

〈論 文〉

## 연료분무의 위상도플러 측정과 확률밀도함수의 도출

구 자 예\*

(1993년 12월 15일 접수)

Phase Doppler Measurements and Probability Density Functions  
in Liquid Fuel Spray

Ja Ye Koo

**Key Words :** Fuel Spray(연료분무), Droplet Size(액적크기), Droplet Velocity(액적속도), Phase/Doppler Particle Analyzer(위상도플러 입자측정기), Probability Density Distribution and Function(확률밀도분포 및 함수), Log-Hyperbolic Function(쌍곡선함수)

## Abstract

The intermitternt and transient fuel spray have been investigated from the simultaneous measurement of droplet sizes and velocities by using Phase/Doppler Particle Analyzer (PDPA). Measurement have been done on the spray axis and at the edge of the spray near nozzle at various gas-to-liquid density ratios( $\rho_g/\rho_l$ ) that ranges from those found in free atmospheric jets to conditions typical of diesel engines. Probability density distributions of the droplet size and velocity were obtained from raw data and mathematical probability density functions which can fit the experimental distributions were extracted using the principle of maximum likelihood. In the near nozzle region on the spray axis, droplet sizes ranged from the lower limit of the measurement system to the order of nozzle diameter for all  $\rho_g/\rho_l$  and droplet sizes tended to be small on the spray edge. At the edge of spray, average droplet velocity peaked during needle opening and needle closing. The rms intensity is greatly increased as the radial distance from the nozzle is increased. The probability density function which can best fit the physical breakage process such as breakup of fuel drops is exponecially decreasing log-hypebolic function with 4 parameters.

## 1. 서 론

가스터빈이나 내연기관의 분무연소를 정확히 이해하기 위하여서는 연소 시스템내에서 시간과 공간 변화에 따른 분무액적의 크기와 속도분포를 이해

할 필요가 있다. 노즐에서 생성되는 분무는 액적크기와 속도가 균일하지 않으며 작동조건, 측정장소에 따라 여러가지의 액적크기와 속도를 갖는 분포를 이룬다. 액적의 크기, 속도 및 온도분포는 분무와 주위 가스와의 물질, 운동량 및 에너지교환 등 기본해석을 위해서 필요하다. 연소실내 분무의 열, 유체 및 연소현상을 계산 할 수 있는 KIVA-II 프로그램에서도 액적의 초기 크기 및 속도데이터가

\*정희원, 한국항공대학교 항공기계공학과

필요하다.<sup>(1)</sup> 그 한가지 방법은 큰 액체 덩어리로부터 바로 분열모델(breakup model)에 의해 작은 액적들로 분열되는 액적의 크기 및 속도를 이용하는 방법이 있으며, 다른 방법으로는 어느값의 초기액적 전체의 Sauter 평균직경(SMD)을 가지면서 Chi-square와 같은 확률밀도분포를 이루는 액적들의 크기를 이용 하는 방법이 선택적으로 사용되고 있다. 분무내에서 액적의 크기 분포는 액적 표본검출법이나 가시화기법에 의해서 연구되어 왔다.<sup>(2,3)</sup> 특히 이들 기법에 기초한 평균 액적의 크기측정은 어떤 일정 종류의 확률밀도함수를 크기 측정 이전에 가정하기 때문에 적절한 수학적 함수를 사용하지 않으면 그 결과가 달라질 수도 있다. 그러나, 최근에는 PDPA(Phase/Doppler Particle Analyser)라는 도플러 위상간섭계를 이용한 액적의 크기 및 속도를 동시에 측정할 수 있는 방법이 사용되고 있는데,<sup>(4,5)</sup> PDPA는 사전에 어떠한 확률밀도함수도 사용하지 않고 분무내에서의 국부적인 측정점에서 액적의 크기와 속도를 측정할 수 있으며, 측정데이터로부터 확률밀도분포를 구하고 이의 최적 확률밀도함수를 도출해 낼 수가 있다. 액적의 크기를 나타낼 수 있는 여러가지 수학적 확률밀도함수가 제안되고 있는데 그중 Rosin-Rammler 및 Log-normal과 Chi-square 분포가 주로 분무액적의 크기를 나타내는데 많이 쓰여왔다. 그러나 분무가 노즐출구에서 나와서 하방으로 진행할 때에  $We_D$ 가 어떤 임계상수(예 12) 이상이거나  $We_D/\sqrt{Re_D}$ 가 어떤 임계상수(예, 1.0) 이상이면 큰 액적은 보다 작은 액적으로 2차로 분열(secondasy break-up)이 진행되고 임계상수 이하이면 분쇄는 되지 않는다.<sup>(6)</sup> 또한 액적밀도가 높으면 작은 액적들은 충돌하여 응집(coalescence)하기도 한다. 분무장내에 액적크기는 크지만 액적속도와 주위 가스와의 상대속도가 낮으면 이 액적은 더 이상 분열되지 않으면서 하방으로 진행하기 때문에 분무내 위치와 시간에 따라 액적크기의 중간값(median)을 중심으로 비교하였을 때 큰 액적은 작은 액적보다 빈도수(확률)는 적지만 여러가지 크기의 큰 액적이 존재할 수도 있다. 이러한 액적을 포함한 크기의 분포는 일반적으로 대칭분포를 이루는 것이 아니고 크기 분포모양이 큰 액적쪽에서 낮은 확률을 가지면서 늘어지는 모양을 갖고 있다.

이와 같은 연료분무 실험에서 구한 비대칭 분포를 나타내는 액적크기를 전 크기영역에서 가장 잘

표현할 수 있는 것은 4개의 독립변수를 갖는 Log-hyperbolic 함수로 판명되었으며,<sup>(5,7)</sup> 본 연구에서는 PDPA를 이용하여 노즐 부근에서 액적의 크기 및 속도를 측정하였으며 액적의 크기 및 속도의 확률밀도분포를 가장 잘 나타낼 수 있는 최적 확률밀도함수를 도출하였다.

