1474 大韓機械學會論文集 第18卷 第6號, pp. 1474~1482, 1994

〈論 文〉

경계요소법에 의한 유한폭 판재내의 원형 함유물과 균열의 상호간섭에 대한 연구

박 성 완*

(1993년 11월 27일 접수)

A Study for Mutual Interference between Circular Inclusion and Crack in Finite-Width Plate by Boundary Element Method

Sung-Oan, Park

Key Words: Mutual Interference(상호간섭), Circular Inclusion(원형 함유물), Boundary Element Method(경계요소법), Neumann Condition(Neumann형 경계조건), Dirichlet Condition(Dirichlet형 경계조건)

Abstract

In order to study the influence of a circular inclusion on a stress field near a crack tip, mutual interference of a crack and the circular inclusion is analyzed by using the two dimensional boundary element method program made for the analysis of a bimaterial inclusion. The stress intensity factor of an inclusion which has small stiffness is a little greater than that of large stiffness in the near-by crack tip, and similar values tends to appear for distant crack tips. A line crack shows the repetition phenomena which caused by stress mutual interference depending on the radius and stiffness of an inclusion, and the repetition phenomena becoms weak inthe inclusion which has large stiffness. Stress mutual interference shows repetition phenomena after extension of a line crack by the length of the radius of the inclusion which has small stiffness.

기호설명

c : 함유물의 반경

i : $\sqrt{-1}$

ℓ : $\frac{(b-a)}{2}$ = 반 crack 길이

N_1, N_2 : 무한평판의 주응력 값들

r : $\sqrt{(x^2+y^2)}$ = 반경좌표

u_x, u_y : 변위성분들

ε_0 : 무한평판의 회전값

$\delta_{m,n}$: Kronecker delta

$\varepsilon e^{i\varphi}$: $z-a$

$\varepsilon_1 e^{i\varphi_1}$: $z-b$

θ : $\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$

k : $3-4\nu$(평면변형)

$=\frac{3-\nu}{1+\nu}$(평면응력)

Γ, Γ_i : 각각 평판과 함유물의 전단계수

ν, ν_i : 각각 평판과 함유물의 푸아송비

σ : $e^{i\theta}$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$: 직교 응력성분들

σ_0 : 무한판에서의 σ_y의 값

I. 서 론

균열선단 근방에 있어서 탄성응력분포의 해석은

*정회원, 시립 인천전문대학 기계설계과

선형 파괴역학에 있어서 기본문제의 한 가지로 생각되며 지금까지도 고전 탄성이론의 범위 내에서 직선균열이나 분기된 직선균열 등을 가지는 탄성체의 2차원 문제 혹은 굽힘의 문제의 해가 많이 얻어지고 있다.[1,2] 그러나 이들 연구의 대부분은 균질 등방탄성체를 대상으로 하였다.

구조재료로서 복합재료가 많이 사용되고 있는 현실에서 이종재료 함유물을 포함한 복합탄성체에 대한 연구는 강도평가에 영향을 미치는 인자가 다양하므로 이들 인자의 해석에 많은 어려움이 있다.

기계적 성질이 다른 이종재료 함유물이 포함된 균열거동에 대한 이론해석은 England[3]가 원형의 탄성함유물을 포함한 접합경계면 균열에 기계적 하중을 작용시킬 경우에 대하여 Hilbert문제를 풀었으며 Tamate[4]는 2차원 탄성이론을 기초로 Muskhelishvili 복소함수를 사용하여 인장응력이 작용하는 무한평판 내에 직선균열 주위의 응력장에서 다른 탄성재료의 원형 함유물효과를 해석하였다. Toya[5,6]는 원형의 탄성함유물과 타원형 stiffness가 큰 함유물을 포함한 접합경계면 균열에 대한 균열성장조건을 구하였으며 Erdoogan[7,8]등은 균열과 함유물의 상호작용문제를 날전위(edge dislocation)이론을 기초로 적분방정식으로 해석하였고 Hsu 등[9]은 원형 함유물과 동일 직선상의 대칭균열에 대해 Muskhelishvili 복소함수를 이용하여 해석하였다.

Hheng 등[10]은 Erdogan 등의 적분방정식을 이용하여 무한체 내에 원형 함유물주위의 분기균열이 면외전단을 받을 때 균열진전경로를 해석하였으나 아직 검토하여야 할 많은 과제가 남아 있으며 이종재료 함유물과 함유물 경계가 균열의 거동에 미치는 영향을 파악하는 것은 실용적으로 중요하다.

따라서 본 논문은 원형 함유물이 균열선단의 응력장에 미치는 영향을 조사하기 위하여 탄성계수가 다른 원형 함유물의 주위에 유한길이의 직선균열이 존재하는 유한체에 대하여 선형 탄성이론을 기초로 경계조건의 적용이 용이하면서 고정도의 해석이 가능한 경계요소법(boundary element method)을 적용하고 이종재료 함유물 해석용 2차원 프로그램을 개발하여 유한판에 대한 원형 함유물의 종류 및 함유물의 반경변화와 직선균열과 함유물 사이의 거리변화에 따른 응력확대계수(stress intensity factor)를 수치해석 하였으며 유한폭 변화에 대한 역학적 거동을 검토하여 다공체(porous media) 파괴역학 연구에 기초자료를 제공한다.

