

(論 文)

풍상차분법을 이용한 압축기 익렬유동 해석

권창오* · 송동주** · 강신형***

(1993년 7월 31일 접수)

Compressor Cascade Flow Analysis by Using Upwind Flux Difference Splitting Method

Chang-Oh Kwon, Dong-Joo Song and Shin-Hyoung Kang

Key Words : Upwind Flux Difference Splitting(풍상차분법), Cyclic TDMA, Cascade, Shock/Boundary Layer Interaction

Abstract

In this paper the CSCM type upwind flux difference splitting Navier-Stokes method has been applied to study the ARL-SL19 supersonic/transonic compressor cascade flow. H-type grid was chosen for its simplicity in applying cyclic tridiagonal matrix algorithm along with conventional slip/no-slip boundary conditions. The thin-layer algebraic model of Baldwin-Lomax was employed for the calculation of turbulent flows. The test case inlet Mach No. was 1.612 and inlet/exit pressure ratio(P_2/P_1) was 2.15. The results were compared with experimental results and other computational results in order to validate the current numerical analysis. The results from current method were compared well in suction surface with the experiments and other computational results ; however, not well in pressure surface. It might be due to the complex flowfields such as shock/boundary layer interaction, turbulence, and flow separation, etc. In the future, a proper turbulence modelling and adaptive grid system will be studied to improve the solution quality.

기 호 설 명

- | | |
|--|------------------|
| P : 체적 내부에너지 ($= \frac{p}{\gamma-1}$) | q : 보존변수 |
| ϵ : 체적 Total에너지 | \bar{q} : 원시변수 |
| γ : 비열비 (specific heat ratio) | \bar{q} : 특성변수 |
| p : 압력 (pressure) | M, T : 변환행렬 |
| A, B : 변환 Jacobian 행렬 | |
| F, G : 비점성 플럭스벡터 (inviscid flux vector) | |
| τ : 응력 (stress) | |
| F_v, G_v : 점성 플럭스벡터 (viscos flux vector) | |

1. 서 론

초음속 비행체의 추진기관 입구 및 SCRAM jet 등에서 일어나는 공기 역학적현상은 복잡하여 정확히 예측할 수 없을 뿐 아니라, 무엇보다도 천음속 상태에서 일어나는 열 및 유체 역학적현상은 초음

*영남대학교 대학원

**정회원, 영남대학교 기계공학과

***정회원, 서울대학교 기계공학과

속, 아음속현상을 모두 동반하기 때문에 매우 복잡하다. 전산유체 공학적인 접근은 비행체에서의 nozzle, gas turbine내 익렬의 유동해석을 효율적이고 저렴한 비용, 적은 시간 및 노력으로 할 수 있으므로 실험모형을 제작하기 이전의 초기 설계 개발에 매우 중요하다. 특히 유체기계 익렬유동의 해석은 유체기계의 성능과 효율을 예측하고 향상시키며 기존의 실험 및 설계자료의 평가와 설계효과의 검토 등에 사용되고 있다.

익렬유동을 해석하는 방법은 크게 비압축성유동과 압축성유동 해석방법으로 나눌 수 있다. 비압축성유동 해석방법에는 비원시변수(nonprimitive variable)를 사용하는 방법과 원시변수(primitive variable)를 사용하는 방법으로 나눌 수 있다. 비원시변수 형태에는 압력과 속도보다는 다른 독립변수를 도입하는 방법으로 2차원일 경우 유동함수(two stream function)방법과 3차원일 경우 벡터 포텐셜함수(vector potential function)방법이 있으며, 원시변수를 사용하는 방법에는 일반적으로 MAC type scheme⁽¹⁾(예: SIMPLE, Patankar⁽²⁾)이 사용되며, 정상상태 유동시 Pseudo compressibility 방법(Chorin⁽³⁾)이 있다. 한편 압축성익렬 유동 해석방법으로는 1970년도경에 외재적(explicit)인 MacCormack⁽⁴⁾ 방법이나 Denton⁽⁵⁾의 외재적인 유한체적법이 많이 사용되었다. 이러한 방법은 압축기익렬 유동해석보다는 터빈익렬 유동장 해석에 많이 사용되었으며, 1970년대 후반경에 Beam-Warming⁽⁶⁾의 delta형태의 내재적(implicit)인 근사 인수분해방법(AF)이 나오므로 외재적인 방법은 내재적인 방법으로 발전되었다. 이런 내재적인 방법은 비교적 단순한 터빈익렬유동보다 복잡한 충격파 영역을 해석하기 위해, 보다 많은 격자를 배치하여야 하는 Supersonic/Transonic 압축기익렬 유동장 해석에 많은 장점을 가져다 주었다.

