

(論 文)

## 원형 이중접치기 접착조인트의 해석해에 관한 연구

이수정\* · 이대길\*\*

(1993년 10월 23일 접수)

### An Analytic Study for the Adhesively Bonded Tubular Double Lap Joint

Su Jeong Lee and Dai Gil Lee

**Key Words :** Adhesive Joint(접착조인트), Double Lap Joint(이중접치기 조인트), Analytic Solution(해석해)

#### Abstract

The adhesively bonded tubular double lap joint has better torque transmission capability and reliability in bonding operation than the single lap joint. In this paper, an analytic solution for the torque transmission capabilities and stress distributions of the adhesively bonded tubular double lap joint was derived assuming the linear properties of the adhesive and adherends. From the calculation, it was found that the torque transmission capabilities of the double lap joint was more than 40% larger compared to that of the single lap joint.

#### 1. 서 론

기계요소들의 접합에 사용되는 에폭시 접착제는 일반적으로 고무성분을 첨가하여 인성을/강화하여 사용된다. 따라서 접착제는 상당한 비선형 성질을 가지고 있으며, 이러한 성질은 간단한 인장실험에 의하여 쉽게 확인할 수 있다. 이러한 물성을 가지는 접착제를 사용하여 접합한 기계요소들도 비선형의 거동을 나타내게 된다. 그러나, 이러한 비선형 거동의 해석해는 매우 복잡하며, 많은 경우에 구할 수가 없다. 따라서, 여러가지 가정들을 함으로서 대상을 단순화시켜 탄성해를 구하게 된다. Adams<sup>(1)</sup>가 비틀림 하중하에서의 원형 단일접치기(single lap) 접착조인트에 작용하는 응력을 해석적으로 구한 이후, 많은 사람들에 의해 해석해 및 유효요소법에 의하여 접착조인트의 연구가 수행되어 왔다.

즉, 접착제의 점탄성 거동을 고려한 연구,<sup>(2)</sup> 복합 재료 피접착물을 가지는 조인트에 대한 연구,<sup>(3~5)</sup> 여러가지 종류의 접착조인트에 관한 연구,<sup>(6)</sup> 접착조인트의 피로강도에 관한 연구,<sup>(7)</sup> 원형 접착조인트의 파괴모델에 관한 연구,<sup>(8)</sup> 등의 많은 연구가 수행되어 왔다.

앞에서 언급한 것과 같이 원형 단일접치기 접착조인트에 관한 많은 연구가 수행되었고 더욱 진보된 결과들이 나왔음에도 불구하고, 원형 단일접치기 접착조인트를 설계하는 과정에서는 Adams<sup>(1)</sup>의 간단한 선형 해석해를 많이 사용하게 된다. 이는 접착조인트가 동적인 하중하에서 사용되기 때문에 비록 조인트의 정적 하중용량을 정확하게 계산할 수 있는 방법이 존재하더라도, 그 결과를 동적 하중용량으로 변환할 수 없으므로 해서 실제적인 활용에서 많은 제한을 받게 되기 때문이다.

그러나, 선형의 해석해는 재료의 비선형거동을 고려한 정확한 해석의 결과보다 작은 정적 용량을 나타내게 되며, 따라서 조인트의 설계에 있어서 더 큰 안전계수를 갖게 되므로 과설계(over design)하

\*한국과학기술원 대학원 정밀공학과

\*\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

는 결과를 나타낸다. 비록 이러한 단점은 있으나, 선형 해석해는 해의 간편함과 설계변수의 노출 등에 있어서 비선형 해보다 장점이 있다.

본 논문에서는 비틀림 하중을 받는 원형 단일겹치기 접착조인트의 선형 해석해와 비교하여 이중겹치기(double lap) 조인트의 토크용량이 어느 정도 우수한 지를 규명하고자 한다.

## 2. 응력 및 토크용량 계산

Fig. 1은 일반적인 원형 이중겹치기 접착조인트의 형태를 보여주고 있다. 그리고, Fig. 2는 각각 축방향으로의 위치가  $z$ 인 경우와  $z+\Delta z$ 인 경우에 대해 단면에서의 토크전달상태와 변형상태를 나타내고 있다.

해석해를 유도하기 위하여 다음과 같은 가정들을 하였다. 피접착물은 전단응력  $\tau_{\theta z}$ 의 응력성분만을 갖고 접착제는 전단응력  $\tau_{rz}$ 의 응력성분만을 갖는다. 피접착물의 가로 탄성계수는  $G_{\theta z}$ 로 접착제의 가로 탄성계수는  $G_{rz}$ 로 나타내었으며, 위의 가정에 의하여 유도되는 해석해는 피접착물이 직교이방성의 성질을 나타낼 때에도 사용할 수가 있다.

