

〈論 文〉

반응표면분석법에 의한 화인세라믹스(Al_2O_3) 원통래핑의 최적화에 관한 연구

김정두* · 최민석**

(1993년 11월 12일 접수)

A Study on the Optimization of Cylindrical Lapping Process for Engineering Fine-Ceramics (Al_2O_3) by Response Surface Methodology

Jeong-Du Kim and Min-Seog Choi

Key Words : Cylindrical Lapping Process(원통래핑공정), Fine-Ceramics(화인세라믹스), Experimental Design(실험계획법), Response Surface Methodology(반응표면분석법), Optimal Combination(최적조합), Critical Lapping Time(임계래핑시간), Surface Roughness(표면조도)

Abstract

Cylindrical fine-ceramics, Al_2O_3 , was lapped on its outer surface by vibrational lapping unit manufactured in the laboratory. Cylindrical lapping of fine-ceramics is necessarily be characterized and optimized because its process as other finishing methods is time-spending and, so, inefficient one, and because it is very complicated and random process affected by numerous factors in itself and in its environment. In this study, an efficient experimental approach, experimental design method, was used to analyze characteristics of the cylindrical lapping of fine-ceramics, Al_2O_3 , and response surface methodology(RSM) to find out the optimal variables combination for the maximum improvement of surface roughness(R_a). From the final surface-roughness point of view in the given lapping conditions, a stationary point or optimal lapping conditions as well as the possible maximum improvement of surface roughness(R_a) was predicted.

1. 서 론

화인세라믹스(fine-ceramics)는 우수한 공학적 특성을 갖고 있기 때문에 그 이용가치가 매우 높고 응용분야도 광범위하다. 최근 화인세라믹스를 정밀 기계부품으로 이용하려는 시도가 활발하며 이에 따라 고정도 가공에 대한 관심이 높아지고 있다. 래핑(lapping)은 고정도 표면생성에 널리 이용되고

있는 표면 다듬질방법으로 현재까지 일반적으로 행하여지고 있으나 비경제적인 가공법중의 하나이다. 특히 세라믹과 같은 경취성 난삭재에 대한 래핑공정의 특성파악 및 최적화가 매우 중요하다고 할 수 있다. 그러나 래핑은 공정자체가 매우 복잡하고 랜덤하여 공정의 특성을 나타내는 모델이 가공환경이나 가공시스템마다 달라지기 때문에 이론적인 모델의 적용이 어렵고 따라서 실험적인 특성규명 및 최적화가 요구된다. 근래에 와서 능률적이고 체계적인 실험과 논리적인 분석을 통한 복잡한 공정의 특성화 또는 최적화에 통계적 분석방법인 실험계획법

*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

**한국과학기술원 대학원 정밀공학과

(experimental design method)⁽¹⁾ 및 그의 응용기법이 여러분야에서 적용되고 있다.

본 연구에서는 화인세라믹스의 고정도 표면생성을 위한 래핑공정의 특성화 및 최적화 방법으로 실험계획법 및 반응표면분석법(response surface methodology)을 이용하였다. 특성화를 위한 적부 실험(screening experiment)^(1,2)의 반응변수로 표면 거칠기(R_a) 개선량을 취하였으며 그것에 미치는 공정변수들의 상대적인 영향의 크기를 계산함으로써 최적의 변수조합(optimal variable combination)을 구하였으며, 최적조합에서 얻을 수 있는 최대 표면 거칠기 개선 및 정상점(stationary point)을 예측하기 위한 반응표면분석을 적용하였다.

2. 이론적 배경

2.1 래핑모델

Fig. 1(a)는 래핑에서 공작물에 대한 연마입자의 작용모형을 나타낸 것이다.⁽³⁾ 입자들은 구름운동이 주가 되고 거기에 미끄럼운동이 가미된 복잡한 운동을 함으로써 공작물을 제거한다. 따라서 대부분의 입자들은 날카로운 인선에 의한 소성변형과 균열 및 약간의 절삭작용을 통하여 매끈하고 광택있는 표면을 생성하게 된다. Fig. 1(b)는 입자의 구름작용만을 나타낸 구름/만입 모델(rotation/indentation model)⁽⁴⁾을 보여준다. 이것은 다른 입자가

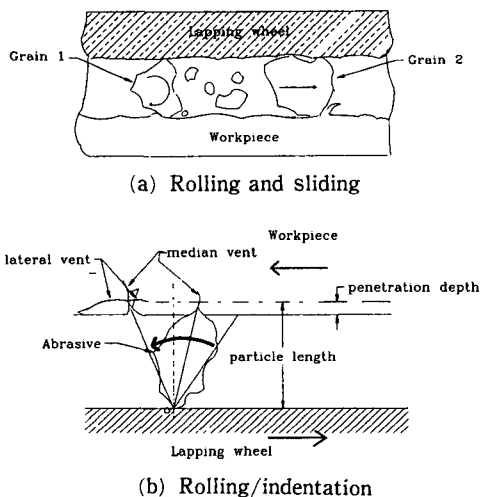


Fig. 1 Model of lapping abrasives acting on workpiece

공(연삭, 호닝, 초다듬질 등)과 구별되는 래핑만의 특징이라 할 수 있다. 특히 이 모델은 세라믹과 같은 경·취성재료의 래핑에서 잘 볼 수 있는 현상이며 중심균열(median vent)의 발생 후 측면균열(lateral vent)의 전파에 의해 공작물을 제거시킨다. 현재 알려져 있는 래핑공정의 전체적인 메카니즘은 이와 같은 모델로부터 설명될 수 있으나 래핑 공정에서의 복잡한 래핑입자 거동을 비롯한 많은 변수들의 표면거칠기 또는 래핑능률에 대한 영향을 수식적으로 모델화하기는 매우 어렵다고 할 수 있다.