Beam-Warming⁽⁶⁾형식의 중앙차분(central difference)방식을 사용한 방법은 충격파나 경계층 등에서 인공 감쇄현상의 계수를 결정하기 어려움이 있어 충격파를 정확히 포착하는데 어려움이 있으나, Beam-Warming의 근사 인수분해방법에 Jacobian matrix항을 Flux-vector 분해법을 이용하여 천음속 터빈익렬 유동을 해석한 정과 백⁽⁷⁾의 결과를 볼 때 흡입면 후반부를 제외하고는 실험치와 잘 일치하고 있었다. 풍상차분법(upwind flux difference splitting method)은 이 방법이 지닌 높은 소산(dissi-

passive)항으로 인하여 인공감쇄항을 추가할 필요가 없으므로 불연속 점에서의 Jacobian matrix의 eigenvalue의 부호에 따라서 전방 혹은 후방차분을 하므로 충격파 포착 등에 우수한 특성을 가지고 있어 많은 연구가 진행중이다. 풍상차분법은 Steger-Warming 및 Van Leer에 의한 Flux vector splitting method와 근사 Riemann해를 이용한 Roe의 Flux difference splitting 방법 및 Lombard의 CSCM flux difference splitting방법이 있다. 풍상차분법중 Steger-Warming의 Flux vector splitting 방법을 TVD Scheme과 결합하여 천음속 압축기(compressor) 익렬유동을 해석한 Yamamoto와 Daiguji⁽⁸⁾의 결과를 볼 때 충격파(shock wave) 등이 잘 포착되어 있음을 알 수 있었다. Lombard 등⁽⁹⁾의 CSCM방법은 다른 3가지 방법에 비해서 상대적으로 주의를 받지 못하였으나 upwind 방법이 갖는 장점, Diagonally Dominant ADI를 사용한 빠른 계산속도, 특성경계조건의 합리적이며, 적용의 용이성, 소형 workstation급 컴퓨터에서도 효율적으로 사용할 수 있는 점과 최근 Jet-interaction 문제해석⁽¹⁷⁾에서 보여주는 복잡한 문제의 우수한 해결능력으로 주목을 받고 있다.

난류유동을 계산하는 방법으로는 대수적인 방법으로 Cebeci-Smith,⁽¹⁰⁾ Baldwin-Lomax 등⁽¹¹⁾이 있으며, 특히 Baldwin-Lomax⁽¹¹⁾모델은 Dawes⁽¹²⁾에 의해 유체기계에 적용되었으며 Granville 등⁽¹³⁾에 의해 수정되어 왔다.

본 논문에서는 CSCM type 풍상차분법을 이용하여 gas turbine의 압축기익렬 유동해석을 하였다. 격자점은 Transfinite interpolation을 이용한 대수방정식으로 만들었으며 ARL-SL 19 익렬에 입구 Mach No. 1.612, 압력비(P_2/P_1)가 2.15인 경우를 계산하였으며 난류유동해석을 하기 위하여 Baldwin-Lomax⁽¹¹⁾의 박층대수모델(thin layer algebraic model)을 사용하였으며, 수치해석결과와 타당성을 검토하기 위하여 Yamamoto와 Daiguji⁽⁸⁾ 및 실험결과⁽¹⁴⁾와 비교하고 압축기 익렬유동장 특성에 대해서 해석하였다.

2. 수치해석방법

2.1 풍상차분법

2-D, 압축성, 점성유체를 Navier-Stokes 방정식의 유한차분 형태는 일반 곡면좌표계에서 다음과

같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \delta_x q + \Delta_x F + \Delta_y G \\ & = \delta_x q + \bar{\xi}_x \Delta F + \bar{\eta}_x \Delta F + \bar{\xi}_y \Delta G + \bar{\eta}_y \Delta G \\ & = \bar{\xi}_x \Delta F_v + \bar{\eta}_x \Delta F_v + \bar{\xi}_y \Delta G_v + \bar{\eta}_y \Delta G_v \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, 비점성 flux F, G , 점성 flux F_v, G_v 와 보존변수 (conservative dependent variables) q 는 각각

$$\begin{aligned} F & = (\rho u, \rho u^2 + P, \rho uv, u(\varepsilon + P))^T \\ G & = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + P, v(\varepsilon + P))^T \\ F_v & = (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - kT_x)^T \\ G_v & = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - kT_y)^T \\ q & = (\rho, \rho u, \rho v, \varepsilon)^T \end{aligned} \quad (2)$$

가 된다. 그리고 $\varepsilon = \frac{\rho}{(\gamma-1)} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2)$ 이며 $P = \frac{\rho}{\gamma-1}$.

풍상차분법에 있어서 비점성 flux 항 $\Delta_x F$ 는 상사 변환(similarity transformation)을 이용하여 다음과 같이 여러 형태로 쓰일 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial_x F & = A \partial_x q = \overline{MT\Lambda} \overline{T^{-1}M^{-1}} \partial_x q & (3a) \\ & = \overline{MT\Lambda} \overline{T^{-1}} \partial_x \bar{q} = \overline{MA'} \partial_x \bar{q} & (3b) \\ & = \overline{MT\Lambda} \partial_x \bar{q} & (3c) \end{aligned}$$

여기서, $A' = T\Lambda T^{-1}$, \bar{q} = 원시변수 (primitive variable), \bar{q} = 특성변수 (characteristic variable), $\partial \bar{q} = M^{-1} \partial q$, 그리고 $\partial \bar{q} = T^{-1} \partial q$.