Fig. 2로부터 기하학적 적합성의 조건을 찾으면 다음과 같다.

$$(\gamma_a + \Delta\gamma_a)\eta_1 - \gamma_a\eta_1 = \gamma_{2i}\Delta z - \gamma_{1o}\Delta z \quad (1)$$

$$(\gamma_b + \Delta\gamma_b)\eta_2 - \gamma_b\eta_2 = -\gamma_{1i}\Delta z + \gamma_{3o}\Delta z \quad (2)$$

여기서,  $\eta_1 = r_{2i} - r_{1o}$ ,  $\eta_2 = r_{1i} - r_{3o}$

$r_{1i}$ ,  $r_{2i}$ 는 피접착물 ①과 ②의 안쪽 반경이고,  $r_{1o}$ ,  $r_{3o}$ 는 피접착물 ①과 ③의 바깥쪽 반경이다. 또한  $\gamma_a$ 는 바깥쪽 접착제의 전단변형률이고  $\gamma_b$ 는 안쪽 접착제의 전단변형률이고,  $\gamma_{1i}$ 와  $\gamma_{2i}$ 는 피접착물 ①과 ②의 안쪽 전단변형률이고,  $\gamma_{1o}$ 와  $\gamma_{3o}$ 는 피접착물 ①과 ③의 바깥쪽 전단변형률이다. 위의 두 식은 다음과 같은 미분방정식의 형태로 간단히 표시된다.

$$\eta_1 \frac{d\gamma_a}{dz} = \gamma_{2i} - \gamma_{1o} \quad (3)$$

$$\eta_2 \frac{d\gamma_b}{dz} = \gamma_{1i} - \gamma_{3o} \quad (4)$$

접착층의 두께가 매우 얇다고 가정하고, Fig. 2에 평형방정식을 적용하면 다음과 같다.

$$T_2 + \Delta T_2 - T_2 = \tau_a 2\pi a^2 \Delta z \quad (5)$$

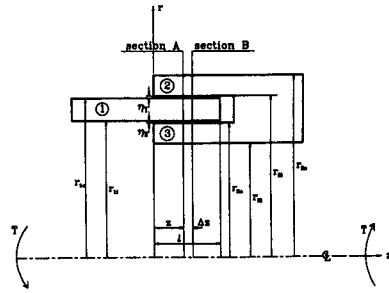


Fig. 1 Configuration of the adhesively bonded tubular double lap joint (① represents the male adherend, ② and ③ represent the outer and inner layers of the female adherend, respectively)

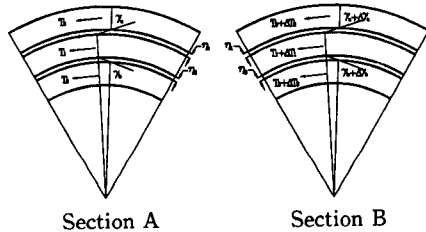


Fig. 2 Torques and shear strains on the cross-sections at  $z=z$  and  $z+\Delta z$  of the adhesively bonded tubular double lap joint of Fig. 1

$$T_3 + \Delta T_3 - T_3 = \tau_b 2\pi b^2 \Delta z \quad (6)$$

$$T_1 + \Delta T_1 - T_1 = -\tau_a 2\pi a^2 \Delta z - \tau_b 2\pi b^2 \Delta z \quad (7)$$

여기서,  $a = \frac{r_{1o} + r_{2i}}{2}$ ,  $b = \frac{r_{1i} + r_{3o}}{2}$

$\tau_a$ 와  $\tau_b$ 는 각각 바깥쪽과 안쪽 접착층에 작용하는 전단응력이다.  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ 는 피접착물 ①, ②, ③에 작용하는 토크이다. 위의 세 식을 미분 방정식의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{dT_2}{dz} = 2\pi a^2 \tau_a \quad (8)$$

$$\frac{dT_3}{dz} = 2\pi b^2 \tau_b \quad (9)$$

$$\frac{dT_1}{dz} = -2\pi a^2 \tau_a - 2\pi b^2 \tau_b \quad (10)$$

그리고,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ 는 다음의 관계식을 만족한다.