2. 開영역문제의 적분방정식 정식화

Fig. 1에 표시한 임의 형상의 구멍을 가지는 무한체에 대하여 고려한다. 이 영역에는 체적력이 없는 것으로 가정하였다. 구멍의 경계상 S에서 변위 또는 표면력이 주어져 있고 구멍을 둘러쌓은 구(球)를 고려하여 그 반경을 R, 구(球)의 경계표면을 S_R로 한다. S와 S_R로 둘러쌓은 영역에 관한 경계적분방정식이 다음과 같이 성립한다.

$$C_{ij}(P)u_j(P)+\int_S T_{ij}(P,Q)u_j(Q)ds+\int_{S_R} T_{ij}(P,Q)u_j(Q)ds$$
$$=\int_S U_{ij}(P,Q)t_j(Q)ds+\int_{S_R} U_{ij}(P,Q)t_j(Q)ds \qquad (1)$$

식(1)에서 $U_{ij}(P,Q)$, $T_{ij}(P,Q)$는 무한영역에서 단위 집중하중의 기본해(fundamental solution)로 그 물리적 의미는 영역 S내의 임의의 점 P에 i방향의 단위 집중력을 작용시키는 경우의 영역 S내의 임의의 점 Q의 j방향의 변위와 표면력이다. C_{ij}는 경계형상에 의하여 정해지는 계수이다. 여기서, $R\to\infty$의 극한 조작을 하면 S_R에 관한 경계적분은 regularity condition이므로 0으로 된다.

$$\lim_{R\to\infty}\int_{S_R}[T_{ij}(P,Q)u_j(Q)-U_{ij}(P,Q)t_j(Q)]ds(Q)=0 \qquad (2)$$

P는 S상에, Q는 $R\to\infty$의 S_R상에 있기 때문에

$$ds=O(R^2)$$
$$T_{ij}(P,Q)=O(R^{-2})$$
$$U_{ij}(P,Q)=O(R^{-1})$$

여기서, $O(\ )$는 $R\to\infty$로의 점근특성(漸近特性)

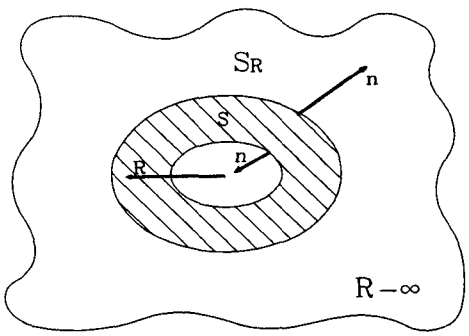

Fig. 1 Hole in the infinite plate

을 표시한다.

무한히 먼 곳에서의 응력이 0으로 S상에서만 표면력이 작용하는 것으로 고려하면 S상에서의 힘의 평형이 유지되지 않는 경우는 Saint-Venant의 원리에 의하여 원점(구멍의 중심)에 집중력이 작용하는 경우와 동일한 거동을 $u_j(Q)$, $t_j(Q)$가 $R\to\infty$일 때를 나타낸다. 즉 기본해(基本解)와 동일한 거동을 나타낸다.

$$u_j(Q)=O(ln\ R),\quad t_j(Q)=O(R^{-1}) \tag{3}$$

따라서, 식(2)의 개개의 적분은 $R\to\infty$에 있어서 각각 O으로 되고 식(2)가 성립된다.

즉, 개영역문제에 대한 경계적분방정식은 다음과 같이 된다.

$$C_{ij}(P)u_j(P)+\int_S T_{ij}(P,Q)u_j(Q)\,ds = \int_S U_{ij}(P,Q)t_j(Q)\,ds \tag{4}$$

또한 S의 외부의 점 P^*에 관해서는

$$u_i(P^*)+\int_S T_{ij}(P^*,Q)u_j(Q)\,ds = \int_S U_{ij}(P^*,Q)t_j(Q)\,ds \tag{5}$$

가 얻어진다.

기본해인 Kelvein의 解[11,12] $T_{ij}(P,Q)$, $U_{ij}(P,Q)$를 사용하면 무한영역의 문제가 식(4), (5)에 의하여 용이하게 해석이 가능하게 되고 이 경우도 자유표면의 경계적분이 불필요하게 되기 때문에 구멍에 대하여 이산화(離散化)하면 된다.

