

〈論 文〉

## 모형 헬리콥터 정지비행제어에 관한 연구

심현철\* · 이은호\*\* · 이교일\*\*\*

(1993년 10월 11일 접수)

### A Study on Hovering Flight Control for a Model Helicopter

Hyun Chul Shim, Eun Ho Lee and Kyo Il Lee

**Key Words:** Helicopter(헬리콥터), LQG/LTR, Hovering(정지비행), Digital Control(디지털제어)

#### Abstract

A model helicopter has more versatile flight capability than the fixed-wing aircraft and it can be used as an unmanned vehicle in hazardous area. A helicopter, similar to other aircrafts, is an unstable, multi-input multi-output nonlinear system exposed to strong disturbance. So it should be controlled by robust control theories that can be applied to multivariable systems. In this study, motion equations of hovering are established, linearized and transformed into a state equation form. Various parameters are measured and calculated in order to obtain the stability derivatives in the state equation. Hovering flight controller is designed using the digital LQG/LTR(Linear Quadratic Gaussian/Loop Transfer Recovery) control theory. The designed controller is tested by the nonlinear simulations and implemented on an IBM-PC/386. Experiments were carried out on a model helicopter attached to the 3-DOF gimbal. The designed controller showed satisfactory hovering capability to maintain the hovering for more than 40 seconds.

#### 기 호 설 명

$A$  :  $n \times n$  시스템행렬  
 $A_1$  : 측방향 사이클릭 피치각  
 $B$  :  $n \times r$  입력행렬  
 $B_1$  : 장방향 사이클릭 피치각  
 $C$  :  $m \times n$  출력행렬  
 $I$  : 단위행렬  
 $J$  : 2차 성능지수  
 $K_c$  : 제어기 이득행렬  
 $K_f$  : 추정기 이득행렬  
 $m$  : 시스템 출력개수  
 $N$  : 처리잡음 분산행렬  
 $n$  : 시스템 차수(9차)

$Q$  :  $n \times n$  가중치행렬  
 $P_c$  : 대수 리카티식의 제어기 해  
 $P_f$  : 대수 리카티식의 추정기 해  
 $p, q, r$  : 롤, 피치, 요 각속도  
 $R$  :  $r \times r$  가중치행렬  
 $r$  : 제어벡터 차수  
 $t$  : 시간  
 $V$  : 처리잡음 분산 행렬  
 $W$  : 측정잡음 분산 행렬  
 $X$  :  $n$ 차 상태벡터  
 $\phi, \theta, \psi$  : 롤, 피치, 요 각도  
 $\Gamma$  : 추정치 잡음 분산행렬의 제공근  
 $\theta_M$  : 메인로터의 콜렉티브 피치각도  
 $\theta_T$  : 테일로터의 콜렉티브 피치각도  
 $\omega_{cr}$  : 서보의 코너주파수  
 $X$  :  $x$ 방향 힘

\*정회원, 현대자동차 기술연구소  
 \*\*정회원, 서울대학교 제어계측신기술연구소  
 \*\*\*정회원, 서울대학교 기계설계학과

$Y$  :  $y$ 방향 힘  
 $Z$  :  $z$ 방향 힘  
 $R$  : 롤방향 모멘트  
 $M$  : 피치방향 모멘트  
 $N$  : 요방향 모멘트

#### 하첨자

$F$  : 동체  
 $H$  : 수평 안정날개  
 $M$  : 메인로터  
 $T$  : 테일로터  
 $V$  : 수직 안정날개  
 $c$  : 제어기  
 $f$  : 추정기  
 $k$  : 이산 시간지수  
 $x, y, z$  :  $x, y, z$  방향

## 1. 서 론

헬리콥터는 고정익 항공기에 비해 수직 이착륙, 정지비행, 전후좌우 비행이 가능하다는 장점으로 사용영역이 매우 넓다. 그러나 정지비행시와 전진 비행시 모두 불안정하므로 숙달된 조종에는 많은 어려움이 따른다. 무선조종 모형 헬리콥터의 경우는 크기의 차이로 실제 운항중인 헬리콥터에서보다 응답속도가 빠르기 때문에 조종이 더욱 어렵다. 1개의 자이로(gyro)를 사용, 요(yaw)운동을 제어함으로써 조종에 도움을 얻고 있으나 안정된 정지 비행에는 충분하지 못하다.<sup>(1)</sup>

헬리콥터의 제어는 여러 개의 입력과 출력을 갖는 다변수시스템이고, 특히 고정익 항공기에 비해 전진방향과 측면방향 운동이 서로 간섭하는 특성을 갖고 있으므로 각 방향간의 운동을 분리하여 모델링하고 그것에 대해 단일 입출력 제어기설계기법을 적용하는 것은 효과적이지 못하다.<sup>(2)</sup> 유인헬리콥터의 정지비행제어에 대한 연구는 1960년대 이후 다변수이론을 도입하면서 활발히 진행되었다. Murphy와 Narendra는 정지비행 제어기의 설계에 있어서 LQR(Linear Quadratic Regulator)이론을 도입하였다.<sup>(2)</sup> 1980년 이후 다변수 견실제어이론이 도입되면서 헬리콥터의 비행특성 개선에 대한 많은 연구가 진행되어 Garrade<sup>(3,4)</sup>는 고유치 배치방식에 LTR(Loop Transfer Recovery)기법을 적용하여

정지비행 제어기를 설계하였으며, Yue<sup>(5)</sup>는  $H^\infty$  제어이론을 사용하여 헬리콥터의 정지비행 제어기를 설계하였다.

모형 헬리콥터는 실제 헬리콥터와 거의 같은 비행특성을 갖고 있으므로 실제 헬리콥터 비행제어 연구의 기초단계에서 이용되어 왔다. 또한 불안정한 다변수시스템이며 심한 외란에 노출되기 때문에 현대 제어이론을 적용하기에 알맞은 플랫폼으로 인식되어 왔다. 모형 헬리콥터의 정지비행제어에 대한 연구는 1980년대 이후 많이 진행되어 왔는데, Furuta<sup>(7)</sup>는 LQR모델 참조이론을 적용하여 5자유도 김벌(gimbal)에 부착된 모형 헬리콥터의 정지비행 제어기를 설계하였으며, Pallet<sup>(8)</sup>는 5자유도 김벌에 부착된 모형 헬리콥터의 수직 비행운동제어에 대해 비선형 제어이론, 가변구조이론, 신경망 제어이론 등을 적용한 바 있다. Shin과 Oh<sup>(9)</sup>는 비전 센서와 퍼지이론 제어기를 사용하여 電動 모형 헬리콥터의 정지비행 제어기를 구현하였다.