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \frac{\tau_a J_1}{r_{1o}} + \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} + \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \quad (11)$$

여기서,  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$ 는 각각 피접착물 ①, ②, ③의 극관성 모멘트이며,  $r_{1o}$ 는 피접착물 ①의 바깥반

경,  $r_{2i}$ 는 피접착물 ②의 안쪽반경,  $r_{3o}$ 는 피접착물 ③의 바깥반경이다. 또한  $\tau_{1o}$ ,  $\tau_{2i}$  및  $\tau_{3o}$ 는  $r_{1o}$ ,  $r_{2i}$ ,  $r_{3o}$ 에서의 피접착물의 전단응력을 나타낸다. 식(8)에 접착제의 전단응력을 접착제의 가로 탄성계수와 전단변형률의 관계로서  $\tau_a = G_a \gamma_a$ 와 식(3)을 대입하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_1 \frac{d^2 T_2}{dz^2} &= 2\pi a^2 \eta_1 \frac{d\tau_a}{dz} \\ &= 2\pi a^2 \eta_1 G_a \frac{d\gamma_a}{dz} \\ &= 2\pi a^2 G_a (\gamma_{2i} - \gamma_{1o}) \\ &= 2\pi a^2 G_a \left( \frac{\tau_{2i}}{G_2} - \frac{\tau_{1o}}{G_1} \right) \end{aligned} \quad (12)$$

식(12)에  $\frac{d^2 T_2}{dz^2} = \frac{d^2}{dz^2} \left( \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} \right)$ 를 대입하면 다음 식과 같다.

$$\frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} = 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \left( \frac{\tau_{2i}}{G_2} - \frac{\tau_{1o}}{G_1} \right) \quad (13)$$

안쪽과 바깥쪽의 접착층의 재료가 동일하면,  $G_a$ 와  $G_b$ 가 같게 된다. 이 경우에 식(9)에  $\tau_b = G_a \gamma_b$ 와 식(4)를 대입하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \eta_2 \frac{d^2 T_3}{dz^2} &= 2\pi b^2 \eta_2 \frac{d\tau_b}{dz} \\ &= 2\pi b^2 \eta_2 G_a \frac{d\gamma_b}{dz} \\ &= -2\pi b^2 G_a (\gamma_{1i} - \gamma_{3o}) \\ &= -2\pi b^2 G_a \left( \frac{\tau_{1i}}{G_1} - \frac{\tau_{3o}}{G_3} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)에  $\frac{d^2 T_3}{dz^2} = \frac{d^2}{dz^2} \left( \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \right)$ 를 대입하면 다음 식과 같다.

$$\frac{d^2 \tau_{3o}}{dz^2} = -2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{3o}}{J_3} \left( \frac{\tau_{1i}}{G_1} - \frac{\tau_{3o}}{G_3} \right) \quad (15)$$

조인트의 모든 길이에 대하여 토크  $T = T_1 + T_2 + T_3$ 는 일정하며,  $z=l$ 인 경우에  $T_1=0$ 이므로

$$T = T_{2i} + T_{3i} = \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} + \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \quad (16)$$

가 되며 식(11)에서

$$\tau_{1o} = \frac{r_{1o}}{J_1} \left( T - \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} - \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \right) \quad (17)$$

으로 표시된다.

식(17)을 식(13)에 대입하면 다음 식과 같다.

$$\frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} = 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \left[ \frac{\tau_{2i}}{G_2} - \frac{r_{1o}}{G_1 J_1} \left( T - \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} - \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \right) \right]$$

$$\begin{aligned} &= 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \left( \frac{r_{2i}}{J_2 G_2} + \frac{r_{1o}}{J_1 G_1} \right) \tau_{2i} \\ &\quad - 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \frac{r_{1o}}{G_1 J_1} T \\ &\quad + 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \frac{r_{1o}}{G_1 J_1} \frac{J_3}{r_{3o}} \tau_{3o} \end{aligned} \quad (18)$$

식(17)을  $r=r_{1i}$ 인 경우에 적용하면

$$\tau_{1i} = \frac{r_{1i}}{J_1} \left( T - \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} - \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \right) \quad (19)$$

이 된다. 식(19)를 식(15)에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tau_{3o}}{dz^2} &= -2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{3o}}{J_3} \left[ \frac{r_{1i}}{G_1 J_1} \left( T - \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}} - \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}} \right) - \frac{\tau_{3o}}{G_3} \right] \\ &= 2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \left( \frac{r_{1i}}{J_1 G_1} + \frac{r_{3o}}{J_3 G_3} \right) \tau_{3o} \\ &\quad - 2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{1i}}{G_1 J_1} \frac{r_{3o}}{J_3} T \\ &\quad + 2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{3o}}{J_3} \frac{r_{1i}}{G_1 J_1} \frac{J_2 \tau_{2i}}{r_{2i}} \end{aligned} \quad (20)$$

이 된다.