M matrix는 원시변수 \bar{q} 를 보존변수 q 로 변환시켜준다.

$$\Delta_x q = \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \Delta \rho u \\ \Delta \rho v \\ \Delta \varepsilon \end{bmatrix} = \overline{M} = \begin{bmatrix} \Delta \rho \\ \rho \Delta u \\ \rho \Delta v \\ \Delta P \end{bmatrix} = \overline{M} \Delta \bar{q} \quad (4)$$

원시변수를 특성변수로 바꾸어 주는 변환은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\overline{T^{-1}} (\overline{A'} \Delta \bar{q}) \cong \overline{T^{-1}} (\overline{T\Lambda T^{-1}}) \Delta \bar{q} = \overline{\Lambda} \Delta \bar{q} \quad (5)$$

T^{-1} 행렬은 원시변수를 특성변수로 바꾸어 주는 행렬이며 밀도와 압력과 Mach number를 logarithm 차분형태로 바꾸어 주는 자연 scaling을 사용한다.

대각행렬 truth 함수를 사용하여 eigenvalue의 부호에 따라 $\Delta_x F$ 를 $\Delta_x F^+$ 와 $\Delta_x F^-$ 로 나누는 과정

은 식(3b)를 사용하면 다음과 같다.

$$D^+ = \frac{1}{2} \left[\frac{\Lambda}{|\Lambda|} + 1 \right], \quad D^- = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\Lambda}{|\Lambda|} \right]$$

그리고 $D^+ + D^- = I$,

$$\begin{aligned} \Delta \hat{F} & = \overline{M} \overline{A'} \Delta \bar{q} = \overline{M} (\overline{TIT^{-1}}) \overline{A'} \Delta \bar{q} \\ & = \overline{M} \overline{T} (D^+ + D^-) \overline{T^{-1}} \overline{A'} \Delta \bar{q} \\ & = \Delta \hat{F}^+ + \Delta \hat{F}^- \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta \hat{F}^+ & = \overline{MT} D^+ \overline{T^{-1}} \overline{A'} \Delta \bar{q} \\ \Delta \hat{F}^- & = \overline{MT} D^- \overline{T^{-1}} \overline{A'} \Delta \bar{q} \end{aligned}$$

Flux 항을 보존변수 q 를 이용하여 표시함으로써 Flux difference splitting 방법을 Roe의 보존형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta_x \hat{F}^+ & = \overline{MT} D^+ \overline{T^{-1}} \overline{M}^{-1} \Delta_x q = \tilde{A}^+ \Delta_x q \\ \Delta_x \hat{F}^- & = \overline{MT} D^- \overline{T^{-1}} \overline{M}^{-1} \Delta_x q = \tilde{A}^- \Delta_x q \end{aligned} \quad (7)$$

난류유동해석을 하기 위해서 Baldwin-Lomax⁽¹¹⁾의 모델을 적용하였다. 이 난류모델은 후류근처에서 Bradshaw 등의 개념을 도입하여 수정하였으며, Cebeci의 혼합거리 (mixing length)와 유사하게 와도(vorticity)를 두개의 층으로 나누고 내부영역은 Prandtl Van Driest 공식을 이용하였으며 외부영역은 Klebanoff의 간헐함수를 이용한 Clauser 공식을 사용하였다.

2.2 수치적 이산화

풍상차분법을 이용하여 일반적인 j 번째 내부 점의 유한차분 방정식을 기술하면

$$\begin{aligned} & (I + \tilde{A}^+ \nabla_\xi + \tilde{A}^- \Delta_\xi + \tilde{B}^+ \nabla_\eta + \tilde{B}^- \Delta_\eta) \delta q_{i,j} \\ & = -\tilde{A}^+ \Delta_\xi q_{i-1,j}^n - \tilde{A}^- \Delta_\xi q_{i,j}^n - \tilde{B}^+ \Delta_\eta q_{i,j-1}^n - \tilde{B}^- \Delta_\eta q_{i,j}^n \\ & q^{n+1} = q^n + \delta q \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, Δ 와 ∇ 는 전방 및 후방공간 차분기호이다.

내재적인 왼쪽항을 근사인수분해한 후 Lombard 등⁽⁹⁾이 이용한 diagonally dominant ADI 방식을 도입하면 식(8)은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned} & (-\tilde{A}^+, D, \tilde{A}^-) (-\tilde{B}^+, I, \tilde{B}^-) \delta q_{i,j} \\ & \cong (-\tilde{A}^+, D, \tilde{A}^-) D^{-1} (-\tilde{B}^+, D, \tilde{B}^-) \delta q_{i,j} \\ & = RHS \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, $D = I + \tilde{A}^+ - \tilde{A}^- + \tilde{B}^+ - \tilde{B}^-$.

