

〈技術論文〉

# 타원형 및 토리-구형 압력용기도움의 두께 최적화설계

이영신\* · 김영완\*\* · 조원만\*\*\* · 오광한\*\*\*

(1993년 2월 9일 접수)

## Optimal Thickness Design of Ellipsoidal and Tori-Spherical Pressure Vessel Domes

Young-Shin Lee, Young-Wann Kim, Won-Man Cho and Kwang-Han Oh

**Key Words :** Pressure Vessel(압력용기), Stress Concentration(응력집중), Ellipsoidal Dome(타원형도움), Tori-Spherical Dome(토리-구형도움)

### Abstract

This study presents thickness optimization for the pressure vessel domes subject to internal pressure and axial force simultaneously. The considered typical pressure vessel domes are ellipsoidal and tori-spherical domes with skirt and nozzle part. These pressure vessel domes under loading have higher stress concentration on geometric discontinuity parts. Therefore, thickness optimization of axi-symmetric pressure vessel domes is essentially concerned on minimizing this stress concentration. The objective function is minimization of weight of pressure vessel dome. The design variable is thickness of dome and cylinder. Considered constraint is Von Mises equivalent stress. In the optimization procedure, ANSYS code is used. The equivalent and hoop stress of original shape domes are compared with those of optimal shape domes. And optimal thicknesses for pressure vessel domes are presented.

#### 기 호 설 명

$b$  : 타원형도움의 단반경  
 $F$  : 축하중  
 $L$  : 실린더길이  
 $L1$  : 스킨트길이  
 $L2$  : 노즐길이  
 $P$  : 작용내압  
 $R$  : 실린더반경  
 $R1$  : 노즐반경  
 $R_a$  : 타원형도움의 장단경비  
 $R_p$  : 너클반경  
 $R_c$  : 크라운반경

$t$  : 압력용기의 두께  
 $u, v, w$  : 각방향 변위  
 $\theta$  : 크라운각  
 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  : 각방향에 대한 회전  
 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  : 주응력  
 $\sigma_a$  : Von Mises 등가응력

### 1. 서 론

셀구조물은 압력용기, 저장용기, 비행체 및 잠수함 등에 사용되는 중요한 구조요소이다. 압력용기는 주로 원통셀과 각종 도움(dome)구조로 이루어져 있으며 일반적으로 불연속부가 없는 내압만 받는 원통셀부위 등은 막이론(membrane theory)에

\*정회원, 충남대학교 기계설계공학과

\*\*정회원, 충남대학교 기계설계공학과 대학원

\*\*\*정회원, 국방과학연구소

의해 설계되나 노즐부위나 도움부, 실린더의 연결부위, 스커트부위 등은 불연속응력의 영향으로 변위 및 응력분포에 현저한 변화가 존재하여 응력집중을 최소화하는데 많은 관심이 있어 굽힘이론(bending theory)을 고려한 엄밀한 해석이 필수적으로 요구된다.

일반적으로 반구형도움의 경우에는 불연속응력은 크지 않으나 그 제작이 용이하지 않으며 평판도움은 제작이 용이하나 상당한 불연속응력을 갖는다. 이에 따라 중간형상인 토리-구형 및 타원형도움이 많이 사용되고 있다. 따라서 도움부위 해석은 압력용기의 형상설계 및 구조해석을 위해 필수적으로 수행되어야 한다.

Hoffman<sup>(1)</sup>은 굽힘효과를 무시한 막이론을 적용하여 토리-구형도움에 대해 중량 최적화를 수행하였고, 또한 스커트가 존재하는 경우도 고려를 하였으나 스커트에는 작용하중이 없고, 최적화 수행후 중량의 변화는 없는 것으로 하여 최적화를 하였다. 한편 Gerdeen<sup>(2)</sup>은 내압만을 받고 장단경비가 2:1인 타원형도움에 대해 막이론을 적용하여 중량최적화를 수행한 결과 실린더와 도움이 결합되는 실린더 및 도움부위에서 많은 두께의 보강으로 결론지었다. 그리고 Mansfield<sup>(3)</sup>는 좌굴을 발생시킬 수 있는 압축력의 발생을 피할 수 있도록 자오선방향 곡선을 최적화하였다. 또한 Middleton 등<sup>(4)</sup>은 가압하중을 극대화하도록 하기 위해 도움부의 반경을 변화시켜 해석을 하였다.

그리고 이영신 등<sup>(5)</sup>은 형상을 미소하게 변화시켜 좌굴을 방지할 수 있는 도움부위의 형상설계에 관한 연구를 제시하였으며, 또한 압력용기도움의 형상 및 두께변화에 따른 비선형 응력해석을 수행하였다.<sup>(6)</sup> 최근에 Younsheng<sup>(7)</sup>은 압력용기형상 최적화설계의 민감도에 관한 연구를 하였다.

기존 문헌에서 내압을 받는 도움의 형상설계에는 많은 연구가 수행되어 왔으나,<sup>(8-10)</sup> 스커트와 노즐이 동시에 존재하는 압력용기에 대한 구조물 해석은 많지 않으며, 특히 내압, 축방향력을 동시에 수행한 구조해석 및 최적화설계는 거의 없는 상태이다.