식(18)과 식(20)은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} = \alpha_1 \tau_{2i} + \alpha_2 + \alpha_3 \tau_{3o} \quad (21)$$

$$\frac{d^2 \tau_{3o}}{dz^2} = \alpha_4 \tau_{3o} + \alpha_5 + \alpha_6 \tau_{2i} \quad (22)$$

여기서,  $\alpha_1 = 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \left( \frac{r_{2i}}{J_2 G_2} + \frac{r_{1o}}{J_1 G_1} \right)$

$$\alpha_2 = -2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \frac{r_{1o}}{G_1 J_1} T$$

$$\alpha_3 = 2\pi a^2 G_a \frac{1}{\eta_1} \frac{r_{2i}}{J_2} \frac{r_{1o}}{G_1 J_1} \frac{J_3}{r_{3o}}$$

$$\alpha_4 = 2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \left( \frac{r_{1i}}{J_1 G_1} + \frac{r_{3o}}{J_3 G_3} \right)$$

$$\alpha_5 = -2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{1i}}{G_1 J_1} \frac{r_{3o}}{J_3} T$$

$$\alpha_6 = 2\pi b^2 G_a \frac{1}{\eta_2} \frac{r_{3o}}{J_3} \frac{r_{1i}}{G_1 J_1} \frac{J_2}{r_{2i}}$$

식(21)로부터

$$\tau_{3o} = \frac{1}{\alpha_3} \left( \frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} - \alpha_1 \tau_{2i} - \alpha_2 \right) \quad (23)$$

으로 표현될 수 있고, 식(23)을 식(22)에 대입하면

$$\frac{d^4 \tau_{2i}}{dz^4} - (\alpha_1 + \alpha_4) \frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} + (\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_5) \tau_{2i} + (\alpha_2 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_5) = 0 \quad (24)$$

와 같은 4차 상미분방정식으로 나타낸다.

식(24)를 간단히 나타내면

$$\frac{d^4 \tau_{2i}}{dz^4} + \beta_1 \frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} + \beta_2 \tau_{2i} + \beta_3 = 0 \quad (25)$$

여기서,  $\beta_1 = -(\alpha_1 + \alpha_4)$

$$\beta_2 = \alpha_1 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_5$$

$$\beta_3 = \alpha_2 \alpha_4 - \alpha_3 \alpha_5$$

로 표시되고 식(25)의 미분방정식의 해는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tau_{2i} = A \cdot \sinh(\lambda_1 z) + B \cdot \sinh(\lambda_2 z) + C \cdot \cosh(\lambda_3 z) + D \cdot \cosh(\lambda_4 z) - \frac{\beta_3}{\beta_2} \quad (26)$$

여기서,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 = \pm \sqrt{\frac{-\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2}}$  이고,  $A, B, C, D$ 는 경계조건에 의하여 결정되는 상수이다.

식(26)의 경계조건은 다음과 같다.

$z=0$ 에서

$$\tau_{2i} = 0 \text{ 와 } \tau_{3o} = 0 \quad (27)$$

이므로, 식(21)에서

$$\frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} = \alpha_1 \tau_{2i} + \alpha_2 + \alpha_3 \tau_{3o} = \alpha_2 \quad (28)$$

$z=l$ 에서는 피접착물 ②와 ③이 동일한 회전각을 갖는다는 가정을 이용하면 피접착물 ②와 ③에서의 전단응력은 형상과 가해진 토크에 의해 다음과 같이 간단히 표시할 수 있다.

$$\tau_{2i} = \frac{r_{2i} T}{J_2 + J_3} \text{ and } \tau_{3o} = \frac{r_{3o} T}{J_2 + J_3} \quad (29)$$

이므로, 식(21)에서

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} &= \alpha_1 \tau_{2i} + \alpha_2 + \alpha_3 \tau_{3o} \\ &= \alpha_1 \frac{r_{2i} T}{J_2 + J_3} + \alpha_2 + \alpha_3 \frac{r_{3o} T}{J_2 + J_3} \end{aligned} \quad (30)$$

식(27)과 식(28)을 식(26)에 대입하면

$$\tau_{2i} = C + D - \frac{\beta_3}{\beta_2} = 0 \quad (31)$$

$$\frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} = \lambda_3^2 C + \lambda_4^2 D = \alpha_2 \quad (32)$$

이 된다. 식(29)과 식(30)을 식(26)에 대입하면

$$\begin{aligned} \tau_{2i} &= A \cdot \sinh(\lambda_1 l) + B \cdot \sinh(\lambda_2 l) \\ &\quad + C \cdot \cosh(\lambda_3 l) + D \cdot \cosh(\lambda_4 l) - \frac{\beta_3}{\beta_2} \\ &= \frac{r_{2i} T}{J_2 + J_3} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \tau_{2i}}{dz^2} &= A \lambda_1^2 \cdot \sinh(\lambda_1 l) + B \lambda_2^2 \cdot \sinh(\lambda_2 l) \\ &\quad + C \lambda_3^2 \cdot \cosh(\lambda_3 l) + D \lambda_4^2 \cdot \cosh(\lambda_4 l) \\ &= \alpha_2 + \frac{\alpha_1 r_{2i} + \alpha_3 r_{3o}}{J_2 + J_3} T \end{aligned} \quad (34)$$