## 2. 실험장치 및 방법

실험장치는 분무실(spray chamber), 분사 시스템 및 PDPA 등으로 구성되어 있으며, 전체적인 개략도는 Fig. 1에 나타나 있다. 분무실은 4.5 MPa까지 압력을 가할 수 있도록 설계되었으며, 내직경 184.25 mm, 길이 177 mm, 두께 9.4 mm의 알루미늄 원통으로 되어 있고 각 원통 끝단에 두께 25.4 mm, 직경 100 mm의 쿼츠유리창(quartz window)이 원통에서 편심되어 설치되어 있어서 위상

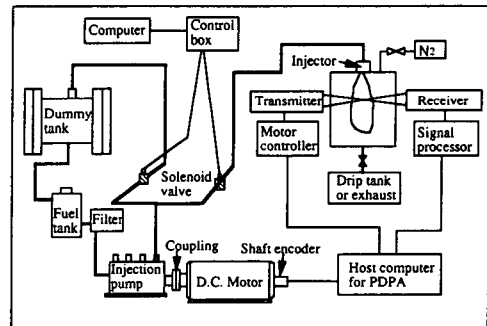


Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus

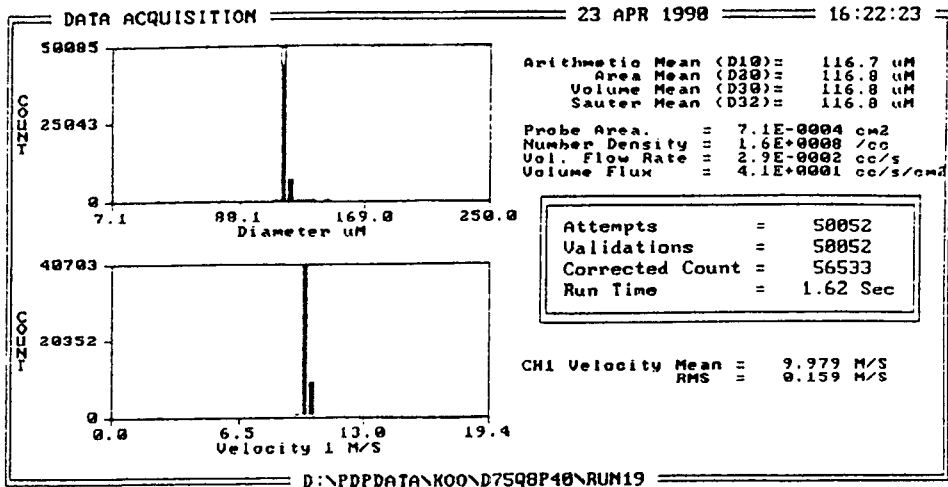
Table 1 Operating conditions

Fuel	Phillips No. 2 Diesel fuel
	Refractive index : 1.4748
Chamber condition	○ Room temperature
	○ Nitrogen gas Gas pressure(MPa) : 0.10, 0.45, 1.34, 2.17 $\rho_g/\rho_l(\times 10^3)$ : 1.37, 6.0, 18.1, 29.2
Pump speed	800 rpm
Nozzle	Static opening pressure : 15.2 MPa
	Peak injection pressure : 25 MPa
Fuel delivered (mg/injection)	5.1, 9.0, 13.5

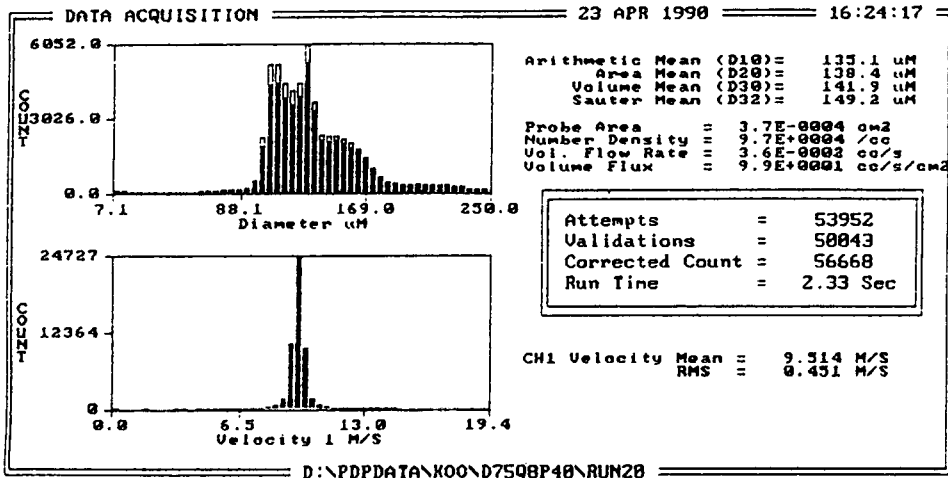
도플러 입자측정기(PDPA)를 이용하여 분무액적의 크기 및 속도 측정시광학적 접근이 가능하도록 하였다. PDPA는 측정원리상 트랜스미터(transmitter)와 리시버(receiver)가 30도 각도를 이루어야 하므로 편심 퀴츠유리창은 공간적인 측정 가능 범위는 넓게 하지만 퀴츠유리창 크기는 작게 할 수 있다. 인체터는 알루미늄 원통 중간에 설치되어 있으며 실험에 사용된 노즐은 단일 구멍식(single-hole)으로 직경이 0.24 mm와 0.41 mm의 두 종류가 사용되었으며 노즐 길이 대 직경비인 L/d는 각각 3.3과 1.95이다. 사용된 펌프는 인라인 저크식

(in-line jerk-type)으로 4기통중 나머지는 연료가 차단되고 한개의 기통에서만 연료가 공급되며 후인젝션(after injection)이 없도록 연료 펌프의 디리버리 밸브를 개조하였다. Table 1은 실험에 사용된 연료 및 시험조건을 나타내고 있다. 측정위치는 노즐 부근( $x/d=41.7$ )으로부터 하방으로 멀리 떨어진 위치( $x/d=250$ )까지 분무 중심축상의 여러 위치와 같은 축방향에서 반경방향으로 위치가 다른 여러 지점에서 측정하였다.