식(9)는 ξ 방향과 η 방향으로 순차적으로 block tridiagonal procedure로서 $\delta q_{i,j}$ 를 구하면 다음 식

(10)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} (-\bar{A}^+, D, \bar{A}^-) \delta q_{i,j}^* &= RHS \\ (-\bar{B}^+, D, \bar{B}^-) \delta q_{i,j} &= D \delta q_{i,j}^* \end{aligned}$$

$$\text{그리고 } q_{i,j}^{n+1} = q_{i,j}^n + \delta q_{i,j} \quad (10)$$

2.3 격자 및 경계조건

압축기익렬 내의 2차원 비점성유동을 계산하기 위해서 98×40 의 H형 격자를 생성하였다. 익렬의 선단과 후단에서 조절함수(stretching function)를 사용하여 격자를 조밀하게 구성하였다. 비점성유동(Euler 방정식)일 때에는 비교적 coarse grid(98×40)를 사용하였고 점성유동인 경우 층류일 때는 98×60 의 격자를 사용하였으며, 난류일 경우에는 148×80 의 격자를 벽면 부분에서 조절함수를 이용하여 조밀하게 구성하였다. (Fig. 2 참조) 위의 격자들은 transfinite interpolation을 사용, 대수적인 방법으로 생성하였다. 익렬유동이나 익형(airfoil)에서 주로 많이 쓰이는 격자는 O형, C형, H형으로 C형은 선단부분에서는 좋은 격자를 나타내어 주나 선단에서 멀어질 수록 찌그러짐이 심하고 H형은 이러한 단점은 없으나 선단에서 singular 한 점이 생기고 벽면에서 많은 격자를 구성하여야 됨으로 계산시간이 길어진다.⁽¹⁵⁾ 그러나 본 논문에서는 주기조건을 비교적 잘 적용시킬 수 있는 H형의 격자를 사용하였다.

경계조건으로는 입구에서 익렬의 선단까지 부분, 익렬의 후단에서 출구까지의 부분에는 수직방향으

로 주기 경계조건이 적용이 되는데 처리방법에 따라 수치해석의 안정성과 수렴속도에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 여기에서는 Patankar와 Sparrow⁽¹⁶⁾의 Cyclic TDMA를 사용한 주기 경계조건을 적용하였으며 그 방법은 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$\begin{bmatrix} B_1 & C_1 & 0 & 0 & 0 & A_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{N-1} & 0 & 0 & 0 & A_{N-1} & B_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_{N-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

입구경계면에서는 입구유동이 초음속유동이므로 일정한 엔트로피, 엔탈피 및 유입유동의 방향을 고정하는 물리적 경계조건을 사용하였다. 그리고 출구경계면은 출구정압(exit pressure)을 외삽하였으며 벽면조건으로는 비점성일 때는 slip condition, 점성일 때는 no slip condition을 주었으며 온도에 대한 경계조건으로 단열조건을 사용하였다.

3. 결과 및 토의

이와 같은 upwind flux difference splitting 방법을 이용한 Navier-Stokes code를 사용하여 gas turbine의 압축기익렬 내부유동의 초음속/천음속 유동현상을 수치해석 하고자 한다. 수치해석에 쓰인 압축기 익렬모델은 Tweedt 등⁽¹⁴⁾이 풍동실험을 한 ARL-SL 19 선형익렬이며 Fig. 1과 같다. 익렬의 데이터는 Table 1과 같고 유동조건은 Table 2에 나타난 바와 같이 입구 Mach No.가 1.612, 입출구 압력비가(P_2/P_1) 2.15인 경우의 초음속유동을

Table 1 Cascade data

Solidity(c/s)	1.5294
Stagger angle(β_s)	146.93 deg.
Inflow angle(β_i)	147.8 deg.
Camber angle(ϕ)	-2.89 deg.
Max. Blade Thickness(t_{max})	0.0255

Table 2 Flow conditions

Inlet Mach No.	1.612
Inlet Reynolds No.	1.1×10^6
Static pressure ratio(P_2/P_1)	2.15