이 된다. 식(31), (32), (33), (34)로부터 상수들을 구해보면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{(\lambda_2^2 - \lambda_1^2) \sinh(\lambda_1 l)} \left[ \lambda_2^2 \frac{\beta_3}{\beta_2} - \alpha_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_1 r_{2i} + \alpha_3 r_{3o} - \lambda_2^2 r_{2i}}{J_2 + J_3} T \right. \\ &\quad \left. - C(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \cosh(\lambda_3 l) \right. \\ &\quad \left. - D(\lambda_2^2 - \lambda_4^2) \cosh(\lambda_4 l) \right] \end{aligned} \quad (35a)$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \sinh(\lambda_2 l)} \left[ \lambda_1^2 \frac{\beta_3}{\beta_2} - \alpha_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_1 r_{2i} + \alpha_3 r_{3o} - \lambda_1^2 r_{2i}}{J_2 + J_3} T \right. \\ &\quad \left. - C(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) \cosh(\lambda_3 l) \right. \\ &\quad \left. - D(\lambda_1^2 - \lambda_4^2) \cosh(\lambda_4 l) \right] \end{aligned} \quad (35b)$$

$$C = \frac{\lambda_4^2 \frac{\beta_3}{\beta_2} - \alpha_2}{\lambda_4^2 - \lambda_3^2} \quad (35c)$$

$$D = \frac{\alpha_2 - \lambda_3^2 \frac{\beta_3}{\beta_2}}{\lambda_4^2 - \lambda_3^2} \quad (35d)$$

위의 결과로부터  $\lambda_1^2 \neq \lambda_2^2$ 이고  $\lambda_3^2 \neq \lambda_4^2$ 를 만족해야 함을 알 수 있다.

따라서, 특성방정식의 해는 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{-\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2}} \quad (36a)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{-\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2}} \quad (36b)$$

$$\lambda_3 = -\sqrt{\frac{-\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2}} \quad (36c)$$

$$\lambda_4 = -\sqrt{\frac{-\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2}} \quad (36d)$$

식(26)과  $T_2 = \frac{\tau_{2i} J_2}{r_{2i}}$ 를 식(8)에 대입하면

$$\tau_a = \frac{J_2}{2\pi a^2 r_{2i}} [A\lambda_1 \cosh(\lambda_1 z) + B\lambda_2 \cosh(\lambda_2 z) + C\lambda_3 \cosh(\lambda_3 z) + D\lambda_4 \cosh(\lambda_4 z)] \quad (37)$$

와 같이 바깥쪽 접착체에 작용하는 전단응력을 구할 수 있다.

그리고, 식(26)을 식(23)에 대입해서 피접착물 ③에 작용하는 응력을 구해보면

$$\tau_{3o} = \frac{1}{\alpha_3} \{ A(\lambda_1^2 - \alpha_1) \sinh(\lambda_1 z) + B(\lambda_2^2 - \alpha_1) \sinh(\lambda_2 z) + C(\lambda_3^2 - \alpha_1) \cosh(\lambda_3 z) + D(\lambda_4^2 - \alpha_1) \cosh(\lambda_4 z) - \alpha_2 \} \quad (38)$$

와 같이 나타나며, 식(38)과  $T_3 = \frac{\tau_{3o} J_3}{r_{3o}}$ 를 식(9)에 대입하면

$$\tau_o = \frac{J_3}{2\pi b^2 r_{3o} \alpha_3} \{ A(\lambda_1^2 - \alpha_1) \lambda_1 \cos(\lambda_1 z) + B(\lambda_2^2 - \alpha_1) \lambda_2 \cosh(\lambda_2 z) + C(\lambda_3^2 - \alpha_1) \lambda_3 \sinh(\lambda_3 z) + D(\lambda_4^2 - \alpha_1) \lambda_4 h(\lambda_4 z) - \alpha_2 \} \quad (39)$$

과 같이 안쪽 접착체에 작용하는 응력을 구할 수

있다.

그리고, 피접착물 ①에 작용하는 응력은 앞에서 얻어진 식(33), 식(38)을 식(11)에 대입하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\tau_{1o} = \frac{r_{1o}}{J_1} \left\{ T - A \left( \frac{J_2}{r_{2i}} + \frac{J_3}{r_{3o}} \frac{\lambda_1^2 - \alpha_1}{\alpha_3} \right) \sinh(\lambda_1 z) - B \left( \frac{J_2}{r_{2i}} + \frac{J_3}{r_{3o}} \frac{\lambda_2^2 - \alpha_1}{\alpha_3} \right) \sinh(\lambda_2 z) - C \left( \frac{J_2}{r_{2i}} + \frac{J_3}{r_{3o}} \frac{\lambda_3^2 - \alpha_1}{\alpha_3} \right) \cosh(\lambda_3 z) - D \left( \frac{J_2}{r_{2i}} + \frac{J_3}{r_{3o}} \frac{\lambda_4^2 - \alpha_1}{\alpha_3} \right) \cosh(\lambda_4 z) + \frac{J_2}{r_{2i}} \frac{\beta_3}{\beta_2} + \frac{J_3}{r_{3o}} \frac{\alpha_2}{\alpha_3} \right\} \quad (40)$$