분무특성에 영향을 주는 인자 가운데서 분무실압력( $P_g$ )보다는 분무실의 가스 밀도와 분무액체



(a) Driving frequency : 31 kHz



(b) No forced vibration

Fig. 2 Droplet size and velocity histograms from a stream of monodisperse drops produced by a vibrating orifice drop generator

밀도와와의 비율( $\rho_g/\rho_l$ )이 분무특성에 미치는 영향이 크다고 알려져 있다.<sup>(8)</sup> 따라서 본 실험에서는 분무실의 측정 압력범위를 실제 디젤엔진 상태와 거의 동등한 값을 갖는  $\rho_g/\rho_l$ 의 범위를 기준으로 하여 선택하였다. 입자로부터 산란된 도플러신호(doppler burst)의 위상은 입자의 크기와 신호가 채취되는 위치에 따라 변화하는데<sup>(9)</sup> 원형 입자로부터 산란된 빛이 다른 두 지점에서 채취되면 두 신호사이의 위상은 입자의 크기에 비례한다. 본 실험에서는 Aerometrics社의 단일 성분을 측정할 수 있는 PDPA가 사용되었다. PDPA를 사용해서 액적(혹은 입자)의 크기를 정확히 측정하기 위한 전제 조건으로서는 액적의 크기는 원형에 가까워야 하며, 측정 체적을 통과하는 액적은 측정 단위 시간당 한 개만 통과해야 한다. 이러한 조건을 비교적 잘 만족하는 단일분산(mono-disperse)액적의 경우는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 거의 100%에 가까운 유효 데이터비율을 나타낼 수 있다. 그러나 액적의 크기 및 속도는 필터나 광학적 배열에 의해서 정해지는 측정 가능한 크기와 속도 범위안에서만 측정이 가능하며 노즐 부근에서의 농도가 짙은 분무(dense spray)를 측정할 때에는 유효 데이터비율(validation ratio)은 상당히 낮으며 이때 일어나는 여러가지 문제점 및 고려사항은 참고문헌(5)에 자세하게 기술되어 있다. Receiver의 감지기(detector)에서 빛의 강도는 가우스(gauss) 분포를 가지므로 액적이 측정체적을 통과하면서 산란되는 빛이 감지기(receiver)에서 감지 가능한 신호가 되기 위하여서는 작은 크기의 액적은 빛의 강도가 센 중심부근을 통과하여야 하나 큰 크기의 액적은 가우스 분포를 갖는 빛의 보다 가장자리를 통과하여도 감지기에서는 감지되므로 큰 액적이 작은 액적보다 측정가능 체적이 커지게 된다. 따라서 PDPA를 사용해서 액적의 크기를 측정할 후 확률밀도분포를 구할 때에는 액적이 통과하는 측정체적이 액적 크기에 따라 달라지므로 측정체적이 액적 크기에 관계없이 일정하도록 보정해 주어야 한다.

### 3. 확률밀도분포 및 함수

#### 3.1 확률밀도분포

위상도플러 입자측정 실험에서 구한 측정데이터(raw data)로부터 액적의 크기 확률밀도분포를 구하기 위하여서는 먼저 측정체적이 교정되어야 한

다. 측정체적 보정은 실제 측정조건에서 액적크기와 도플러버스트(doppler burst)길이와의 상관관계를 통계적 처리에 의해서 구한다. Fig. 3은 가우스 분포를 갖는 빛에 대한 측정체적 보정의 예를 나타낸다. Fig. 4는 노즐로부터 30 mm 떨어진 분무 중심축 상( $r=0$  mm)에서와 분무 가장자리( $r=5$  mm)에서 측정체적 보정후의 확률밀도분포를 나타낸다. 최소 액적직경( $D_{min}$ )은 중심축상에서는 약 33% 보정되었고, 가장자리에서는 약 40% 보정되었으며 최대 액적직경( $D_{max}$ )은 그대로 임을 보여주고 있다. 측정체적 보정후 액적크기와 속도 범위는 어떤 일정수( $N$ ; 예 25 또는 50)의 저장통(bin)으로 나뉘어져서 각 저장 통속에 속하는 크기와 속도의 빈도수가 모두 합해지며 총 빈도수에 대하여 정규화된다. 구간  $\Delta X_i$ 에 속하는 확률밀도분포  $f_{X_i}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_{X_i} = \frac{P_{X_i}(X_i - \frac{\Delta X_i}{2} < X_i < A_i + \frac{\Delta X_i}{2})}{\Delta X_i}$$

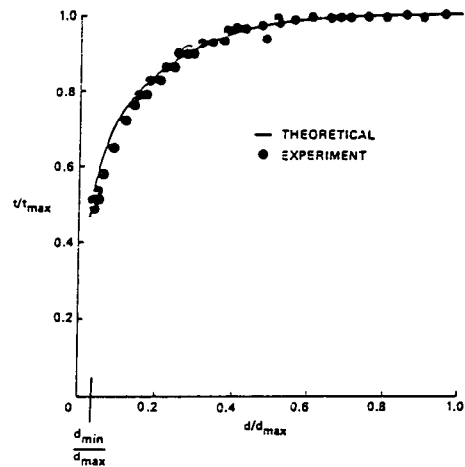


Fig. 3 Probe volume correction for Gaussian beams

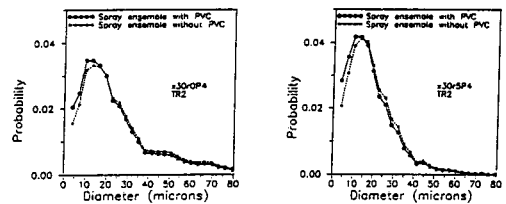


Fig. 4 Comparison of drop size probability density distribution between with probe volume correction(PVC) and without PVC

$$= \frac{(N_i/\Delta X_i)}{N_T} \quad (1)$$

여기서,  $\Delta X_i$ 는 저장통  $i$ 의 범위이고  $N_i$ 는 저장통  $i$ 에 포함된 빈도수이며  $N_T$ 는 총 데이터 수이다. 또한 저장통  $k$ 까지의 누적확률밀도( $S_k$ )는 다음과 같이 표현된다.

$$S_k = \sum_{i=1}^k f_{X_i} \Delta X_i = \int_{x_{\min}}^{x_N} f(x) dx \quad (2)$$

액적크기나 속도의 전 범위에 걸친 확률밀도함수의 합은 1이다.

$$\sum_{i=1}^k f_{X_i} \Delta X_i = \int_{x_{\min}}^{x_N} f(x) dx = 1 \quad (3)$$

여기서,  $f(x)$ 는 확률밀도함수이며, 같은 확률밀도함수를 쓰더라도 확률밀도함수의 매개변수는 각기 측정조건과 위치에 따라 다르다.

액적크기 경우에 때로는 빈도수(number)를 기준으로 하지않고 체적을 기준으로하여 확률밀도를 표시할 때도 있다.<sup>(2)</sup> 이 경우  $f_v = \frac{\pi}{6} X^3 f_N$ 의 관계가 성립하며 첨자  $N$ 은 빈도수,  $V$ 는 체적을 나타낸다.

