

〈論 文〉

정사각단면을 갖는 180°곡관내의 2차 모멘트 난류모형에 관한 연구

김명호* · 염성현** · 신종근*** · 최영돈****

(1993년 3월 27일 접수)

Study on the Second Moment Turbulence Model in a Square Sectioned 180° Bend

M. H. Kim, S. H. Yum, J. K. Shin and Y. D. Choi

Key Words : Turbulence Modelling(난류모형화), Second Moment Closure(2차 모멘트단합), Algebraic Stress Model(대수응력 모형), Reynolds Stress Equation Model(레이놀즈응력방정식 모형)

Abstract

In the present study, in order to analyze a turbulent flow in a square sectioned 180° bend, Kim's low Reynolds number second moment turbulence closure is adopted. In this model, turbulence model constants in the wall region are modified as functions of turbulent Reynolds number by use of near wall turbulent universal properties based on Laufer's experimental results of Reynolds stress distributions. Algebraic stress model and Reynolds stress equation model are used to verify the low Reynolds number second moment closure. The application of the present low Reynolds number algebraic stress model to the prediction of a square sectioned 180° bend flow gives improved velocities and Reynolds stresses profiles compared with those obtained by using the van Driest mixing length model and present low Reynolds number Reynolds stress equation model.

기 호 설 명

C_1, C_2, C'_1, C'_2 : 모형상수

$C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 모형상수

C_ϵ, C_s, C'_s : 모형상수

C_{ij} : 레이놀즈응력방정식의 대류항 텐서

D : 수력직경

D_{ij} : 레이놀즈응력방정식의 확산항 텐서

f, f_s : 벽함수

$f_{\epsilon 2}$: 난류 모형상수의 수정계수

k : 난류 운동에너지

n : 벽에 수직인 단위벡터

P : 난류 운동에너지 생성률

P_{ij} : 레이놀즈응력방정식의 생성률 텐서

Re : 레이놀즈수 ($= W_b D / \nu$)

Rt : 난류 레이놀즈수 ($= k^2 / \nu \epsilon$)

U, u : x방향 평균 및 요동속도

$\overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력 텐서

V, v : y방향 평균 및 요동속도

W, w : z방향 평균 및 요동속도

W_b : z방향 단면 평균속도

x, X : 측벽에 수직인 방향좌표

y, Y : 내벽에 수직인 방향좌표

y^+ : 벽면으로부터의 무차원거리

z, Z : 유선방향좌표

*정회원, 현대자동차 마복리연구소

**정회원, 금성사 생활시스템연구소

***정회원, 고려대학교 대학원

****정회원, 고려대학교 기계공학과

그리스문자

- α : 난류 운동에너지 생성률과 소멸률의 비
($=P/\epsilon$)
 β : 모형상수
 δ_{ij} : Kronecker delta
 ϵ : 난류 운동에너지 소멸률
 ϵ_{ij} : 레이놀즈응력방정식의 소멸률 텐서
 ρ : 유체의 밀도
 k : Von Karman 상수
 ϕ_{ij} : 레이놀즈응력 방정식의 압력변형률 텐서
 μ : 점성계수
 ν : 동점성계수

1. 서 론

레이놀즈응력방정식 모형이나 대수응력 모형 등의 2차 모멘트 난류모형(second moment turbulence model)을 적용하여 난류유동을 해석할 때 항상 큰 문제가 되는 것은 벽면인접부에서의 난류 모형의 처리문제이다. 이 벽면인접부에서의 난류모형이 정확하지 않으면 다른 구역에서 아무리 좋은 난류모형을 사용한다 하더라도 전체 난류유동장에 대한 정확한 해를 얻을 수 없기 때문이다. 따라서 벽면인접부에 적용될 정확한 난류모형의 개발은 일반성있는 난류모형의 개발에서 항상 큰 문제가 되어 왔다.

과거의 레이놀즈응력방정식 모형이나 대수응력 모형에서는 벽면부근의 처리방법으로 벽면합수법⁽¹⁾을 쓰거나 벽면부근의 미세격자구역을 혼합거리 모형으로 푸는 2층 모형(2 layer model)^(2,3)을 사용하였다. 벽면합수는 벽면부근의 속도분포와 스칼라양을 적합한 대수식으로 대치시킴으로써, 격자수를 줄여주어 전산기 기억용량과 전산시간을 줄이기 위해 사용해 오던 방법이지만 선회유동이나 2차 유동이 강력하게 일어나 유동의 최대속도점이 첫번째 격자점속에 존재하거나 그에 인접한 구역에 존재하는 경우와 유동바리나 유동재부착이 일어나는 유동에 적용할 경우 해의 정확성을 크게 떨어뜨리고 표면조도가 있는 유동, 표면에서 압출이나 흡입이 있는 유동등에서도 모형의 수정이 필요하며 그 적용의 일반성에 큰 제한이 따른다.

혼합거리 모형을 벽면부근의 미세격자구역에 적

용하는 방법은 2차원 경계층유동⁽⁴⁾이나 3차원 경계층유동, 재순환이 없는 덕트유동⁽⁵⁾ 등에서 비교적 정확한 해를 준다고 알려져 있으나 혼합거리 모형 자체가 실험에 근거한 모형이기 때문에 압력구배, 표면조도, 표면에서의 유동의 압출, 흡입, 유선곡률, 밀도구배 등에 심각히 영향을 받으므로 이러한 효과를 고려하기 위해서는 혼합거리모형을 실험에 근거하여 수정해야 하고 재순환유동이 강한 유동역이나 유동바리와 유동재부착이 있는 유동역 등에서는 혼합거리의 정의 자체가 어려우므로 이 모형 적용의 일반성에 큰 제약을 받고 있다. Choi 등⁽⁶⁾에 의하면 180°곡관 유동의 해석에서 덕트중심부에서는 대수응력 모형을 벽면인접부에는 Van Driest의 혼합거리 모형을 적용하면 유동을 비교적 정확히 해석해 준다고 하였다. 그러나 혼합거리 모형은 그 모형의 특성상 유동바리와 재부착이 일어나는 3차원 유동에는 적용하기 어렵기 때문에 이러한 유동에서도 2층 모형을 사용하지 않고 하나의 모형으로 해석하는 저레이놀즈수 난류모형을 시험하는 것이 본 연구의 목적이다. 따라서 벽면인접부에 저레이놀즈수 2차 모멘트모형을 적용할 경우 정사각단면의 180°곡관 유동해석에서 Choi 등이 적용한 혼합거리모형과는 달리 복잡한 3차원 유동에서도 그 해의 정확성을 유지할 수 있을 것으로 생각되기 때문이다.

최근 미세격자구역의 유동을 2층 모형으로 사용하지 않고 하나의 난류모형으로 해석하기 위한 몇몇의 저레이놀즈수대수응력 모형⁽⁶⁾이나 레이놀즈응력방정식 모형^(7,8)이 제안되었으나 이 연구들에서의 모형상수들은 주로 실험에 바탕한 경험식을 사용하였고 또 상수들의 유도과정에 대한 이론적 근거가 빈약하여 모형의 일반성이 떨어지고 있다. 이에 반해 김⁽⁹⁾이 제시한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형은 그 난류모형 상수들을 벽면부근의 난류 일반 특성(turbulent universal properties)과 대수응력 모형을 이용하여 난류레이놀즈수의 함수로 유도하였기 때문에 경험적인 요소들을 보다 적게 사용하였으며 그 전개과정도 타당성이 충분하기 때문에 현재까지 개발된 난류모형중 가장 실현성이 큰 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형이라고 판단된다. 따라서 본 연구에서는 180°곡관내에 이와 김⁽⁹⁾모형을 적용하여 일반적인 3차원 유동장에서도 정확한 해석이 가능한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형인지를 검증하고자 한다.

2. 이론해석

2.1 지배방정식

해석하고자 하는 유동영역에서 밀도, 점성계수와 같은 유체상태량은 일정하다고 가정하여 시간평균을 취해 표현된 정상상태, 비압축성유동에 대한 지배방정식을 텐서형태로 나타내면 다음과 같다.

○ 연속방정식

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

○ 운동량방정식

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu (\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}) - \rho \overline{u_i u_j}) \quad (2)$$

위의 운동량방정식에는 레이놀즈응력이라고 부르는 두 요동속도 곱의 시간평균 $(-\rho \overline{u_i u_j})$ 이 나타난다. 6개의 독립된 레이놀즈응력을 표시한 이 레이놀즈응력 텐서 $(-\rho \overline{u_i u_j})$ 는 한점에서의 2차 상관관계를 나타내며 크기와 소멸시간이 다른 수많은 불규칙한 와류운동으로 인하여 생긴다.

