

(論 文)

## 핀 조인트로 구성된 기구학적 연쇄들의 구조적 분류 및 열거

이종기\* · 신재균\*\*

(1993년 7월 31일 접수)

## Structural Classification and Enumeration of Pin-Jointed Kinematic Chains

Jong Ghi Lee and Jae Kyun Shin

**Key Words:** Kinematic Chains(기구학적 연쇄), Classification Code(분류코드), Enumeration(열거), Type Synthesis(형태합성)

## Abstract

A method for the classification of kinematic chains according to the similarity in their structures is proposed. Classification code is defined from the contracted graph of the kinematic chain. This method of classifying kinematic chains can be effectively used for the systematic enumeration of structurally distinct kinematic chains given the number of links and degrees of freedom of the kinematic chains. Two separate steps for the enumeration are developed in this study. The first step is to generate all the possible classification codes and the next step is to generate individual kinematic chains belonging to each classification code generated. Using this two step procedure, kinematic chains up to 12 links are successfully enumerated in the present study. It is concluded that the two step method can be efficiently used for the type synthesis of mechanisms.

## 1. 서 론

기구학적 설계절차는 크게 2가지로 나누어 볼 수 있다. 즉, 주어진 설계목적에 적합한 기구의 구조적인 형태로서 링크수, 조인트수 및 종류, 그들의 연결방식 등을 선정하는 형태설계(type synthesis) 과정과 선정된 각 부분의 치수를 결정하는 치수설계(dimension synthesis) 과정 등이다.<sup>(1)</sup>

이들 중 형태설계 문제는 전통적으로 설계자의 경험과 직관에 의존해 왔다. 최근에는 전문가시스템 등의 인공지능기법을 도입함으로써 형태설계 문제를 컴퓨터를 이용해 해결하려는 연구가 활발히 진행되고 있다. 형태설계 문제의 한 분야로서 자유도와 링크개수 등의 기본적인 자료로부터 소속되는

모든 형태의 기구를 찾아내는 기구의 열거문제는 많은 연구자의 연구 대상이었다. 대표적으로 쌍대 그래프(dual graph)를 이용한 Sohn 등의 연구<sup>(2)</sup>나 2원절(binary link)연쇄를 이용한 Mruthyunjaya<sup>(3)</sup>나 김정태<sup>(4)</sup>의 연구 및 유한 대칭그룹(finite symmetry group)을 이용한 Tuttle<sup>(5,6)</sup>의 연구 등이 대표적이다. 이들의 연구에 의해 1자유도 12절까지의 모든 가능한 기구의 형태와 그 개수가 밝혀졌다. 그러나, 링크의 개수가 증가함에 따라 소속되는 기구의 개수가 기하급수적으로 증가하여 이들 기구들을 효과적으로 분류하고, 필요할 때 어떤 분류에 소속되는 기구들을 효율적으로 열거할 수 있는 방법이 요구되었다. 이러한 연구의 일환으로 특히 Tuttle<sup>(5,6)</sup>의 연구에서는 기구내의 2원절이 소거된 비교적 적은 개수의 압축그래프들을 초기 자료로 하여 이들로부터 1자유도 12절 기구까지의 기구들을 효율적으로 찾는 방법을 제시하였다. 그러나

\*정회원, 영남대학교 기계공학과 대학원

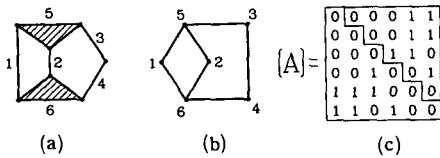
\*\*정회원, 영남대학교 기계공학과

Tuttle의 연구에서는 수작업에 의해 마련된 방대한 양의 초기 자료가 필요하여 전체적인 열거과정의 효율적이지 못하였다.

본 연구에서는 먼저 구조적인 유사성에 따라 기구들을 분류하여 분류코드를 정의하고, 주어진 자유도와 링크개수에 대해서 가능한 분류코드들을 모두 찾아내는 방법을 개발하여 전체적인 기구의 열거과정을 체계화, 효율화하였다. 기구의 열거과정에서 기구는 그래프(graph)로 표현되었으며, 동형성검증(isomorphism test)을 위해서는 표준코드(standard code) 알고리즘<sup>(7)</sup>을 이용하였다.