본 논문에서는 소형엔진으로 구동되는 모형 헬리콥터의 자동정지비행을 실현하기 위하여 모형 헬리콥터의 정지비행에 대한 운동방정식을 세우고 모델상수들을 구하였다. 모형 헬리콥터를 3자유도 김벌(gimbal)에 부착함으로써 제어문제를 정지비행 자세제어문제로 제안하였다. 이 3자유도 시스템에 대하여 상태방정식을 수립하고 제어기를 LQR기법을 사용하여 설계하였으며 이때 필요한 상태변수들을 LTR기법으로 설계된 상태변수 추정기로부터 구하였다. 본 연구에서 디지털 LQ이론을 사용한 이유는 LQG/LQR기법을 사용할 경우 안정된 제어기를 설계하기가 용이하고 LQR에 근거한 견실성이 확보되기 때문이다.<sup>(22,24)</sup> 비선형시스템인 헬리콥터에서도 정지비행제어의 경우 헬리콥터의 자세변동이 선형화 가능범위내에 존재하기 때문에 만족스러운 결과를 얻을 수 있었다. 설계된 제어기의 성능은 비선형모델에 기초한 전산기 시뮬레이션을 통하여 검증하였다. 실험으로서는 포텐쇼미터를 부착한 3자유도 김벌에 모형 헬리콥터를 고정하고, 소형 전산기에 구현된 제어기를 통해 제어된 정지비행을 구현하였다.

## 2. 시스템의 수학적 모델링

### 2.1 자유물체도

헬리콥터의 운동을 기술하기 위한 좌표계에는 wind

axes system, stability axes system, body axes system 등이 있으나 헬리콥터를 제어하기 위해 설치하는 자이로스코프나 경사계 (inclinometer) 등의 센서의 출력은 부착된 동체에 대해 얻어지므로 헬리콥터의 질량중심점에 원점을 둔 동체좌표계 (body axes system)를 사용하는 것이 바람직하다.<sup>(6)</sup> 이 좌표계에 대해서 헬리콥터의 동체, 메인로터, 테일로터, 수평 안정날개, 수직 안정날개에 작용하는 힘과 모멘트를 파악하여 자유물체도를 그리면 Fig. 1과 같으며, 각 방향에 작용하는 힘을 성분별로 정리하여 식을 세우면 다음과 같이 6자유도 운동방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 & X_M + X_T + X_H + X_V + X_F \\
 &= mg \sin \theta + m(\ddot{x} - \dot{y}r + \dot{z}q), \\
 & Y_M + Y_T + Y_V + Y_F \\
 &= -mg \sin \phi + m(\dot{y} - \dot{x}r + \dot{z}q), \\
 & Z_M + Z_T + Z_H + Z_V + Z_F \\
 &= mg \cos \theta + m(\ddot{z} - \dot{x}q + \dot{y}p), \\
 & R_M + Y_M h_M + Z_M y_M + Y_T h_T + Y_V h_V + Y_F h_F + R_F \\
 &= I_{xx} \dot{p} - qr(I_{yy} - I_{zz}), \\
 & M_M - X_M h_M + Z_M l_M + M_T - X_T h_T + Z_T l_T \\
 &\quad - X_H h_H + Z_H l_H - X_V h_V + M_F \\
 &= I_{yy} \dot{q} - pr(I_{zz} - I_{xx}),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & N_M - Y_M l_M - Y_T l_T - Y_V l_V + N_F - Y_F l_F \\
 &= I_{zz} \dot{r} - pq(I_{xx} - I_{yy})
 \end{aligned} \tag{1}$$

2.2 시스템의 선형화

헬리콥터의 6자유도 운동방정식은 비선형 식으로서, 선형 시분변제어이론을 적용하기 위해 비선형 변수들인 3방향 작용력과 모멘트 성분인  $X, Y, Z, R, M, N$ 을 속도, 각속도 변수들인  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ 에 대해 테일러급수로 전개하며 속도 변수들의 곱에 트림상태 (trim condition)에서의 평균값을 적용한다. 헬리콥터가 정지비행중일 때에는 속도변수의 평균값은 0이 되므로, 속도변수들의 곱은 0이 되어 소거된다. 또한 헬리콥터가 정지비행중일 때에는 동체의 기울어짐이 그다지 크지 않으므로  $\cos \theta \approx 1, \sin \theta \approx \theta$ 의 가정을 적용한다. 이상에서 다음과 같은 선형관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} &= \frac{\partial X}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial X}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial X}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial X}{\partial q} q - mg\theta + \frac{\partial X}{\partial p} p \\
 &\quad + \frac{\partial X}{\partial r} r + \frac{\partial X}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial X}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial X}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial X}{\partial B_1} B_1 \\
 m\dot{y} &= \frac{\partial Y}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial Y}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial Y}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial Y}{\partial q} q + mg\phi + \frac{\partial Y}{\partial p} p \\
 &\quad + \frac{\partial Y}{\partial r} r + \frac{\partial Y}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial Y}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial Y}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial Y}{\partial B_1} B_1
 \end{aligned}$$