2.2 반응표면분석

반응표면분석법의 방법 및 전체적인 흐름도는 Fig. 2에 나타나 있다. 일반적으로 어떤 공정에서 반응변수가 나타내는 함수가 그리는 곡면이 다항회귀곡면(polynomial regression surface)으로 나타낼 수 있다고 가정하면 좁은 범위의 실험변수 영역에서는 반응변수의 기대값 η 가 입력변수 x_1, x_2, \dots, x_n 들의 선형식으로서 다음과 같이 근사적으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \eta &= \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n \\ &= \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i \end{aligned} \quad (1)$$

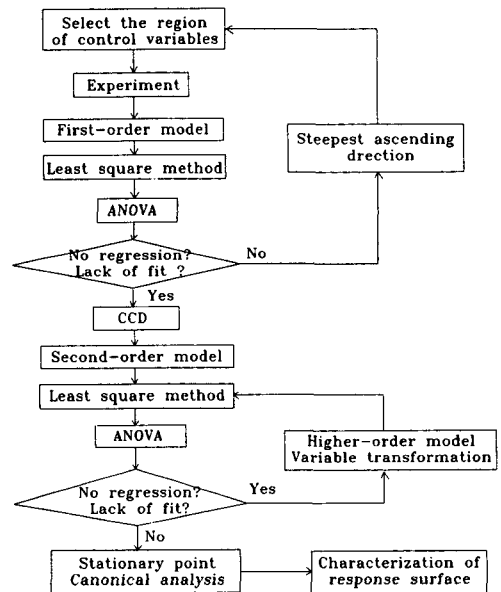


Fig. 2 Schematic flow diagram of response surface methodology

이와 같은 가정은 공정변수값의 모든 영역에서 만족할 필요는 없으며 단지 실험자가 관심을 갖는 영역에서만 만족하면 충분할 것이다. 만약 관심영역에서의 반응변수의 표면이 곡면이기 때문에 선형 모형으로는 표현이 부적합하다고 믿어진다면 좁은 실험영역에 대해서는 이차 다항회귀모형(second-order polynomial regression model)을 사용하는 것이 바람직하고 그 모형은 다음과 같이 나타낸다.

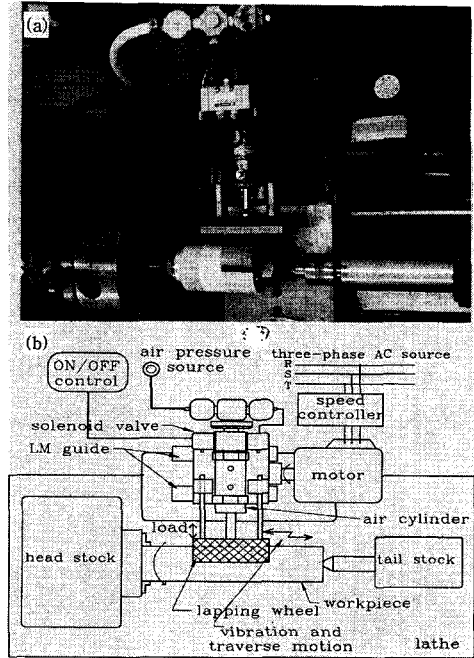
$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

반응표면분석은 주로 이수준계 요인계획(two-level factorial design) 또는 일부요인계획(fractional factorial design)에 중심점을 첨가한 실험을 실시하고 실험결과에 대한 회귀분석 결과가 직선적이면 그때의 실험영역은 최적조건으로부터 벗어난 것으로 판단한다. 즉 정상점(stationary point) 부근에서는 반응변수의 거동이 곡선이 되어야 한다. 최적조건에 접근하기 위하여 입력변수의 수준을 최대 경사방향(path of steepest ascent)으로 순차적(sequential)으로 변화시키면서 실험을 행하고 그 결과를 분석함으로써 정상영역(stationary region)을 찾아낸다. 만약 회귀분석 결과가 이차모형으로 나타나면 중심합성계획(central composite design)에 따라 원래의 실험계획에 축점(axial point) $\pm \alpha$ 점을 추가시키고 그 점에서 실험을 추가로 행한다. 그에 대한 모델의 유의성(significance) 및 적합성시험(lack-of-fit test)을 통해서 실험모델 및 최적조건을 예측한다.