### 2. 그래프에 의한 연쇄의 표현

기구의 구조를 표현하기 위해 일반적으로 그래프(graph)가 이용된다. 기구의 구조를 나타낼 때는 기구내의 고정링크를 구분하지 않은 기구학적 연쇄 개념만으로 충분하며 본 연구에서는 연쇄나 기구를 동일한 의미로 사용하였다. 연쇄내의 링크는 그래프의 꼭지점(vertex)으로 조인트는 모서리(edge)로 표시된다. (Fig. 1 참조) 또한 그래프는 꼭지점-꼭지점 인접행렬(adjacency matrix)로 표현가능하여 컴퓨터에서 쉽게 저장, 이용될 수 있다. 인접행렬을 A라 할 때 그 요소  $A_{ij}$ 는 링크 i와 링크 j가 모서리에 의해 직접 연결되어 있을 때 1이고, 그렇지 않으면 0이 되며 일반적으로  $A_{ii}=0$ 로 정의된다. 또, 인접행렬은 대칭이므로 Fig. 1(c)에서 나타난 바와 같이 대각선 위쪽의 요소들만 가지고 재구성이 가능하여, 흔히 대각선 위쪽 요소들을 2진수로 보고 이를 10진법으로 표시한 코드(code)로써 표현하기도 한다. 예를 들어 Fig. 1에 보인 그래프의 코드는  $[0011\ 0011\ 110\ 01\ 0]_2=3314$ 로 된다. 또한 이러한 방법으로 정의된 코드를 2진법



(a) Stephenson chain  
(b) Graph  
(c) Vertex-vertex adjacency matrix

Fig. 1 Stephenson chain and its graphic representation

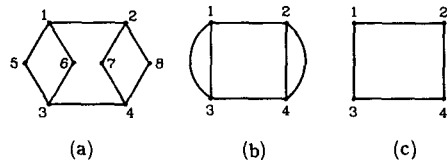
으로 분해하면 인접행렬을 구할 수 있으므로, 코드와 그래프는 1:1 대응된다. 이러한 이유로 본 연구에서는 코드와 그래프를 같은 의미로 사용하였다. 하나의 그래프에 대한 인접행렬은 꼭지점의 번호매김에 따라 다르게 나타나므로, 외형상으로 서로 다른 두 개의 인접행렬이 동일한 그래프를 나타낼 수 있다. 서로 다른 두개의 인접행렬이 동일한 그래프를 나타내느냐의 여부를 판단하는 그래프의 동형성검증(isomorphism test)문제는 기구의 열거과정에서 중요한 역할을 하게 된다. 그래프들의 동형성검증을 위해 많은 알고리즘이 개발되었는데<sup>(4,7-9)</sup> 본 연구에서는 참고문헌<sup>(7)</sup>에서 제시된 바 있는 표준코드 알고리즘을 이용하고자 한다.

표준코드 알고리즘은 임의로 번호매김한 그래프로부터 그 그래프에 대한 고유한 번호매김을 얻기 위한 일련의 과정들로 구성되어 있다. 즉, 임의로 번호매김한 그래프는 표준코드 알고리즘에 의해 고유의 번호매김을 갖게되며, 고유의 번호매김한 그래프에서 얻어진 코드가 곧 그 그래프의 표준코드가 된다. 따라서 임의의 두 그래프의 동형여부는 그들의 표준코드를 비교하여 판별할 수 있다. 표준코드 방법의 장점은 표준코드를 얻는 과정에서 그래프에 존재할지도 모르는 대칭성을 완벽하게 밝혀낸다는 것이다.

### 3. 분류코드의 정의 및 열거

#### 3.1 분류코드의 정의

많은 연구자들이 주어진 그래프에서 2원절(binary link)을 소거하여 얻은 압축그래프(contractd graph)의 개념을 이용하고 있다.<sup>(5,6,11)</sup> Fig. 2(a)에 보인 그래프에서 꼭지점 1~4는 2개의 모서리에 의해 연결되어 있고, 이는 기구학적으로 말할 때 링