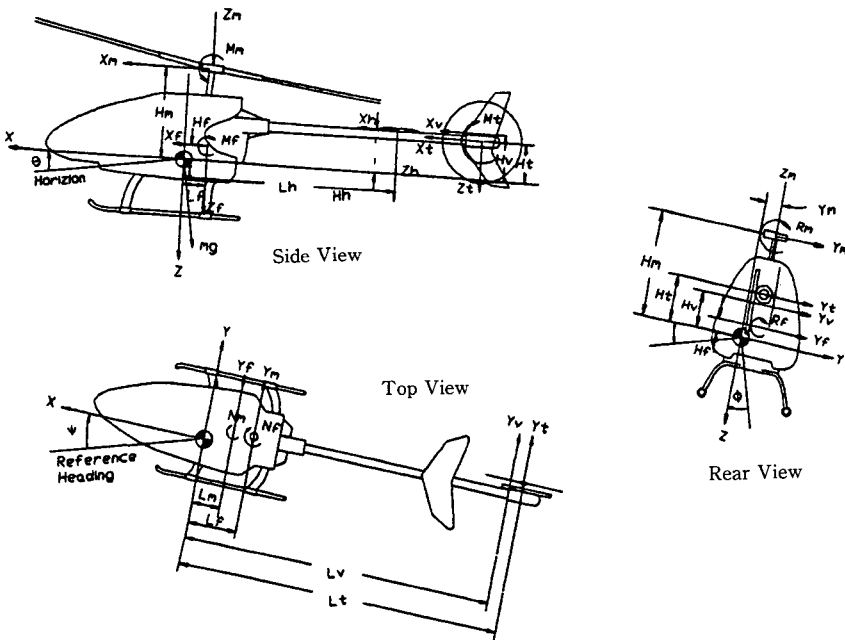


Fig. 1 Coordinate system and free body diagram

$$\begin{aligned}
 m\ddot{z} &= \frac{\partial Z}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial Z}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial Z}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial p} p + \frac{\partial Z}{\partial r} r \\
 &\quad + \frac{\partial Z}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial Z}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial Z}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial Z}{\partial B_1} B_1 \\
 I_{xx} \dot{p} &= \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial R}{\partial q} q + \frac{\partial R}{\partial p} p + \frac{\partial R}{\partial r} r \\
 &\quad + \frac{\partial R}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial R}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial R}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial R}{\partial B_1} B_1 \\
 I_{xx} \dot{q} &= \frac{\partial M}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial M}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial M}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial p} p \\
 &\quad + \frac{\partial M}{\partial r} r + \frac{\partial M}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial M}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial M}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial M}{\partial B_1} B_1 \\
 I_{xx} \dot{r} &= \frac{\partial N}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial N}{\partial \dot{y}} \dot{y} + \frac{\partial N}{\partial \dot{z}} \dot{z} + \frac{\partial N}{\partial q} q + \frac{\partial N}{\partial p} p + \frac{\partial N}{\partial r} r \\
 &\quad + \frac{\partial N}{\partial \theta_M} \theta_M + \frac{\partial N}{\partial \theta_T} \theta_T + \frac{\partial N}{\partial A_1} A_1 + \frac{\partial N}{\partial B_1} B_1 \quad (2)
 \end{aligned}$$

식(2)를 상태방정식의 형태로 나타내면, 식(3)과 같이 8개의 상태변수와 4개의 제어입력변수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= AX + BU \\
 X &= [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \phi, \theta, p, q, r]^T \\
 U &= [\theta_M, \theta_T, A_1, B_1]^T \quad (3)
 \end{aligned}$$

여기에서,

- $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  :  $x, y, z$  속도방향
- $\phi, \theta$  : 롤, 피치각도
- $p, q, r$  : 롤, 피치, 요 각속도
- $\theta_M$  : 메인로터의 콜렉티브 피치각도
- $\theta_T$  : 테일로터의 콜렉티브 피치각도
- $A_1$  : 측방향 사이클릭 피치각
- $B_1$  : 장방향 사이클릭 피치각

본 연구에서 사용된 모형 헬리콥터의 물리적 특성은 부록 A에 나타나 있으며 이를 이용하여 구한 A, B 행렬들은 부록 B에 수록되었다.

### 3. 제어기의 설계

#### 3.1 실험용 플랜트의 수학적 모델링

본 연구에서는 모형 헬리콥터의 정지비행에서 자세제어를 구현하는 것을 목표로 하며 자세제어 문제는 롤, 피치, 요(roll, pitch, yaw)방향의 3자유도 운동으로 해석이 가능하다. 이 3자유도 운동은 식(3)에서의 6자유도 상태방정식으로부터 선속도 상태변수  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ 를 제거하여 나타낼 수 있다. 이 때 시스템출력은 롤, 피치, 요 각도이다.

제어기를 설계하기 위해서는 기체의 운동방정식 뿐만 아니라 액추에이터의 동특성도 수학적으로 모델링되어야 한다. 본 연구에 사용된 모형 헬리콥터에서는 무선 조종모형용 서보가 5개 설치되어 있어 각각 엔진스로틀, 메인로터 콜렉티브 피치, 전진방향 사이클릭 피치, 측면방향 사이클릭 피치, 테일 로터 피치를 제어한다. 이 서보의 동적특성은 식(4)와 같이 입력전압과 출력각도 사이에 간단한 1차 전달함수로 표시될 수 있다.<sup>(15,29)</sup> 본 연구에서 사용된 서보의 주파수대역  $\omega_{cf}$ 는 1 Hz이다.

$$\theta = \frac{K_f}{s + \omega_{cf}} u \quad (4)$$

그리고 서보출력각도와 각 제어포면 각도와의 기구학적 관계를 부록 C에 제시된 바와 같은 실험결과 및 수식을 통해 구하고 이를 동작점 부근에 대하여 선형관계식으로 도출하여 상태방정식에 추가하면 최종적으로 상태변수가 9개, 제어입력이 3개, 출력이 3개인 상태방정식(5)을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 X &= AX + BU \\
 Y &= CX \\
 X &= [\phi, p, \theta, q, \psi, r, \theta_T, A_1, B_1]^T \\
 U &= [u_{\theta_T}, u_{A_1}, u_{B_1}]^T \\
 Y &= [\phi, \theta, \psi]^T \quad (5)
 \end{aligned}$$

여기에서,

- $\phi, \theta, \psi$  : 롤, 피치, 요 각도
- $p, q, r$  : 롤, 피치, 요 각속도
- $\theta_T$  : 테일로터 콜렉티브 피치각도
- $A_1$  : 측방향 사이클릭 피치각
- $B_1$  : 장방향 사이클릭 피치각

정상상태 정지비행에서 메인로터의 콜렉티브 피치 각도는 항상 일정하게 유지된다고 가정할 수 있으므로 제어입력으로 작용하지 않는다.