3. 실험

3.1 실험장치 및 방법

본 실험은 원통래핑 가공실험을 위해 실험실에서 제작된 원통래핑장치를 이용하여 이루어졌고 Fig. 3에 나타난 바와 같다. 공작물은 연속적인 값을 가지며 회전할 수 있고 래핑휠은 공작물과 선접촉을 하면서 길이방향의 진동과 함께 왕복운동을 하며 실험조건은 Table 1과 같다. 실험시편으로 길이 120 mm, 지름 70 mm의 원통형 화인세라믹스(Al_2O_3)가 사용되었다. 또한 모든 공작물의 초기 표면조도는 $R_a 1.5 \mu m$ 에서 $R_a 1.6 \mu m$ 사이의 비교적 거칠은 범위의 것을 이용하였다. 래핑컴파운드는 다이아몬드 입자와 케로신이 혼합된 상태로 사용되었고 래



(a) External view

(b) Schematic diagram

Fig. 3 Experimental apparatus

Table 1 Experimental condition

Workpiece	Cylindrical fine ceramics(Al_2O_3) ($l=120$ mm, $D=70$ mm) Initial surface roughness, R_a 1.5–1.6 μm (see Fig. 3)
Lapping compound	Diamond abrasives mixed in kerosene
Lapping unit	Manufactured in laboratory (see Fig. 3)
Surface roughness measurements	Surftest-402, Mitutoyo 10 point-value(R_a) averaged

핑압력으로는 공기압력이 사용되었다. 반응변수로는 래핑의 능률을 측정하기 위한 척도로써 초기표면거칠기에 대한 표면거칠기(R_a) 개선량(감소량)을 취하였으며 10회 측정된 값의 평균치를 계산에 이용하였다.

화인세라믹스 원통래핑의 특성화를 위한 실험으로 일부요인실험계획을 이용한 적부실험(screening experiment)을 수행하였고 그 결과 표면조도 개선에 미치는 각 변수들의 영향을 정량적으로 계산함

으로써 유의변수 및 최적의 변수조합을 찾아냈다. 또한 반응표면분석(response surface methodology)을 통해 최적조합에서 도달할 수 있는 최대 표면거칠기(R_a) 개선량 및 그때의 변수값을 예측하였다.

3.2 적부실험

본 연구에서 관심을 둔 공정변수 또는 제어변수들의 종류와 그 수준이 Table 2에 나타나 있다. 반응변수에 미치는 각 변수들의 상대적인 영향만을 알아보기 위하여 두 수준(level)의 범위에서 실험이 행하여졌다. 두 수준의 선택은 기초실험을 통하여 안정적인 가공이 이루어지는 범위로서, 채택된 범위내에서는 반응변수에 미치는 변수들의 영향이 선형적인 경향을 나타내는 것으로 가정하였다. 이에 대한 실험계획 및 실험결과가 Table 3에 나타나

Table 2 Experimental variables and levels

Symbol	Variables	Levels	
		Low(-)	High(+)
A	Lapping pressure	0.5 kg/cm ²	1.0 kg/cm ²
B	Circumferential speed	11 m/min	22 m/min
C	Vibrational frequency	5 Hz	10 Hz
D	Grain size (grit number)	5~10 μ m (#2200)	20~30 μ m (#800)
E	Lapping time	10 min	20 min
F	Traverse speed	12.5 mm/min	25 mm/min

Table 3 Design and results of screening experiment (2^{6-3} III design)

Run	A	B	C	D	E	F	$y_1(\mu\text{m})$	$y_2(\mu\text{m})$	$y(\mu\text{m})$
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	0.41	0.35	0.38
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	0.37	0.29	0.33
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	0.35	0.25	0.30
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	0.38	0.31	0.345
5	-1	-1	+1	-1	+1	+1	0.29	0.23	0.26
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	0.49	0.46	0.475
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	0.23	0.16	0.195
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0.52	0.46	0.49

있다. 계산의 편의를 위하여 부호변수(coded variable)를 사용하였고 이것은 두개의 값만을 갖는다. 즉, 표에서 +1은 고수준, -1은 저수준을 나타낸다. 변수 상호간의 교호작용(interaction effect)은 심각하지 않는 것으로 가정하여 분해능 III의 일부요인실험(fractional factorial experiment)을 행하였고 그 결과 주효과(main effect)만을 계산함으로써 반응변수에 미치는 각 변수들의 영향을 비교하였다. 계산된 주효과의 유의성(significance)을 판단하기 위한 분산분석(analysis of variance) 결

Table 4 Analysis-of-variance table for screening experiment

tc	SS (X100)	%SST	Mean effect	Measures	dof	MS (X100)	F
(I)			0.348	average			
a	4.84	32.33	0.11	A	1	4.84	19.52**
b	0.36	2.40	0.03	B	1	0.36	1.45
ab	0.09	0.60	0.015	C	12	0.09	0.36
c	1.44	9.62	0.06	D	1	1.44	5.81*
ac	6.25	41.75	0.125	E	1	6.25	25.20**
bc	0.01	0.07	0.005	F	1	0.01	-
abc	0	0	0	-	1	0	-
Error	1.98	13.23			8	0.248	
Total	14.97	100.00			15		