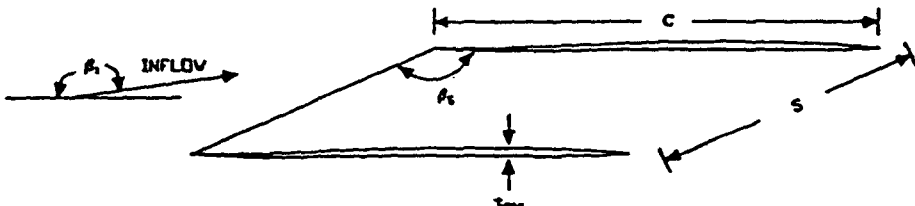


Fig. 1 Definition of cascade flow

비점성인 경우와 점성일 경우 층류 및 난류모델을 이용하여 해석하였다. 이러한 익렬내에서의 천음속 유동은 충격파의 생성, 충격파와 경계층의 상호작용, 유동의 박리, 난류현상 등 복잡한 물리적 현상이 혼재하는 유동이므로 일반적으로 좋은 전산 유체역학적 검증대상이 된다. Fig. 3은 비점성해와 점성해(층류, 난류)의 수렴과정(convergence history)을 보여주며, 수렴 및 안정성에 영향을 미치는 요소들로서는 격자의 형태나 충격파의 생성, 난류모델링 등 유동장의 특성을 들 수가 있으며, 특히 익렬내의 충격파와 경계층의 상호작용, 난류, 박리 등의 현상은 수렴속도를 느리게 하며 안정성 또한 떨어지게 한다. 비점성 및 점성 층류유동의 rms 에러(error)는 모두 6~8 order 정도가 반복회수 3000번 이내에 초기 error로부터 감소되었으며 빠른 수렴속도를 보여준다. 난류계산시에는 벽면근처에서의 유동을 잘 해석할 수 있도록 보다 많은 격자를 조밀하게 구성하였으며(148×80), 그 수렴이 약간 느려졌으나 rms 에러는 층류 및 비점성유동과 같이 6 order 정도가 감소되었다. 그리고 본

논문에서는 언급이 없으나 주기 경계조건을 주는 방식이 해의 수렴 및 안정성에 많은 영향을 미치는 것을 알 수 있었는데 외재적(explicit)으로 주기조건을 주었을 경우에는 반복회수가 600번 이후에 rms 에러가 더 이상 내려가지 않고 정체 되어 있는 것을 볼 수 있었다.

표면 isentropic Mach No. (M_{is})를 Tweedt 등⁽¹⁴⁾의 실험결과 및 Steger-Warming의 flux vector splitting을 이용한 Yamamoto와 Daiguji⁽⁸⁾의 계산결과와 비교해 보면(Fig. 4 참조) 흡입표면(suction surface)에서는 실험치와 본 논문의 계산결과가 충격파 발생 및 유동이 박리되기 전까지 잘 일치함을 알 수 있으나 그 이후에는 shock/boundary layer 상호작용, 난류 및 박리의 영향으로 서로 잘 맞지 않음을 알 수 있었으며, 난류 계산은 실험 결과치 보다 충격파의 위치가 더 뒤에서 발생하고 ($x/c \cong 0.9$) 있음을 알 수가 있었다. Daiguji와 Shin⁽¹¹⁾이 검토한 바와 같이 압력표면(pressure surface)에서는 계산결과가 실험결과를 잘 예측하지 못한다는 것을 알 수 있으며, $k-\epsilon$ 모델을 사용한 Yamamoto와 Daiguji의 결과나 Baldwin-Lomax 모델을 사용한 참고문헌(7)의 결과를 살펴볼 때 충격파와 경계층의 상호작용이 있는 지점에서는 정확히 예측하지 못하며, 특히 Baldwin-Lomax 모델에서는 흡입면에서 충격파가 발생한 후 경계층이 커지며 박리가 일어나는 곳에서는 잘 예측하지 못하고 있다. 이와 같은 익렬유동에서는 층류, 난류 유동과 shock/boundary layer 상호작용, 유동의 박

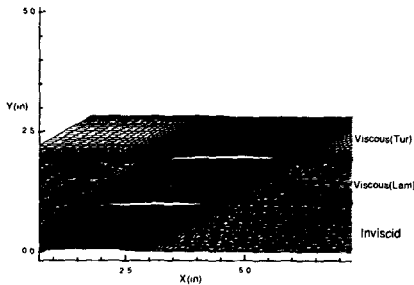


Fig. 2 Grid system

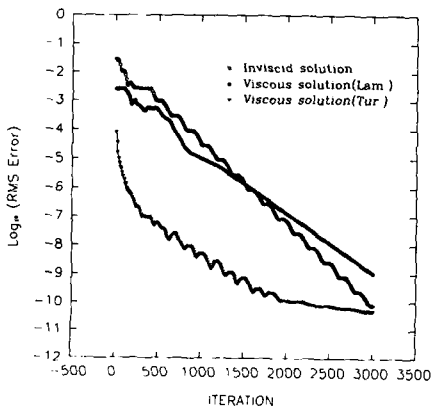


Fig. 3 Convergence history

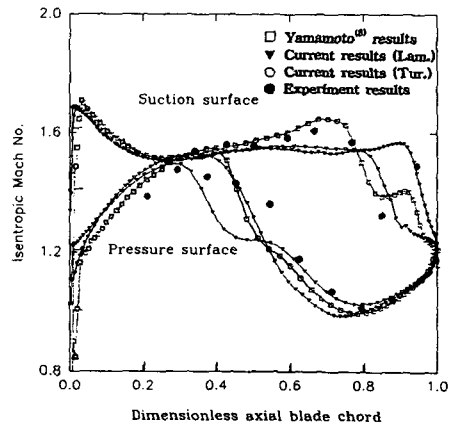


Fig. 4 Surface isentropic Mach No. comparison among experiment and different numerical methods