이 상태방정식을 제어기 설계시의 편의를 위해 무차원화하였으며 이 때 사용된 최대값들과 무차원화된 시스템행렬들은 부록 D와 E에 수록되었다. 무차원화되고 서보특성이 추가된 상태방정식의 고유치들은 Table 1과 같으며, 롤, 피치, 요 운동이 양의 고유치를 가져서 근본적으로 불안정한 시스템임을 알 수 있다.

부록 B의 시스템 행렬 A에서 보이는 바와 같이 전진방향 운동과 측면방향 운동이 서로 강하게 연계되어 있으며 항상 심한 외란에 노출되는 특성으

**Table 1** Eigenvalues of augmented state equation

Eigenvalue	Mode
4.751	Roll
2.742	Pitch
2.262	Yaw
-6.283	Servomotor

로 인해 헬리콥터는 고전적 제어이론으로는 제어하기 어렵다. 본 연구에서는 디지털 LQG/LTR이론을 사용하여 양호한 결과를 얻음과 동시에 소형컴퓨터에 구현하기 쉬운 정지비행 제어를 설계하였다.

본 연구에 사용된 모형 헬리콥터의 서보모터는 PWM신호로 제어되기 때문에, 서보의 기준입력을 줄 때마다 최소한 PWM신호의 주기시간 만큼의 시간이 소요되므로 이 시스템은 PWM신호의 주기에 따른 이산시스템(discrete system)이 된다. 디지털제어를 구현하는 방법으로는 연속공간 상태방정식을 먼저 이산화하고 여기에 대해 이산 제어이론을 적용하는 방법을 택하였다.

3.2 제어기와 추정기 설계

3.2.1 전차수(全次數)상태 피드백 제어기 설계

앞서 구한 이산 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.<sup>(21)</sup>

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= AX_k + BU_k \\ Y_k &= CX_k \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서,  $[A, B]$ : 안정화 가능,  $[A, C]$ : 관측가능 최적 제어이론에서 정상상태에서의 상태지수를 다음과 같이 정의하면<sup>(30)</sup>

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m [X_k^T Q X_k + U_k^T R U_k] \quad (7)$$

이를 최소화하는 피드백 이득행렬은 다음의 식들을 통해 계산된다.<sup>(22)</sup>

$$\begin{aligned} U_k &= -K_c X_k \quad (8) \\ K_c &= (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (9) \\ P &= Q + A^T P A - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (10) \end{aligned}$$

가중치 행렬  $Q$ 와  $R$ 은  $Q = C^T C, R = I$ 를 초기치로 하고 시뮬레이션을 통하여 시간응답 특성과 주파수

응답특성, 제어입력의 포화문제(saturation) 등에서 가장 양호한 결과를 보이는 값을 선정하였으며, 최종적으로 사용된 가중치행렬은 식(11)과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

3.2.2 전차수(全次數)상태 추정기 설계

식(8)에서와 같이 최적제어기에서는 제어입력으로서 모든 상태변수(full state)들을 사용한다. 그러나 실제로 측정가능한 상태변수들은 제한되어 있기 때문에(본 연구의 경우는 롤, 피치, 요 각도) 모든 상태변수를 알아내기 위하여 상태변수 추정기로서 칼만필터를 사용하였다.<sup>(22)</sup> 이에 의하면 이산 상태공간에서 추정기는 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k+1} &= A \hat{X}_k + B U_k + K_f [Y_k - \hat{Y}_k] \\ \hat{Y}_k &= C \hat{X}_k \end{aligned} \quad (12)$$

이때 칼만필터 이득  $K_f$ 는 제어기의 이득행렬을 구하는 것과 유사한 형태(dual form)로 식(13), (14)와 같이 계산된다.<sup>(22)</sup>

$$\begin{aligned} K_f &= A P_f C^T (\mu N + C P_f C^T)^{-1} \quad (13) \\ A P_f A^T - P_f - A P_f C^T (\mu N + C P_f C^T)^{-1} C P_f A^T \\ &+ \Gamma \Gamma^T = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

이 때 사용한  $\Gamma$ 와  $\mu$ 는 시뮬레이션을 통한 시행착오법으로 구하였으며, 그 결과는 식(15)와 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma &= B \\ \mu N &= \begin{pmatrix} 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

이 가중치행렬을 사용하여 제어기와 추정기의 최적 이득을 구한 결과는 식(16)과 같다. Fig. 2는 사용된 디지털 LQG제어기의 구조이다.

$$K_c = \begin{pmatrix} -0.048 & -0.025 & -0.007 & -0.002 \\ 1.257 & 0.737 & 0.153 & 0.062 \\ 0.162 & 0.105 & -1.164 & -0.294 \end{pmatrix}$$

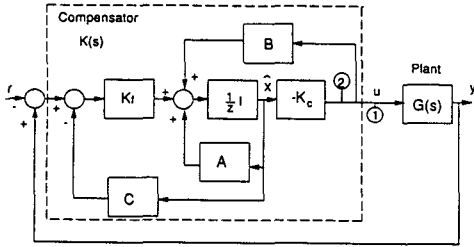


Fig. 2 Structure of digital LQG controller

$$K_f = \begin{pmatrix} 1.252 & 0.593 & 0.856 & -0.073 & -0.009 \\ 0.049 & 0.024 & -0.070 & 2.773 & 0.242 \\ -0.001 & -0.001 & -0.007 & 0.199 & 1.557 \end{pmatrix}$$

$$K_f = \begin{bmatrix} 1.051 & 0.003 & -0.003 \\ 22.040 & 0.265 & -0.084 \\ -0.006 & 0.820 & -0.001 \\ -0.351 & 13.880 & -0.015 \\ -0.002 & -0.001 & 0.529 \\ -0.068 & -0.016 & 6.147 \\ -0.040 & -0.007 & 1.029 \\ 1.106 & 0.138 & 0.032 \\ 0.116 & -0.954 & -0.001 \end{bmatrix} \quad (16)$$