### 3.2 확률밀도함수

입자의 분포를 나타내기 위한 확률밀도함수는 1927년에 Rosin-Rammler가 석탄 분진가루에 Rosin-Rammler 분포를 적용한 것을 필두로 Nukiyama-Tanasawa, Log-normal, Chi-square 분포 등이 제시되었으며 최근에는 Log-hyperbolic 함수가 제시되었다. Table 2는 여러가지 확률밀도함수와 각 밀도함수의 모양을 특성 지우는 독립 매개변수를 나타내고 있다. Table 2에서 보면 확률밀도함수는 크게 gamma( $\Gamma$ ) 함수를 포함하는 것과 포함하지 않는 것의 두 무리로 분류할 수 있다. Rosin-Rammler, Nukiyama-Tanasawa 와 Chi-square는 같은 무리이며 전자 둘은 Chi-square의 특수한 형태이다. Log-normal과 Log-hyperbolic은 같은 무리이며 전자는 후자의 특수한 한 형태이다. Log-hyperbolic 분포는 여러가지 Log-normal 분포를 합성함으로써 표현될 수 있으며 Log-hyperbolic 분포는 Log-normal 분포에 비해서 독립변수(액적의 크기나 속도)의 큰 값에 해당되는 꼬리 부분의 함수 값을 더 자유롭게 표현할 수가 있다. 독립 매개변수가 많으면 많을수록 측정된 실험데이터를 잘 나타낼 수 있으나 함수 자체는 복잡한 식으로 표현

된다. 연료분무는 분사되어 발달하는 과정 중에 위치와 시간에 따라 액적자체가 2차 분열 및 응집이 되므로<sup>(8)</sup>보다 정확하게 실험데이터를 표현할수 있는 확률밀도함수가 필요하다. 이에 적합한 함수가

**Table 2** Probability density functions

PDF	f(X)	Independent variable
Li-Tankin	$f(x) = 3\alpha x^2 \exp[-\alpha x^3]$	$\alpha$
Rosin-Rammler	$f(x) = \frac{s}{\bar{x}\Gamma\left(1-\frac{3}{s}\right)} \left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^{s-4} \exp\left[-\left(\frac{x}{\bar{x}}\right)^s\right]$	$s, \bar{x}$
Log-Normal	$f(x) = \frac{1}{\alpha x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln x - \mu)^2\right]$	$\sigma, \mu$
Nukiyama-Tanasawa	$f(x) = \frac{\beta b^{\frac{\alpha+1}{\beta}}}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\beta}\right)} x^\alpha \exp[-bx^\beta]$	$\beta, b, \alpha$
Chi-square	$f(x) = \frac{\beta b^{\frac{\phi}{2}-\frac{3}{\beta}}}{\Gamma\left(\frac{\phi}{2}-\frac{3}{\beta}\right)} x^{\frac{\phi}{2}-4} \exp[-bx^\beta]$ (a) When $\frac{\phi}{2}\beta - 4 = \alpha$ , Chi-Square is the same as Nukiyama-Tanasawa. (b) When $\phi = 2$ , Chi-Square is the same as Rosin-Rammler. $b = \left(\frac{1}{x}\right)^s$	$\beta, b, \phi$
Log-Hyperbolic	$f(x) = \frac{a}{x} \exp\left[-a\sqrt{\delta^2 + (\ln x - \mu)^2} + \beta(\ln x - \mu)\right]$ $a > 0,  \beta  < a, \delta > 0, -\infty < \mu < \infty$ where $a = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta K_1(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2})}$ and $K_1$ is a modified Bessel function of second kind and first order.	$a, \beta, \delta, \mu$

Hyperbolic 분포함수임을 Barndorff-Nielsen<sup>(11)</sup>와 Durst<sup>(7)</sup> 등이 제시하였다.

액적의 크기나 속도를 각각 독립하여 하나씩 만을 표현할수 있는 Hyperbolic 밀도함수는 다음과 같이 표현된다.

$$f(t : \alpha, \beta, \delta, \mu) = a(\alpha, \beta, \delta) \exp[-\alpha\sqrt{\delta^2 + (t-\mu)^2} + \beta(t-\mu)] \quad (4)$$

여기서,  $\alpha > 0, |\beta| < \alpha, \delta > 0, \mu \in (-\infty, \infty)$ 이다.

$a = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}{2\alpha\delta K_1(\delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2})}$ 이며,  $K_1$ 은 변형된 Bessel 함수(second kind, first order)이다.

이 함수의 로그값 즉,  $\ln f(t)$ 는 두개의 점근선을 갖는 쌍곡선함수 모양을 갖는다. Hyperbolic 함수는 일반적으로 액적의 크기(또는 속도)에 로그(log)를 취하여 적용된다. 즉,  $t$ 를  $\ln x$ 라고 두면  $f(x : \alpha, \beta, \delta, \mu)$ 는 Table 2에서와 같이 표시되며 이것을 Log-hyperbolic 함수라 한다. 일반적으로 규칙성이 아주 강한 실험데이터의 확률밀도분포의 가로축과 세로축을 모두 로그스케일로 표시하면 확률밀도분포를 연결한 곡선은 처음에 직선적으로 증가한 후 완만한 천이(transition) 부분을 거친 후 직선적으로 감소한다. Fig. 5는 Log-hyperbolic 함수의 전형적인 모양을 나타낸다. Log-hyperbolic 함수에 나타나는 매개변수들의 기하학적 의미를 살펴보면 다음과 같다. Fig. 5에서  $\varphi$ 와  $-\gamma$ 는 쌍곡선함수의 두 점근선의 기울기이며,  $\mu$ 는 두 점근선이 만나는 점의  $\ln x$ 의 좌표이다.  $\delta$ 는  $\ln f(x)$ 의 정점의 곡률반경을 표시할수 있는 스케일변수(scale parameter)이며, 곡률반경( $\rho$ )은  $\alpha^2\delta/\kappa^3$ 으로 표시된다. 곡률반경은 확률분포의 빈도수가 가장 큰 점에서의 정점정도(peakedness)를 나타낸다. 쌍곡선

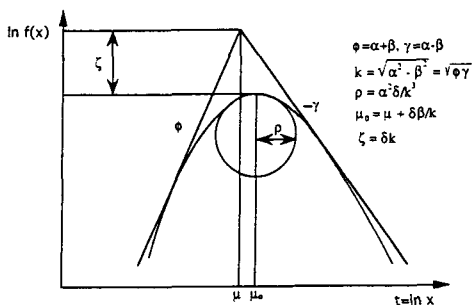


Fig. 5 Typical log-hyperbolic distribution and geometrical interpretation of parameters

의 최대치를 나타내는 가로좌표를 모드점(mode point)이라 하며  $\mu_0$ 로 표시한다.  $\mu_0$ 는 곡률경의 중심의  $t(=\ln x)$ 좌표이며,  $\zeta$ 는 로그 확률밀도함수 최고치와 점근선이 만나는 값과의 차이를 나타낸다.  $\beta=0$  이면 hyperbolic 분포는 대칭이며,  $\beta>0$  이면 hyperbolic 분포는 오른쪽으로 기울어지고(skewed),  $\beta<0$  이면 hyperbolic 분포는 왼쪽으로 기울어진다.