따라서 본 논문에서는 로켓모터 등에서 채용되는 압력용기도움의 실용적인 하중상태(내압 및 축방향력)에서의 응력해석을 수행하고 압력용기도움 구조물의 경량화설계를 통하여 이에 대한 설계기법을 개발하고 이를 통하여 압력용기도움 구조물설계를

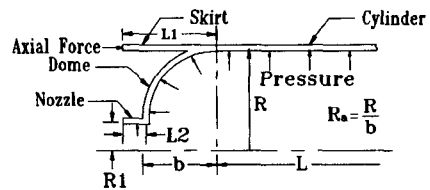
보다 최적화하는데 그 목적이 있다. 또한 여러가지 형상의 압력용기가 있으나 본 논문에서는 대표적인 형상에 대해서만 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS code<sup>(11)</sup>를 이용하여 일차적으로 구조해석을 수행하고, 응력분포를 구하여 각종 도움형상의 특성을 비교하였으며, 또한 대표적인 각종 도움형상에 대한 최적화설계를 수행하여, 최적형상을 제시하였으며, 이에 따르는 응력분포를 제시하였고, 중량감소결과도 제시하여 향후 압력용기 도움형상 최적화설계의 응용방향을 제시하였다.

## 2. 해석모델 및 수식화

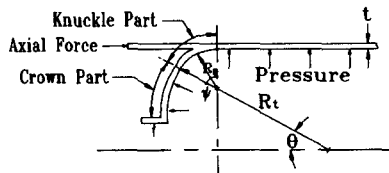
### 2.1 해석모델

본 논문에서는 많은 압력용기중에서 대표적인 형상인 타원형 및 토리-구형 도움형상을 고려하였으며, 이의 형상은 Fig. 1에 제시하였으며, Fig. 1(a)는 타원형도움이고, Fig. 1(b)는 토리-구형 도움의 형상을 나타내고 있다. Fig. 1에서  $L$  및  $R$ 은 실린더의 길이와 반경이며, 스커트의 길이  $L_1$ 은  $0.3L$ 로 취하였으며, 노즐의 길이  $L_2$ 와 반경  $R_1$ 은 각각  $0.1R$ 로 하였다. 한편  $R_a$ 는 도움의 장단경비( $R/b$ )이며,  $R_b$ 는 토리-구형 도움의 너클반경이고  $\theta$ 는 크라운각이며,  $\psi$ 는 너클각으로  $(90^\circ - \theta)$ 이다. 한편  $R_t$ 는 크라운반경으로 다음 식으로 표시된다.

$$R_t = R_b + \frac{R - R_b}{\sin \theta} \quad (1)$$



(a) Ellipsoidal dome



(b) Tori-spherical dome

Fig. 1 Typical configuration of pressure vessel dome and loads

고려된 작용하중은 압력용기의 내면에 내압이 작용하며, 스킨트에는 축방향하중이 작용하고 있다.

2.2 수식화

본 논문에서는 8-절점 등매개변수 요소를 사용하였으며, ANSYS Code의 STIF 93으로 Fig. 2에 제시되었으며, 이때 각 절점에서는 6자유도 ( $u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ )를 갖으며, 여기서,  $u, v, w$ 는 각 방향에 대한 변위를 나타내고  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 는 회전을 나타낸다. 이때 고려한 가정사항은 다음과 같다.

- (1) 중앙면에 수직인 것은 변형후에도 직선은 유지하지만 수직일 필요는 없다.
- (2)  $r$ 방향(두께방향)으로의 적분점들은 동일한 요소좌표를 갖는다.
- (3) 각 요소의  $r$ 축에 대한 회전에 연계된 주요 강성은 없고, 각 절점에서의 자유회전 (free rotation)을 막기위해 적절한 공칭강성이 존재한다.

3. 초기응력해석

3.1 유한요소모델

본 장에서는 여러 형상의 도움구조에 대한 두께 최적화를 수행하기 위해 일차적으로 초기형상에 대한 응력해석을 수행하였다. 이때의 작용하중은 Fig. 1에서처럼 스킨트에 축하중을 받고 있으며, 또한 스킨트를 제외한 모든 곳에 내압이 작용하는 경우를 고려하였다. 이때의 내압은 9.81 MPa, 축하중은 단위길이당의 하중으로  $F=70.8 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ 가 작용한다.

본 논문에서 고려한 압력용기의 재료물성은 일반

구조용강으로 탄성계수  $E=196 \text{ GPa}$ , 밀도  $g=7900 \text{ kg/m}^3$ , 푸아송비  $\nu=0.3$ 이다. 또한 압력용기의 길이는 200 cm이고 반경은 50 cm, 두께  $t$ 는 0.5 cm로 하여 반경 대 두께비  $R/t=100$ 으로 초기조건을 취하였다. 이상의 초기조건을 토대로 하여 해석을 수행하게 된다.

한편 고려된 도움은 18개의 영역으로 나누어, 이때 각 영역에 대한 두께를  $t_1, t_2, \dots, t_{18}$ 로 분류하였다. 이때 각 영역을 토리-구형 도움에 대해 Fig. 3(a)에 나타냈으며, 실린더 부분은 5개의 영역으로 나누었고, 도움부의 경우는 10개, 노즐부는 2개, 스킨트는 1개로 나누었다.