4. 전산기 시뮬레이션

앞서 설계한 선형화 모델에 대한 제어기의 성능을 검증하고 제어변수를 조절하기 위하여 비선형 모델에 기초한 전산기 시뮬레이션을 수행하였다. 이 시뮬레이션 모델은 Shim<sup>(19)</sup>이 제시한 추력과 토크 공식들을 비선형 운동방정식(1)에 대입하여 구성되었으며 4차 Runge-Kutta 방법을 사용하여 해석하였다. 3.3절의 제어기를 비선형모델에 적용하여 시뮬레이션을 수행한 결과는 Fig. 3~6과 같다. Fig. 3에서는 롤, 피치, 요의 초기 각도가 모두 10도인 상태에서 제어기를 작동시켰을 때의 과도응답을 도시하였다. 롤, 피치, 요 각도가 모두 1.5초 이내에 트림상태의 안정된 비행으로 수렴한다는 것을 알 수 있다. Fig. 4부터 Fig. 6까지는 롤, 피치와 요 각도에 각각 계단파 입력을 가하고 그 추종 성능을 나타내었다. 여기에서 롤과 피치의 응답은 서로 연계되어 있다는 것을 볼 수 있으며 요의 응답속도는 상대적으로 늦음을 알 수 있다. 이 성질들은 모형 헬리콥터를 수동으로 조종할 때 경험한 현상들과 일치한다. 롤과 피치운동의 연계성은 모

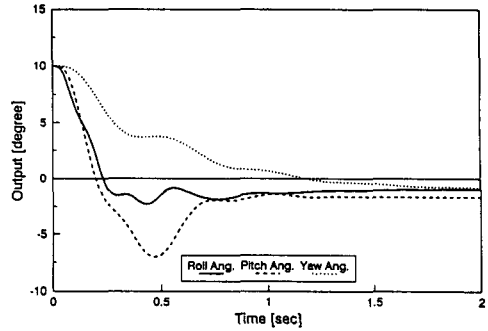


Fig. 3 Transient response when initial conditions for roll, pitch, yaw angles are 10 degrees

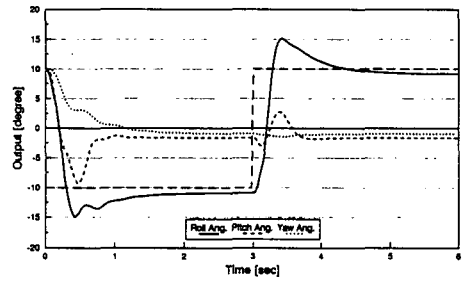


Fig. 4 Step response of roll angle

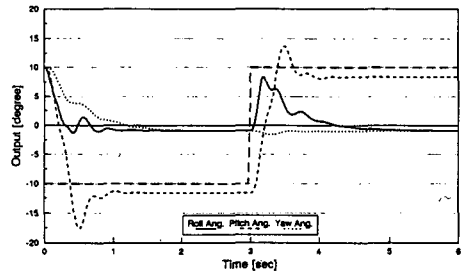


Fig. 5 Step response of pitch angle

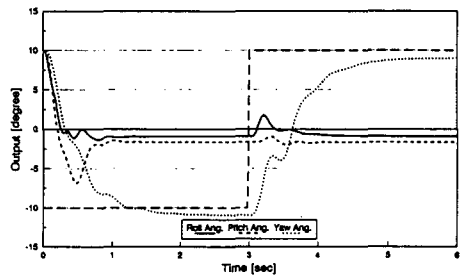


Fig. 6 Step response of yaw angle

형 헬리콥터의 정지비행 제어기를 설계하는 데 있어 PID제어기 등을 사용하기 어렵게 하는 한 요인이 된다.

## 5. 실험

### 5.1 실험장치 구성

본 연구에서는 모형 헬리콥터가 3자유도 운동만을 갖게 하고 실험의 안전을 도모하기 위해 롤, 피치, 요 방향 운동만을 허용하는 3자유도 김벌로 이루어진 비행훈련용 시뮬레이터를 사용하였다. (Fig. 7) 이 시뮬레이터의 각 축의 회전각을 검출하여 헬리콥터의 롤, 피치, 요각도를 계산할 수 있게 하였다.

3장에서 설계된 제어알고리즘은 IBM-PC/386에서 Turbo-C로 프로그램되었다. 제어프로그램은 20ms마다 A/D변환기를 통해 헬리콥터의 롤, 피치, 요 각도를 읽어 식 (13)의 디지털 칼만필터에 입력하여 상태변수를 추정하고 이를 식 (9)의 제어기 이득행렬에 곱하여 그 출력력을 서보에 보낸다. 서보를 제어하는 20ms 주기의 PWM신호 발생회로는 Fig. 8과 같다.

정지비행시에는 메인로터의 회전수가 일정하게 유지되어야 시스템의 파라미터들이 상수로 되어 선형 시뮬변제어이론 적용이 가능하게 된다.<sup>(19)</sup> 이를

위해 메인로터의 회전수를 800 rpm으로 유지하는 조속기를 설계한다. 메인로터의 회전수는 광학식 근접센서를 사용하여 기어의 회전을 검출하고 기어비를 계산하여 로터의 회전수로 변환하였다. 로터의 정속제어는 샘플링 주기 500ms의 디지털 PI제어기로 수행하였다. 이 PI제어기는 기준 rpm에서 3% 이내의 오차로 로터의 회전수를 유지하였다.

실험중 제어기나 각종 회로의 오동작 발생시 헬리콥터를 송수신기에 의해 수동조종할 수 있도록 스위칭 릴레이를 설치하였다. Fig. 9은 전체적인 실험장치의 구성도이다.