3.3 매개변수 결정방법

식(1)과 (2)를 사용하면 실험에서 구한 액적의 크기 및 속도의 데이터로부터 확률밀도분포를 구할 수 있으며 이 확률밀도분포를 가장 잘 표현할수 있는 확률밀도함수를 구하는것은 Table 2에서 표시된 각각의 확률밀도함수의 독립 매개변수를 정해주는 것이다. 독립 매개변수를 구하는 방법은 최적화 방법(optimization method)으로 구할 수 있는데 오차 최소자승법(least square technique)이나 가능성 함수(likelihood function ; L)의 최대화(maximize)로 구할 수 있다. 가능성함수는 지수를 포함하므로 함수의 크기를 줄이기 위해 편의상 가능성함수에 로그를 취한 로그 가능성함수(log likelihood function)를 최대화 하여 독립 매개변수를 구한다. 일반적으로 k개의 매개변수를 가지는 가능성함수는 다음식으로 표시된다.

$$l(\theta) = l(\theta : x_1, x_2, \dots, x_k) = \prod_{i=1}^k [P_i(\theta)]^{r_i} \quad (5)$$

가능성함수에 로그를 붙인 로그 가능성함수를 L( $\theta$ )라 하면,

$$L(\theta) = L(\theta : x_1, x_2, \dots, x_k) = \ln \prod_{i=1}^k [P_i(\theta)]^{r_i} = \sum_{i=1}^k r_i \ln P_i(\theta) \quad (6)$$

여기서,  $P_i(\theta)$ 는 액적의 크기나 속도의 각 저장통 i에 있는 이론 확률이며 매개변수에 의해 그 값이 결정되고,  $\theta$ 는 매개변수 예를 들면 Log-hyperbolic 함수에서는  $\alpha, \beta, \delta, \mu$ 를 나타낸다. 또  $r_i$ 는 저장통 i에서 이론확률  $P_i(\theta)$ 에 대응되는 실험에서 구한 확률값이며  $r_i$ 는  $N_i/N_T$ 를 구간  $X_i$ 로 나눈값 즉, 실험데이터로부터 구한 밀도분포값  $f_x$ 로 대치된다. L( $\theta$ )를 최대화하기 위하여서는 일반적으로 반복적인 방법으로 최대화하여 매개변수의

값을 찾아낸다. 식(4)를 최대화시키는 수치적방법으로는 Box의 복합알고리즘(complex algorithm)을 사용하였으며, 함수가 최대화되었을 때 각각의 매개변수를 구하였다. 특정분무의 매개변수를 알면, 그 분무의 성질(크기 및 속도)의 평균값, 편차 등은 쉽게 알 수 있다. Box의 복합알고리즘<sup>(10)</sup>은 비선형 부동구속조건을 갖는 다변수를 최대화 시킬 수 있는 알고리즘이다.

#### 4. 결과 및 고찰

PDPA실험에 앞서서 노즐과 연료분사 시스템의 특성이 조사되었다. 대기압 상태에서 측정된 노즐 입구와 출구의 압력차 및 유량계수(discharge coefficient)를 기본으로 하여 계산된 분무 평균속도는 150 m/sec였으며, 분무 중심축상에서 PDPA로 측정된 평균속도와 잘 일치하였다. Fig. 6에서 Fig. 9까지에서 표기된 TR1과 TR2는 주어진 PDPA의 광학배열에서 grating track의 다른 선택을 나타내며 이 경우 TR1의 측정 가능한 액적 크기 범위는 7.14  $\mu\text{m}$ 에서 250  $\mu\text{m}$ 이며 TR2는 2.3  $\mu\text{m}$ 에서 80.6  $\mu\text{m}$ 이다. Fig. 6과 Fig. 7은 0.1MPa인 분무실로 분사된 분무에서 노즐 출구로부터 10 mm 떨어진 지점( $x=10$ )의 분무 중심축( $r=0$ )에서와 반경 방향으로 1.5 mm 떨어진 분무 가장자리( $r=1.5$ )에

서의 액적속도와 크기의 측정데이터(raw data)와 위상평균데이터(phase-average data)를 각각 나타낸다. Fig. 8과 Fig. 9는 Fig. 6 및 Fig. 9와 모든 조건이 같으나 분무실의 압력이 2.17 MPa인 경우이다. PDPA의 측정체적을 분무 액적이 지날때 액적의 크기와 속도가 적절하게 측정되어질 수 있는 액적만 데이터로써 취해지고 나머지는 버려지게 된다. 시도 되어지는 총 데이터 중에서 신호처리장치(signal processor)에서 데이터로 취해지는 비율을 데이터 취득비율(data aquisition rate)이라고 하며 이는 분무의 시간적인 위치에 따라서도 변화한다. Fig. 6과 Fig. 8에서 보인바와 같이 데이터 취득비

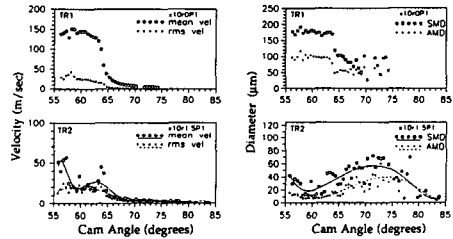


Fig. 7 Phase-averaged mean and rms velocities, SMD, and AMD.  $P_{gas}=0.10$  MPa. The axial position is 10 mm from the nozzle tip ( $x/d=42$ ) and radial positions are (a) spray axis ( $r=0$  mm), (b)  $r=1.5$  mm from the spray axis