위의 과정을 통해 피접착물 ①, ②, ③에 작용하는 응력, 안쪽 및 바깥쪽 접착층에 작용하는 응력 모두를 유도하였다.

### 3. 해석결과

원형 이중접치기 조인트가 응력분포의 측면에서 원형 단일접치기 조인트보다 어느 정도 더 우수한

**Table 1** Simulation conditions of the torque capacities of the adhesively bonded tubular single lap and double lap joints center align

	Single lap joint	Double lap joint	Note
$r_{1o}$ (mm)	30.0	30.0	$t_{ad}① = 3.0$ mm
$r_{1i}$ (mm)	27.0	27.0	
$r_{2o}$ (mm)	Not applicalble	33.1 / 34.0	$t_{ad}② = 3.0$ mm
$r_{2i}$ (mm)	Not applicalble	30.1/34.0	
$r_{3o}$ (mm)	26.9/26.0	26.9/26.0	$t_{ad}③ = 3.0$ mm
$r_{3i}$ (mm)	23.9/23.0	23.9/23.0	
$\eta$ (mm)	0.1/1.0	0.1/1.0	Two different cases
l(mm)	40.0	40.0	
Shear modulus of adherend (GPa)	76.9	76.9	Steel
Shear modulus of adhesive (GPa)	0.461	0.461	IPCO 9923 Epoxy sdhesive
Shear strength of adhesive (MPa)	30.0	30.0	

※  $t_{ad}$  = thickness of the adherend

지 살펴보기 위해 Table 1의 자료를 이용하여 비틀림 하중하의 원형 단일겹치기 접착조인트와 원형 이중겹치기 접착조인트의 접착층에 작용하는 전단 응력의 분포를 계산하였다. 사용된 조인트의 치수는 Fig. 1의 치수로 정의된다. 비교를 위한 원형 단일겹치기 접착조인트는 Fig. 3과 같고, Fig. 1의 원형 이중겹치기 접착조인트와 비교해서 피접착물 ②가 제거된 형태이다. 그리고, 원형 단일겹치기 접착조인트에 관한 Adams의 해석해는 부록에 포함되어 있다.

실제로 원형 이중겹치기 접착조인트의 설계변수로 나타낼 수 있는 요소에는 조인트의 형상을 결정하는 모든 변수들, 즉  $r_{1o}, r_{1i}, r_{2o}, r_{2i}, r_{3o}, r_{3i}, G_a, G_1, G_2, G_3, l$  등이 해당될 수 있다. 그러나, 본 연구에서는 모든 변수들을 고정시키고 동일하게 가해지는 토크하에서의 응력분포상태를 살펴보고, 응력분포의 관점에서 원형 이중겹치기 접착조인트가 원형 단일겹치기 접착조인트보다 토크전달 능력이 더 우수해지는 지를 살펴보고자 한다.

Fig. 4는 1000 N·m의 토크를 가했을 때에 접착층에 작용하는 전단응력을 나타낸 것이다. 접착층에 작용하는 전단응력은 접착층의 두께에 대한 회전방향으로의 변형량으로 표시되므로, 접착층의 두께가 0.1 mm인 경우보다 1.0 mm인 경우에 응력분

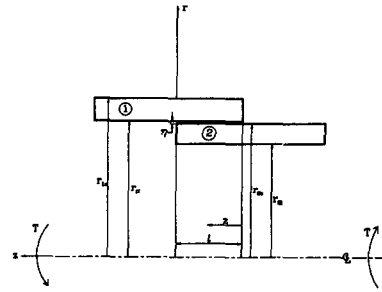


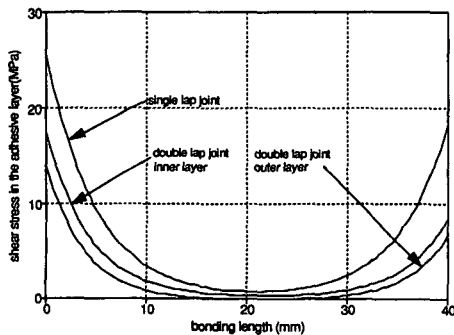
Fig. 3 Configuration of the adhesively bonded tubular single lap joint (① represents the outer adherend, ② represent the inner adherend)

포가 훨씬 완만하게 나타나는 것을 볼 수 있고, 이러한 현상은 원형 단일겹치기 접착조인트의 경우와 일치하며 접착층의 두께가 증가할수록 크게 나타나게 된다. 그리고, Table 2는 접착제의 최대 전단 파괴응력을 30 MPa로 할 때 접착조인트가 파괴될 때의 토크를 계산한 것이다. 토크전달의 측면에서 원형 이중겹치기 접착조인트가 원형 단일겹치기 접착조인트에 비해 접착층의 두께가 0.1과 1.0 mm인 경우에 대하여 각각 46%와 61%씩 큰 것으로 나타났다.