### 5.2 실험결과

정지비행제어 실험은 모형 헬리콥터의 롤, 피치와 요 각도가 정지비행으로부터 벗어난 초기치 상태에서 실시하였다. Fig. 10에 나타난 과도응답에서 롤 각도는 약 4도의 초기치를 가지고 있으며 피치, 요 각도는 각각 10도, -30도의 초기치를 가지고 있었다. 제어기는 5초가 경과한 때 작동되었으며 롤, 피치, 요 각도가 모두 10초 이내에 목표치로 수렴하여 정지비행을 유지함을 알 수 있다. 실험결과에서 롤 각도가 어느 정도 변동하는 이유는,

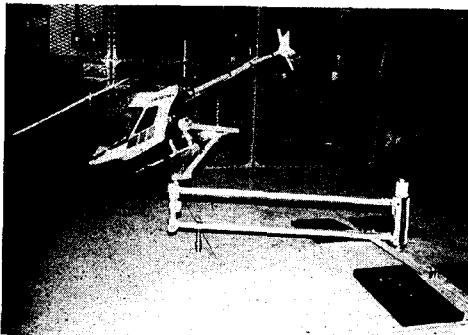


Fig. 7 Helicopter flight simulator

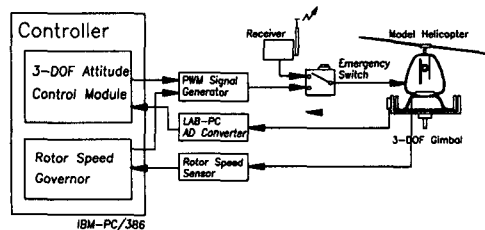


Fig. 9 Experimental setup

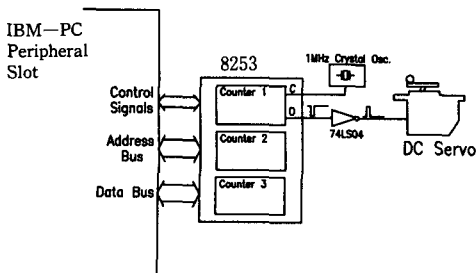


Fig. 8 PWM signal generating circuit

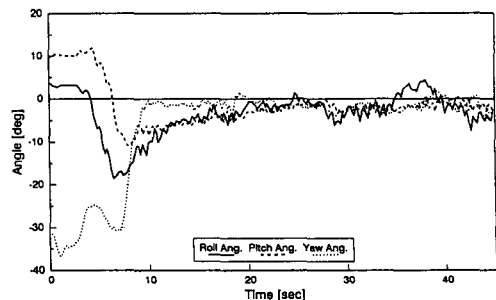


Fig. 10 Transient response with non-zero initial conditions

엔진의 불균일한 회전, 로터의 진동, 로터가 발생한 기류(downwash) 등의 외란이 시스템에 가해질 때 가장 민감하게 반응하는 운동성분은 Table 1의 고유치에서 알 수 있듯이 롤 방향성분이기 때문이다. 따라서 엔진회전수의 제어를 더욱 정확하게 수행하고 로터가 발생하는 기류의 영향을 배제할 수 있는 환경에서 실험한다면 더욱 양호한 결과를 얻을 수 있을 것으로 예측된다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 모형 헬리콥터 정지비행의 6자유도 운동방정식을 세우고, 이를 선형화하여 상태방정식을 구하였다. 상태방정식 각 항 계수의 실제 값은 헬리콥터의 여러가지 물리량을 측정 또는 계산함으로써 결정하였다. 실제 실험에서는 3자유도 자세를 제어하였으며, 이를 위해 6자유도 상태방정식을 롤, 피치, 요 각도에 대한 3자유도 운동방정식으로 수정하였다. 이 때 서보 및 기구부의 작동 특성이 추가되고, 메인로터의 콜렉티브 피치를 제어입력으로부터 배제하고 무차원화를 거쳐 9차 상태방정식을 구하였다. 이를 이산화시키고, 여기에 디지털 LQG/LTR이론을 이용하여 제어를 설계하였다. 앞서 구한 모형 헬리콥터 운동방정식에 입각한 전산기 시뮬레이션에 의해 시스템 모델을 검증하고 제어기의 성능을 확인하여 가장 양호한 특성을 가지는 제어기를 구하였다.

실험장치의 구성에서는 모형 헬리콥터를 3자유도 김벌에 고정하고 정지비행시의 자세를 포텐쇼미터로 측정할 수 있게 하였으며, 메인로터의 회전수를 일정하게 유지하기 위하여 엔진속도 조속기를 제작하여 설치하였다. 설계된 제어알고리즘을 소형 전산기를 이용한 측정 및 제어시스템에 도입하여 실험을 수행하였다. 실험결과 제어기를 작동시키자 헬리콥터의 자세가 불안정한 초기상태에서 5 초 이내에 안정된 정지비행 상태로 진입함을 확인할 수 있었다. 그러나 약 30초가 경과한 후 진동 상태를 거쳐 다시 불안정 상태로 바뀔 수 있었는데 이는 결선부분의 불완전성으로 인하여 발생하는 전기적 잡음과, 실험장치가 실내에 있음으로 인하여 로터의 기류가 천정과 바닥사이에서 소용돌이를 일으키는 현상, 그리고 모델링의 불완전성 등에서 기인하는 것으로 생각된다. 현재 이 문제를 해결하기 위하여, 개선된 결선방식을 사용하고 실외에 구성

한 실험장치를 이용하여 실험을 계속 추진중에 있으며 모델링과 시뮬레이션 역시 전산기 응용 제어 설계 소프트웨어를 이용하여 수행 중이다. 모형 헬리콥터의 정지비행제어 실험은 고도로 복잡한 시스템의 제어에 비교적 쉽게 접근할 수 있다는 데 장점을 가진다. 본 연구에서 개발된 모형 헬리콥터 정지비행의 실험시스템은 앞으로 각종 지능형 제어 알고리즘을 시험하는 데에 사용될 수 있으며 현재 진행중에 있다.

## 참고문헌

- (1) 김창완, 1991, 라디콘헬리콥터입문, 도서출판 세운.
- (2) Murphy, R. D. and Narendra, K. S., 1969, "Design of Helicopter Stabilization Systems Using Optimal Control Theory," *Journal of Aircrafts*, March-April.
- (3) Garrade, W. L. and Liebst, B. S., 1990, "Design of a Multivariable Helicopter Flight Control System for Handling Qualities Enhancement," *Journal of the American Helicopter Society*, Oct.
- (4) Garrade, W. L., Eicher, L. and Prouty, S., 1989, "Design of Attitude and Rate Command Systems for Helicopters Using Eigenstructure Assignment," *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Vol. 12, (6), Nov-Dec.
- (5) Yue, A., Postlethwaite, I. and Padfield, G., 1989, "H-infinity Design and the Improvement of Helicopter Handling Qualities," *Vertica*, Vol. 13, No. 2, Nov-Dec.
- (6) Prouty, R. W., 1986, *Helicopter Performance, Stability, and Control*, PWS Publishers.
- (7) Ohyama, T. and Furuta, K., 1985, "The Digital Control of RC Helicopter," *The 1st International Symposium on Design and Synthesis*.
- (8) Pallet, T. J., Wolfert, B. J. and Ahmad, S., 1991, "Real-Time Helicopter Flight Control Test Bed," *Working Paper*, Purdue University.
- (9) Shin, K. K. and Oh, J. H., 1992, "A Study on Hovering of Model Helicopter Using Visual Information and Fuzzy Controller," *Proceedings of the IMACS/SICE International Symposium on Robotics, Mechatronics and Manufacturing*