이와 같이 선택된 영역에 대해 유한요소를 형성시키기 위해 각기 원주방향으로 5등분 하였고, 응력집중이 예상되는 영역은 보다 세밀하게 분할하여 총 유한요소 (element) 수는 200개이고 절점 (node) 의 수는 691개이다. 유한요소모델의 대표적인 형상을 Fig. 3(b)에 제시하였다. 또한 본 문제는 축대칭 문제이기 때문에 각각의 대칭면에 대해 대칭경계조건을 부여하였다. 즉, 그림에서처럼  $x=0$ 인 곳에 대해서는  $x$ 방향의 변위  $u=0$ , 회전항  $\theta_y=\theta_z=0$ 이고,  $y=0$ 인 곳에 대해서는  $y$ 방향의 변위  $v=0$ , 회전항  $\theta_x=\theta_z=0$ 이며,  $z=0$ 인 곳에 대해서는  $z$ 방향의 변위  $w=0$ , 회전항  $\theta_y=\theta_z=0$ 가 된다.

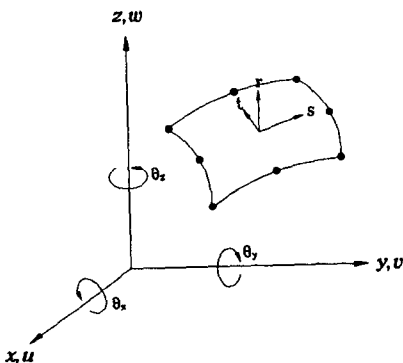
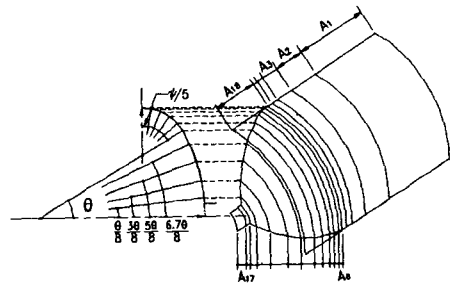
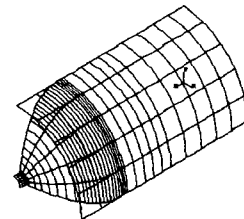


Fig. 2 Configuration of 8-node isoparametric element



(a) Area sections



(b) Finite element model

Fig. 3 Typical area sections and finite element model for pressure vessel dome

3.2 초기 압력용기도움 해석

Fig. 4는 스커트 및 노즐이 없는 반구형도움에 대해 다음의 입력자료를 갖는 압력용기도움을 본 논문의 유한요소결과와 참고문헌(11)의 해석해로서로 비교한 것이다.

$$L=20 \text{ inches, } R=20 \text{ inches,}$$

$$t=1 \text{ inch, } P=1000 \text{ lb}$$

여기서, 제시된 무차원 응력은 바깥면에서의 응력을  $PR/t$ 로 나누어 무차원화시킨 값으로 원주방향 응력과 길이방향 응력을 나타내었다. 그림에서 처럼 실린더 및 도움부위에 대해 서로 잘 일치하고 있다. 그리고 실린더와 도움이 결합되는 곳에서의 요소의 조밀도(또는 절점)에 따른 응력변화를 표시하여 어느 정도까지 정확한가를 검토하였다. 보는 바와 같이 요소를 보다 잘게(ANSYS 2-층 요소수 200개) 나누어도 초기 유한요소모델(ANSYS 1-층 요소수 150개)과 거의 동일한 결과를 얻어 너무 조밀하게 나눌 필요가 없음을 알 수 있다.

2.1.1 타원형도움 해석

Fig. 5에서는 장·단경비  $R_a=\sqrt{2}$ 인 타원형도움의 초기조건에 대한 중앙면에서의 각 방향에 대한

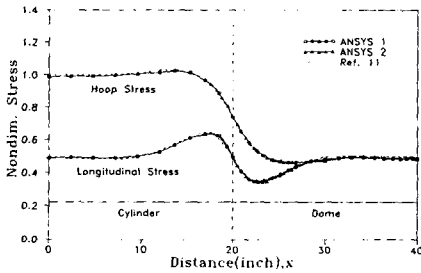


Fig. 4 Comparison FEM result with Ref. [11] for hemi-spherical pressure vessel dome