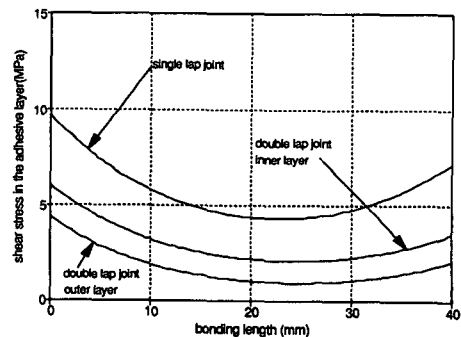
보다 효율적인 조인트의 설계를 위해서는 피접착

Table 2 Calculated torque capacities of the adhesively bonded tubular single lap and double lap joints when the adhesive shear strength was 30MPa center align

	Single lap joint	Double lap joint	Note
0.1 mm adhesive thickness	1,162 Nm	1,702 Nm	46% improved
1.0 mm adhesive thickness	3,080 Nm	4,967 Nm	61% improved



(a) 0.1 mm adhesive thickness



(b) 1.0 mm adhesive thickness

Fig. 4 Shear stress distributions in the adhesive layers when the applied torque was 1000N·m

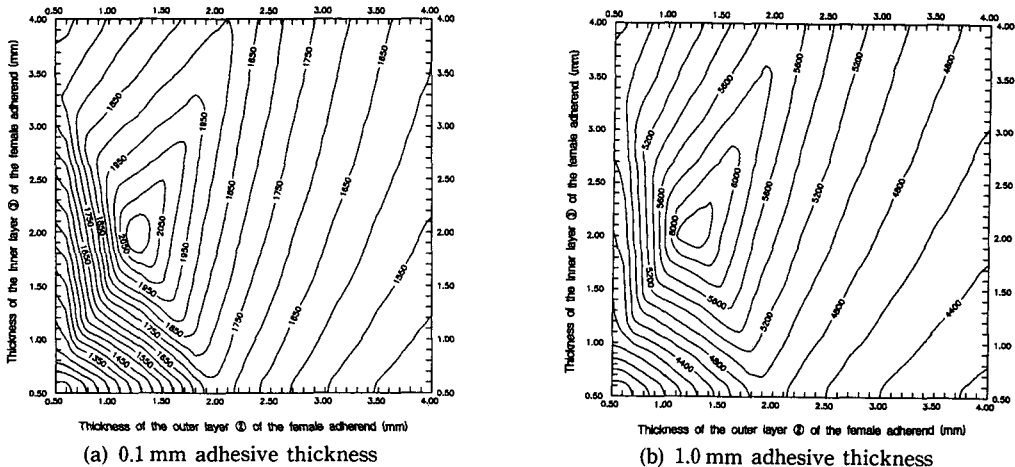
물 ②와 ③의 두께를 잘 조절하여 Fig. 4의 응력분포에서 이중접치기의 안쪽과 바깥쪽에 작용하는 응력의 최대 크기가 작아지면서, 동일해지도록 만들어야 한다. 이를 확인하기 위해 Table 3의 자료를 이용하여 원형 이중접치기 접착조인트를 구성하고 피접착물 ②와 ③의 두께를 각각 0.5에서 4.0 mm 까지 변화시키면서 조인트의 토크를 계산하였다.

Fig. 5는 위의 계산결과를 나타내며, Table 4는 토크의 크기가 최대가 되는 조건을 나타낸다. Fig. 4를 살펴보면, 토크가 최대가 되는 조건은 각각의 경우에 대해 하나씩 존재하는 것을 알 수 있고, 근사적으로  $J_1=J_2+J_3$ 의 관계가 성립하는 것을 알 수 있다. 이것은 원형 단일접치기 접착조인트의 두 피접착물의 전단 탄성계수가 동일한 경우에 두 피접