무한체에 대한 경계적분방정식 (4)에 대하여 강체변위조건을 적용하면

$$C_{ij}(P)+\int_S T_{ij}(P,Q)\,ds+\lim_{R\to\infty}\int_{S_R} T_{ij}(P,Q)\,ds=0 \tag{6}$$

$T_{ij}(P,Q)$는 P점에 i방향의 단위집중력이 작용하는 것을 의미하므로 P를 취하여 둘러쌓은 S_R의 적분을 시행하면

$$\lim_{R\to\infty}\int_{S_R} T_{ij}(P,Q)\,ds=-\delta_{ij} \tag{7}$$

식(7)에서 −부호는 S와 S_R 상에서의 n의 정의의 상위(相違)에 대응되므로

$$C_{ij}(P)=\delta_{ij}-\int_S T_{ij}(P,Q)\,ds \tag{8}$$

가 얻어지고 이것을 I를 단위 메트릭스로 하여 이산화시킨 형으로 표시하면

$$H_{ij}=I-\sum_{i\neq j}H_{ij}$$

가 얻어진다. 이것을 절점에 관하여 정리하면

$$[H]\{u\}=[G]\{t\} \tag{9}$$

이다.

여기서, $\{u\}$는 전절점(全節點) 변위벡터, $\{t\}$는 전절점 표면력벡터이다.

2.1 경계조건의 처리

요소 내의 변위와 표면력을 선형보간하는 경우에는 G_{ij}의 적분에 있어서 요소 사이의 표면력의 불연속성을 고려하지 않으면 모순된 결과로 된다. 이 때문에 표면력의 불연속점 부근에 여분의 절점을 만들었다.

본 연구에서는 이것을 개선하기 위하여 Fig. 2에 표시하는 4가지 조건 즉, (조건 Ⅰ)요소의 양단이 Neumann형 경계조건의 경우, (조건 Ⅱ)요소의 양단이 Dirichlet형 경계조건의 경우, (조건 Ⅲ) 1점만 Dirichlet형 경계조건의 경우, (조건 Ⅳ) Neumann형 경계조건과 Dirichlet형 경계조건이 인접하고 있는 경우를 가정하였다. 따라서, Program 내에서 절

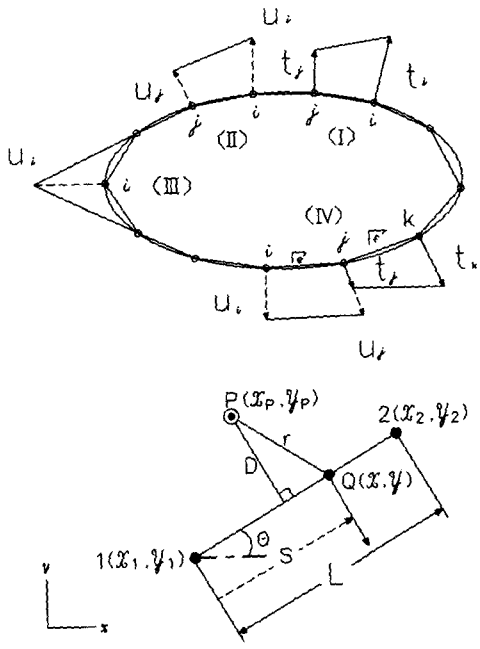

Fig. 2 Boundary condition

점의 경계조건에 따라 자동적으로 판단하여 상기의 조건에 일치하는 경우만 G_{ij}의 적분을 실행하는 것에 의하여 효율화를 도모하였다. 특히, 조건 Ⅳ의 경우는 인접점 j에서 변위와 표면력을 이중으로 정의하고 다음식을 사용하여 평가하면 편리하다.

$$C_j u_i + \int_{\Gamma-\Gamma_e} Tuds + \int_{\Gamma_e} Tu_e ds = \int_{\Gamma-\Gamma_f} utds + \int_{\Gamma_f} ut_f ds \tag{10}$$

여기서, u_e, t_f는 이미 알려진 값이다.

2.2 내부 응력식의 적분

탄성체 내부의 임의점의 응력은

$$\sigma_{ij} = \int_\Gamma D_{kij} t_k ds - \int_\Gamma S_{kij} u_k ds \tag{11}$$

다만,

$$D_{kij} = \frac{1}{4\pi(1-\nu)r}[(1-2\nu)\{\delta_{ki}r_{,j} + \delta_{kj}r_{,i} - \delta_{ij}r_{,k}\} + 2r_{,i}r_{,j}r_{,k}]$$

$$S_{kij} = \frac{2\mu}{4\pi(1-\nu)r^2}[2\frac{\partial r}{\partial n}\{(1-2\nu)\delta_{ij}r_{,k} + \nu(\delta_{jk}r_{,j} + \delta_{ik}r_{,i} - 4r_{,i}r_{,j}r_{,k}\} + 2\nu(n_i r_{,j}r_{,k} + n_j r_{,i}r_{,k}) + (1-2\nu)(2n_k r_{,i}r_{,j} + n_j\delta_{ik} + n_i\delta_{jk}) - (1-4\nu)n_k\delta_{ij}] \tag{12}$$

여기서, $r_{,i} = \frac{\partial r}{\partial x_i}$을 나타낸다.