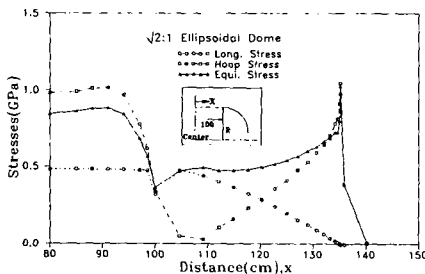


Fig. 5 Stresses of  $R_a=\sqrt{2}$  ellipsoidal pressure vessel dome

응력 및 등가 응력분포를 나타내고 있는 것으로 원주방향응력(hoop stress)에서 실린더와 도움이 결합되는 곳에서 실린더쪽으로 10 cm부근에 약 1.1 GPa 정도의 응력집중을 나타내며, 도움과 노즐이 결합되는 부위에서는 전체 구조물에서 가장 큰 응력값인 1.2 GPa 정도의 응력집중이 된다. 그리고 도움부위에서는 대체적으로 작은 응력값을 갖고 있으나, 노즐이 붙어 있는 곳에 접근할 수록 응력정도가 급격히 증가하고 있다. 한편 길이방향 응력은 실린더 부위에서 0.5 GPa 정도였다가 실린더와 도움이 결합되는 부위에서는 0.3 GPa로 하락했다가 어느 부위까지 다시 증가하다가 노즐쪽으로 갈 수록 감소하는 경향이 나타난다. 그리고 본 논문의 최적화 과정에서 구속조건으로 취할 등가응력은 Von Mises 응력으로 다음과 같은 값을 갖는다.

$$\sigma_a = \sqrt{\left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]} \quad (2)$$

여기서,  $\sigma_i (i=1,2,3)$ 은 주응력을 나타낸다.

식(2)를 이용하여 구한 값으로 초기 실린더 부위에서는 0.85 GPa 정도의 응력분포를 갖으나 실린더와 도움(혹은, 스커트)이 결합되는 실린더부에서 약 0.9 GPa 정도의 응력집중현상이 보인다. 그리고 도움과 노즐이 결합되는 도움부에서 가장 큰 응력집중을 갖고 있으며 이 때의 응력값은 대략 1.0 GPa 정도를 나타낸다. 이와 같이 응력집중이 나타나는 것은 기하학적 불연속에 의한 결과이다. 그리고 그래프에는 제시되지 않았으나 내압이 작용하지 않고 축하중만이 작용하는 스커트부에서는 응력값이 매우 낮게 나타나고 있는데, 이는 축하중이 내압에 비해 구조물에 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 여기서 나타난 응력값을 기초로 응력이 구속조건 이상인 경우에는 두께 보강이 이루어질 것이며, 낮은 응력집중을 갖는 부위에서는 두께 절감이 이루어질 것이다.

Fig. 6에서는 장단경비  $R_a=1.7$ 인 경우의 응력분포를 나타내고 있으며,  $R_a=\sqrt{2}$ 의 경우와 비슷한 양상을 띄고 있으나 도움의 중간부근에서도 그리 크지는 않지만(구속조건을 넘지 않음) 응력(등가응력) 집중이 나타나고 있다. 실린더 부위에서의 응력분포는  $R_a=\sqrt{2}$ 인 경우와 유사한 값을 갖고 있으나 원주방향 응력인 경우 도움의 1/3 부근에서는 -0.35 GPa의 압축응력이 발생되고 있으며, 노즐과 도움이 결합되는 부근에서의 응력은 1.3 GPa정

도로  $R_a = \sqrt{2}$  경우보다 높게 나타나고 있다. 이는 장단경비가 증가함에 따라 도움과 노즐이 결합되는 부근에서 기하학적 불연속이 증가하기 때문이다.

한편, 장·단경비  $R_a = \sqrt{2}$ 인 타원형도움의 응력 거동을 Fig. 7에 제시하였다. 실린더부에서는 앞의 다른 도움과 유사한 경향을 보여주고 있으나, 도움의 1/3 부위에서는 등가응력에 대해 약 1.0 GPa 정도의 응력집중을 보여주며, 도움과 노즐이 결합되는 도움부위에 1.5 GPa 정도로 가장 큰 응력집중이 나타나, 앞의 다른 도움의 경우보다 상당히 높은 값을 갖는다. 그리고 앞의 1.7:1 도움의 경우처럼 도움부위에 보다 큰 압축응력이 발생되어 필연적으로 이곳에서의 보강이 절실히 요구되고 있으며 노즐이 결합되는 부위에서는 커다란 인장응력이 작용하고 있다. 이는 앞에서도 계속 언급했던 것처럼 기하학적 불연속성에 의한 것이다.

Fig. 5~7의 결과를 통해 장단경비  $R_a$ 가 증가함으로써 기하학적 불연속이 증가하여 이로 인해 응력이 집중되는 양도 증가함을 알 수 있고, 도움부위에서 압축응력도 커져 좌굴의 우려가 있음을 알 수 있다. 따라서 이러한 결과를 미루어 볼 때 장단경비가 작은 경우에 증량감소가 많이 기대된다. 반

대로 장·단경비가 커지면 중량이 증대됨을 예견할 수 있다.

### 3.2.2 토리-구형 도움 해석

Fig. 8,9에서는 토리-구형 도움의 너클반경에 따라 초기조건에서의 응력분포를 보여주고 있다. 먼저 Fig. 8에서는 너클반경  $R_p = 10$  cm일 때를 나타낸 것으로 등가응력이 너클도움의 중간 부위에서 2.0 GPa 정도의 최대값을 갖고 있으며, 상대적으로 노즐부위에서는 보다 작은 값(1.3 GPa)을 갖는다. 이와 같이 너클도움에서 최대 등가응력이 발생하는 것은 너클반경과 크라운반경이 결합되는 곳에서의 기하학적 불연속이 크기 때문에 나타나는 현상이다. 반면에 원주방향 응력은 실린더 부위에서 1.0 GPa 정도의 응력으로 다른 도움과 비슷한 결과를 갖고 있으나, 도움부위에서는 앞의 장·단경비가 큰 타원형도움처럼 압축응력이 발생되고 있으며 이 응력정도는 앞의 어떤 도움보다 매우 큰 -1.9 GPa 정도로 노즐이 결합되는 곳에서의 인장응력보다 좀 큰 수준의 응력을 갖는다.