리등 복잡한 물리적 현상이 결과에 상당한 영향을 미침을 알 수 있으며 적절한 난류 모델링이 필요하다고 본다. Fig. 5은 비점성유동일 경우와 점성 층류 및 난류유동일 때 등마하선도를 보여주는 그림이다. 비점성 유동인 경우 흡입표면 후단에서 경사 충격파가 생기기 전까지에서는 Mach No. 변화가 매우 작으며, 점성일 경우 흡입면의 선단에서 나오는 약한 충격파(weak shock wave)와 약간 오목한 흡입표면 선단에 의한 유동의 국지적인 가속에 의한 팽창과 left running characteristics들이 연속적으로 만나므로 유동이 압축되는 현상을 Tweedt 등⁽¹⁴⁾의 실험결과에서와 같이 잘 볼 수 있다. 또한 압력표면 선단(leading edge) 앞부분에서 나오는 약한 충격파(weak shock wave)를 볼 수 있으며, 층류일 때는 $x/c \cong 0.8$, 난류일 때는 $x/c \cong 0.9$ 정도의 흡입면 후단에서 강한 경사충격파(oblique shock wave)가 잘 포착되어 있음을 보여준다. 이는 upwind 방식이 갖는 좋은 충격파포착(shock capturing) 능력을 보여주는 것이다. 이 경사충격파(oblique shock wave)가 생긴후 유동이 역압력구배로 인하여 박리 되어 역류되는 현상을 Fig. 6

과 Fig. 7에서 잘 알 수가 있다.

Fig. 8에서는 비점성해(Euler해)와 점성층류 및 난류유동의 등압선을 보여주고 있다. 비점성 유동의 경우에는 slip 경계조건으로 인하여 흡입표면과 압력표면의 선단에서 방사하는 압축파가 거의 잡히지 않고 있으며 흡입표면의 후단에서 발생하는 약간 경사된 강한 충격파를 볼 수 있으나 점성 층류해에서는 유동이 박리되기 이전에 비점성시의 충격파보다는 약한 경사충격파를 볼 수 있으며 shock/boundary layer의 상호작용으로 훨씬 더 넓게 퍼져있음을 알 수 있었다. 점성 난류유동일 경우에는 흡입면 후단부분에서 발생하는 충격파가 층류일때 보다는 퍼져 있지 않으며, 층류유동의 경우 후류의 점성영역이 난류보다는 강함을 알 수 있었다. 비점성일 경우에는 흡입면 후단에서 방사되는 충격파로 인하여 압력면에 영향을 미치며, 반사충격파(reflected shock wave)로 인하여 다시 압력이 증가 되며, 점성 층류해에서는 후단부에서 방사되는 충격파가 확산되어 압력면에서 영향을 미치며, 비점성시에서와 같이 충격파가 반사(reflection)되는 현상을 보이지는 않고 있다. 난류인 경우에서도 비슷한 경향을 보여주나, 층류일 때와 같이 압력면에

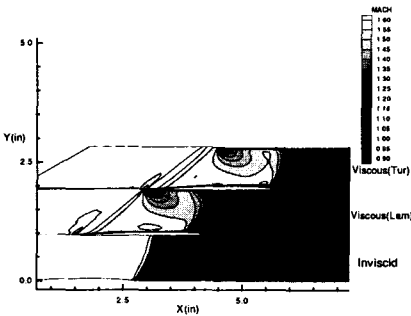


Fig. 5 Iso-Mach No. contour comparison between inviscid and viscous results

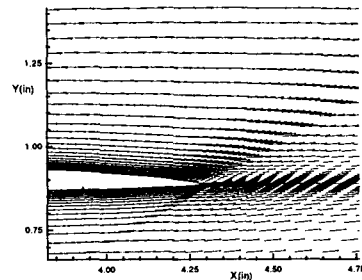


Fig. 7 Velocity vector plot near trailing edge (Tur.)

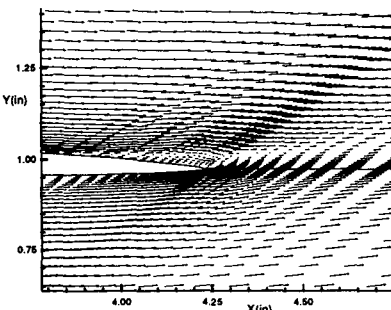


Fig. 6 Velocity vector plot near trailing edge (Lam.)

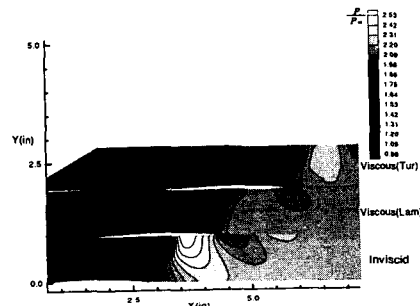


Fig. 8 Pressure contour comparison between inviscid and viscous results

서 넓게 확산되지는 않는다.