* Significant at $\alpha=0.05$ ** Significant at $\alpha=0.01$

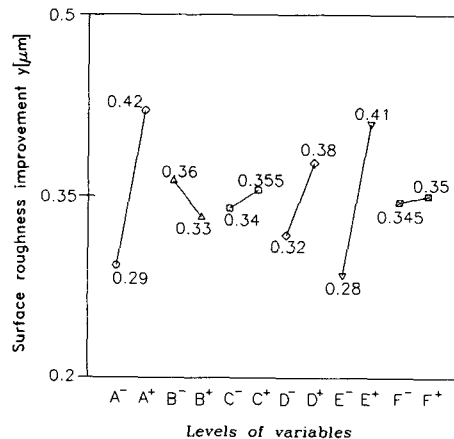


Fig. 4 Mean response v.s. levels for each variable

과가 Table 4에 나타나 있다. 이것은 Yates 알고리즘을 이용한 컴퓨터 프로그램⁽⁵⁾에 의해 계산되었다. 여기서, 래핑압력(A), 래핑입자크기(D) 및 래핑시간(E)의 작용이 유의함을 알 수 있다. 즉 공작물 표면에 존재하는 초기의 스크래치(scratch) 제거능률에 대한 영향은 위의 세가지 변수가 좌우한다고 할 수 있다. Fig. 4는 각 변수들의 수준에 따른 반응치를 그래프로 표시한 것이며 래핑능률을 더욱 증가시키기 위한 변수값들의 증감방향을 나타낸다. 이로부터 표면거칠기 개선에 미치는 변수들의 최적조합은 $A^+B^-C^+D^+E^+F^+$, 즉 접선속도는 저수준 그 외의 변수들에 대해서는 고수준이 된다.

3.3 반응표면분석

앞절의 최적조합에서 도달할 수 있는 최대 표면거칠기(R_a) 개선량을 예측하기 위한 적부실험 결과 유의변수(significant variable)로 나타난 래핑압력(A), 래핑입자크기(D) 및 래핑시간(E)을 각각 반응표면분석에 이용할 수 있다. 그러나 실험의 여건상 래핑입자의 크기는 연속적인 값으로 취하기가 힘들기 때문에 적절한 크기에서 실험을 행하고 최적화 변수에서 제외시켰다. 따라서 실제로 채택한 변수는 래핑압력(A)과 래핑시간(E)이다. 현재의 최적조합에서 도달할 수 있는 반응표면의 정상점, 즉, 최대 표면거칠기 개선량 및 그때의 래핑압력과 래핑시간을 반응표면분석을 이용하여 예측하였다. 다른 변수들의 수준은 Fig. 4의 결과를 이용하여 최적조합인 반응치를 극대화시키는 수준으로 일정하게 하였다. 즉, 원주속도(B)는 11 m/min, 축방향 진동속도(C)는 10 Hz, 입자의 크기(D)는 #800 (평균지름 20~30 μm), 왕복운동속도(F)는 25

Table 5 Response data for the first-order model

Natural variables		Coded variables		Response
P[kg/cm ²]	t[min]	x_1	x_2	y
0.25	10	-1	-1	0.11
0.75	10	+1	-1	0.16
0.25	30	-1	+1	0.18
0.75	30	+1	+1	0.22
0.5	20	0	0	0.16
0.5	20	0	0	0.17
0.5	20	0	0	0.17
0.5	20	0	0	0.15
0.5	20	0	0	0.18

mm/min로 일정하게 하고 반응표면분석을 위한 실험을 행하였다. 일차 모델을 가정한 일차 반응표면분석의 실험결과가 Table 5에 나타나 있다. 여기서 x_1 과 x_2 는 각각 래핑압력(P)과 래핑시간(t)에 대한 부호변수(coded variable)를 나타내고 반응변수 y 는 초기 표면거칠기(R_a)에 대한 래핑후의 표면거칠기 감소량으로 단위는 μm 이다. 최소 오차자승법(least error-square method)에 의한 일차 회귀모형(regression model)은 식(3)과 같다.

$$\bar{y} = 0.167 + 0.023x_1 + 0.033x_2 \quad (3)$$

위 일차 모형의 적합성을 판정하기 위한 분산분석결과가 Table 6에 나타나 있다. 교호작용항(interaction term)과 이차항의 효과가 매우 작고 회귀모형이 유의한(significant) 것으로 나타났으므로 식(3)의

Table 6 Analysis-of-variance for the first-order model

Source of variance	Sum of squares	Degree of freedom	Mean square	F_0
Regression	0.00625	2	0.003125	34.08**
Residual	0.00055	6	0.0000917	
(Interaction)	(0.000025)	(1)	(0.000025)	0.19
(Pure quadratic)	(0.000005)	(1)	(0.000005)	0.04
(Pure error)	(0.00052)	(4)	(0.00013)	
Total	0.0068	8		

** Significant for $\alpha=0.01$

일차 모형은 현재의 실험영역에서 반응변수의 거동을 표현하는데 무리가 없다고 할 수 있다. 즉 현재의 실험영역은 정상점에서 떨어져 있고, 따라서 순차적인 실험을 통하여 능률적으로 정상점에 근접한 영역을 찾아내기 위해 최대 경사법(steepest ascent method)을 이용하였다. 식(3)의 일차 반응표면에 대한 등고선도가 Fig. 5에 나타나 있다. 원점은 실험의 중심점을 나타내고 사각형은 요인실험영역을 나타낸다. 반응치가 가장 빠르게 증가하는 방향, 즉 최대 경사방향은 일차 반응표면에 직각인 화살표 방향이 되고 그때 x_1 과 x_2 의 관계는 식(4)와 같다.