운동량방정식으로부터 유도되는 레이놀즈응력방정식은 다음과 같다.

$$C_{ij} = D_{ij} + P_{ij} + \phi_{ij} - \rho \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

여기서,

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \overline{u_i u_j}) \quad (4)$$

$$D_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \overline{u_i u_j u_k} + \overline{p u_j} \delta_{ij} + \overline{p u_i} \delta_{ij} - \mu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k}) \quad (5)$$

$$P_{ij} = -\rho (\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \quad (6)$$

$$\phi_{ij} = \rho (\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} \quad (8)$$

이고, C_{ij} 는 국부 평균속도에 의한 대류항이며 D_{ij} 는 확산항으로 3차 상관관계에 의한 난류확산항, 압력확산항 그리고 점성확산항을 포함한다. P_{ij} 는 레이놀즈응력과 평균변형률로 인한 생성항이며 ϕ_{ij} 는 요동압력과 요동변형률 곱의 시간평균으로 난류운동에너지를 생성과 소멸없이 단지 레이놀즈응력

을 분배시키는 압력변형률항이고 ε_{ij} 는 점성에 의한 소멸항이다. 텐서 형태로 표현된 위 방정식은 6개의 독립된 레이놀즈응력방정식을 기술한다.

2.2 난류모형

연속방정식과 3개의 운동량방정식에는 10개의 변수($U_i, \overline{u_i u_j}, P$)가 포함되어 수학적 해를 구하기 위해서는 6개의 식이 더 필요하며 그것은 $\overline{u_i u_j}$ 에 대한 기술로부터 구할 수 있다. $\overline{u_i u_j}$ 를 기술하는 방법으로는 운동량방정식을 조합함으로써 이송방정식을 유도할 수 있으나 그 방정식에는 3차 상관이 포함되어 수학적 해를 구하기가 불가능해진다. 따라서 어느 단계에서 미지항을 기지항으로 대체하는 과정이 필요하며 이를 난류 모형화라 한다.

레이놀즈응력을 어느 단계에서 모형화했느냐에 따라 $k-\varepsilon$ 모형, 대수응력 모형, 레이놀즈응력방정식 모형으로 구분할 수 있으며 본 해석에 사용한 모형은 전 유동장에 대해 적용한 저레이놀즈수대수응력 모형과 레이놀즈응력방정식 모형이다.

2.2.1 레이놀즈응력방정식 모형과 대수응력 모형

이 모형들은 레이놀즈응력을 레이놀즈응력방정식으로부터 구하는 방법으로 2차 상관관계에서 난류단립(turbulence closure)을 하는 방법이다. 식(3)의 레이놀즈응력방정식에는 U_i 와 $\overline{u_i u_j}$, 그것들의 구배로 이루어진 항, 즉 대류항(C_{ij})과 점성확산항은 모형화가 필요 없으며 난류확산항, 압력확산항, 압력변형률항(ϕ_{ij}) 그리고 소멸항(ε_{ij})은 모형화가 필요하며 그 모형화 과정은 다음과 같다.

난류확산항은 일반적으로 다음의 단순구배 형태로 모형화하는데⁽¹⁰⁾

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} (\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}) \quad (9)$$

Dlay와 Harlow⁽¹¹⁾는 식(9)의 마지막 항을 제안하였으며 본 해석에서도 이를 적용하였다.

$$-\overline{u_i u_j u_k} = C_s \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \quad (10)$$

압력변형률항은 레이놀즈응력의 등방성 정도를 촉진하는 항(ϕ_{i1}), 레이놀즈응력 생성항의 등방성 정도에 기여하는 항(ϕ_{i2}), 벽면부근에서의 레이놀즈응력 성분간의 비등방성 효과를 나타내는 항(ϕ)

ϕ_{ij1} , ϕ_{ij2} 에 대한 벽면부근의 비등방성 정도를 나타내는 항(ϕ'_{ij2}) 등의 4개의 작용으로 보아 일반적으로 다음과 같이 표현한다.

$$\phi_{ij} = \phi_{ij1} + \phi_{ij2} + \phi'_{ij1} + \phi'_{ij2} \quad (11)$$

식(11)에서 ϕ_{ij1} 항에 대한 모형화는 Rotta,⁽¹²⁾ ϕ_{ij2} 항은 Launder 등,⁽¹³⁾ ϕ'_{ij1} 항은 Shir,⁽¹⁴⁾ ϕ'_{ij2} 항은 Gibson과 Launder 등⁽¹⁵⁾이 제시한 다음의 식들을 사용하였다.

$$\phi_{ij1} = -\rho C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \quad (12)$$

$$\phi_{ij2} = -C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) \quad (13)$$

$$\phi'_{ij1} = \rho C'_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_k u_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u_k u_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u_k u_j} n_k n_i) f(\frac{l}{x_n}) \quad (14)$$

$$\phi'_{ij2} = C'_2 (\phi_{km2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk2} n_k n_i) f(\frac{l}{x_n}) \quad (15)$$

식(14), (15)에서 $f(\frac{l}{x_n})$ 은 벽면함수를 나타낸

다. 이 벽면함수는 김⁽⁹⁾이 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형의 개선에서 사용한 와점성계수의 수정계수를 사용하여 다음과 같이 적용하였다.

$$f(\frac{l}{x_n}) = \frac{f'_u C_\mu^{\frac{3}{4}} k^{\frac{3}{2}}}{\kappa \nu \epsilon} \quad (16)$$

여기서,

$$f'_u = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{1 + \frac{47.4}{R_t}}) \quad (17)$$

이다.

그러나 식(12)~(15)에서 모형상수들은 고레이놀즈수 구역에서만 타당한 표준 모형상수들이므로 본 해석에서는 저레이놀즈수 구역에 대해서는 김⁽⁹⁾이 저레이놀즈수 구역의 난류 일반특성과 대수응력 모형을 이용하여 다음과 같이 모형상수들을 난류레이놀즈수(R_t)의 함수들로 수정한 식을 적용하였다.

$$C_1 = \beta [(1-\alpha) - \frac{f_s}{1+2.5g_2} + \frac{2\alpha}{g_1-g_3}] \quad (18a)$$

$$C_2 = \frac{1-\beta}{\beta} (\frac{g_1-g_3}{2\alpha}) C_1 \quad (18b)$$

$$C'_1 = \frac{\frac{3}{2} A_{22} g_2 B_{22} - \frac{1}{3} g_2 \alpha (C_2 - 1) + \frac{4}{3} A_{12}^2 B_{12} + f_s g_2 (1 - E_{22})}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2) f} \quad (19a)$$

$$C'_2 = \frac{\frac{3}{2} A_{12}^2 A_{22} B_{22} - 2g_2 A_{12}^2 B_{12} + \alpha (C_2 - 1) (A_{12}^2 + 2g_2^2) + f_s (1 - E_{22}) A_{12}^2}{(3g_2^2 + 2A_{12}^2) \alpha f C_2} \quad (19b)$$

식(18), (19)에서

$$\alpha = \frac{P}{\epsilon} \quad (20)$$

$$f_s = (1 + \frac{1}{10} R_t)^{-1} \quad (21)$$

$$A_{12} = -\frac{\overline{uv}}{k} \quad (22)$$

$$A_{22} = \frac{\overline{v^2}}{k} - \frac{2}{3} \quad (23)$$

$$E_{12} = \frac{2}{(1 + 2.5\overline{v^2}/k)} \quad (24)$$

$$E_{22} = \frac{4}{(1 + 2.5\overline{v^2}/k)} \quad (25)$$

$$B_{12} = 1 - \alpha - E_{12} f_s - C_1 \quad (26)$$

$$B_{22} = 1 - \alpha - E_{22} f_s - C_1 \quad (26)$$

이고 f 는 벽함수를 나타낸다. 또한,

$$g_1 = \frac{\overline{u^2}}{k} = 1.88 - 0.00222 R_t \quad (28)$$

$$g_2 = \frac{\overline{v^2}}{k} = \text{MAX}[0.00536\sqrt{R_t}, 0.0178(R_t - 116.1)^{0.516}] \quad (29)$$

$$g_3 = \frac{\overline{w^2}}{k} = 0.0205 R_t^{0.565} \quad (30)$$

는 Laufer⁽¹⁶⁾가 평행 평판유동에서 제시한 실험값들을 곡선맞춤(curve fitting)하여 나타낸 식들이다. 식(18)에서 β 는 고레이놀즈수 극한조건과 벽면부근에서의 실현가능성 제한조건(realizability constraint)을 고려하여 다음과 같은 모형식을 사용하였다.⁽⁹⁾

$$\beta = \beta_\infty + (1 - \beta_\infty) (\exp(-0.008 R_t)) \quad (31)$$

$$\beta_\infty = 0.4 \quad (32)$$

식(31)에서 상수 0.008은 유동이 천이 난류층을 완

전히 벗어나는 $R_t=400$ 에서 $\beta=0.99\beta_\infty$ 가 되도록 정해진 값이다.