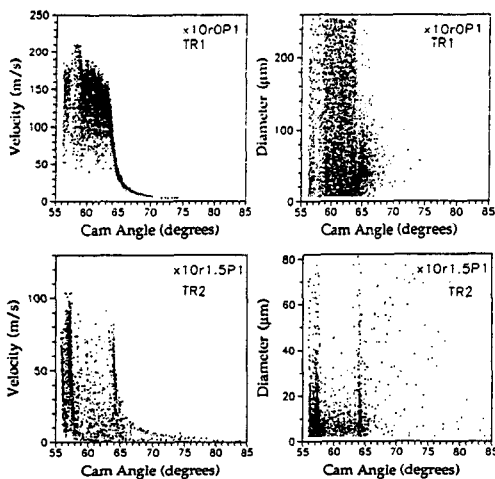


Fig. 6 Crank-angle resolved droplet velocities and sizes.  $P_{gas}=0.10$  MPa. The axial position is 10 mm from the nozzle tip ( $x/d=42$ ) and radial positions are (a) spray axis ( $r=0$  mm), (b)  $r=1.5$  mm from the spray axis

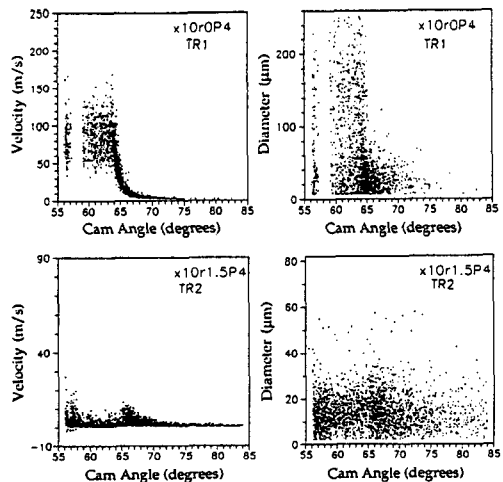
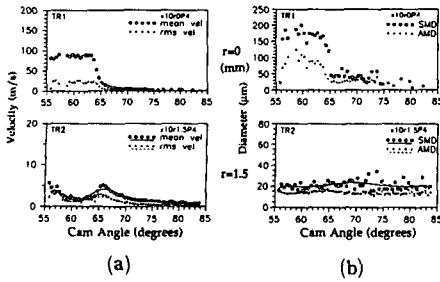


Fig. 8 Crank-angle resolved droplet velocities and sizes.  $P_{gas}=2.17$  MPa. The axial position is 10 mm from the nozzle tip ( $x/d=42$ ) and radial positions are (a) spray axis ( $r=0$  mm), (b)  $r=1.5$  mm from the spray axis



**Fig. 9** Phase-averaged mean and rms velocities, SMD, and AMD.  $P_{gas}=0.10$  MPa. The axial position is 10 mm from the nozzle tip ( $x/d=42$ ) and radial positions are (a) spray axis ( $r=0$  mm), (b)  $r=1.5$  mm from the spray axis

울은 노즐 중심축상의 분무선단에서 비교적 양호한 값을 나타내며 그후 감소하여 아주 낮거나 거의 영(zero)에 가까운 값을 보이며 잠시후 증가하기 시작하여 정점을 이룬후 다시 감소한다. 그러나 분무도착후  $1\sim5^\circ$  캠각도 후에 아주 낮은 데이터 취득 비율은 이 기간 동안 데이터가 없거나(liquid core 때문) 데이터가 버려지는 것(비구형이거나 비규칙적인 액적조각 때문)때문이 아니라, 광학적 통과 길이(optical path length)가 크기 때문이다. 액적의 속도와 크기는 분무상에서의 공간적인 위치(여기서는, 반경방향으로 측정점 변화), 시간적인 위치 및  $\rho_g/\rho_l$ 에 따라서 크게 영향을 받는다.

**4.1 액적속도**

분무 중심축에서 떨어진 분무 가장자리의 액적속도는 특이한 현상을 보인다. 분무 중심축상에서는 처음 액적이 측정체적에 도착한 후 약  $2^\circ$  캠각도 후에 액적속도가 정점을 나타냈으나, 분무 가장자리에서는 분무선단에서 즉, 니들(needle)이 열릴 때 액적속도 최고치를 나타낸 후 감소하다가 니들이 닫히는 시간쯤에서 다시 두번째 정점을 보인후 급격히 감소한다. 이 변동적인 현상은 노즐 근방의 분무각이 시간에 따라 변화함을 암시한다. 분무 가장자리에서의 액적속도의 이 특이한 현상은 노즐 부근에서는( $x=10$  mm) 모든  $\rho_g/\rho_l$ 에 대해서 보였으나, 노즐 출구로부터 떨어진 하방지점( $x=30\sim60$  mm)에서는 낮은  $\rho_g/\rho_l$ 에서만 이 현상이 나타났으며, 높은  $\rho_g/\rho_l$ 에서는 이 현상이 나타나지 않았다. Fig. 7과 Fig. 9에서 보인 바와 같이 rms 강도( $U_{rms}/U$ )는 반경방향으로 갈수록 크게 증가

하였으며 평균 속도와 거의 같은 값을 갖는 rms 변동속도로 나타났다.

**4.2 액적크기**

분무 중심축상에서 분무 선단(tip) 및 중간인 준정상(quasi-stady)부분의 액적크기는 변화하지 않고 거의 같은 크기이나 분무 후단의 꼬리(tail) 부분에서는  $100\ \mu\text{m}$  이상의 액적은 거의 보이지 않는다. 분무실 가스밀도가 증가함에도 분무선단 및 중간부분의 액적의 SMD는  $170\ \mu\text{m}\sim180\ \mu\text{m}$ 로 변화하지 않으나 꼬리부분 액적의 SMD는 분무실 가스밀도 증가에 따라  $70\ \mu\text{m}$  정도에서  $30\ \mu\text{m}$  정도로 감소하였다. 노즐 부근의 분무 중심축의 분무 선단과 중간부분은 분무실의 밀도가 증가함에도 액체상의 큰 덩어리가 존재함을 추정할 수 있다. 분무 가장자리에서 전체적으로 액적의 크기들이 중심축상에 비해서 감소하였다. 분무 가장자리에서는 보다 작은 크기의 액적을 측정하기 위하여 광학적 변수를 바꾸었다. 즉, TR1 대신 TR2를 사용하였다. 대기압 상태의 분무 가장자리에서는 큰 액적이 큰 속도를 갖는 관계를 나타내었다. 이는 큰 액적은 작은 액적에 비해 큰 운동량을 가지므로 반경방향으로 보다 멀리 갈수 있음을 의미한다. 큰 운동량을 갖는 액적은 분무 중심축으로 유입되는 주위 공기에 이질만한 충분한 관성을 가지고 분무 가장자리를 이동 하지만 작은 운동량을 갖는 액적은 분무 중심축으로 유입되는 주위 공기에 휘말려서 분무 가장자리에 도달하지 않는다. 분무실 가스밀도가 증가함에 따라 분무 가장자리의 액적 크기는 대기압 상태의 액적크기에 비해서 전체적으로 감소하였으며 대기압 상태에서는 SMD가 시간적으로 변화하였음에 비하여 분무의 선단과 중간부분 및 꼬리부분에서 거의 일정한 값을 나타내었다.