식(11)을 Fig. 2를 참조하여 요소 e에 관해서만 이산화형으로 표시하면

$$\begin{bmatrix}\sigma_x^e\\ \sigma_y^e\\ \tau_{xy}^e\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\int D_{111}N_1 ds & \int D_{211}N_1 ds & \int D_{111}N_2 ds & \int D_{211}N_2 ds\\ \int D_{112}N_1 ds & \int D_{212}N_1 ds & \int D_{112}N_2 ds & \int D_{212}N_2 ds\\ \int D_{122}N_1 ds & \int D_{222}N_1 ds & \int D_{122}N_2 ds & \int D_{222}N_2 ds\end{bmatrix}\begin{bmatrix}t_x^1\\ t_y^1\\ t_x^2\\ t_y^2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\int S_{111}N_1 ds & \int S_{211}N_1 ds & \int S_{111}N_2 ds & \int S_{211}N_2 ds\\ \int S_{112}N_1 ds & \int S_{212}N_1 ds & \int S_{112}N_2 ds & \int S_{212}N_2 ds\\ \int S_{122}N_1 ds & \int S_{222}N_1 ds & \int S_{122}N_2 ds & \int S_{222}N_2 ds\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_x^1\\ u_y^1\\ u_x^2\\ u_y^2\end{bmatrix} \tag{13}$$

이다. 따라서 위 식의 각 요소는 적분하는 것이 가능하게 된다.

경계에 관한 면적적분은 4점 Gauss적분에 의하여 행하였으며 다만 외력과 고려되고 있는 요소가 일치하는 경우와 균열선단에서는 특이점의 문제가 있기 때문에 해석적으로 처리했다.

3. 응력확대계수

Fig. 3과 같은 직교좌표상에서 응력성분들과 변위성분들은 Muskhelishvili복소함수를 적용하여 이종 탄성재질과 평판이 같은 두께의 함유물을 넣고 결합하였다고 가정하면 이중 제차 Hilbert문제(dual homogeneous Hilbert problems)로 귀착된다. 따라서 원형 함유물을 포함한 무한평판에서 Crack-tip $z=a$의 주위에 작용하는 응력성분들은[4]

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{2\varepsilon}}\sigma_0\left(\frac{3}{4}\sin\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{4}\sin 5\frac{\varphi}{2}\right)\left[1 - \frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty} B_n'\right] + O(\varepsilon^0)$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{\ell}}{2\varepsilon}\sigma_0\left(\frac{5}{4}\sin\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{4}\sin 5\frac{\varphi}{2}\right)\left[1 - \frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty} B_n'\right] + O(\varepsilon^0)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{2\varepsilon}}\sigma_0\left(\frac{3}{4}\sin\frac{\varphi}{2} + \frac{1}{4}\sin 5\frac{\varphi}{2}\right)\left[1 - \frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty} B_n'\right] + O(\varepsilon^0) \tag{14}$$

여기서, $\varepsilon e^{i\varphi} = z - a(0 \le \varphi \le 2\pi)$이고, $B_n' = B_n/\sigma_o$. B_n은 함유물의 매개변수 계수이다. Crack$(b-a)/2$의 반길이는 ℓ에 의하여 나타낸다.

Crack-tip $z=b$주위의 응력성분은

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{2\varepsilon_1}}\sigma_0\left(\frac{3}{4}\cos\frac{\varphi_1}{2} + \frac{1}{4}\cos 5\frac{\varphi_1}{2}\right)\left[1 + \frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty} B_n'\right] + O(\varepsilon^0)$$

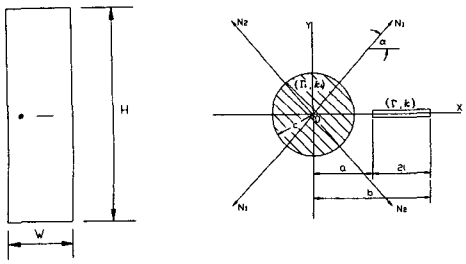

Fig. 3 Configuration and coordinate system

$$\sigma_y=\frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{2\varepsilon_1}}\sigma_0\left(\frac{5}{4}\cos\frac{\varphi_1}{2}-\frac{1}{4}\cos 5\frac{\varphi_1}{2}\right)$$
$$\left[1+\frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty}B_n'\right]+O(\varepsilon^o)$$
$$\tau_{xy}=\frac{\sqrt{\ell}}{\sqrt{2\varepsilon_1}}\sigma_0\left(\frac{3}{4}\sin\frac{\varphi_i}{2}-\frac{1}{4}\sin 5\frac{\varphi_1}{2}\right)$$
$$\left[1+\frac{a}{\ell}\sum_{n=1}^{\infty}B_n'\right]+O(\varepsilon^o) \qquad (15)$$

여기서, $\varepsilon_1 e^{i\varphi_1}=z-b(-\pi\leq\varphi_1\leq\pi)$이며, σ_o는 무한판에서 σ_y의 값이다.

이 방정식에서 균열선단의 국소 부분응력상태와 일치한 첫번째 항목들은 잘 알려진 특이성이며 균열로부터 반경거리의 제곱근에 비례함을 알 수 있다. 괄호 안의 항목들은 함유물의 존재에 의한 영향계수로 생각되어진다.