식(18), (19)는 저레이놀즈수 구역에서만 타당한 값들 이므로 $R_t=400$ 이상의 고레이놀즈수 구역에서는 표준 일반상수들 즉, $C_1=1.8$, $C_2=0.6$, $C_1=0.5$, $C_2=0.3$ 을 사용하였다.⁽¹⁷⁾

소멸항에 대한 모형화는 Hanjalic과 Launder,⁽⁷⁾ Launder⁽¹⁷⁾가 제시한 다음과 같이 텐서적으로 정확한 벽면인접부에서의 비등방성 레이놀즈응력소멸률식을 적용하였다.

$$\epsilon_{ij} = (1-f_s) \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon + f_s \epsilon_{ijw} \quad (33)$$

여기서,

$$\epsilon_{ijw} = \frac{\epsilon}{k} \frac{[\overline{u_i u_j} + \overline{u_i u_k} n_k n_j + \overline{u_j u_k} n_k n_i + \delta_{ij} \overline{u_k u_l} n_k n_l]}{[1 + 2.5 \frac{\overline{u_p u_q} n_p n_q}{k}]} \quad (34)$$

이다.

따라서 식(10), (11), (33)을 식(3)에 대입하면 최종적으로 모형화된 레이놀즈응력방정식 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \overline{u_i u_j}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_k} ((\mu \delta_{kl} + \rho C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l}) \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}) \\ & - \rho (\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \\ & - \rho C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) - C_2 (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) \\ & + \phi'_{i1} + \phi'_{i2} - \rho (1-f_s) \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon - \rho f_s \epsilon_{ijw} \quad (35) \end{aligned}$$

Rodi⁽¹⁸⁾는 이 레이놀즈응력방정식 모형에서 대류항과 확산항을 하나로 묶어 다음과 같이 대수적 형태로 나타내었다.

$$\begin{aligned} \frac{D \overline{u_i u_j}}{Dt} - Diff(\overline{u_i u_j}) &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (\frac{Dk}{Dt} - Diff(k)) \\ &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P - \epsilon) \quad (36) \end{aligned}$$

따라서 대수응력 모형은

$$\begin{aligned} & \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P - \epsilon) \\ &= - (\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \\ & - C_1 \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - C_2 \frac{1}{\rho} (P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P) + \frac{1}{\rho} [\phi'_{i1} + \phi'_{i2}] \\ & - (1-f_s) \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon - f_s \epsilon_{ijw} \quad (37) \end{aligned}$$

이 된다. 본 해석에서는 식(35), (37)의 두 모형을 모두 적용하였는데 레이놀즈응력방정식 모형을 사용할 경우는 레이놀즈응력 모형에서 주응력들이 완전한 형태로 풀리기 때문에 난류 운동에너지방정식을 풀지 않고 다음과 같이 난류 운동에너지를 구하였다.

$$k = \frac{\overline{u_i u_i}}{2} \quad (38)$$

그러나 대수응력 모형으로 해석할 경우에는 난류 운동에너지방정식을 분명히 풀어야 하며, 난류 운동에너지 소멸률방정식은 레이놀즈응력방정식 모형과 대수응력 모형 모두에서 필연적으로 풀어야만 한다.

2.2.2 난류 운동에너지방정식과 난류 운동에너지 소멸률방정식의 모형화

식(35)에서 i, j 를 일치시키고 1/2를 곱함으로써 모형화된 난류운동에너지방정식이 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) &= \frac{\partial}{\partial x_j} ((\mu \delta_{ij} + \rho C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_j u_l}) \frac{\partial k}{\partial x_l}) \\ & - \rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon \quad (39) \end{aligned}$$

이 식은 위에서 언급한 바와 같이 대수응력 모형으로 해석하는 경우에만 요구된다.

난류 운동에너지 소멸률방정식은 김⁽⁹⁾이 벽근방 저레이놀즈수 영역에 적용할 수 있도록 수정한 다음식을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \epsilon) &= \frac{\partial}{\partial x_k} ((\mu \delta_{kl} + \rho C_s \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l}) \\ & + C_{e1} \frac{\epsilon}{k} P - \rho C_{e2} f_{e2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (40) \end{aligned}$$

여기서,

$$P = - \rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (41)$$

$$f_{e2} = (1 - 0.3 \exp(-R_t^2)) (1 - \exp(-\frac{y^+}{5.5}))^2 \quad (42)$$

이다.

3. 수치해석

3.1 격자체계 및 대류항 미분법

곡관전 1D에서부터 곡관후 5D까지 입구와 0°사이의 직관부는 8개, 0°와 45°, 45°와 90°, 90°와 180°의 곡관부는 각각 32개, 30개, 54개의 격자선을 두었고 180°와 출구까지의 직관부는 16개의 격자선을 두어 주유동방향으로 140개의 격자선을 두었으며 유동단면에는 24×40(X×Y)개의 격자를 두었다. 벽면부근의 미세격자구역에는 각각 11개의 격자선을 두었으며 이 때 벽면에 인접한 첫 격자의 위치는 무차원거리 y*가 1이 되게 하였고 미세격자와 거친격자가 만나는 경계면에서는 y*가 50이 되게 하였다.

대류항을 처리하기 위한 방법으로 국부 평균속도 (U, V, W)에 대하여는 QUICKER해법⁽¹⁹⁾을 나머지 종속변수에 대하여는 Hybrid해법을 적용하였다.

3.2 경계조건

직관입구부에서 주유동속도, 2차 유동속도, 난류 운동에너지, 난류 운동에너지 소멸률은 Melling과 Whitlaw⁽²⁰⁾가 직관부에서 측정한 자료를 사용하였으며 레이놀즈응력분포는 와점성계수 모형을 사용하여 구하였다.

출구에서는 완전히 발달한 유동이라고 보아 Newmann조건을 적용하였다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 (\phi = U_i, \overline{u_i u_j}, k, \epsilon) \quad (43)$$

그리고 압력에 대해서는

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \text{Constant} \quad (44)$$

을 적용하였다.

벽면에서의 경계조건은 평균속도, 난류 운동에너지, 레이놀즈응력은 No-slip조건을 적용하였다.

$$U_i, k, \overline{u_i u_j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (45)$$

그리고 벽에서의 난류 운동에너지 소멸률은 다음과 같이 주었다.

$$\epsilon = 2\nu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial x_n} \right)^2 \quad (46)$$

대칭면에서는 국부 평균 및 유동속도가 0이라는 제한조건을 적용하였으며 나머지 변수들에 대하여는 Newmann조건을 적용하였다.

$$U, \overline{uw}, \overline{uw} = 0 \quad (47)$$

그리고

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 (\phi = V, W, k, \epsilon, \overline{vw}) \quad (48)$$

이다.

3.3 곡관의 치수와 유동조건

본 해석에 사용한 정사각단면을 갖는 180°곡관의 치수와 유동조건은 Table 1과 같고 Fig. 1은 유로 형상을 나타낸다.