**4.3 확률밀도분포**

Fig. 10과 Fig. 11은 각각 분무실 가스압력이 2.17 MPa 상태하에서 분무 중심축상( $x=10$  mm,  $r=0$  mm)에서와 분무 가장자리( $x=10$  mm,  $r=1.5$  mm)에서의 분무액적의 크기 및 속도의 확률밀도분포와 누적 확률밀도분포를 나타낸다. 그림상에서 hole은 시간축상 분무 전체를 의미하고, tip은 첫 액적이 측정위치에 도달한때 부터 1.5 CAD (Cam-angle degrees), quasi-steady는 첫 액적 도착후 5.5~7.5 CAD, tail은 12~14 CAD를 의미한



다. Fig. 10에서 분무 중심축상에서는 분무의 각 부분의 각각 다른 액적크기의 확률분포를 갖고 있다. 즉, 분무 선단이나 준정상 부분에서는 100  $\mu\text{m}$  이상되는 SMD가 상당수 있으나 꼬리에서는 거의 없다. 그러나 분무 가장자리에서는 준정상 부분만 약간 차이가 있고 시간축상으로 액적 크기의 확률

밀도는 비슷한 모양을 이룬다. Fig. 11에서 보인 바와 같이 분무 중심축상에서 액적 속도분포는 시간축상으로 아주 다른 확률밀도분포를 나타낸다. 측정위치가 노즐과 근접한 위치 이므로 분무 중심축상에서 분무꼬리의 속도 확률밀도분포는 선단 및 준정상 부분의 속도 확률밀도분포와는 거의 겹치지 않고 급격히 떨어진다. 분무 가장자리에서의 속도 확률밀도분포는 급격히 작은 속도값의 분포로 떨어짐을 나타내었으며 준정상 부분에서는 선단과 꼬리에 비해서 낮은 속도값이 높은 확률밀도값을 나타내었다. 이는 전술한 바와 같이 니들열림과 닫힘시각 부근에서 분무 가장자리에서의 특이한 속도현상에 기인한다.

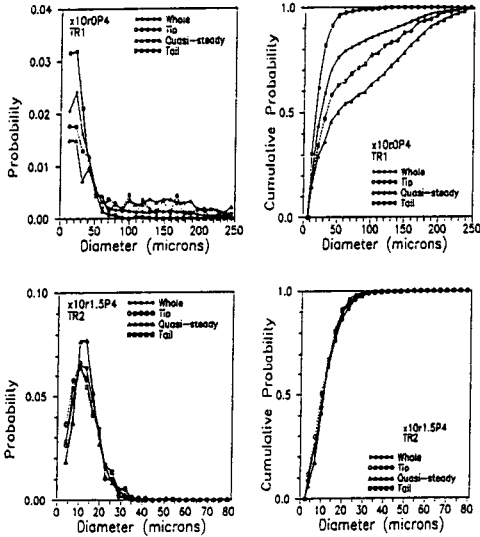


Fig. 10 Droplet size probability density distributions and cumulative probability in two different positions

4.4 확률밀도함수

Fig. 12은 분무실 가스압력이 2.17 MPa 상태에서 분무 중심축상과 분무 가장자리에서 분무 전체 액적크기의 확률밀도분포와 이를 나타낼수 있는 여러가지 수학적 확률밀도함수와의 비교를 나타내었다. 왼쪽에 보인 그림들은 가로축에 로그스케일로 액적크기를 나타내고 이에 대응되는 확률밀도분포 및 함수의 로그값을 세로축에 나타내었다. 오른쪽 그림들은 실제 스케일로 나타내었다. 로그 스케일 그림에서 보면 분무 중심축에서는 큰 액적 크기의 확률분포가 특이한 모양을 보인다. 이러한 현상

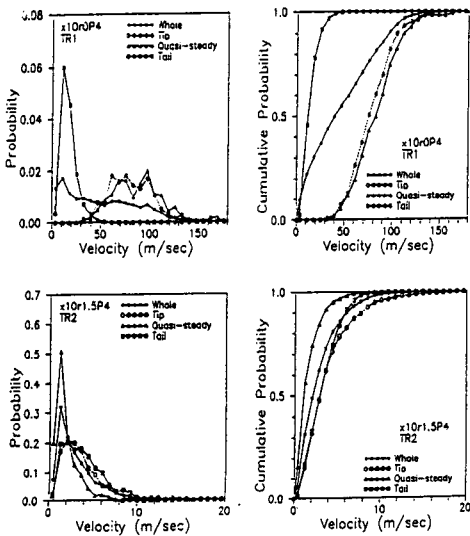


Fig. 11 Droplet velocity probability density distributions and cumulative probability in two different positions