4. 수치해석 및 고찰

원형 함유물에 의한 균열선단의 응력에 미치는 영향을 조사하기 위하여 탄성계수가 다른 원형 함유물과 유한길이의 직선균열에 대하여 Fig. 3에서 $b/a=10.0$, $c/a=0.5$, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, $2\ell/b=0.5$, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 전단계수비 $G=\Gamma_i/\Gamma=0$, 0.2, 0.6, 1.0, 2.0으로 하였다.

요소는 선형요소로 탄성 함유물이 모재에 삽입될 때 함유물과 모재의 재료결합을 완전접착에 가깝도록 이상화하기 위하여 함유물과 모재의 접착에 대한 함유물의 강성지지(rigid support)는 2000 kg_f/mm로 함유물과 모재를 완전결합체로 하였고 함유물과 모재를 블록화하여 접착하도록 한 2차원 경계요소법 프로그램을 개발하여 수치해석 하였으며 수치적분은 해석적으로 처리하였다. 사용한 컴퓨터는 IBM PC486(DX2, 33 MHz, RAM 32 MB)기종으로 계산시간은 문제당 30분 정도 소요되었다. 또한 본 프로그램의 검증을 위하여 Isida[13]의 해석모델과 동일한 모델로 하여 해석한 결과를 Fig. 4에 표시하며 오차는 5% 이내의 좋은 일치를 보여주고 있다.

일반적인 재료에 있어서 푸아송비 ν의 변동범위가 작은 것을 고려하여 $k_1=k_i=1.8$로 고정하였고 (평면변형률은 $\nu_1=\nu_i=0.3$, 평면응력은 $\nu_1=\nu_i=0.43$에 상당) 폭(W)=60, 높이(H)=200인 평판이 인장응력을 받는 경우 대칭성을 고려하여 판의 1/2($W=60$, $H/2=100$)을 평면응력상태 하에서

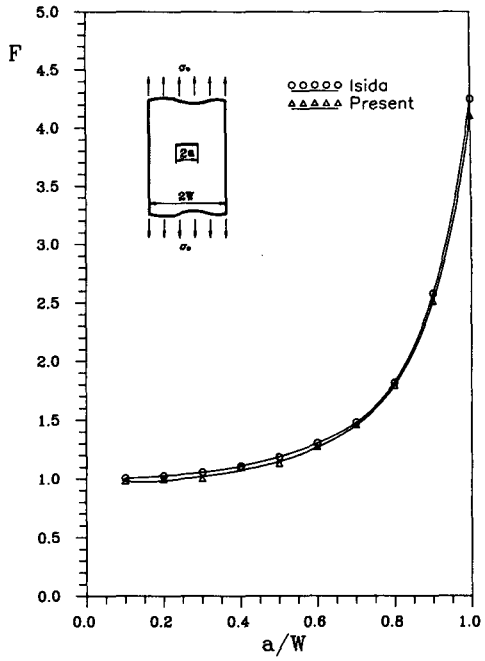

Fig. 4 Tension of long strip with a central crack

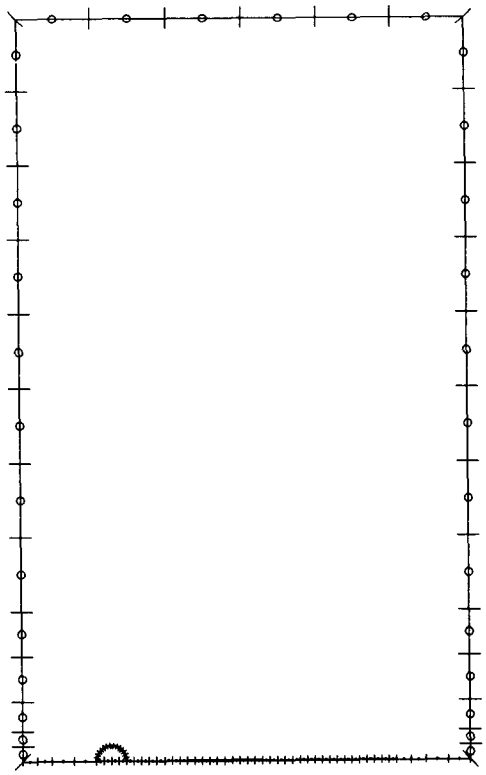

Fig. 5 Circular inclusion and crack modeling segment

총 요소수를 95요소로 분할하였다. Fig. 5는 요소 분할을 표시한 것이다.

응력확대계수 값은 경계요소법에 의한 직접 해만을 사용하여 절점밀도가 낮아도 변위법과 응력법을 접속하는 것에 의하여 각각 단독으로 사용하는 것보다 상당히 정도가 좋은 K를 외삽하여 얻는 접속외삽법(hybrid extrapolation method)[14]을 사용하였으며 응력확대계수를 $F_I=K_I/\sigma_o\sqrt{\pi\ell}$으로 무차원화하였다.

탄성 함유물 주위의 직선균열에 대한 함유물 근처의 균열선단과 함유물에서 먼곳의 균열선단에서의 응력확대계수 계산예를 Fig. 6, Fig. 7에 표시하며 그림에서 보는 바와 같이 균열선단에서는 응력의 특이성이 나타나고 있다.

