치는 영향이 미미함을 나타낸다. Fig. 6은 각각 Bi_1 의 값이 0.1, 1.0일때 Fig. 5와 같은

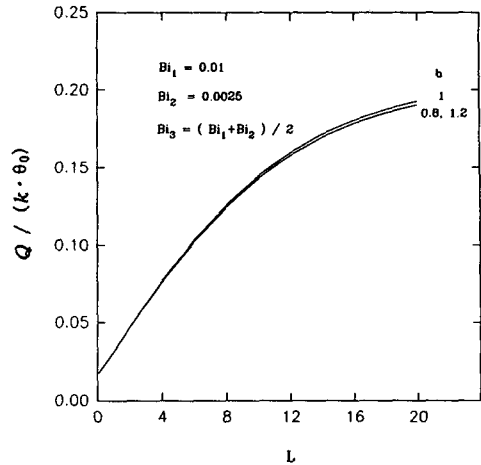


Fig. 5 The heat loss from a rectangular fin versus the fin ratio for $Bi_1=0.01$, $Bi_2=0.0025$ and $b=0.8, 1.0, 1.2$

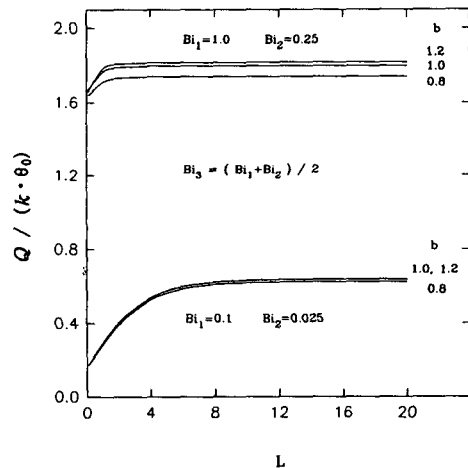


Fig. 6 The heat loss from a rectangular fin versus the fin ratio for $Bi_1=0.1, 1.0$ and $b=0.8, 1.0, 1.2$

경우를 나타낸다. 각각의 두 경우를 Bi_1 의 값이 0.01인 경우와 비교하면 짧은 무차원적인 핀길이에 서로 b 의 값에 따라 열손실의 차가 나기 시작하며 Bi_1 의 값이 0.1인 경우는 b 가 1.0, 1.2일 때에 비슷한 열손실이 발생하고 b 가 0.8일때 열손실이 제일 적게 일어난다. 특히 Bi_1 의 값이 1.0인 경우는 무차원적인 핀길이, L 이 약 2이후에는 L 의 변화에 관계없이 일정한 열손실이 일어나는데 b 가 1일 때 핀바닥의 온도의 총합이 제일 크고 b 의 값이 0.8 과 1.2 일때는 핀바닥의 온도의 총합은 같으

며, $b=1.2$ 는 대류 열전달계수가 큰 면으로, $b=0.8$ 은 대류 열전달계수가 작은 면으로 핀바닥의 최고온도가 핀중심으로부터 치우치는 것인데, 핀으로부터의 열손실의 크기는 L 이 약 0.3을 전후로 하여 그 전에는 b 의 값이 1.0, 1.2 그리고 0.8의 순으로, 그 이후에는 b 의 값이 1.2, 1.0, 0.8의 순으로 크게 발생하는데 이는 핀주위의 대류 열전달계수가 커짐에 따라 핀 길이가 짧을때는 핀바닥온도의 총합이 클때, 핀 길이가 길어짐에 따라 핀바닥의 최고온도가 핀중심에서 열대류가 잘되는 면으로 치우칠때 최대 열손실이 일어나는 것이다.

4. 결 론

사각핀 주위의 대류 열전달계수가 같지 않고 핀바닥의 온도가 열적으로 비대칭적으로 변할때 핀윗면의 Biot number가 작을 때는 ($Bi \leq 0.01$) 핀윗면의 대류 열전달계수와 핀아랫면의 대류 열전달계수의 차에 관계없이 핀으로부터의 열손실은 핀바닥의 비대칭적인 온도변화보다는 핀바닥온도의 총합의 크기에 영향을 받으며 핀윗면의 Biot number가 커질수록 ($Bi \geq 0.1$), 핀윗면의 대류 열전달계수와 핀아랫면의 대류 열전달계수의 차가 커질수록 핀바닥온도의 총합의 크기가 더 작더라도 핀바닥온도의 최고온도가 대류 열전달계수가 큰 면으로 치우침에 따라 핀으로부터의 최대 열손실이 일어난다.

참고문헌

(1) Avrami, M. and Little, J. B., 1942, "Diffusion of Heat through a Rectangular Bar and the Cooling and Insulating of Fins," *J. Appl. Phys.*, Vol. 13, pp. 255~264.
 (2) Burmeister, L. C., 1979, "Triangular Fin Performance by the Heat Balance Integral Method," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 101, pp. 562~564.
 (3) Keller, H. H. and Somers, E. V., 1959, "Heat

Transfer from an Annular Fin of Constant Thickness," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 81, pp. 151~156.
 (4) Irey, R. K., 1968, "Errors in the one-Dimensional Fin Solution," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 90, pp. 175~176.
 (5) Lau, W. and Tan, C. W., 1963, "Errors in One-Dimensional Heat Transfer Analysis in Straight and Annular Fins," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 95, pp. 549~551.
 (6) Snider, A. D. and Kraus, A. D., 1983, "Recent Developments in the Analysis and Design of Extended Surfaces," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 105, pp. 302~306.
 (7) Sparrow, E. M. and Lee, L., 1975, "Effects of Fin Base Temperature Depression in a Multifin Array," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 97, pp. 463~465.
 (8) Ju, Y. H., Chou, Y. S. and Hsiao, C. C. 1989, "A New Approach to the Transient Conduction in a 2-D Rectangular Fin," *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol. 32, pp. 1657~1661.
 (9) Sparrow, E. M. and Hennecke, D. K., 1970, "Temperature Depression at the Base of a Fin," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 92, pp. 204~206.
 (10) Klett, D. E., and McCulloch, J. W., 1972, "The Effect of Thermal Conductivity and Base-Temperature Depression on Fin Effectiveness," *ASME J. of Heat Trans.*, Vol. 94, pp. 333~334.
 (11) Ma, S. W., Behbahani, A. I. and Tsuei, Y. G., 1991, "Two-Dimensional Rectangular Fin with Variable Heat Transfer Coefficient," *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol. 34, pp. 79~85.
 (12) Look, D. C. and Kang, H. S., 1992, "Optimization of a Thermally Non-Symmetric Fin: Preliminary Evaluation," *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol. 35, pp. 2057~2060.