한편, Fig. 9에서는  $R_p = 15, 20, 25$  cm일 때의 원주방향 응력을 비교한 것으로  $R_p = 10$  cm인 경우와

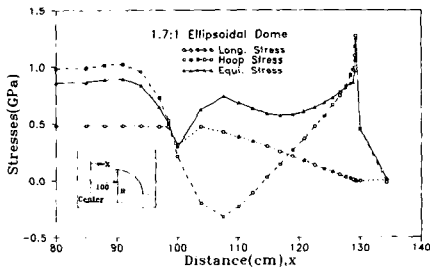


Fig. 6 Stresses of  $R_a = 1.7$  ellipsoidal pressure vessel dome

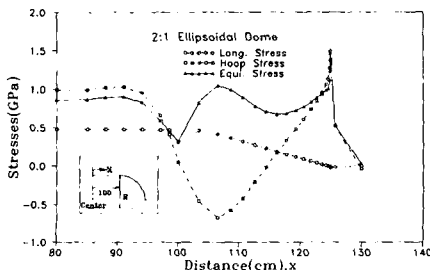


Fig. 7 Stresses of  $R_a = 2$  ellipsoidal pressure vessel dome

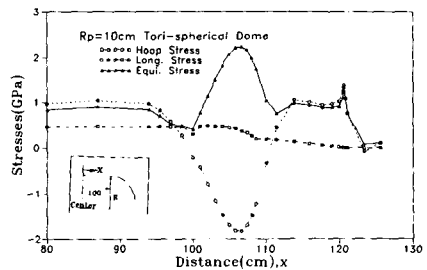


Fig. 8 Stresses of  $R_p = 10$  cm tori-spherical pressure vessel dome

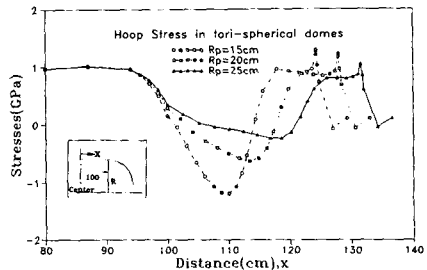


Fig. 9 Hoop stress of  $R_p = 15, 20, 25$  cm tori-spherical pressure vessel domes

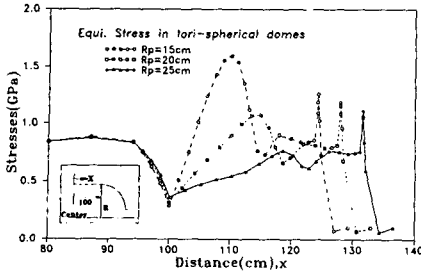


Fig. 10 Equivalent stress of  $R_p=15, 20, 25$  cm tori-spherical pressure vessel domes

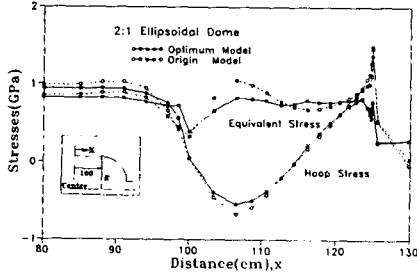


Fig. 11 Stresses of optimum  $R_a=2$  ellipsoidal pressure vessel dome

마찬가지로 도움부위에서 압축응력이 발생되고 있으나  $R_p$ 가 커짐에 따라 그 값은 감소하고 있으며,  $R_p=10$  cm일 때  $-1.1$  GPa 정도였으나  $R_p=20$  cm인 경우는  $-0.7$  GPa,  $R_p=25$  cm인 경우는  $-0.3$  GPa로 점차 감소하고 있다. 또한 도움과 노즐이 결합되는 곳에서는 여전히 커다란 인장응력이 발생되고 있으며, 이 또한  $R_p$ 가 커짐에 따라 감소하는 경향을 갖는다.

그리고 Fig. 11에서는 Fig. 9의 경우에 대한 등가응력을 보여주고 있는 것으로  $R_p$ 가 커지면서 등가응력 또한 감소하고 있으며, 최대응력이 발생하는 부위가 도움부위에서 도움과 노즐이 결합되는 부위로 이동하고 있다.

이와 같은 현상은  $R_p$ 가 증가하면서 기하학적 불연속의 세기가 너클도움과 크라운도움이 결합되는 부위에서 노즐과 도움이 결합되는 부위로 이동되기 때문에 나타나는 현상으로  $R_p$ 가 증가함으로써 중량감소가 많이 기대됨을 알 수 있다.