Fig. 8은 영향계수 즉, 전단계수비 $G=\Gamma_i/\Gamma$에 따른 응력확대계수 값을 표시한 것으로 전단계수비 $G=0.6$이하 즉 stiffness가 작은 함유물의 응력확대계수는 함유물 근처의 균열선단에서 stiffness가 큰 함유물보다 크며 함유물에서 먼곳의 균열선단에서는 서로 비슷한 경향을 나타내고 있다. $G=1.0$인 stiffness가 큰 함유물에서는 함유물의 반경에 관계없이 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 응력확대계수는 동일한 값을 나타내고 있다. stiffness가 작은 함유물에서 함유물의 반경이 증가할수록 일반적으로 응력확대계수가 증가하며 $c/a=0.7$에서 다소 낮은 값을 나타내고 있다. 이것은 함유물과 직선균열의 상호간섭이 미치는 영역으로 생각된다.

따라서 stiffness가 큰 함유물은 응력확대계수를 감소시키며 실예로 원공은 함유물 근처의 균열선단에서 각각 13%와 30%의 응력확대계수가 증가하나 stiffness가 큰 함유물은 $c/a=0.5$와 0.7일 때 각각 대략적으로 10%와 28%의 응력확대계수가 감소된다.

Fig. 9는 $c/a=0.5$일 때 균열길이에 대한 응력확대계수를 전단계수비에 따라 표시한 것으로 균열길이가 진전됨에 의하여 stiffness가 작은 함유물이 함유물 근처의 균열선단에서 stiffness가 큰 함유물보다 응력확대계수가 증가한다. 그러나 전단계수비 $G=2.0$인 stiffness가 큰 함유물의 응력확대계수는 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 미소하게 증가하였다. stiffness가 작은 함유물에서 $G=0.2$의 응력확대계수가 함유물 근처의 균열선단에서 $G=0.6$보다 작은 것은 함유물과 모재의 접촉부분에는 압축응력이 직선균열에는 인장응력이 작용하게 되므로 이 압축응력과 인장응력의 상호간섭의 영향으로 판단된다.