$$x_2 = 1.435x_1 \quad (4)$$

최대 경사방향으로 변수값들을 변화시키면서 실험을 진행하기 위해 x_1 의 증가량은 2로 정하였다. 즉, 실제 래핑압력의 증가량을 0.5 kg/cm^2 로 하였다. 식(4)의 최대 경사방향에 따라 x_2 의 증가량은 $1.435 \times 2 = 2.87$ 이 되며 이에 대응되는 실제 래핑시간의 증가량은 28.7분이다. 이와 같이 최대 경사방향으로 실험을 진행한 결과가 Table 7 및 Fig. 6에 나타나 있다. 순차적인 실험결과 4번째 단계 이후에서 더이상 증가가 이루어지지 않았기 때문에 이 점을 중심점으로 한 새로운 실험계획을 세우고 실험을 행한 결과가 Table 8에 나타나 있으며 이에 대한 일차 회귀모형은 식(5)와 같다.

$$\hat{y} = 1.263 + 0.005x_1 + 0.015x_2 \quad (5)$$

모형의 적합성을 판정하기 위한 분산분석 결과가

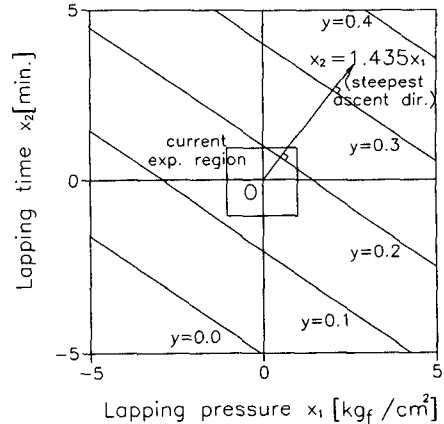


Fig. 5 First-order response surface and steepest ascent

Table 9에 나타나 있다. 여기서 일차 회귀모형은 유의하지 않기 때문에 본 실험결과와 거동을 나타내는데 적합하지 않다고 할 수 있다. 따라서 반응표면을 이차로 가정하고, 이차 모형을 찾아내기 위한 중심합성계획(central composite design)을 세우고 실험한 결과가 Table 10에 나타나 있다. 이것은 Table 8의 실험계획에 네개의 축점(axial point)이 추가된 것이며 따라서 4회의 실험이 추가되었다. 최소 오차자승법에 의한 2차 모형은 식(6)와 같다.

$$\hat{y} = 1.274 - 0.0028x_1 + 0.0128x_2 - 0.0183x_1^2 - 0.0083x_2^2 - 0.02x_1x_2 \quad (6)$$

Table 7 Steepest ascent experiment and results

Steps	Coded variables		Natural variables		Response
	x_1	x_2	P[kg/cm^2]	t[min]	y
Origin	0	0	0.5	20	0.17
Δ	2	2.87	0.5	28.7	
Origin + Δ	2	2.87	1.0	48.7	0.61
Origin + 2 Δ	4	5.74	1.5	77.4	0.93
Origin + 3 Δ	6	8.61	2.0	106.1	1.17
Origin + 4 Δ	8	11.48	2.5	134.8	1.29
Origin + 5 Δ	10	14.35	3.0	163.5	1.26
Origin + 6 Δ	12	17.22	3.5	192.2	1.22

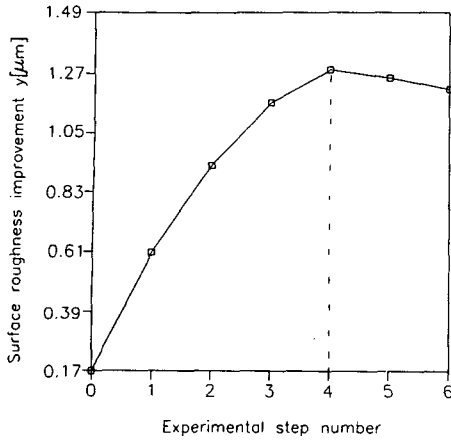


Fig. 6 Response versus steps along the path of steepest ascent

Table 8 Response data for the second first-order model

Natural variables		Coded variables		Response
P[kg/cm ²]	t[min]	x ₁	x ₂	y
2.0	114.8	-1	-1	1.21
3.0	114.8	+1	-1	1.26
2.0	154.8	-1	+1	1.28
3.0	154.8	+1	+1	1.25
2.5	134.8	0	0	1.27
2.5	134.8	0	0	1.29
2.5	134.8	0	0	1.27
2.5	134.8	0	0	1.28
2.5	134.8	0	0	1.26
3.21	134.8	1.414	0	1.22
1.79	134.8	-1.414	0	1.25
2.5	163.08	0	1.414	1.27
2.5	106.52	0	-1.414	1.24

Table 9 Analysis-of-variance for the second first-order model

Source of variance	SS	dof	MS	F ₀
Regression	0.001	2	0.0005	0.88
Residual	0.0034	6		
(Interaction)	(0.0016)	(1)	0.016	123.08**
(Pure quadratic)	(0.00128)	(1)	0.00128	9.85*
(Pure error)	(0.00052)	(4)	0.00013	
Total	0.0044	8		