- Systems*, pp. 129~134.
- (10) Prouty, R. W., 1985, *Helicopter Aerodynamics*, PJS Publications.
- (11) 심현철, 이은호, 이교일, 1992, "모형헬리콥터의 정지비행 제어기의 설계," 1992년도 대한기계학회 춘계학술대회논문집, pp. 616~621.
- (12) Lee, E. H., Shim, H. C., Park, H. S. and Lee, K. I., 1992, "Design of a Hovering Flight Controller for a Model Helicopter," *Proceedings of Society of Instrumentation and Control Engineers*.
- (13) Shim, H. C., Park, H. S., Lee, E. H. and Lee K. I., 1992, "Design of a Hovering Flight Controller for a Model Helicopter," *Proceeding of Korean Automatic Control Conference*, pp. 344~348.
- (14) 월간항공, 1992, 월간항공사, pp. 28~33, 4월호, 통권 35.
- (15) 최장수, 안이기, 1987, "다목적 무인 비행기와 자이로콥터 RPV의 개발," 한국과학기술원 연구보고서.
- (16) Tse, F. S., Morse, I. E. and Hinkle, R. T., 1978, *Mechanical Vibrations*, 2nd Ed., Allyn and Bacon, Inc.
- (17) Carpenter, 1958, *Lift and Profile-Drag Characteristics of an NACA 0012 Airfoil Section as Derived from Measured Helicopter-Rotor Hovering Performance*, NACA TN 4357.
- (18) Concept 60 조립설명서, 교초 주식회사.
- (19) 심현철, 1993, "A Study on the Design of a Hovering Flight Controller for a Model Helicopter," 서울대학교 대학원 석사학위논문.
- (20) Åstrom, K. J. and Wittenmark, B., 1990, *Computer-Controlled Systems*, Prentice-Hall.
- (21) Bitmead, R. R., Gevers, M. and Wertz, V., 1990, *Adaptive Optimal Control*, Prentice-Hall.
- (22) Anderson, B. D. O. and Moore, J. B., 1989, *Optimal Control*, Prentice-Hall.
- (23) Doyle, J. C. and Stein, G., 1981, "Multivariable Feedback Design : Concepts for a Classical / Modern Synthesis," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. AC-26, No. 1, Feb.
- (24) Maciejowski, J. M., 1989, *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company.
- (25) 박정일, 이강웅, 1990, 마이크로 컴퓨터 인터페이스, 대영사.
- (26) Franklin, G.F., Powell, J.D. and Workman, M.L., 1990, *Digital Control of Dynamic System*, Addison-Wesley.
- (27) Kailath, T., 1980, *Linear Systems*, Prentice-Hall.
- (28) Lewis, F. L., 1986, *Optimal Estimation*, John Wiley Sons.
- (29) Lee, E. H., Shim, H. C., Park, H. and Lee, K. I., 1993, "Design of Hovering Attitude Controller for a Model Helicopter," *Proc. of the 32nd SICE Annual Conference (International Session)*, Aug 4~6.
- (30) Ogata, K., 1987, *Discrete-Time Control Systems*, Prentice Hall.

## 부 록

### A. 시스템의 물리량 측정 및 계산

Fuselage length	1200 mm
Width	180 mm
Height	430 mm
Main rotor's diameter	1500 mm
Tail rotor's diameter	260 mm
Weight	4200 g
Gear ratio	Engine rpm : main rotor's rpm : tail rotor's rpm=9.79 : 1 : 5.38

Engine	Displacement volume 0.61 cubic-inch (9.97 cc) 2 stroke cycle glow engine
Servo rotor	Bell-hiller type

Data supplied by the manufacturer

Aerodynamic parameters	Data	Comments
Main rotor's speed	800 rpm	Rotor speed governor is specially designed for constant rpm
Blade's pitch angle at the end of the main rotor	6 degrees	
Main rotor's twist	0 degree	
Main rotor blade's slope of lift curve	6	Slope of lift curve is 6, according to the data from NACA <sup>(17)</sup>
Main rotor's thrust	22.4737 N	Shim's zero-twist blade thrust equation is used <sup>(19)</sup>
Main rotor blade's drag coefficient	0.00867	Use data from NACA where blade's Mach number is 0.187 and angle of attack is 6 degrees
Main rotor's torque	0.4851 N·m	
Tail rotor rpm	4307.7 rpm	
Tail rotor's thrust	0.5472 N	Same method as in main rotor's case
Tail rotor's torque	0.0032 N·m	Ref. (19)

Parameters	Data	Comments
Mass of helicopter	4.0 kg	Batteries are not included
$I_{xx}$	0.142413 Kg·m <sup>2</sup>	Period of torsional pendulum is utilized <sup>(16)</sup> $I = \frac{T^2 m g r^2}{4 \pi^2 l}$
$I_{yy}$	0.271256 Kg·m <sup>2</sup>	
$I_{zz}$	0.271492 Kg·m <sup>2</sup>	
Mass of main rotor blade	0.2285 Kg	
Mass moment of inertia of main rotor blade	0.0254 Kg·m <sup>2</sup>	By measuring the period of pendulum motion about the flapping hinge $I_b = \frac{T^2 m g l}{4 \pi^2}$
Main rotor radius	0.7575 m	
Main rotor's inner radius	0.177 m	The distance from the main rotor center to the nearest point on the main rotor blade where lift actually is made
Main blade width	6.0 cm	
Main rotor's solidity	0.05043	$\sigma \equiv \frac{A_b}{A} = \frac{bcR}{\pi R^2}$