## 4. 최적화설계

### 4.1 최적화설계 변수

ANSYS Code에서의 최적화과정은 아래와 같은 일

반적인 최적화과정을 갖는다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ & \text{subject to } x_i^{\text{MIN}} \leq x_i \leq x_i^{\text{MAX}} \quad (i=1, \dots, n) \\ & \text{subject to } g_j^{\text{MIN}} \leq g_j \leq g_j^{\text{MAX}} \quad (j=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$f$  : 목적함수

$x_i$  : 설계변수

$n$  : 설계변수의 수

$g_j$  : 구속조건

$m$  : 구속조건의 수

ANSYS에서는 설계변수 및 구속조건에 의해 구속되기 때문에 구속이 없는 목적함수가 벌칙항(penalty term)이 부가된 목적함수가 되며, 이와 같은 구속이 없는 목적함수를 풀기위해 잘 알려진 SUMT (subsequential unconstraint minimization technique) 기법을 이용하고 있다.

그리고 수렴을 판정하기 위해서는 다음과 같은 변수에 대한 공차  $T$  (tolerance)보다 작으면 만족하게 된다.

$$\begin{aligned} |f^{(l)} - f^*| &< T \\ |f^{(l)} - f^{(l-1)}| &< T \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} |x_i^{(l)} - x_i^*| &< T_i \text{ for all } i=1, \dots, n \\ |x_i^{(l)} - x_i^{(l-1)}| &< T_i \text{ for all } i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{where, } T = 0.01 * (\text{MAX} - \text{MIN})$$

여기서, 상첨자(\*)는 현 측차까지에서 가장 좋은 값을 나타내고,  $l$ 은 측차수(loop No.)를 나타내며, MAX와 MIN은 각 변수들에 대한 상하한계값을 나타낸다. 그리고 각각 목적함수 및 설계변수에 대해 위의 두가지 조건을 만족하면 수렴을 하게 되어 측차(loop)를 마치게 된다.

본 논문에서 이용된 설계변수로는 도움의 두께를 취하였으나, 스킵트와 노즐의 자유단에서의 응력은 다른 곳에 비해 매우 작은 응력값을 갖기 때문에 이곳에서의 두께를 0.2 cm로 고정하였다. 그리고 목적함수로는 구조물의 부피를 취하여 중량 최적화를 기하였고, 설계제한조건, 즉, 구속조건으로는 타원형도움 및 토리-구형 도움에 대해 등가응력  $\sigma_a = 0.83$  GPa를 최대한계로 하여 정해진 각 영역에서의 최대 등가응력이 한계응력을 넘어서게 되면 그 영역에서 두께가 보강이 되고, 한계응력보다 작은 값을 갖게되면 두께가 초기보다 얇게 되어 두께

의 감소가 이루어져 최종적으로 중량 최적화를 하게 된다.

4.2 최적화 결과

3절에서 시도된 응력해석 결과를 기초로 최적화를 수행한 결과에 대해 Table 1에서는 최적화 수행후의 최적두께를 표로 나타낸 것으로 타원형도움 및 토리-구형 도움 모두에서 예상했던 것처럼 응력 집중현상이 나타났던 곳에서 두께보강이 이루어졌다. 즉, 실린더와 도움이 결합되는 실린더 부위와 도움과 노즐이 결합되는 양쪽 부분에서 보강이 이루어졌다. 타원형도움의 경우  $R_a = \sqrt{2}$ , 1.7인 경우에 대해서는 도움부위에서 대체적으로 초기 형상보다 얇아졌으나,  $R_a = 2$ 인 경우는 도움부위에서 두께보강이 이루어졌는데 이는 다른 타원 도움보다

불연속이 크기 때문이다. 그리고 장·단경비  $R_a$ 가 증가하면서 도움과 노즐이 결합되는 부위의 두께보강이 커지고 있으며, 이 또한  $R_a$ 의 증가에 따라 이 곳에서의 기하학적 불연속성이 증가하기 때문이다. 한편 토리-구형 도움의 경우는 대체적으로 너클부위에서 두께보강이 이루어졌고  $R_p$ 가 증가함에 따라 두께보강이 감소함을 알 수 있다. 그러나  $R_p = 25$  cm에 대해서는 오히려 도움부위에서 두께감소가 생겼는데 이는  $R_p$ 가 증가함으로써 가장 이상적인 도움인 반구형도움에 가까워지기 때문에 나타나는 현상이다. 또한  $R_p$ 가 증가하면서 노즐과 도움이 결합되는 부위의 두께보강이 커지고 있는데 이는 이 부위에서의 기하학적 불연속이 크기 때문에 나타나는 현상이다.

한편 응력집중이 크게 나타나는  $R_a = 2$ 인 타원형 도움과  $R_p = 10$  cm인 토리-구형 도움에 대한 결과를 대표적으로 Fig. 11과 Fig. 12에 제시하였다.