* Significant at α=0.025 ** Significant at α=0.01

Table 10 Central composite design for the second-order model

Natural variables		Coded variables		Response
P[kg/cm ²]	t[min]	x ₁	x ₂	y
2.0	114.8	-1	-1	1.21
3.0	114.8	+1	-1	1.26
2.0	154.8	-1	+1	1.28
3.0	154.8	+1	+1	1.25
2.5	134.8	0	0	1.27
2.5	134.8	0	0	1.29
2.5	134.8	0	0	1.27
2.5	134.8	0	0	1.28
2.5	134.8	0	0	1.26
3.21	134.8	1.414	0	1.22
1.79	134.8	-1.414	0	1.25
2.5	163.08	0	1.414	1.27
2.5	106.52	0	-1.414	1.24

Table 11 Analysis-of-variance for the second-order model

Source of variance	SS	dof	MS	F ₀
Regression	0.00554	5	0.00111	7.07*
Error	0.00110	7	0.000157	
Total	0.00664	12		

* Significant at α=0.05

이 2차 모형의 적합성을 판단하기 위한 분산분석 결과가 Table 11에 나타나 있다. 여기서 식(6)의 2차 모형은 부적합하지 않다고 할 수 있다. 즉 Table 10의 실험영역에서 반응변수가 그리는 반응표면은 평면적이기 보다는 곡면에 가깝다. 식(6)의 이차 반응표면이 Fig. 7에 나타나 있으며, 정상점(극대 또는 극소)이 존재하긴 하나 뚜렷한 정점을 이루지는 않고 능선(ridge)에 가까운 완만한 정상점이 존재함을 알 수 있다. 정상점에서의 변수값 및 그때 예측되는 반응변수값을 다음과 같이 구하였다.

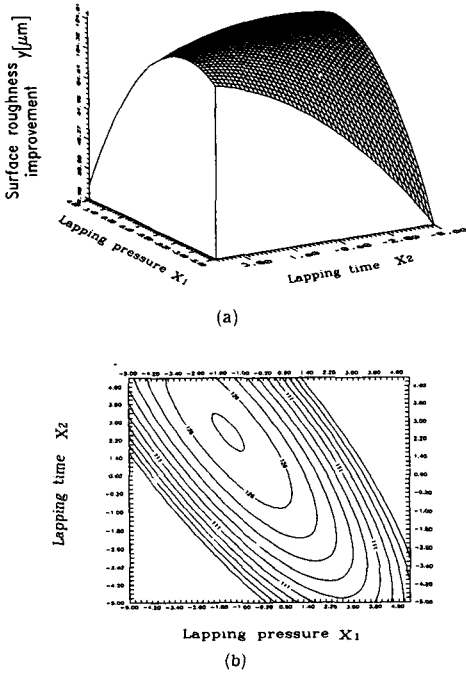


Fig. 7 The second order response surface(a) and contour plot(b) as a funtion of pressure(x₁) and time(x₂)

$$\hat{y} = \beta_0 + x'b + x'Bx \quad (7)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = b + 2Bx = 0 \quad (8)$$

$$\therefore x_0 = -\frac{1}{2}B^{-1}b = \begin{pmatrix} -1.457 \\ 2.527 \end{pmatrix} \quad (9)$$

여기서, x 는 x_1 과 x_2 로 이루어진 열벡터이고 b 와 B 는 각각 식(1)과 식(2)의 인수(parameter)들을 나타내는 열벡터 및 행렬이다. 식(9)의 정상점을 물리적인 변수값으로 환산하면 래핑압력(P)은 1.8 kg/cm², 래핑시간(t)은 185분이 된다. 식(9)의 값을 식(7)에 대입하면 정상점에서의 반응 예측치는 다음과 같다.

$$y_0 = \beta_0 + \frac{1}{2}x_0b = 1.29 \quad (10)$$

즉, 기대할 수 있는 최대 표면거칠기 개선량은 래핑압력 1.8 kg/cm², 래핑시간 185분에서 1.29 μm로 예측할 수 있다.

3.4 반응표면의 특성분석

식(6)의 이차 반응표면의 특성화를 위해 정준형(canonical form)으로 변환하여 고찰해 보았다. 식

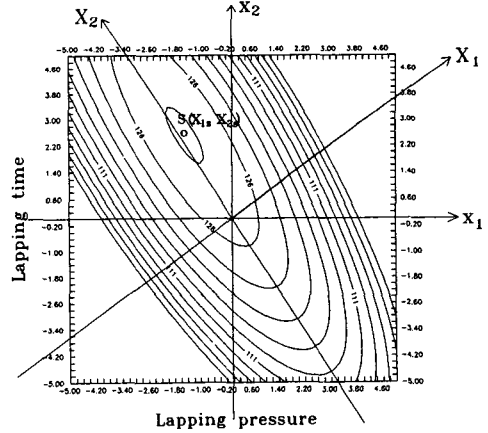


Fig. 8 Plot of canonical form : (x₁, x₂) for original and (X₁, X₂) for new coordinates

(7)에 나타난 열벡터 x , b 및 행렬 B 의 성분은 다음과 같다.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -0.0028 \\ 0.0128 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.0183 & -0.01 \\ -0.01 & -0.0083 \end{bmatrix}$$

이들을 이용하여 식(6)를 행렬의 형태로 바꾸면 다음과 같다.