Fig. 10은 $c/a=0.6$일 때 균열길이에 대한 응력

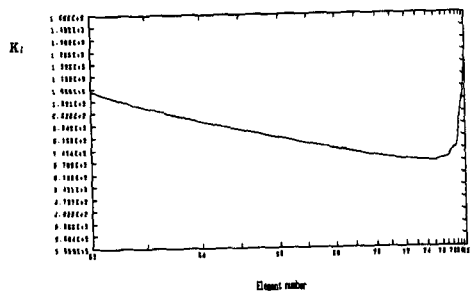

Fig. 6 Stress based stress intensity factor at near-by crack tip

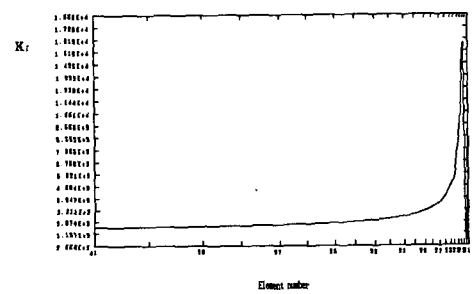

Fig. 7 Stress based stress intensity factor at distant crack tip

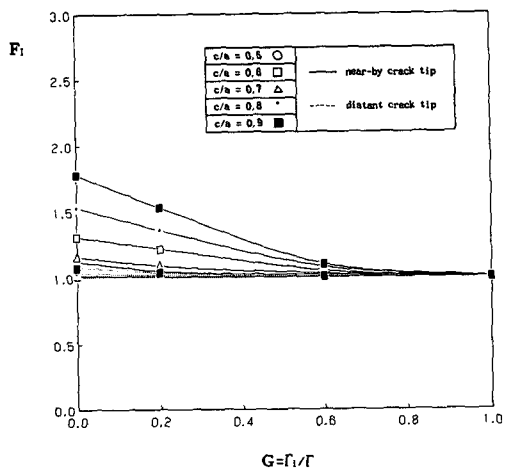

Fig. 8 Crack tip stress intensity factor versus shear modulus rates

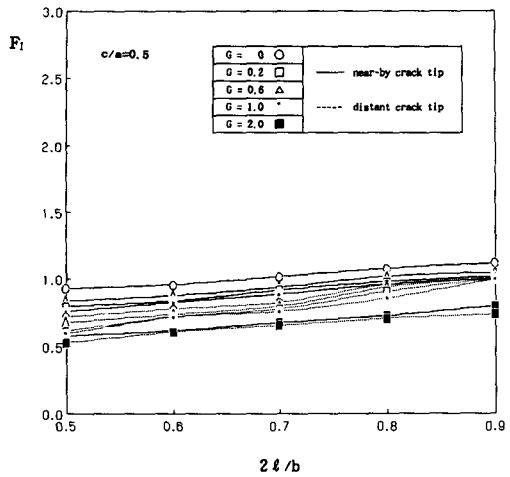

Fig. 9 Crack tip stress intensity factor versus 2 l/b

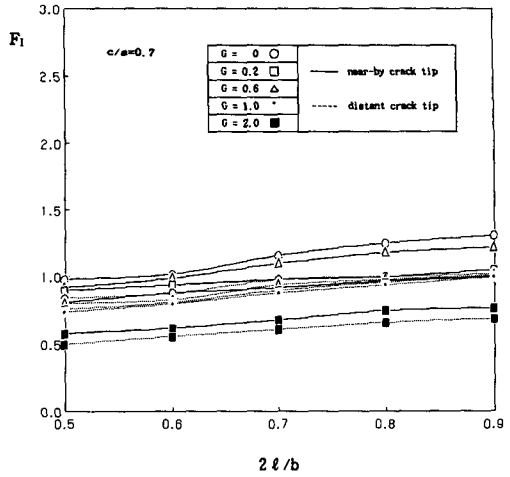

Fig. 11 Crack tip stress intensity factor versus 2 l/b

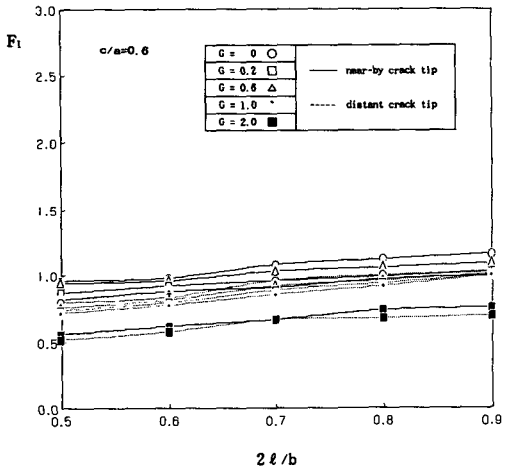

Fig. 10 Crack tip stress intensity factor versus 2 l/b

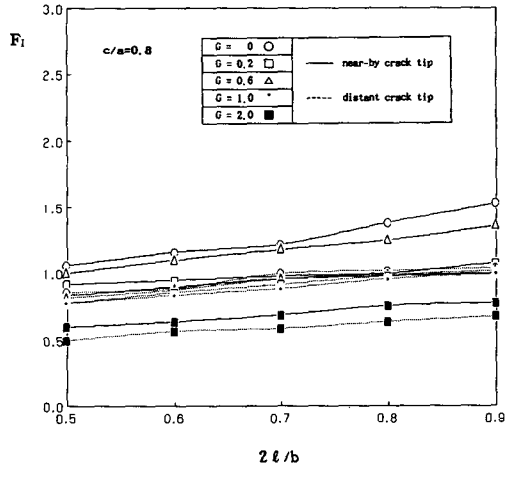

Fig. 12 Crack tip stress intensity factor versus 2 l/b

확대계수를 전단계수비에 따라 표시한 것으로 균열길이가 진전됨에 따라 Fig. 9와 같은 경향을 나타내며 stiffness가 작은 함유물인 경우 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 stiffness가 큰 함유물보다 응력확대계수가 증가한다. 그러나 $G=2.0$인 stiffness가 큰 함유물은 $2\ell/b=0.7$에서 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 동일한 값을 표시하고 있다. 이것은 강체의 강성지지와 균열선단의 응력 상호간섭이 평형을 이루는 것으로 생각된다.

Fig. 11은 $c/a=0.7$일 때 균열길이에 대한 응력확대계수를 전단계수비에 따라 표시한 것으로 균열길이가 진전됨에 따라 Fig. 10과 같은 경향을 나타내고 있으며 stiffness가 작은 함유물인 $G=0$과 $G=0.6$이 균열진전 길이 $2\ell/b=0.6$부터 함유물 근처의 균열선단에서 급격한 응력확대계수의 증가를 표시하고 있으며 $G=0.2$와 $G=1.0$은 함유물 근처의 균열선단에서 완만한 증가를 보이고 있다. 이것은 응력 상호간섭이 함유물의 종류 및 함유물의 반경변화와 함유물과 균열의 거리변화에 의해서도 영향을 받으며 또한 균열이 진전됨에 의해서도 새로운 경계조건이 생성되므로 경계조건의 변화에 수반되는 함유물에 의한 응력분포가 균열선단 응력분포에 강하게 또는 약하게 영향을 미치는 반복현상을 일으키는 것으로 생각할 수 있다. $G=2.0$인 stiffness가 큰 함유물의 응력확대계수는 균열이 진전됨

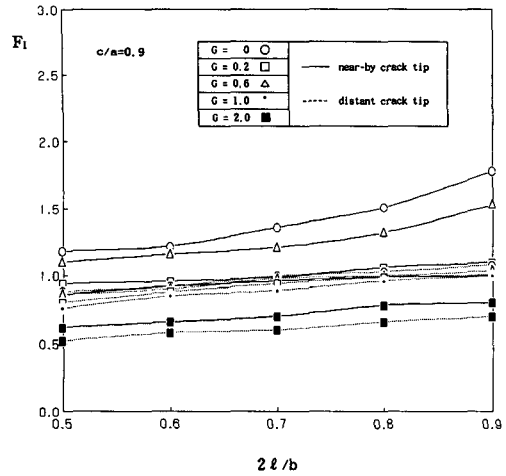

Fig. 13 Crack tip stress intensity factor versus 2 l/b

에 의하여 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 다른 함유물에 비하여 일정한 간격을 유지하면서 서서히 증가하고 있다.