Table 1 Duct dimensions and conditions of inlet flow

Mean velocity (m/s)	Reynolds number	Hydraulic diameter (m)	Inner radius of curvature (m)	Outer radius of curvature (m)
9.996	56,690	0.0889	0.254	0.3429

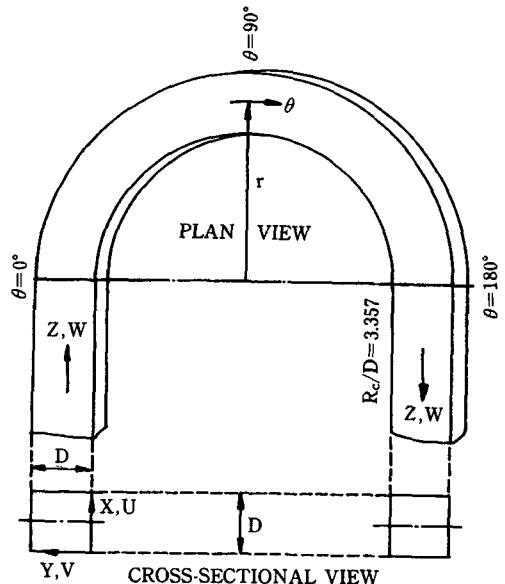


Fig. 1 Schematic showing the bend and tangents, the two coordinate systems and the velocity components of the flow

3.4 계산방법 및 수렴조건

본 해석에서는 해석영역 입구에서 출구까지 모든 변수에 대해 각 유동단면에서 4번 반복계산 후에 다음 단면으로 진행하는 방법으로 1회의 계산을 수행한 후 이때 얻어진 압력장을 가지고 다시 1회의 계산을 수행하여 수렴조건이 만족될 때까지 반복계산을 하는 준 포물선형해법을 이용하였다. 수치해의 발산을 막기 위해 압력을 제외한 모든 변수들의 이완인자를 0.4에서 부터 수렴이 되는 1.0까지의 1회 계산 수행후 마다 0.02단위로 증가시켰으며 압력의 이완인자는 0.08에서 0.2까지 0.5이하에서 수렴이 되도록 하였다. 수렴조건으로는 각 유동단면에서 구한 질량잔류량(mass residual)의 합이 0.001 이내일 때를 수렴으로 보았다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서는 정사각단면을 갖는 180°곡관내의 난류유동을 해석하기 위하여 김이 제시한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형을 대수응력 모형(이하

에서는 본 ASM 이라 한다.)과 레이놀즈응력방정식 모형(이하에서는 본 RSM 이라 한다.)으로 벽면부근을 포함한 전 유동장에 적용하였다. 그 결과들을 사각덕트부의 중심부는 대수응력 모형을 그리고 벽면인접부에는 Van Driest의 혼합거리 모형을 적용한 Choi 등⁽³⁾의 해석결과(이하에서는 혼합거리 모형이라 한다.), 문 등,⁽²¹⁾ Chang 등⁽²²⁾의 실험결과 등과 비교하여 김⁽⁹⁾이 제시한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형이 3차원 유동장에서도 적용가능한 모형인지를 검증하고자 한다.

Fig. 2~4는 $\theta=45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ 에서의 무차원화된 주유동방향 국부 평균속도의 예측결과를 비교한 것이다. Fig. 2는 $\theta=45^\circ$ 인 경우를 비교한 것인데 세 모형이 큰 차이를 보이지 않지만 $2X/D=1.0$ 에서 본 ASM은 다른 모형들 보다 문 등의 실험결과와 잘 일치하고 있다. Launder 등⁽¹²⁾의 연구결과에 의하면 $2X/D=1.0$ 에서는 Chang 등의 실험결과는 그 형상은 정확하나 절대적 크기가 잘못된 것을 지적하고 있어서 문 등의 실험결과가 더 정확한 것을 나타내주고 있다. 따라서 본 해석결과들을 Chang

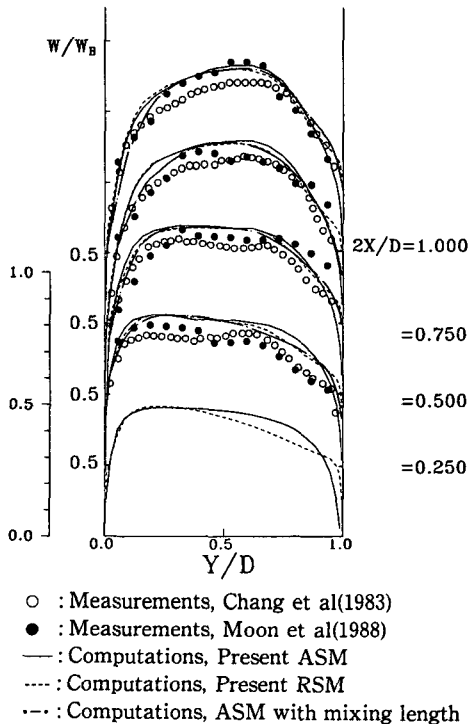


Fig. 2 Comparison of computed and measured normalized W velocity profiles at $\theta=45^\circ$.

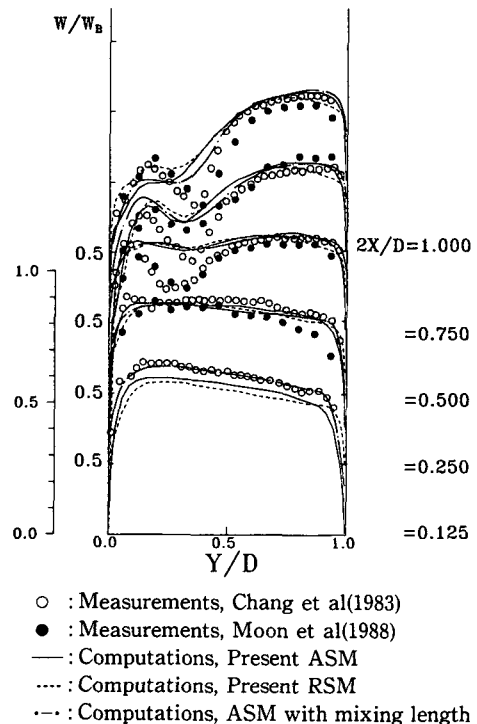
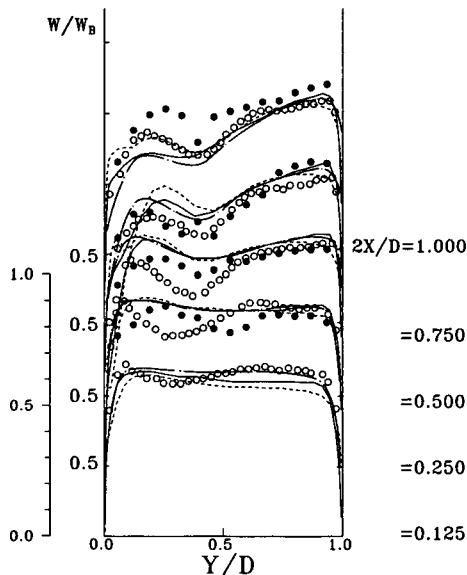


Fig. 3 Comparison of computed and measured normalized W velocity profiles at $\theta=90^\circ$

등의 실험결과와 비교할 때는 그 절대적 크기로 비교하는 것은 의미가 없고 그 형상을 비교하여야 한다.

Fig. 3은 $\theta=90^\circ$ 에서의 주유동속도의 예측결과를 비교하였는데 주유동속도의 2중 극대형상의 예측이 중요한 관건이 된다. $2X/D=0.75$ 인 경우를 비교해 보면 본 ASM이 문 등의 결과에 잘 일치하고 있고 혼합거리 모형과 본 RSM은 이보다 부정확한 것을 나타내고 있다. $2X/D=0.5$ 와 0.25 인 곳에서도 본 ASM이 다른 두 모형보다 더 좋은 결과를 나타내고 있다. $2X/D=0.5$, Y/D 가 0과 0.5사이에서 모든 해석결과들이 실험결과와 잘 일치하지 않는 문제에 대한 것은 벽면 난류모형의 개선으로 해결될 문제가 아니고 유동중심부의 고레이놀즈수 구역에서 압력변형률항 모형의 개선에 달려있다고 생각된다.

Fig. 4는 $\theta=135^\circ$ 에서의 예측결과를 비교한 것인데 본 ASM은 혼합거리 모형을 사용한 경우보다 개선된 결과를 보여주고 있고 본 RSM은 다른 두 모형보다 부정확한 결과를 보여주고 있다. 특히 $2X/D=0.5, 0.75, 1.0$ 이고 $Y/D=0.0$ 부근에서

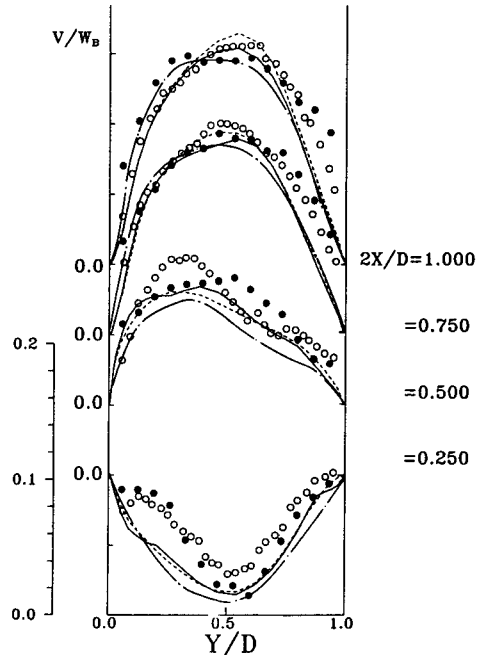


○ : Measurements, Chang et al(1983)
 ● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 4 Comparison of computed and measured normalized W velocity profiles at $\theta=135^\circ$

본 RSM은 다소 불안정한 유동분포를 보여주는데 이는 본 RSM에 사용한 난류 모형상수들이 레이놀즈응력방정식의 대류항과 확산항을 하나로 묶어 사용한 대수응력 모형에 의해 유도된 것이므로 확산이 중요한 곳에서 본 RSM을 사용할 경우 큰 확산의 효과를 김이 제시한 모형상수들로는 전체 레이놀즈응력방정식의 각 항들에 대한 평형을 이루지 못하여 발생한 것으로 보인다. 180° 곡관의 경우 주유동방향으로 $\theta=90^\circ$ 이상의 유동장에서는 곡률에 의한 원심력, 레이놀즈응력의 불균형, 반경방향 압력구배의 불균형으로 강력한 2차 유동이 발생하는데 이것이 현재의 $\theta=135^\circ$ 에서 확산항에 큰 영향을 주어 내벽면에서 주유동의 예측을 부정확하게 한 것으로 보인다.