(a) Original graph  
(b) Contracted graph  
(c) Simplified graph

Fig. 2 A graph and its contracted forms

크 1~4가 2원절임을 나타낸다. 이때 이 네개의 2원절들을 모두 소거하면 Fig. 2(b)에 보인 바와 같이 되며, 꼭지점과 꼭지점 사이의 모서리의 수를 하나로 줄이면 Fig. 2(c)와 같은 또 하나의 단순 그래프가 얻어진다. 본 연구에서는 Fig. 2(c)에 보인 바와 같은 압축그래프를 Fig. 2(a)로 표시된 연쇄에 대한 분류그래프로 정의하고, 이렇게하여 정의된 분류그래프의 인접행렬에서 얻은 표준코드를 분류코드로 정의하였다. 임의연쇄 혹은 그래프에 대한 분류그래프는 연쇄에 소속된 다각형 링크의 숫자만큼의 꼭지점을 가지며, 이들 다각형 링크간의 연결 여부를 알려준다.

3.2 분류코드의 열거

앞절에서 정의한 분류코드에 의한 기구학적 연쇄의 분류방법은 단순화된 그래프를 사용한다는 점에서 다른 연구자들<sup>(5,6,10)</sup>의 분류방법과 유사하다. 그러나 연쇄의 자유도(F)나 링크수(N)를 주었을 때 소속되는 모든 연쇄들이 가질 수 있는 가능한 분류코드를 구하는 방법에 대한 체계적인 연구는 본 연구자가 아는 한 없었다.

링크수(N)와 자유도(F)가 주어졌을 때, 소속되는 모든 연쇄를 구하기 위해서는 먼저 가능한 분류코드들을 구하면 편리할 것이다. 가능한 분류코드를 구하기 위해서는 먼저 분류코드가 갖추어야 할 조건을 찾아야 한다.

분류코드가 갖추어야 할 조건을 찾기 위해서는 먼저 분류코드는 원래 그래프에서 2원절을 소거하여 얻어졌다는 사실을 상기해야 하며, 역으로 원래의 그래프들은 분류코드에다 2원절들을 첨가하여 얻을 수 있음을 알 수 있다. 분류코드에다 2원절을 첨가하는 방법은 Fig. 3에서 보인 바와 같은 3종류의 조작들에 의하여 가능하다. 이들 조작들은 기존의 그래프에 꼭지점이나 모서리를 첨가하는 방법들을 나타내는데, 먼저 E(expansion)조작은 임의의 모서리상에 하나의 꼭지점을 첨가하는 조작을 의미하고, S<sub>1</sub>(Set 1)조작은 서로 다른 두 꼭지점 사이에 하나의 꼭지점과 두 개의 모서리를 첨가하는 조작을 의미하고, 끝으로 S<sub>2</sub>(Set 2)조작은 서로 다른 두 꼭지점 사이에 2개의 꼭지점과 3개의 모서리를 첨가하는 조작을 의미하는데 이때 꼭지점과 모서리의 배열은 모서리-꼭지점-모서리-꼭지점-모서리의 순서에 따라야 한다. 이러한 정의에 따라 먼저 Fig. 3의 3절로 된 최초의 그래프에서 꼭지점 1, 2

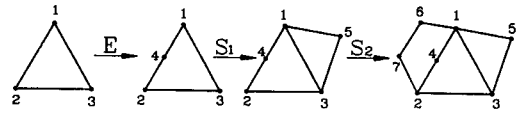


Fig. 3 E and S operations

사이에 E 조작을 행하면 그림에서 보는 바와 같이 하나의 꼭지점 4가 첨가되어 실제로는 하나의 꼭지점과 하나의 모서리가 증가한 셈이 되며, S<sub>1</sub> 조작에서는 하나의 꼭지점 5와 2개의 모서리 15, 35가, S<sub>2</sub>(Set 2) 조작에서는 2개의 꼭지점 6, 7과 3개의 모서리 16, 67, 72가 증가되는데, 어떤 경우이든 조작에 의해 늘어나는 꼭지점은 2원절이다. 또한, 열거할 연쇄의 자유도가 2 이상이 되면 S<sub>3</sub>, S<sub>4</sub> 조작 등도 고려하여야 하나 본 논문에서는 모든 논의를 자유도가 1인 연쇄를 열거하는 경우로만 국한하였다.