Fig. 12와 Fig. 13은 $c/a=0.8$, $c/a=0.9$일 때 균열길이에 대한 응력확대계수를 전단계수비에 따라 표시한 것으로 균열길이가 진전됨에 따라 stiffness가 작은 함유물인 $G=0$과 $G=0.6$이 균열진전길이 $2\ell/b=0.6$부터 함유물 근처의 균열선단에서 급격히 응력확대계수가 증가한다. 그러나 그 이외의 경우는 Fig. 11과 같은 경향을 나타내고 있다. 이것은 응력 상호간섭이 stiffness가 작은 함유물의 반경길이에 해당하는 직선균열 진전 이후에도 균열과 함유물의 응력장의 상호간섭에 의한 반복현상이 유지됨을 알 수 있다. 이러한 응력 상호간섭의 반복현상은 앞으로 연구할 과제이며 본 해석의 자료로부터 다공체 파괴역학의 기초자료로 활용될 수 있음이 기대된다.

5. 결 론

원형 함유물에 의한 균열선단의 응력장에 미치는 영향을 조사하기 위하여 탄성계수가 다른 이종재료 함유물 해석용 2차원 경계요소법 프로그램을 개발하여 원형 함유물과 균열의 상호간섭 문제를 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) Stiffness가 작은 함유물의 응력확대계수는 함유물 근처의 균열선단에서 stiffness가 큰 함유물보다 크며 함유물에서 먼곳의 균열선단에서는 서로 비슷한 경향을 나타내고 있다. stiffness가 큰 함유물에서는 함유물의 반경에 관계없이 함유물 근처의 균열선단이나 함유물에서 먼곳의 균열선단에서 응력확대계수는 동일한 값을 나타내고 있다.

(2) 직선균열은 stiffness가 작은 함유물의 종류와 함유물의 반경에 의하여 응력 상호간섭이 반복현상을 일으키며 stiffness가 큰 함유물에서는 상호간섭에 의한 반복현상은 미약하다.

(3) 응력 상호간섭은 stiffness가 작은 함유물의 반경길이에 해당하는 직선 균열진전 이후에도 반복현상이 유지됨을 알 수 있다.

참고문헌

(1) Williams, M. L., 1957, "On the Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *J. App. Mech.*, Vol. 24, pp. 109~114.

(2) Williams, M. L., 1961, "The Bending Stress Distribution at the Base of a Stationary Crack," *J. App. Mech.*, Vol. 28, pp. 78~82.

(3) England, A. H., 1962, "An Arc Crack around a Circular Elastic Inclusion," *J. App. Mech.*, Vol. 33, pp. 637~640.

(4) Tamate, O., 1968, "The Effect of a Circular Inclusion on the Stresses around a Line Crack in a Sheet under Tension, *Int. J. of Fract. Mech.*, Vol. 4, Nr. 3, pp. 257~265.

(5) Toya, M., 1974, A Crack along the Interface of a Circular Inclusion Embedded in an Infinite Solid," *J. Mech. Phys. Solid*, Vol. 22, pp. 325~348.

(6) Toya, M., 1975, "Debonding along the Interface of an Elliptic Rigid Inclusion," *Int. J. Fract.*, Vol. 6, pp. 989~1002.

(7) Erdogan, F., Gupta, G. D. and Ratwani, M., 1974, Interaction between a Circular Inclusion and an Arbitrarily Oriented Crack," *J. App. Mech.*, pp. 1007~1013.

(8) Erdogan, F. and Gupta, G. D., 1975, "The Inclusion Problem with a Crack Crossing the Boundary," *Int. J. of Fract.*, Vol 11, No. 1., pp. 13~27.

(9) Hsu, Y. C. and Shivakumat, V., 1976, Interaction between an Elastic Circular Inclusion and two Symmetrically Placed Collinear Cracks," *Int. J. of Fract.*, Vol. 12, No. 4, pp. 619~630.

(10) Sheng, C. F. and Wheeler, L., 1981, "Crack Path Prediction for a Kinked Crack in the Neighborhood of a Circular Inclusion in an Infinite Medium," *J. App. Mech.*, Vol. 48, pp. 313~319.

(11) Brebbia, C. A., Telles, J. F. and Wrobel, L. C., 1984, *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, Berlin.

(12) 結城, 木須, 1987, 境界要素法による彈性解析, 培風館, 東京.

(13) Isida., M. 1973, "Analysis of Stress Intensity Factors for the Tension of a Centrally Cracked Strip with Stiffened Edges," *Engng Frac. Mech.*, Vol. 5, No. 3, pp. 647~665.

(14) 結城, 木顔, 松本, 1984, "境界要素法による應力擴大係數の 決定法," 第一回 境界要素法 シンポシウム, pp. 85~90.