Flapping offset ratio	0.0528	Ratio of main rotor radius and the distance between the main rotor shaft and the flapping hinge
Number of main rotor blades	2	
Main rotor blade area	0.0909 m <sup>2</sup>	
Main rotor's thrust point with respect to the mass center	(-0.015, 0, 0.2943) [m]	
Tail rotor radius	0.1285 m	
Tail rotor's inner radius	0.0445 m	
Tail rotor's solidity	0.04210	
Number of tail rotor blades	2	
Tail rotor's effective width	0.02553 m	
Tail rotor blade area	0.002184 m <sup>2</sup>	
Tail rotor's thrust point with respect to the mass center	(-0.8715, 0, 0.1154) [m]	

B. 선형화된 6자유도 상태운동방정식의 시스템행렬

Matrix A

-0.0090	-0.0021	0.0000	0.0000	0.0186	-9.8000	-0.1116	0.0000
0.0021	-0.0168	0.0000	9.8000	0.1107	0.0000	0.0186	0.0068
0.0000	0.0000	-0.8385	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0931	-0.3726	-0.0000	0.0000	4.9127	0.0000	0.8181	0.0219
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000
0.2088	0.0471	0.1855	0.0000	-0.4295	0.0000	2.5807	0.0015
0.0000	0.0997	-0.9198	0.0000	0.0115	0.0000	0.0000	2.6196

Matrix B

1.5344	-0.0000	-0.3753	2.7222
-0.2188	-1.1071	2.7222	0.3753
-71.8249	-0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
-1.8082	-3.5884	119.8564	16.5257
0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000
9.2283	-0.3653	8.6762	-62.9262
-96.7809	14.2154	0.0000	0.0000

C. 기구학적 구성

본 연구에 사용된 모형 헬리콥터에서, 서보 혼의 각도 변화는 링크구조를 거쳐 콜렉티브 피치, 사이클릭 피치 등에 변화를 가져온다. 서보의 동특성<sup>(15,29)</sup>을 전체 상태방정식에 추가(augment)하기 위해서는 서보 혼의 각도변화와 각 피치각도사이의 관계를 알아야 한다. 모형 헬리콥터의 전진방향 사이클릭 피치(longitudinal cyclic pitch)와 측면방향 사이클릭 피치(lateral cyclic pitch)기구는 비교적 단순하므로 도면 데이터로부터 기구학적 관계를 구할 수 있다. 그러나 메인로터 콜렉티브 피치와 테일로터 콜렉티브 피치기구는 기구학적 구조가 비교적 복잡하여 메인로터의 콜렉티브 피치는 피치 게이지를 사용하여 실험으로 측정하였으며, 테일로터 쪽에는 특히 무시할 수 없는 마찰력의 존재로 인하여 히스테리시스가 존재하기 때문에 서보모터의 실험에서와 같이 측정용 포텐쇼미터를 부착하여 서보 혼각도와 테일로터 피치간의 관계를 측정한다.

Fig. 11에서 Fig. 14까지는 실험 및 계산에 의해 구한 서보 혼각도-피치각도의 그래프이다. 그래프에서 알 수 있듯이 동작점 부근에서 선형으로 근사화할 수 있으므로, 동작점에서의 기울기를 서보 혼과 피치각 사이의 기계적 이득으로 사용한다.

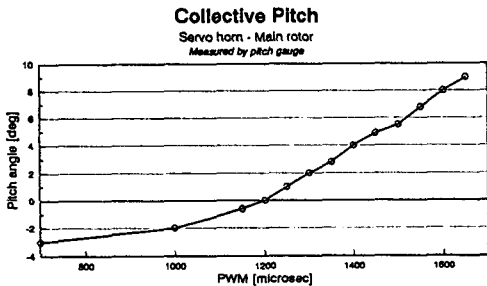


Fig. 11 Dynamic characteristics of main rotor's collective pitch

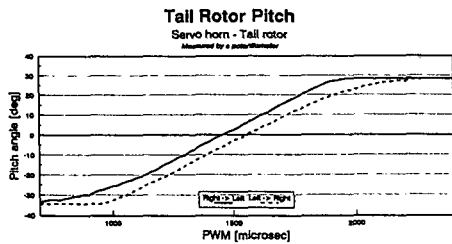


Fig. 12 Dynamic characteristics of tail rotor's collective pitch

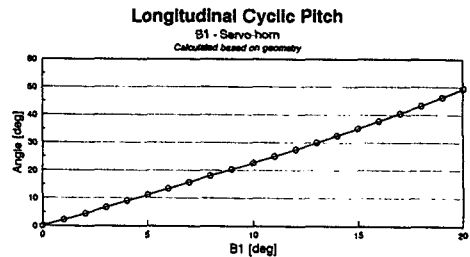


Fig. 13 Dynamic characteristics of main rotor's longitudinal cyclic pitch

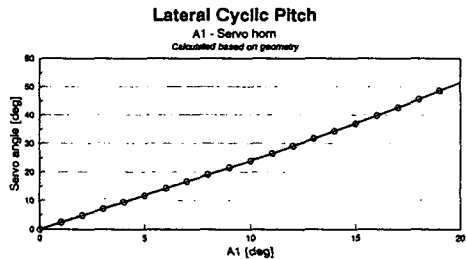


Fig. 14 Dynamic characteristics of main rotor's lateral cyclic pitch

D. 3자유도 상태운동방정식의 무차원화에 사용된 상수

	Angles( $\phi, \theta, \psi$ )	20 degrees
	Angular velocities( $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ )	20 degrees/sec
Main rotor	collective pitch	10 degrees
	longitudinal cyclic pitch	25 degrees
	lateral cyclic pitch	20 degrees
	Tail rotor's collective pitch	25 degrees
	Servo inputs (PWM signal's duty period)	800 s

E. 무차원화된 3자유도 상태운동방정식의 시스템행렬

Matrix A

0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	4.9127	0.0000	0.8181	0.0000	0.0219	-4.4855	119.8564	20.6571
0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	-0.4295	0.0000	2.5807	0.0000	0.0015	-0.4566	8.6762	-78.6580
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0115	0.0000	0.0000	0.0000	2.6196	17.7692	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.2832	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.2832	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-6.2832

Matrix B

0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000
12.5224	0.0000	0.0000
0.0000	12.0367	0.0000
0.0000	0.0000	10.1477

Matrix C

1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000