앞에서 설명한 바와 같이 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형으로 예측한 결과가 혼합거리 모형의 결과와 거의 같은 정도의 결과만 갖는다 하더라도 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형은 개발에 성공



○ : Measurements, Chang et al(1983)
 ● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

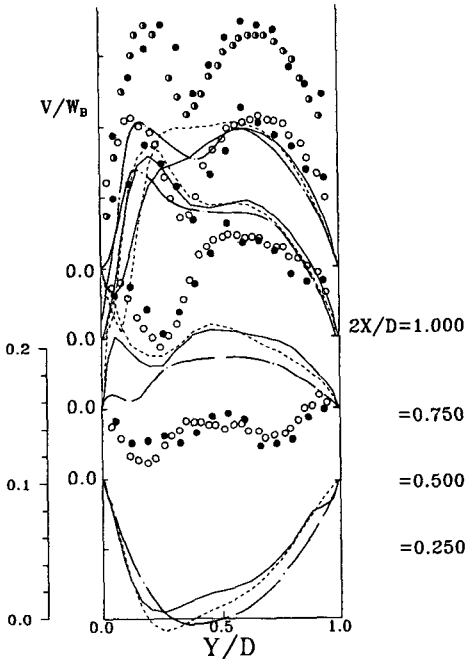
Fig. 5 Comparison of computed and measured normalized V velocity profiles at $\theta=45^\circ$

한 모형이라고 할 수 있다. 그것은 혼합거리 모형 자체가 재부착과 유동박리가 없는 유동 등에서는 비교적 정확한 모형이기 때문에 상당히 정확한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류 모형이 아니면 혼합거리 모형을 사용한 경우보다 더 좋은 결과를 얻기 어렵기 때문이다. 그럼에도 불구하고 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형을 개발하려고 하는 것은 이 모형은 적용가능한 유동범위가 혼합거리 모형을 사용한 경우보다 크기 때문에 3차원 유동의 해석에 새로운 난류모형으로 정착시킬 수 있기 때문이다. 그런데 지금까지 살펴본 주유동속도의 예측결과를 보면 본 RSM은 혼합거리 모형을 사용한 경우와 유사하거나 국부적으로 좋지 못한 결과를 주었지만, 본 ASM은 혼합거리 모형의 경우보다 오히려 더 좋은 결과를 예측해 주었기 때문에 일단 벽면 난류모형개발로서는 성공했다고 볼 수 있다.

Fig. 5~8까지는 $\theta=45^\circ, 90^\circ$ 에서 무차원화 한 2차유동 속도분포 U, V 의 예측결과를 실험결과들과

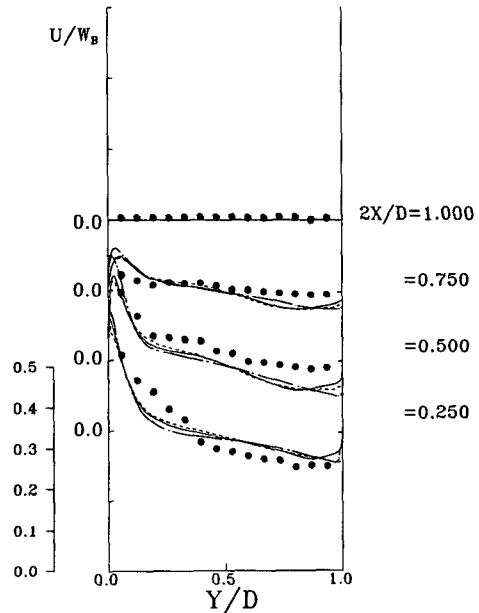
과 비교한 것이다. Fig. 5를 보면 문 등의 실험결과와 Chang 등의 실험결과는 약간의 차이를 보이고 있다. 그런데 문 등의 실험, Chang 등의 실험 혹은 수치해석에 의한 예측결과들은 모두 오차를 완전히 제거한 결과라고 볼 수 없기 때문에 어느것이 정확하다고 단정 지을 수는 없다. 그런데 만약 두 실험결과와 해석결과 중의 한 결과, 즉 세 결과들 중에 어느 두가지의 결과가 다른 하나의 결과보다 서로 더 가깝다면 우리는 이 두가지 결과에 대한 정확성의 가능성이 다른 한가지에 비해서 크다고 할 수 있다. 이러한 의미를 가지고 실험결과들과 수치해석결과들을 비교하면서 그 정확성을 논의해야 한다고 판단된다.

Fig. 5는 V 속도분포를 $\theta=45^\circ$ 에서 도시한 것인데 $2X/D=1.0$ 에서는 본 RSM 및 본 ASM은 Chang 등의 실험결과와 혼합거리 모형은 문 등의 실험결과와 대체적으로 잘 일치하고 있어서 어느것이 더 정확하다고 판단하기 곤란하다. 그러나 $2X/D=0.50$ 에서는 세 모형 모두에 의한 해석결과가 문 등의 실험결과에 더 가까운 것을 알 수 있다. 따라서 이 결과는 문 등의 실험결과에 대한 정확성



○● : Measurements, Chang et al(1983)
 ● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 - · - · : Computations, ASM with mixing length

Fig. 6 Comparison of computed and measured normalized V velocity profiles at $\theta=90^\circ$



● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 - · - · : Computations, ASM with mixing length

Fig. 7 Comparison of computed and measured normalized U velocity profiles at $\theta=45^\circ$

이 Chang 등의 그것보다 크다는 것을 말해주고 있다. 그런데 본 ASM의 결과는 다른 두 모형을 사용한 경우보다 문 등의 실험결과에 잘 일치하고 있기 때문에 본 ASM의 정확성에 대한 가능성을 크게 해준다. $2X/D=0.25$ 에서 보면 문 등의 실험결과와 Chang 등의 실험결과는 오히려 더 가깝고 혼합거리 모형은 실험치들과 차이가 큰 것을 알 수 있다. 그러나 본 ASM에 의한 해석결과는 $Y/D=0.5$ 이상에서는 실험결과와 잘 일치하고 있고 전체적으로 V 속도의 굴곡을 어느정도 예측해 주고 있어서 본 ASM이 다른 모형에 비해 정확하다는 것을 알 수 있으며, 본 RSM에 의한 결과들도 혼합거리 모형보다는 우수한 예측을 하고 있는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6은 $\theta=90^\circ$ 에서의 V 분포의 예측결과이다. 이 그림은 Chang 등과 문 등의 실험결과들은 거의 일치하고 3가지 해석결과는 실험결과와 큰 차이를 나타내고 있는 데 $2X/D=0.75, 0.5$ 에서 본 RSM의 예측결과는 다른 두 모형에 비해서 실험치에 훨씬 더 접근하고 있다.