$$\hat{y} = 1.274 + [x_1 x_2] \begin{bmatrix} -0.0028 \\ 0.0128 \end{bmatrix} + [x_1 x_2] \begin{bmatrix} -0.0183 & -0.01 \\ -0.01 & -0.0083 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

행렬 B 의 고유치는 $\lambda_1 = -0.0245$, $\lambda_2 = -0.0021$ 이고 반응표면에 대한 정준형은 다음식과 같이 구해진다.

$$\hat{y} = 1.274 + 0.0043X_1 + 0.0124X_2 - 0.0245X_1^2 - 0.0021X_2^2 \quad (12)$$

정준형의 좌표로써 나타낸 정상점의 좌표는 $X_{1s} = 0.0878$, $X_{2s} = 2.9524$ 이고 이들은 Fig. 8에 나타나 있다. 이상과 같은 정준분석의 결과를 요약하면 첫째, 행렬 B 의 모든 고유치가 음의 값이기 때문에 이 반응표면은 극대점을 가지며 특히 한 고유치 λ_2 가 영에 가깝기 때문에 반응표면은 X_2 방향으로 완만한 능선모양을 나타낸다. 둘째, 실험계획에 이용

한 변수, 즉 부호변수 x_i 의 단위로, 실험의 중심점 O로부터 시스템의 중심점(정상점) S까지의 거리는 $\{\sum_{j=1}^A X_{js}^2\}^{1/2} = 2.95$ 이고 이 값은 Table 7의 최대경사방향실험에서 사용된 x_1 및 x_2 의 증가량 2 및 2.87과 비교해서 그리 크지 않기 때문에 정상점은 현재의 실험중심점으로 부터 멀리 떨어져 있지 않은 것으로 분석된다.

4. 검증실험 및 고찰

위에서 구해낸 정상조건에서 검증실험을 3회 실시한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다. 세 공작물의 초기 평균 표면거칠기(R_a)는 각각 $1.52 \mu\text{m}$, $1.60 \mu\text{m}$ 와 $1.57 \mu\text{m}$ 이었으며 래핑조건은 래핑압력 $P=1.8 \text{ kg/cm}^2$, 래핑시간 $t=185$ 분으로 하였다. 그 결과 최종 표면거칠기(R_a)는 $0.22 \mu\text{m}$, $0.28 \mu\text{m}$, $0.27 \mu\text{m}$ 를 각각 얻었다. Fig. 9은 래핑전과 래핑후의 공작물 표면에 대한 반사면 사진 및 측정된 표면형상을 나타낸 것으로, 래핑후의 표면형상은 전형적인 래핑가공면과 같은 특성을 나타냈으며 이러한 표면은 마멸에 대한 저항성이 강하게 나타나고 있다. 이와 같은 검증실험을 통해서 최적조건에 대한 확인을 하였으며 예측값과 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

적부실험 결과로부터 유의변수로 나타난 래핑압력, 래핑시간 및 입자크기는 원통 확인세탁믹스의 래핑에서 제어변수로서 취급되어야 한다. 앞에서 언급되었듯이 선택된 변수값들의 구간에서는 반응

에 미치는 영향을 선형적이라 가정하였고 또한 본 연구에서 사용된 래핑장치의 특성 등을 고려하여 변수들의 수준을 정하였다. 예를 들면 축방향 진동 주파수의 경우에는 진동소음이 급격히 커지는 불안정 구간을 고려하였다. 따라서 만약 안정된 구간이 넓어진다면 변수의 영향을 알아내기 위해 두 수준 이상을 선택함으로써 비선형성에 의한 해석결과의 오판을 방지할 수 있을 것이다. 결과적으로 본 연구에서는 비교적 적은 실험회수를 갖는 적부실험을 통해서 최적의 변수조합을 발견함으로써 전체적인 래핑변수들의 반응치에 미치는 상대적인 영향을 쉽게 특성화 할 수 있었다.

반응표면분석 결과 표면이 거칠은 래핑 초기단계에서는 래핑압력과 래핑시간 사이에 교호작용(interaction effect)이 존재하지 않았으나 표면이 상당량 개선된 래핑 후기 단계에서는 두 변수 사이에 교호작용이 심하였다. 즉, 어느 한 변수가 반응치에 미치는 영향이 다른 변수의 수준에 따라 달라지고 있음을 알 수 있었으며, 이것은 다음과 같은 이유에서 설명되어질 수 있을 것이다. 즉, 래핑후기에는 표면에 존재하는 스크래치(scratch)가 대부분 제거되어 어느 정도의 가공시간이 경과하면 입자인선(grain edges)의 만입(indentation)깊이 때문에 표면거칠기가 더 이상 개선되지 않거나 오히려 나빠지게 되고 이러한 만입깊이는 래핑압력 및 래핑시간에 영향을 받기 때문이라 사료된다.