Fig. 11에서는  $R_a = 2$ 인 타원형도움인 경우에 대해 원주방향응력과 등가응력을 나타내고 있다. 도움부위에서 압축응력은 여전히 발생되고 있으나 그 값 정도는 다소 감소한 형태를 나타내고 있으며, 이곳에서의 두께보강효과가 나타난 것이다. 그리고 등가응력은 전반적으로 0.83 GPa 를 넘지 않는 부근에서 평준화가 이루어지고 있다. 한계응력 보다 낮은 값을 갖는 것은 기하학적 특성때문에 나타나는 현상이다. 또한 이와 같은 현상은 선택된 각 영역중에서 부위에 따라 다른 응력값을 갖고 있어 이 중 최대응력을 가지고 최적화를 하기 때문에 이 최대응력이 한계응력에 접근하여도 다른 곳에서도 상대적으로 값이 하락하기 때문에 이와 같이 일정치 않은 값을 갖게된다 할 수 있다.

Fig. 12에서는  $R_p = 10$  cm 토리-구형 도움에 대한 최적화결과를 제시하고 있다. 앞의  $R_a = 2$ 인 타원형도움과 거의 유사한 경향을 나타내고 있으며

Table 1 Wall thickness for optimum domes

Index (cm)	Optimum thickness						
	$R_a$			$R_p$ (cm)			
	$\sqrt{2}:1$	1.7:1	2:1	10	15	20	25
t1	0.517	0.517	0.517	0.508	0.510	0.510	0.508
t2	0.517	0.517	0.517	0.511	0.515	0.515	0.511
t3	0.525	0.525	0.534	0.539	0.515	0.532	0.528
t4	0.533	0.532	0.549	0.398	0.503	0.513	0.519
t5	0.390	0.340	0.298	0.364	0.326	0.362	0.391
t6	0.308	0.476	0.678	0.686	0.435	0.345	0.299
t7	0.308	0.453	0.623	1.091	0.717	0.455	0.320
t8	0.317	0.377	0.536	1.216	0.919	0.593	0.385
t9	0.343	0.356	0.420	1.302	0.945	0.648	0.472
t10	0.377	0.397	0.467	1.059	0.797	0.615	0.471
t11	0.403	0.463	0.523	0.774	0.560	0.442	0.403
t12	0.428	0.488	0.564	0.568	0.531	0.493	0.462
t13	0.427	0.487	0.547	0.550	0.520	0.484	0.450
t14	0.433	0.490	0.551	0.550	0.503	0.480	0.448
t15	0.750	0.960	1.030	1.099	1.061	1.047	1.034
t16	0.955	0.954	0.955	0.955	0.953	0.954	0.955
t17	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
t18	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200

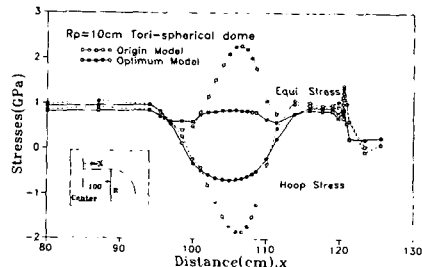


Fig. 12 Stresses of optimum  $R_p = 10$  cm tori-spherical pressure vessel dome

도움부위에서의 압축응력은 초기모델에 비해  $-1.8$  GPa 에서  $-0.7$  GPa로 상당히 줄어든 경향을 보이고 있다. 그리고 등가응력도 평균화된 결과를 보여주고 있다. 그리고 최적화 결과후 선택된 각 영역에서의 두께가 불연속을 이루고 있으나 각 절점에서의 각 두께에 대한 결과의 평균을 취하고 있기 때문에 두께 불연속에 대한 영향을 찾아볼 수 없다. 이와 같이 두께 불연속을 없애기 위해서는 보다 세밀하고 다른 차원의 유한요소모델이 필요하다.

Table 2에서는 각 도움에 대한 중량의 변화를 나타내고 있다. 타원도움인 경우에서  $R_a=\sqrt{2}$ 인 경우 53.03 kg에서 44.28 kg으로 16.5%의 중량 감소를 가져왔으며,  $R_a=1.7$ 인 경우는 12.3%,  $R_a=2$ 인 경우는 7.3%의 중량감소를 가져왔다. 전반적으로 타원형도움의 경우에는 도움부위에서 중량감소가 주로 이루어졌으며, 또한 압력이 작용하지 않는 스커트부위에서도 중량감소가 많이 이루어졌다. 그리고 토리-구형 도움인 경우에서  $R_p=10$ 인 경우 49.96 kg에서 50.28 kg으로 0.64%의 중량증가를 가져왔으며, 이는 전반적으로 도움부위에서 두께보강이 이루어졌기 때문으로, 특히 너클도움과 크라운도움이 결합되는 부위에서 커다란 응력집중이 나타나 이를 제거하기 위해 많은 보강을 하여 기타

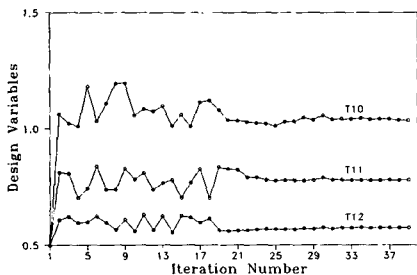


Fig. 13 Convergence history for design variables

다른 곳에서의 중량감소를 넘어서기 때문에 중량이 초기 모델보다 증가하였다.  $R_p=15$ 인 경우는 4.58%,  $R_p=20$ 인 경우는 9.41%,  $R_p=25$ 인 경우는 13.6%의 중량감소를 가져왔으며 대체적으로 도움부위 및 스커트부위에서 중량감소가 이루어졌다.