Fig. 7을 살펴보면 본 ASM 및 본 RSM과 혼합

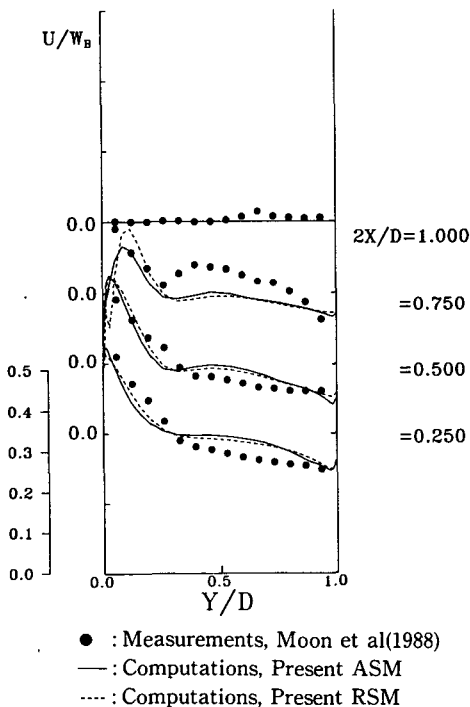


Fig. 8 Comparison of computed and measured normalized U velocity profiles at $\theta=90^\circ$

거리 모형을 사용한 경우는 큰 차이를 보이지 않으며 대체적으로 U 분포의 예측을 잘 나타내고 있으며, Fig. 8은 $\theta=90^\circ$ 인 경우의 U 속도분포를 본 ASM과 본 RSM만 나타낸 것인데 두 모형 모두 실험치와 잘 일치하고 있다.

Fig. 9~14까지는 $\theta=45^\circ, 90^\circ$ 에서의 주레이놀즈 응력 강도에 대한 예측결과를 비교한 것이다. 혼합거리 모형을 사용한 경우와 본 ASM의 결과는 덕트의 거친격자부에서는 큰 차이를 보이고 있지만 벽면인접부에서는 상당한 차이를 보이고 있다. 그것은 혼합거리 모형은 벽면인접부에서 정확히 레이놀즈응력을 예측할 수 없는데 기인한다. 레이놀즈응력 $\overline{w^2}$ 의 경우 본 ASM과 본 RSM의 결과를 보면 벽면 아주 가까운 부분에서는 주응력분포가 높이 상승했다가 벽에서 0으로 수렴하는 것을 알 수 있지만 혼합거리 모형은 단순히 벽면인접부에서 0으로 수렴하여서 큰 차이를 보이고 있다. 벽면에 아주 가까운 부분에 대해서는 정확한 실험자료가 없기 때문에 이에 대한 비교를 할 수가 없어

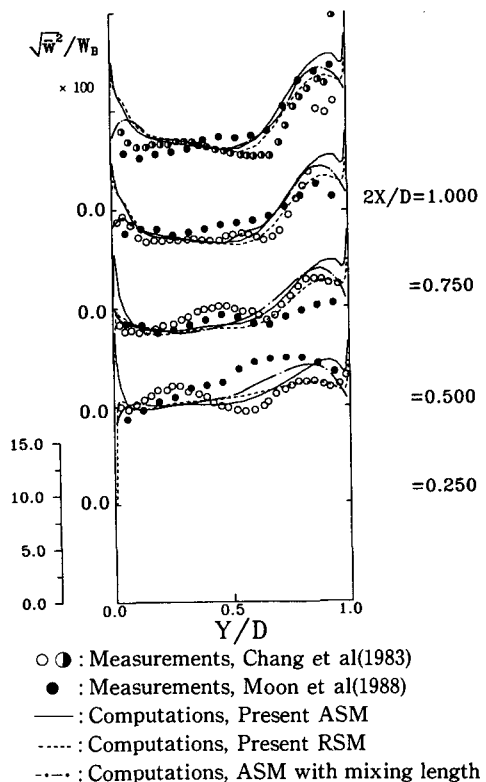
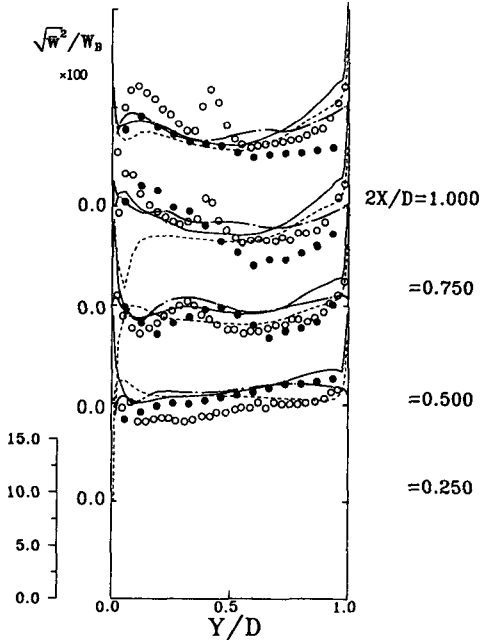


Fig. 9 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{w^2}$ profiles at $\theta=45^\circ$

서 어느 모형이 벽면인접부에서 우수한지를 판단할 수가 없다. 그러나 Fig. 9의 $\theta=45^\circ$ 에서 $2X/D=0.25, 1.0$ 의 외벽, 즉 $Y/D=1.0$ 부근에서 Chang 등의 실험결과가 벽면인접부에서 급상승하는 것, 혹은 Fig. 10의 $\theta=90^\circ$ 에서 $2X/D=0.5, 0.75, 1.0$ 의 외벽부근에서 역시 Chang 등의 실험결과가 벽면인접부에서 급상승하는 것을 나타내고 있는 것을 본 ASM과 본 RSM은 예측하고 있는 데 반해 혼합거리 모형은 이를 예측하지 못하고 있다. 반면 본 RSM은 $2X/D=0.25$ 의 내벽면 즉 $Y/D=0$ 부근에서는 혼합거리 모형과 유사한 현상을 예측하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 ASM과 본 RSM 그리고 혼합거리 모형의 레이놀즈응력 예측의 정확성 차이는 벽면인접부에서의 예측결과에 있다고 할 수 있으며 이것이 주유동 및 2차 유동 예측에 가장 큰 영향을 미칠 것으로 생각된다. 그러나 불행하게도 벽면인접부에서의 정확한 실험결과가 없기 때문에 각 모형의 정확성을 판명하는 것을 어렵게 하고 있다.

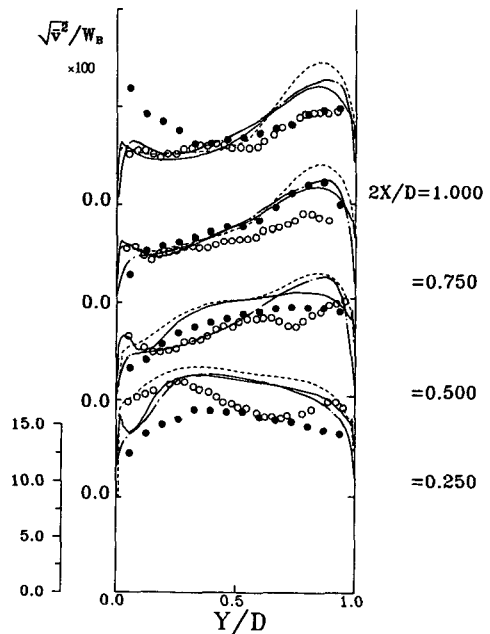
Fig. 11의 $\theta=45^\circ$ 에서 y 방향 주응력의 비교에 의하면 $2X/D=1.0$ 과 0.75 등에서 본 ASM 이 실험치에 가장 가깝다고 할 수 있으며 본 RSM은 본 ASM과 경향이 유사하나 $Y/D=1.0$ 부근에서 대체적으로 실험치보다 크게 예측하고 있다. $2X/D=0.75$ 의 결과를 보면 ASM은 문 등의 실험결과와 잘 일치하고 Chang 등의 결과는 해석결과들과 많이 떨어져 있는 것을 알 수 있으나 Fig. 12의 $\theta=90^\circ$ 에서는 본 ASM의 결과가 Chang 등의 실험결과에 접근해 있는 것을 볼 수 있다. 따라서 전반적으로 볼 때 Chang 등의 실험결과와 본 ASM의 해석결과는 문 등의 실험결과보다 더 정확할 가능성이 큰 것을 알 수 있고 본 ASM 이 혼합거리 모형보다 실험치에 보다 가까우며 본 RSM은 실험치와 약간의 거리가 있다.

x 방향의 주응력에 대해서는 Chang 등의 실험결과가 없어서 문 등의 실험결과와만 비교하였으며 $\theta=45^\circ$ 의 경우에는 본 ASM과 본 RSM의 결과만 도시하여 비교하였다. Fig. 13, 14는 $\theta=45^\circ, 90^\circ$



○ : Measurements, Chang et al(1983)
 ● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 10 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{w^2}$ profiles at $\theta=90^\circ$



○ : Measurements, Chang et al(1983)
 ● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 11 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{v^2}$ profiles at $\theta=45^\circ$

에서의 x 방향 주응력강도를 실험결과와 비교한 것인데 $\theta=45^\circ$ 에서는 두 적용 모형이 거의 유사하나 벽면인접부에서 본 ASM이 우수한 것을 알 수 있고, $\theta=90^\circ$ 의 경우 해석에 적용한 3가지 모형은 중심부에서 대체적으로 실험결과와 잘 일치하나 본 RSM은 $2X/D=0.75$ 에서 국부적으로 실험치와 차이가 있는 것을 보여주고 있다. 그러나 벽면인접부에서는 세 모형이 상당히 차이가 큰 것을 알 수 있으므로 정확성에 대한 비교를 위해서는 벽면인접부에 대한 정확한 실험이 절대적으로 요구된다고 하겠다.