전술한 E, S(S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>)조작들을 도구로 하여 분류그래프가 만족시켜야 할 조건들을 구해보자. 먼저 최종 목표로 하는 기구의 자유도(F)와 링크개수(N)으로부터 기구의 조인트수(J) 및 독립회로(independent loop)의 수(L)는 잘 알려진 다음 식들에 의해 계산된다.

$$J = \frac{1}{2}(3N - F - 3) \tag{1}$$

$$L = J - N + 1 \tag{2}$$

정의로부터 분류그래프의 꼭지점수는 원래의 연쇄의 다각형 링크의 개수와 같고, 다각형 링크의 개수는 다음 식들에 의해 제한된다. (부록 참조)

$$N_3 + 2N_4 + 3N_5 + \dots = N - F - 3 \tag{3}$$

단, 식(3)에서 N<sub>k</sub>는 k개의 모서리를 갖는 다각형 링크의 개수를 말한다. 식(3)에 의해 분류그래프가 가질 수 있는 최대 꼭지점수는 다음과 같이 주어짐을 쉽게 알 수 있다.

$$n_{max} = N - F - 3 \tag{4}$$

예를 들어 10절기구 1자유도 기구들의 분류그래프는 최대 6개의 꼭지점을 가질 수가 있다.

이제 n(≤n<sub>max</sub>)개의 꼭지점을 가지는 분류그래프에 대한 가능한 자유도의 수를 계산해 보자. 먼저 분류그래프는 E 혹은 S 조작들을 통하여 유용한 기구를 만들어 낼수 있어야 한다. E 혹은 S 조작에 의해 그래프의 꼭지점 및 모서리수 등은

**Table 1** Changes in graphs resulting from E and S operations

Operations	Link 수	Joint 수	자유도	독립회로 수
E	+1	+1	+1	불변
S <sub>1</sub>	+1	+2	-1	+1
S <sub>2</sub>	+2	+3	불변	+1

Table 1에 보인 바와 같이 변하게 됨은 쉽게 알 수 있다. 예를 들어 S<sub>1</sub> 조작을 한 그래프는 그 이전 그래프에 비해 꼭지점 및 독립회로의 수가 1 증가하고, 조인트의 개수는 2 증가, 자유도는 1 감소함을 알 수 있다. 분류그래프의 꼭지점수를  $n$ , 자유도를  $f$ 라고 정의하자. 이때, 분류그래프로부터 목표로 하는 기구를 얻기 위해서는 링크개수 및 조인트 개수가 다음 식에서 정의된  $\Delta n, \Delta f$  만큼 증가하여야 한다.

$$\Delta n \equiv N - n \tag{5}$$

$$\Delta f \equiv F - f \tag{6}$$

또, Table 1에 의해 다음식을 쉽게 얻는다.

$$f + E - S_1 = F \tag{7}$$

$$n + E + S_1 + 2S_2 = N \tag{8}$$

식(7), (8)에서  $E, S_1$  등은 분류코드에 행한 E 및 S<sub>2</sub> 조작 등의 회수를 나타낸다. 이상의 식(5)~(8)을 이용하면, 다음 두 식을 얻는다.

$$S_1 = \frac{1}{2}(\Delta n - \Delta f) - S_2 \tag{9}$$

$$E = \frac{1}{2}(\Delta n + \Delta f) - S_2 \tag{10}$$

또, 식(9)~(10)에서  $S_1 + S_2 \geq 0, E + S_2 \geq 0$ 이므로 다음 식을 얻을 수 있다.

$$-\Delta n \leq \Delta f \leq \Delta n \tag{11}$$

이상의 논의에 따라 예를 들어 10절 1자유도 기구들에 대한 분류그래프들이 가져야 할 조건을 구하는 절차를 설명하면 다음과 같다.

먼저 식(4)에 의해  $n_{\max} = 10 - 1 - 3 = 6$ 이므로, 분류그래프는 꼭지점의 개수가 1~6개까지 가능하다. 이 가운데 예를 들어  $n=6$ 일 때, 식(5)에 의해  $\Delta n=4$ 가 되므로 식(11)에 의해  $-4 \leq \Delta f \leq 4$ 가 되며, 따라서 분류그래프의 자유도는  $-3 \leq f \leq 5$ 를

만족하며, 링크의 개수가 짝수인 연쇄에서 짝수 자유도는 있을 수 없으므로  $f = -3, -1, 1, 3, 5$  등이 분류코드가 가질 수 있는 자유도이다. 일반적으로  $F=1$ 인 연쇄들의 분류코드가 가질 수 있는 꼭지점 수 및 자유도를 정리하면 Table 2와 같다. 이 표에서  $n=3$  이하인 경우에는 가능한 형태의 그래프가 각각 하나씩 밖에 없기 때문에 그 자유도( $f$ )가 자동적으로 정해진다. 예를 들어  $n=3$ 인 경우에는 삼각형 형태의 그래프만이 가능하며 그 자유도는 0이 됨은 쉽게 알 수 있다.