본 연구에서는 반응표면분석을 통하여 주어진 조건에서 표면거칠기의 개선이 극대가 되는 래핑압력과 래핑시간의 조합을 찾아낼 수 있었다. 그러나 순차적으로 조건을 변경해가면서 원하는 표면거칠기를 구하는 래핑가공에서는 주어진 조건에서 도달 가능한 최종의 표면거칠기를 얻으려 하기보다는 래핑의 능률이 떨어지는 시간에서 다음 래핑조건으로 바꾸는 것이 바람직하다. 따라서 시간에 따른 표면거칠기 개선능률의 변화특성을 알아보기 위해 래핑압력은 1.8 kg/cm^2 으로 고정하고 래핑시간에 따른 실험을 행하여 Fig. 10과 같은 결과를 얻었다. 이 결과를 보면 실제로 스크래치는 영역 I (Region I)로 표시된 처음 60분 이내에 대부분 제거되고 그 이후(Right II)에는 매우 느린 속도로 나머지 부분이 제거되어 예측되었던 최종 표면거칠기에 도달하고 있음을 알 수 있다. 이것은 전형적인 표면거칠기의 지수적 감소의 경향을 나타낸다. 이와 같이 주어진 조건에서 도달가능한 최종 표면거칠기 및

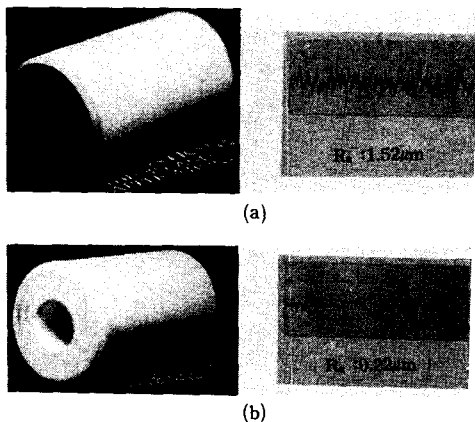


Fig. 9 Photograph of reflective surface and surface profiles (a) before and (b) after lapping in optimal condition

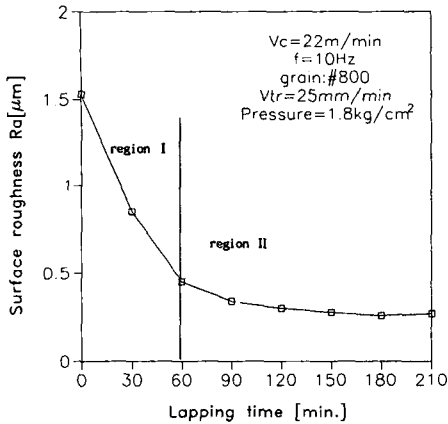


Fig. 10 Surface roughness versus lapping time

그때의 시간을 예측하고 표면거칠기의 지수적 감소 경향을 고려하면 고정도 표면생성을 위한 순차적인 래핑가공의 래핑능률을 높이기 위해서 래핑조건을 바꾸어야 할 시간을 예측할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 원통 화인세라믹스인 Al_2O_3 의 능률적 고정도 표면생성을 위한 래핑공정을 특성화 및 최적화시키기 위해 실험계획 및 반응표면분석의 통계적 계획법을 사용하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 적부실험(screening experiment) 결과 원통 세라믹스(Al_2O_3)의 래핑에서 표면거칠기의 개선에 큰 영향을 미치는 변수는 래핑시간, 래핑압력 및 래핑입자의 크기 순으로 나타났으며 이러한 세 변수들은 제어변수로써 중요하게 고려되어야 한다.

(2) 반응표면분석으로부터 주어진 래핑조건에 대해서 래핑초기에는 래핑압력과 래핑시간 사이에 교호작용(interaction effect)이 존재하지 않으나 표면

거칠기가 상당량 개선된 래핑 후기에는 이차 반응 표면의 2차항 대부분이 교호작용에 의한 효과로 그 영향이 매우 크게 나타났다. 따라서 스크래치가 거의 제거된 래핑후기에는 래핑시간과 래핑압력을 상호 교호작용을 고려하여 조절해야 한다.

(3) 적부실험으로 나타난 최적조합에서의 반응표면분석 결과 도달가능한 최대의 표면거칠기 개선량에 대한 래핑시간 및 래핑압력의 임계값(정상점)이 존재하였다. 이때의 표면거칠기 개선형태는 두가지 영역으로 구분되었으며 래핑압력 $P=1.8 \text{ kg/cm}^2$ 일 때 래핑시간 $t=60$ 분까지 최종 도달가능한 값의 약 80%가 개선되었고 그 후 $t=185$ 분까지는 매우 느린 표면거칠기 개선이 이루어져서 예측된 최대 표면거칠기(R_a) 개선량 $1.29 \mu m$ 에 도달하였다. 이와 같은 지수적 감소특성과 예측된 임계시간으로부터 능률적인 고정도의 표면생성을 위한 래핑조건 변경 시간을 예측할 수 있다.

참고문헌

- (1) Montgomery D. C., 1991, *Design and Analysis of Experiments*, 3rd Edition, Wiley.
- (2) Box G. E. P., et al., 1987, *Empirical Model-Building and Response Surfaces*, Wiley.
- (3) Salje E., et al., 1988, "Relations Between Abrasive Processes," *Annals of the CIRP*, Vol. 37, No. 2, pp. 641~648.
- (4) Phillips K., et al., 1977, "On the Mechanism of Material Removal by Free Abrasive Grinding of Glass and Fused Silica," *Wear*, Vol. 41, pp. 327~350.
- (5) Nelson L. S., 1982, "Analysis of Two-Level Factorial Experiments," *Journal of Quality Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 95~98.