Fig. 15~17까지는 $\theta=90^\circ$ 에서의 레이놀즈응력의 강도에 대한 예측결과를 실험결과와 비교한 것이다. 레이놀즈응력 \overline{uv} 와 \overline{vw} 에 대해서는 Chang 등의 실험결과가 없기 때문에 문 등의 실험결과와만 비교하였다. Fig. 15는 $\theta=90^\circ$ 에서 레이놀즈응력 \overline{uv} 에 대한 비교이다. 전체적으로 세 모형에 의한 해석결과는 서로 유사한 형태를 갖지만 본 ASM의 결과가 혼합거리 모형에 의한 결과보다 실험치에

보다 가까운 것을 알 수 있으며 본 RSM의 결과는 실험치에서 다소 벗어나고 있다.

Fig. 16은 $\theta=90^\circ$ 에서 레이놀즈응력 \overline{uw} 의 강도

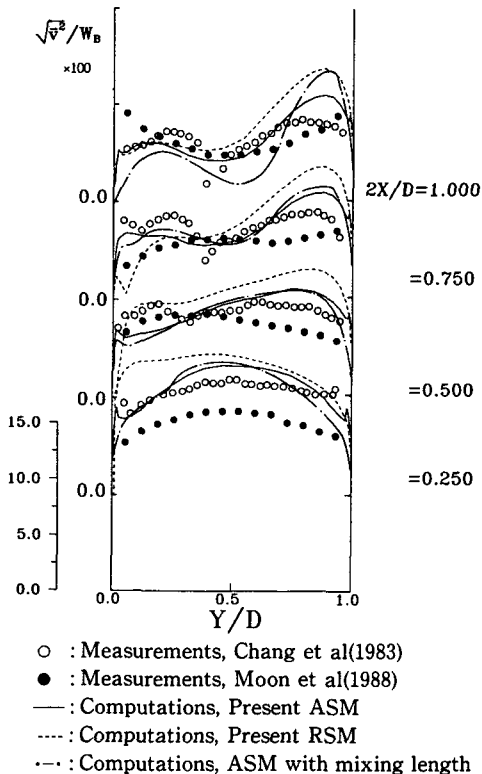


Fig. 12 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{v^2}$ profiles at $\theta=90^\circ$

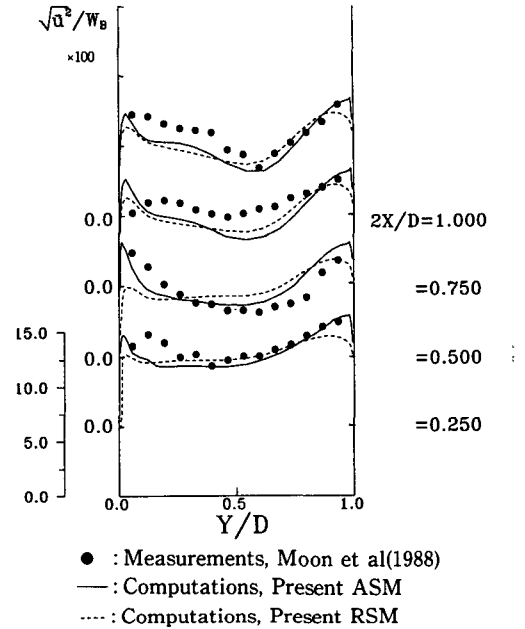


Fig. 13 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{u^2}$ profiles at $\theta=45^\circ$

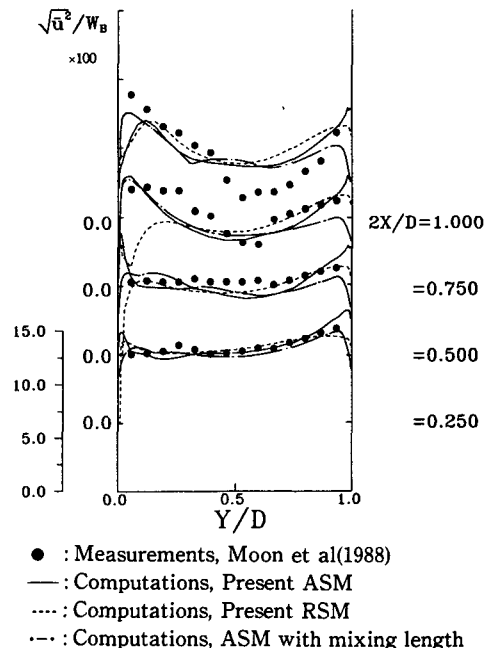
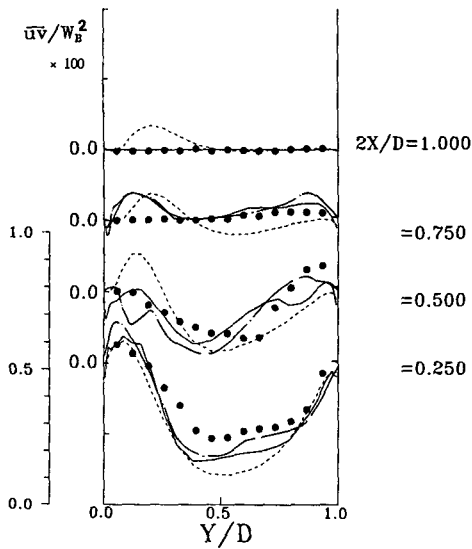
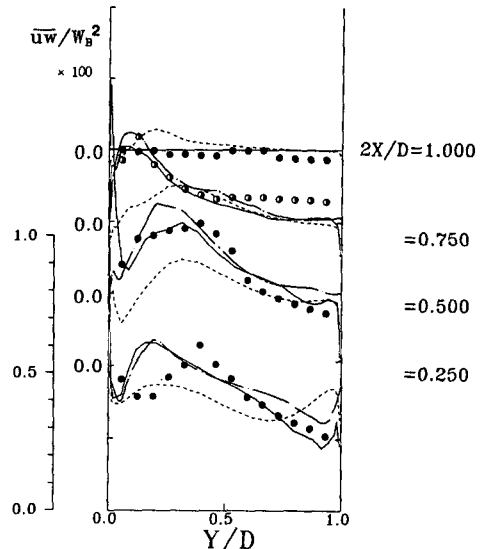


Fig. 14 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress $\overline{u^2}$ profiles at $\theta=90^\circ$



● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 15 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress \overline{uv} profiles at $\theta=90^\circ$

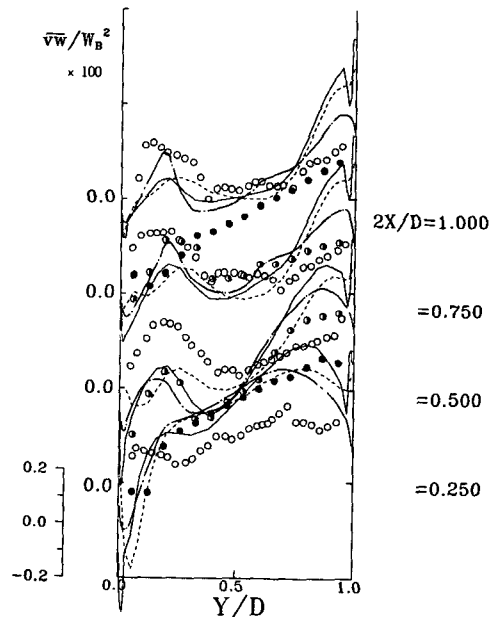


●● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 16 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress \overline{uw} profiles at $\theta=90^\circ$

를 나타내는데 이곳에서도 역시 $2X/D=0.25, 0.5, 0.75$ 에서 본 ASM이 혼합거리 모형보다 개선된 결과를 나타내주고 있으며 본 RSM은 실험치와 큰 차이를 나타내고 있어 레이놀즈전단응력의 예측에서는 본 RSM의 정확성이 떨어지는 것을 알 수 있다.