Fig. 9와 Fig. 10은 shock/boundary layer interaction의 개략도를 나타내는 그림이다. 이러한 shock/boundary layer interaction의 특징으로는 경사충격파와 거의 수직(quasi-normal)한 충격파에 의한 λ shock system이 수반되는 경계층내에서의 박리를 들 수가 있다. 층류(Fig. 9 참조)일 경우에는 충격파로 인해 상승한 압력이 경계층을 통하여 upstream 쪽으로 전달되며, 박리가 일어나며 운동량은 감소하나 경계층의 두께는 증가 한다. 이러한 현상은 그림에서 보는 것과 같이 λ 와 같은 shock 구조의 압축파의 series를 만든다. 난류(Fig. 10 참조)인 경우에는 shock/boundary layer interaction 하는 거리는 앞에서 언급된 등압력선도에서 나타난 것과 같이 층류일 때 보다도 짧으며 층류일 때 보다 더 큰 운동량을 가지지만 경계층의 두께는 얇으며, 더 큰 역압력 구배에 견딜 수가 있으므로 충격파의 위치는 층류일 때 보다 더 뒤에서 일어난다.

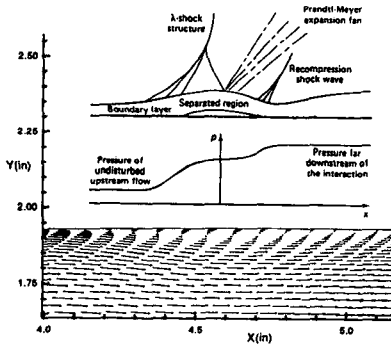


Fig. 9 Velocity vector and schematic for shock/boundary-layer interaction (Lam.)

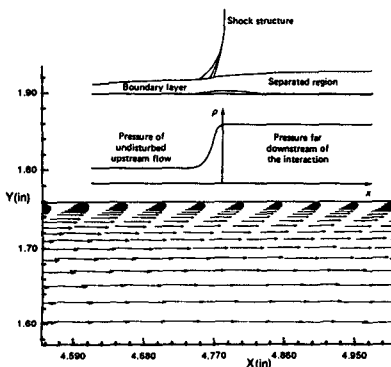


Fig. 10 Velocity vector and schematic for shock/boundary-layer interaction (Tur.)

표면에서의 isentropic Mach No.를 비교해 보면 (Fig. 11) 비점성유동인 경우 선단에서 충격파가 없으므로 $x/c \approx 0.6$ 되는 곳까지 흡입과 압력표면의 압력이 서로 같았으나 흡입표면의 후단(trailing edge)에서 발생한 강한 경사충격파가 압력표면에 영향을 미쳐 ($x/c \approx 0.6$) 급격한 압력상승이 생기며 확산되어 가는 것을 볼 수 있다. 그러나 점성유동인 경우(층류) 흡입표면 선단에서 생기는 유동의 국지적인 가속으로 인한 압력의 감소후 left running characteristic들이 겹치므로서 일어나는 유동의 압축현상으로 충격파후 서서히 압력이 증가하다가 후반부의 ($x/c \approx 0.8$) 약한 경사충격파가 생길 때까지 약간씩 감소하였으며 충격파 후 압력이 증가하다 후반부에서 약한 충격파를 형성하며 더 증가하였다. 압력표면에서는 선단부분의 압력이 흡입표면 선단부에서 방사하는 충격파로 인하여 증가한 후 감소하다 흡입표면의 경사충격파의 영향으로 이 중으로 증가하였다. Fig. 12에서는 비점성일 경우

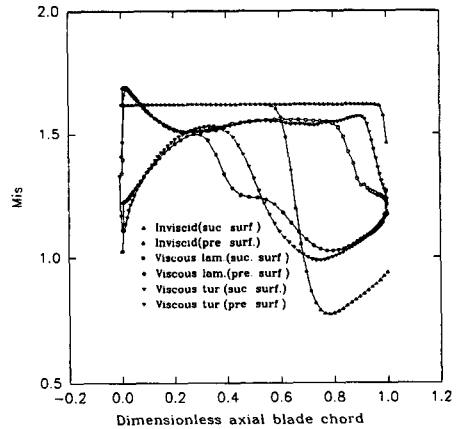


Fig. 11 Surface isentropic Mach No. comparison between inviscid and viscous results

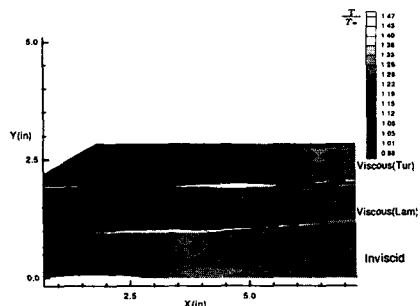


Fig. 12 Temperature contour comparison between inviscid and viscous results

와 점성일 경우 층류, 난류해의 등온선도를 보여주는 그림이다. 약한 충격파로 인하여 온도의 상승은 크지는 않았으나 충격파 발생후 온도가 상승되는 현상을 잘 볼수 있으며 특히 후류(wake)부분의 온도가 상대적으로 높은 것을 알 수 있었다.

4. 결 론

풍상차분법(upwind flux difference splitting)에 주기 경계조건을 사용하여 압축기익렬(compressor blade) ARL-SL19에 입구 Mach No. 1.612의 초음속유동을 해석해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

초음속 및 천음속의 복잡한 영역내의 압축기 익렬유동에서 충격파를 비교적 잘 포착하며 수렴된 해를 구할 수 있었다.