Table 2는 기구들의 분류그래프가 갖추어야 할 가장 기본적인 필요조건을 나타내고 있으나, 이러한 조건을 만족하는 모든 그래프가 분류그래프가 되는 것은 아니다. 분류그래프의 열거과정에서는 Table 2의 조건을 만족하는 모든 그래프를 찾아 나가면서 분류그래프가 될수 없는 것을 소거해야 한다. 어떤 그래프가 분류그래프가 되기 위해서는 그 그래프에다 식(9), (10)의 가능한 해로 주어지는 E 및 S 조작들을 하여 유효한 기구를 얻을 수 있어야 한다. Table 2의 조건을 만족하는 어떤 그래프가 분류그래프가 되기 위해서는 다음 2가지의 법칙 R1, R2를 만족하여야 한다.

(1) R1은 분류그래프의 서로 이웃하지 않은 2원절들의 수와 서로 이웃한 2원절들을 연결한 모서리의 수를 더한 값이  $\Delta l = L - l$  보다 작거나 같아야 한다.

(2) R2는 분류그래프내에 삼각형 형태의 회로가 존재할 때, 분류그래프로부터 최종 연쇄를 얻기 위한 E 조작의 회수는 이 삼각형 모양의 회로의 개수보다 크거나 같아야 한다.

R1을 증명하기 위해서는 먼저 분류그래프의 모든 꼭지점은 E, S 등의 조작을 통해 최종적인 연쇄가 되었을 때 모두 3원절 이상의 다각형 링크로 되어야 함을 기억해야 한다. 분류그래프 내의 2원절을 3원절 이상으로 만들기 위해서는 S 조작이 가

**Table 2** Possible values of  $f$  with  $F=1$

N/n	1	2	3	4	5	6	7	8
6	0	1						
8	0	1	0	-3~1				
10	0	1	0	-3~1	-4~2	-3~3		
12	0	1	0	-3~1	-6~2	-5~3	-4~4	-3~5

해져야 하며, 이때 분류그래프 내에 존재하는 모든 2원절을 없앨 수 있는  $S$  조각들의 최소한의 개수는 서로 이웃하지 않은 2원절들의 수와 서로 이웃한 2원절들을 연결한 모서리의 수와의 합과 같다. 또한, 하나의  $S$  조각은 그래프 내의 독립루프의 스를 하나씩 증가시키므로 전체  $S$  조각의 수는  $\Delta l = L - l$ 을 넘어서는 안된다.

예를 들어 Fig. 4(a)에 보인 그래프는  $n=6$ ,  $j=8$ 이고  $f=-1$ 이므로 Table 2에 의해  $N=12$ ,  $F=1$ 인 연쇄들에 대한 분류그래프로서 자적이 있는 것처럼 보인다. 그러나, 이 그래프에 대한  $l=3$ 이며,  $N=12$ ,  $F=1$ 인 연쇄의 경우  $L=5$ 이므로,  $\Delta l = L - l = 2$ 가 되며, 이 값은 연쇄에 소속된 서로 이웃하지 않은 2원절의 수(=2; 이원절 1, 2)와 서로 이웃한 2원절 사이의 모서리의 수(=1; 모서리 3~4)를 합한 3보다 작으므로 R1을 위배하여 분류그래프로서 부당함을 알 수 있다. 참고로 Fig. 4(b)의 그래프는 Fig. 4(a)의 그래프에 최소한의 개수의  $S$  조각을 통해 그래프 내의 모든 2원절을 없앤 경우인데, 이로 인해 그래프의 회로수가 3증가하여 전체 회로수는 6이 되어 요구되는 회로수 5를 이미 초과하고 있다. Fig. 4(a)에 2개 이하의  $S$  조각을 하면 어떤식으로 하여도 2원절 1~4들이 모두 다각형 링크로 될 수 없음을 알 수 있다. 또, 그래프 내의 삼각형 회로는 연쇄 내의 내부 구조물을 뜻하므로, 분류그래프내에 삼각형 회로가 존재하면  $E$  조각에 의해 삼각형 회로를 없애야 하므로 R2는 증명된다.