**Table 3** Simulation conditions of the effect of the adherend thickness on the torque transmission capabilities

	$t_{ad}$ of ②, ③=0.5~4.0 mm	
	0.1 mm adhesive thickness	1.0 mm adhesive thickness
$r_{10}$ (mm)	30.0	30.0
$r_{11}$ (mm)	27.0	27.0
$r_{20}$ (mm)	$30.1+t_{ad}②$	$31.0+t_{ad}②$
$r_{21}$ (mm)	30.1	31.0
$r_{30}$ (mm)	26.9	26.0
$r_{31}$ (mm)	$26.9-t_{ad}③$	$26.0-t_{ad}③$
$\eta$ (mm)	0.1	1.0
$l$ (mm)	40.0	
Shear modulus of adhesive (GPa)	76.9	
Shear modulus of adhesive (GPa)	0.461	
Shear strength of adherend (GPa)	30.0	

※  $t_{ad}$  = Thickness of the adherend



**Fig. 5** Distributions of the torque transmission capabilities w.r.t. the thicknesses of the adherends ① and ③ when the adhesive shear strength was 30 MPa

**Table 4** Parameter values of the adhesively bonded tubular double lap joint for the maximum torque transmission capability

	0.1 mm adhesive thickness	1.0 mm adhesive thickness
Thickness of the adherend ① (mm)	3.00	3.00
Thickness of the adherend ② (mm)	1.24	1.32
Thickness of the adherend ③ (mm)	1.90	2.10
$J_1(10^{-7}m^4)$	4.376	4.376
$J_2(10^{-7}m^4)$	2.260	2.633
$J_3(10^{-7}m^4)$	2.089	2.530
Torque(N · m)	2,149	6,375

착물의 극관성 모멘트의 크기가 일치할 때 최대의 토크값을 나타내는 것과 유사한 현상이다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 원형 이중접치기 접착조인트의 응력분포를 해석적으로 구하였으며, Adams의 single lap 접착조인트의 응력분포와 비교하였다.

해석결과 접착층의 두께가 0.1 mm인 경우와 1.0 mm인 경우에 대해서 원형 이중접치기 접착조인트가 원형 단일접치기 접착조인트보다 각각 46%와 61%씩 토크전달 능력이 더 큰 것으로 나타났다.

최대의 토크전달 특성을 나타내는 피접착물의 두께는 접착층에 작용하는 응력분포의 측면에서 유일하게 존재하며, 각각의 피접착물의 극관성 모멘트 간에는 근사적으로  $J_1=J_2+J_3$ 의 관계가 있음을 발견하였다.

#### 부 록

원형 단일접치기 접착조인트에 관한 Adams<sup>(1)</sup>의 해석해는 다음과 같다.

$$\tau_a = \frac{T\alpha}{2\pi a^2} \left[ \left\{ \frac{1 - \psi(1 - \cosh(\alpha l))}{\sinh(\alpha l)} \right\} \cosh(\alpha z) - \psi \sinh(\alpha z) \right]$$

여기서,

$$a = \frac{r_{1i} + r_{2o}}{2}$$

$$\delta = \frac{2\pi a^2 r_{2o} G_a}{G_2 J_2 \eta}$$

$$\psi = \frac{G_1 J_1 r_{2o}}{G_1 J_1 r_{2o} + G_2 J_2 r_{1i}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\delta}{\psi}}$$

#### 참고문헌

- (1) Adams, R. D. and Peppiatt, N. A., 1977, "Stress Analysis of Adhesive Bonded Tubular Lap Joints," *Journal of Adhesion*, Vol. 9, pp. 1~18.
- (2) Alwar, R. S. and Nagaraja, Y. R., 1976, "Viscoelastic Analysis of an Adhesive Tubular Joint," *Journal of Adhesion*, Vol. 8, pp. 79~92.
- (3) Theomen, O. T. and Kildegaard, A., 1990, "Analysis of Adhesive Bonded Generally Otrhotropic circular Shells," *Developmens in the Sience and Technology of Composite Materials Fourth European Conference of Composite Materials*, pp. 723~729.
- (4) Chon, C. T., 1982, "Analysis of Tubular Lap Joint in Torsion," *Journal of Compsite Materials*, Vol. 16, pp. 268~284.
- (5) Hipol, P. J., 1984, "Analysis and Opitimization of a Tubular Lap Joint Subjected to Torsion," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 298~311.
- (6) Hart-Smith, L. J., 1981, "Further Developments in the Design and Analysis of Adhesive



Bonded Structural Joints in Joining of Composite Materials," *ASTM STP 749*, pp. 3~31.

- (7) Lee, D. G., Kim, K. S. and Lim, Y. T., 1991, "An Experimental Study of Faigue Strength for Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joints," *Journal of Adhesion*, Vol. 35, pp. 39~53.
- (8) Lee, S. J. and Lee, D. G., 1992, "Development of a Failure Model for the Adhesively Bonded Tubular Single Lap Joint," *Journal of Adhesion*, Vol. 40, pp. 1~14.