흡입표면에서는 현 계산결과가 실험 및 타방법과 잘 일치함을 알 수 있었으나 후단 부근에서는 복잡한 유동(난류, shock/boundary layer 상호작용 및 유동의 박리 등)의 영향으로 잘 맞지 않음을 알 수 있었다.

압력표면에서는 흡입표면에서 생기는 경사 충격파와 경계 층의 상호작용등 복잡한 유동으로 인하여 층류 계산결과와 $k-\epsilon$ 난류모델을 사용한 타방법과 Baldwin-Lomax 모델을 사용한 난류 계산결과 모두 만족할 만한 해를 구할 수 없었다.

비점성유동의 해는 흡입표면의 후단부에서 강한 경사 충격파를 보여 주었으며 그 이전까지는 압력의 변화가 거의 없으나 점성유동일 경우 선단에서 약한 충격파와 비점성성보다는 약한 강도의 경사충격파를 후단부에서 볼 수 있었다. 압력표면에서는 흡입표면에서 방사되는 경사충격파로 인하여 압력이 급격히 상승하는 것을 알 수 있었다.

본 논문에서는 층류모델 및 Baldwin-Lomax 모델을 사용한 난류계산을 수행하였으며 $k-\epsilon$ 난류 모델링을 사용한 타방법과 유사한 결과를 얻었다. 이는 충격파의 정확한 포착이 중요한 것을 의미하므로, 앞으로 적응 격자계 등을 사용하여 보다 정확히 충격파를 포착하고자 하며 적절한 난류모델링도 연구하고자 한다.

후 기

이 논문은 '93년도 터보 및 동력기계연구센터의 일

부 연구비 지원으로 이루어진 결과이며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Daiguji, H. and Shin, B. R., 1992, "Some Numerical Schemes Using Curvilinear Coordinate Grid for the Incompressible and Compressible Navier-Stokes Equations," *Proceedings of the Fifth Asian Congress of Fluid Mechanics*, Vol. 1, pp. 105~154.
- (2) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Co., New York.
- (3) Chorin, A. J., 1967, "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems," *J. Computational Physics*, Vol. 2, pp. 12~26.
- (4) MacCormack, R. W., 1969, "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact cratering," *AIAA Paper* No. 69-354.
- (5) Denton, R. V., 1974, "A Time Marching Method for Two-Dimensional and Three-Dimensional Blade to Blade Flows," *ARC R & M* 3775.
- (6) Beam, R. M. and Warming, R. F., 1978, "An Implicit Factored Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA J.*, Vol. 16, pp. 393~402.
- (7) 정희택, 백제현, 1992, "2차원 익렬에서의 Navier-Stokes 해석," *대한기계학회논문집* 제16권 제2호, pp. 313~324.
- (8) Yamamoto, S. and Daiguji, H., 1991, "Unsteady Navier-Stokes Simulation of Turbulent Flows through a Supersonic Compressor Cascade," *Proc. First Joint ASME/JSME Fluids Engng. Conf.*, FED-120, pp. 73~79.
- (9) Lombard, C. K., Bardina, J., Venkatapathy, E. and Olinger, J., 1983, "Multi-dimensional formulation of CSCM-An Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations," *AIAA-83-1859cp*.
- (10) Cebeci, T. and Smith, A. M. O., 1974, "Analysis of Turbulent Boundary Layers," *Applied*

- Mathematics and Mechanics*, Vol. 15, Academic Press., New York.
- (11) Baldwin, B. S. and Lomax, H., 1978, "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," *AIAA Paper* No. 78-257.
- (12) Dawes, W. N., "A Pre-Processed Implicit Algorithm for 3D Viscous Compressible Flow," in: *6th GAMM Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics*, Göttingen, DFVLR.
- (13) Granville, P. S., 1987, "Baldwin-Lomax Factors for Turbulent Boundary Layers in Pressure Gradients," *AIAA J.*, Vol. 25, No. 12, pp. 1624~1627.
- (14) Tweedt, D. L., Schreiber, H. A. and Starke, H., 1988, "Experimental Investigation of the Performance of a Supersonic Compressor Cascade," *Trans. ASME, J. of Turbomachinery*, Vol. 110, pp. 456~466.
- (15) Thompson, J. F., 1984, "Grid Generation Techniques in Computational Fluid Dynamics," *AIAA J.*, Vol. 22, No. 11 pp. 1505~1523.
- (16) Patankar, S. V., Liu, C. and Sparrow, E. M., 1977, "Fully Developed Flow and Heat Transfer in Ducts Having Streamwise-Periodic Variations of Cross-Sectional Area," *Trans. of ASME. J. Heat Transfer*, Vol. 99, pp. 180~186.
- (17) Lombard, C. K., Hong, S. K., Bardina, J., Coddington, W. H. and Wang, D., 1990, "CSCM in Multiple Meshes with Application to High Resolution Flow Structure Capture in the Multiple Jet Interaction Problem," *AIAA Paper*, No. 90-2102.