이처럼  $R_a$ 의 증가와  $R_p$ 의 감소에 따라 중량감소의 정도가 줄어드는 것은 초기 해석모델에서의 응력이 매우 크게 발생하여 이를 보강하기 위해 큰 두께가 요구되기 때문이다.

한편, Fig. 13에서는  $R_p=10$  cm 토리-구형 도움에 대해 너클도움과 크라운도움이 결합되는 영역에서의 두께  $t_{10}, t_{11}, t_{12}$ 에 대한 수렴도를 나타내고 있는 것으로 25번의 반복이후에 수렴이 이루어지고 있다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 로켓모터 등에서 채용되는 스커트 및 노즐부가 있는 각종 압력용기도움의 실용적인 하중상태(내압 및 축방향력)에서의 응력해석을 수행하고, 압력용기 구조물의 경량화설계를 통하여 이에 대한 최적설계기법을 적용하였다.

(1) 각종 형상의 도움에 대하여 응력상태, 부피 등을 설계인자로 하여 도움의 두께를 목적함수로 취해 중량 최적화를 수행하였다.

(2) 도움부위에서 발생한 압축응력(원주방향 응력에 대해)이 상당히 감소하는 결과를 얻었다.

(3) 스커트가 있는 타원형도움의 최적화설계에서는  $R_a=\sqrt{2}$ 인 도움에서 최대 16.5% 정도의 큰 중량감소효과를 얻었으며, 반구형도움( $R_a=1$ )으로 갈수록 큰 중량감소를 기대할 수 있었으며, 가장 큰 관심사항인 응력집중현상이 두께보강 및 감소를 통하여 중량의 증가없이 크게 개선되었다.

(4) 스커트가 있는 토리-구형의 최적화결과 토리

Table 2 Comparison of weight of original dome with optimum dome

Ellipsoidal dome				Tori-spherical dome			
$R_a$	Original	Optimum	Diff.	$R_p$	Original	Optimum	Diff.
$\sqrt{2}$	53.03 kg	44.28 kg	16.5%	10	49.96 kg	50.28 kg	-0.64%
1.7	51.92 kg	45.53 kg	12.3%	15	51.03 kg	48.66 kg	4.58%
2	51.14 kg	47.41 kg	7.3%	20	51.77 kg	46.90 kg	9.41%
				25	52.51 kg	45.35 kg	13.6%



반경  $R_p$ 의 증가에 따라 중량감소가 현저하였으며 그 최대치는 13.6% 정도로 중량감소효과를 얻었으며, 응력집중현상을 제거하여 각 부위에서의 응력 수준을 평준화시켰다.

(5) 전반적으로 초기 설계조건에 비해 중량의 증가 없이 응력집중현상을 크게 개선하였다.

### 참고문헌

- (1) Hoffman, G. A., 1962, "Minimum-Weight Proportions of Pressure-Vessel Heads," *Trans. of ASME, J. of Applied Mechanics*, Vol. 84, pp. 662~668.
- (2) Gerdeen, J. C., 1976, *The Effect of Geometrical Variations on the Limit Pressures for 2:1 Ellipsoidal Head Vessels Under Internal Pressure*, WRC Bulletin, No. 215.
- (3) Mansfield, E. H., 1981, "An Optimum Surface of Revolution for Pressurised Shells," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 23, pp. 57~62.
- (4) Middleton, J. and Petruska, J., 1986, "Optimal Pressure Vessel Shape Design to Maximize Limit Load," *Eng. Comput.*, Vol. 3, pp. 287~294.
- (5) 이영신, 조원만, 1991, "압력용기의 도움 형상 설계," 대한기계학회논문집, 제15권, 제3호, pp. 1057~1062.
- (6) 이영신, 조원만, 이방업, 1993, "압력용기도움의 형상 및 두께변화에 따른 비선형 응력해석," 대한기계학회논문집 제17권 제10호, pp. 2634~2645.
- (7) Younsheng, L. and Ji, L., 1992, "Sensitivity Analysis in Shape Optimization Design for Pressure Vessel," *Trans. of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 114, No. 4, pp. 428~432.
- (8) Kirk, A. and Gill, S. S., 1975, "The Failure of Torispherical Ends of Pressure Vessels Due to Instability and Plastic Deformation-An Experimental Investigation," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 17, pp. 525~544.
- (9) Patel, P. R. and Gill, S.S., 1978, "Experiments of the Buckling Under Internal Pressure of Thin Torispherical Ends of Cylindrical Pressure Vessels," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 20, pp. 159~175.
- (10) Bushnell, D. and Galletly, G. D., 1977, "Stress and Buckling of Internally Pressurized Elastic-Plastic Torispherical Vessel Heads-Comparisons of Test and Theory," *Trans. of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 99, pp. 54~53.
- (11) Desalvo, G. J., 1989, *ANSYS User's Manual*, Vol. I, II, Swanson Analysis Systems, Inc.
- (12) Kraus, H., 1967, *Thin Elastic Shells*, John Wiley & Sons, Inc.