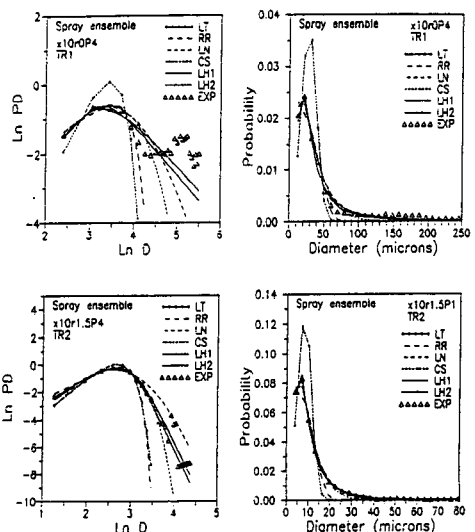


Fig. 12 Comparisons of computed droplet size PDF's and experimental data

은 확률분포의 정규성이 아주 강한 실험데이터에서는 잘 나타나지 않는 특이한 현상이다. 노즐 부근의 분무 중심축에서는 액체코어(liquid core)에서 여러가지 크기의 큰 액적 덩어리로 분열(break-up)되고 이 큰 액적 덩어리들은 불안정조건(instability condition)이 되면 다시 2차 분열되는 과정 중에 있으므로 액적크기 확률밀도분포가 특이한 모양을 나타낼수 있다. 어느 확률밀도함수도 특이한 확률밀도분포를 잘 나타낼 수가 없음을 알수 있지만 Log-hyperbolic 함수가 큰 액적의 실험치에 가장 근접함을 알 수 있다. 분무 가장자리의 액적크기 확률밀도분포는 분무 중심축보다는 더 정규성이 있는 실험데이터임을 보여주고 있다. Li-Tankin 함수는 분열과정 중에 있는 실험데이터를 아주 잘 나타내지 못하고 있으며, Rosin-Rammler, Log-normal과 Chi-square 확률밀도함수는 작은 크기의 액적은 비교적 잘 나타내지만 큰 크기의 액적은 아주 큰 오차를 나타낸다. Fig. 13은 Fig. 12와 같은 실험조건이나 분무 전체액적의 속도 확률밀도분포와 함수를 나타내고 있다. 로그스케일에서 보면 속도데이터는 점근선을 비교적 잘 나타낼 수 있으므로 속도면에서는 실험데이터가 비교적 양호한 규칙성을 가짐을 알 수 있다. 분열과정중에 있는 액적크기의 확률밀도함수는 함수의 선택에 아주 의존적임에 반하여 속도의 확률분포는 함수선택에 비교적 덜 의존적임을 알 수 있으나 여기서도

Log-hyperbolic 확률밀도함수가 실험 데이터를 가장 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

노즐부근에서 분무액적의 크기와 속도를 측정하고 측정데이터에서 각각의 확률밀도분포 및 확률밀도함수를 구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 노즐부근의 분무 중심축상에서 액적크기는 분무실의 가스밀도에 관계없이 최소 측정크기 범위에서 노즐직경의 크기정도까지 나타났다. 분무실의 가스밀도가 크더라도 노즐부근의 분무 중심축상에서는 큰 액적이 존재하여 불안정조건(instability condition)이 만족되면 이 액적은 2차 분열한다.

(2) 분무 가장자리에서는 액적크기의 확률밀도분포는 분무의 시간적 위치에 따라 거의 일정하나 분무 중심축상에서는 분무시간에 따라 확률밀도분포가 다르다.

(3) 분무액적 크기나 속도의 로그값을 가로축에, 확률밀도분포의 로그값을 세로축에 나타낸 후 실험데이터의 점근선 표현여부로부터 실험데이터의 정규성을 판단할 수 있다. 노즐 부근의 분무 중심축에서의 액적크기는 큰 크기의 액적분포들이 정규성에서 많이 벗어났으며 이는 이 지점에서 분열이 완전히 끝나지 않고 진행 중이기 때문이다.

(4) 분열과정중에 있는 액적크기와 속도의 확률밀도분포를 가장 잘 나타낼 수 있는 수학적 함수는 Log-hyperbolic 함수이며, 실험데이터가 정규성을 벗어날때도 실험데이터를 비교적 잘 나타낼 수 있다.

참고문헌

(1) Amsden, A. A., O'Rourke, P. J. and Buitert, T. D., 1989, *KIVA-II : A Computer Program for Chemically Reactive Flows with Sprays*, Los Alamos National Laboratory Report LA-11560-MS.  
 (2) Hiroyasu, H. and Kadota, T., 1974, "Fuel Droplet Size Distribution in Diesel Combustion Chamber," *SAE Paper No. 740715*.  
 (3) Kamimoto, T., Yokota, H. and Kobayash, H., 1989, "A New Technique for the measurement of Sauter Mean Diameter of Droplets in Unsteady

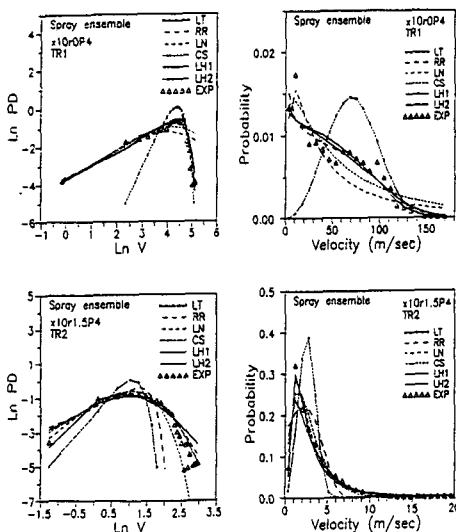


Fig. 13 Comparisons of computed droplet velocity PDF's and experimental data

- Dense Spray," *SAE Paper* No. 890316.
- (4) Bachalo, W. D. and Hoser, M. J., 1984, "Development of Phase/Poppler Spray Analyzer for Liquid Drop Size and Velocity Characterization," *AIAA Paper* 84-1199.
- (5) Koo, J. Y. and Martin, J. K., 1990, "Comparisons of Measured Droplet Sizes and Velocities in a Transient Fuel Spray with Stability Criteria and Computed PDF's," *SAE paper* 910179, *SAE 1991 Trans., Journal of Engines*, Vol. 100, pp. 175~188.
- (6) Nicholls, J., 1972, *Stream and Droplet Breakup by Shock Waves*, NASA SP-194, Eds. Harrje D. T. and Reardon F. H., pp. 126~128.
- (7) Durst, F., 1990, "Phase-Dopple Measurements in Liquid Sprays and Their Presentation by Log-Hyperbolic Distribution," *Conf. on Mechanisms of Non-Uniform Combustion*, Tokyo, pp. 9~14.
- (8) Bracco, F. V., 1985, "Modeling of Engine Sprays," *SAE Paper* No. 850394.
- (9) Durst, F. and Zare, 1975, "Laser Doppler Measurements in Two-Phase Flows," *Proc. LDA Symposium*, Copenhagen, pp. 403~429.
- (10) Box, M. J., 1965, "A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods," *Computer Jour.*, Vol. 8, pp. 45~52.
- (11) Barndorff Nielsen, O., 1977, "Exponentially Decreasing Distributions for the Logarithm of Particle Size," *Proc. R. Soc. Lond. A*. 353, pp. 401~419.