Fig. 17은 $\theta=90^\circ$ 에서의 레이놀즈응력 \overline{vw} 의 강도를 나타낸다. $2X/D=1.0$ 에서 보면 세 모형들은 모두 Chang 등의 실험결과와 가깝고 문 등의 실험결과와는 차이가 있게 나타나고 있다. 문 등의 연구에 의하면 Chang 등의 실험결과에서 $2X/D=1.0$ 을 제외한 다른 부분에서는 문 등의 실험결과가 정확성이 클 가능성이 높지만 $2X/D=1.0$ 에서는 Chang 등의 실험결과에 대한 정확성의 가능성이 크다고 언급하고 있다. 그것은 해석결과들이 전반적으로 $2X/D=1.0$ 에서는 Chang 등의 결과에 가깝기 때문이다. 이런 관점에서 볼 때 본 ASM 및 본 RSM의 해석결과가 Chang 등의 실험결과들에 가까운 것은 바람직한 것이라고 할 수 있다. $2X/D=0.25, 0.5, 0.75$ 에서는 문 등의 실험결과와 Chang 등의 실험결과는 큰 차이를 보이고 있는데 본 ASM을 포함한 모든 모형들이 문 등의 실



○ : Measurements, Chang et al(1983)
 ●● : Measurements, Moon et al(1988)
 — : Computations, Present ASM
 - - - : Computations, Present RSM
 ··· : Computations, ASM with mixing length

Fig. 17 Comparison of computed and measured normalized Reynolds stress \overline{vw} profiles at $\theta=90^\circ$

험결과에 가깝기 때문에 이곳에서는 오히려 문 등의 실험결과에 대한 정확성의 가능성이 Chang 등의 실험결과보다 크다고 할 수 있다.

이상의 결과들로부터 김이 제시한 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형을 본 ASM 및 본 RSM 으로 계산해 본 결과 주유동 및 2차 유동 그리고 레이놀즈응력분포에서는 본 RSM은 혼합거리 모형과 유사하거나 국부적으로 좋지 않은 결과를 주었지만 본 ASM은 혼합거리 모형보다 우수한 결과를 예측해 주었기 때문에 김의 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형은 3차원 유동장에서도 적용될 수 있다는 것을 증명해 주었다. 본 RSM으로 해석한 경우 레이놀즈응력분포의 예측에서 전반적으로 혼합거리 모형보다 정확성이 떨어지는 결과를 주었는데 이는 확산항의 효과가 비교적 큰 경우에는 이 확산의 효과를 고려하여 김의 모형에 수치적인 경험상수를 도입하면 해결될 것으로 판단된다.

5. 결 론

정사각단면을 갖는 180°곡관에서의 난류유동을 전유동장에 대해 김이 제시한 저레이놀즈수대수응력 모형과 레이놀즈응력방정식 모형으로 해석한 후 그 결과를 사각덕트의 중심부분에서는 대수응력 모형을 벽면부근의 미세격자구역에서는 혼합거리 모형을 적용한 Choi⁽⁹⁾의 해석결과와 문 등⁽²¹⁾과 Chang 등⁽²²⁾의 실험결과와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 저레이놀즈수대수응력 모형은 기존의 180°곡관 해석에서 비교적 정확한 예측결과값들을 준 혼합거리 모형을 적용한 경우와 비교할 때 전반적으로 개선되거나 같은 정도의 평균속도와 레이놀즈응력분포를 주었으며 저레이놀즈수 레이놀즈응력방정식 모형은 레이놀즈응력의 예측에서 혼합거리 모형에 비해 다소 부정확한 값들을 제시해 주었다.

(2) 난류 모형상수들을 난류 레이놀즈수의 함수로 나타낸 김의 저레이놀즈수 2차 모멘트 난류모형은 대수응력모형으로 해석하는 경우에 있어서는 기존의 모형들보다 우수한 예측값들을 주었기 때문에 난류모형의 적용범위를 상대적으로 확장시켰으며, 3차원 유동장에서도 사용할 수 있는 난류모형이라는 것이 입증되었다.

(3) 김의 모형을 레이놀즈응력방정식에 사용하여 벽면부근까지 확장하여 적용할 경우 확산항을 통하

여 벽면부근의 영향이 대수응력 모형보다 훨씬 크게 중심부로 전해지기 때문에 해의 정확성을 높이기 위해서는 현재의 모형에 대해서 수치적인 경험상수를 도입하면 어느 정도는 정확한 예측이 가능할 것으로 판단되지만 궁극적으로는 벽면부근에서의 복잡한 난류구조를 기술할 수 있는 난류모형과 각 방정식의 정확한 모형화가 요구된다.

참고문헌

- (1) Johnson, R. W., 1984, *Turbulent Convecting Flow in a Square Duct with a 180° Bend ; Experimental and Numerical Study*, Ph. D. Thesis, UMIST.
- (2) Launder, B. E., 김명호, 문 찬, 최영돈, 1988, "180°곡관을 갖는 정사각단면덕트에서의 난류유동해석," 대한기계학회논문집, 제 12 권 제 3 호, pp. 607~621.
- (3) Choi, Y. D., Iacovides, H. and Launder, B. E., 1989, "Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square Sectioned 180 Deg. Bend," *Trans of ASME, J. of Fluids Eng.*, Vol. 3, March, pp. 59~68.
- (4) Crawford, M. E. and Kays, W. M., 1975, *A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal/External Boundary Layers*, Rept. HMT-23, Stanford University.
- (5) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1985, "ASM Prediction of Turbulent Momentum and Heat Transport in Coils and U-Bends," *Proc. 4th Int. Conf. Num. Meth. in Laminar and Turbulent Flow*, Pineridge Press, Swansea, pp. 1023~1045.
- (6) Shima, N., 1988, "Reynolds-Stress Model for Near-Wall and Low Reynolds Number Regions," *J. Fluids Engng.*, Vol. 10, pp. 38~44.
- (7) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1976, "Contribution towards a Reynolds-Stress Closure for Low-Reynolds-Number Turbulence," *J. Fluids Mech.*, Vol. 74, pp. 593~610.
- (8) Launder, B. E. and Shima, N., 1989, "Second Moment closure for the Near Wall Sublayer : Development and Application," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 10, October, pp. 1319~1325.
- (9) 김명호, 1991, "저레이놀즈수 난류 모형개발에

- 관한 연구," 고려대학교 박사학위논문.
- (10) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1972, "A Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to the Thin Shear Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, pp. 609~638.
- (11) Daly, B. J. and Harlow, F. H., 1970, "Transport Equations in Turbulence," *Phy. Fluids*, Vol. 13, No. 11, pp. 2634~2648.
- (12) Rotta, J. C., 1951, *Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz*, *Z. Phy.*, Vol. 129, pp. 547~572.
- (13) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi. W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 537~566.
- (14) Shir, C. C., 1973, "A Preliminary Numerical Study of Atmospheric Turbulent Flows in the Idealized Planetary Boundary Layer," *J. Atmos. Sci.*, Vol. 30, p. 1327.
- (15) Gibson, M. M. and Launder, B. E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 491~511.
- (16) Laufer, J., 1951., *Investigation of Turbulent Flow in a Two Dimensional Channel*, NACA Rept. 1053.
- (17) Launder, B. E., 1989, "Second-Moment Closure: Present and Future?," *Int. J. Heat & Fluid Flow*, Vol. 10, No. 4, December, pp. 282~300.
- (18) Rodi, W., 1976, *A Algebraic Relation for Calculating the Reynolds Stresses*, ZAMM 56, T219~T221.
- (19) Koo, H. M. and Park, S. O., 1991, "Extension and Application of the QUICKER Scheme to a Non-Uniform Rectangular Grid System," *Communi. Appl. Numer. Methods*, Vol. 7, pp. 111~121.
- (20) Melling, A. and Whitelaw, J. H., 1979, "Turbulent Flow in a Rectangular Duct," *J. Fluid Mech.*, Vol. 78, pp. 289.
- (21) 문 찬, 양승효, 최영돈, 유석재, 1988, "열선 유속계에 의한 180°곡관을 갖는 정사각단면의 덕트에서의 난류유동 특성의 측정," 대한기계학회논문집, 제 12 권 제 4 호, pp. 900~915.
- (22) Chang, S. M., Humphrey, J. A. C. and Modavi, A., 1983, "Turbulent Flow in a Strongly Curved U-Bend and Downstream Tangent of Square Cross Sections," *PCH Physico Chemical Hydrodynamics*, Vol. 4, pp. 243.