Table 2와 R1 및 R2 등을 이용하여 분류그래프를 열거하는 과정은 기본적으로 소모성 탐색에 의존하였다. 즉, Table 2에 의해 가능한  $n$ 과  $f$ 가 주어지면 이로부터 분류그래프의 조인트의 수  $j$ 를 계산할 수 있고,  $j$ 는 바로 크기  $n \times n$ 인 인접행렬의 대각선 상부에 존재해야 하는 1의 개수를 말한다. 따라서 전체  $j$ 개의 1을 대각선 상부에 배치하

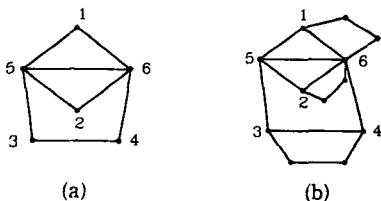


Fig. 4 An example graph not satisfying R1

는 모든 조합을 고려하여 서로 다른 그래프들을 찾아낸다. 이때, 찾아진 그래프들에 대한 동형성 검증을 위해 사용될 표준코드 알고리즘은 전체 열거 과정을 단축시키는 수단으로도 이용되었다. 표준코드 알고리즘은 꼭지점들에 대해 임의로 번호매김한 그래프를 몇 개의 잘 정의된 과정에 따라 번호매김을 바꾸어서 최종적으로 그 그래프의 표준 번호매김을 찾아내는 알고리즘이다. 특히 초기에 표준 번호매김된 그래프에 표준코드 알고리즘을 적용하면 모든 과정이 끝날 때까지 번호매김이 바뀌지 않게 된다. 이러한 사실을 이용하면 분류그래프를 찾을 때 표준 형태로 표기되지 않은 그래프는 표준코드 알고리즘의 적용도중에 버릴 수 있어서 대단히 효율적이다. 이러한 효율성은 일반적으로 다른 연구가의 연쇄에 대한 열거 과정에서 동일한 그래프를 중복적으로 생성시키고 동형성 검증을 모두 마친 후에 중복을 확인하고 버려야 하는 것과 대조를 이룬다.

이 밖에 모든 링크는 2개이상의 조인트를 가져야 하며, 그래프 내에 절단 꼭지점(cutting vertex)이 없어야 한다는 등의 기본적인 요구조건을 이용하면 전체 열거과정의 효율을 높일 수 있다. 또한, R1과 R2의 적용은 표준코드 알고리즘에 들어가기 전에 적용하는 것이 보다 효율적임을 알 수 있었다.

#### 4. 분류코드로부터 기구의 열거

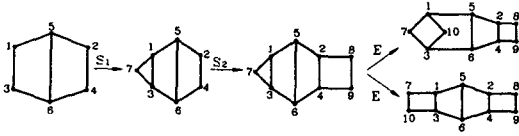
제 3절의 논의에 따라 얻어진 분류코드들로부터 최종 연쇄를 열거하는 방법은 앞에서 설명된 바와 같은  $E$  및  $S$  조각에 의존한다. 가능한  $E$  및  $S$  조각의 개수는 식(9), (10)들로부터 구해진다.  $E$  및  $S$  조각들을 구해진 회수 만큼 가능한 모든 방법으로 행하여 얻어진 그래프들로부터 중복이 되는 그래프들을 소거함으로써 주어진 분류코드에서 파생되는 모든 연쇄들을 얻을 수 있다.

예를 들어 Fig. 5에 보인 분류그래프로부터 1자유도의 10절기구들을 구하는 과정을 살펴보자. 먼저 Fig. 5의 분류그래프에서  $n=6$ ,  $f=1$ 임을 알게 되고, 요구하는 연쇄가  $N=10$ ,  $F=1$  이므로,  $\Delta n = 4$ ,  $\Delta f = 0$ 가 된다. 식(9), (10)에서

$$S_1 = 2 - S_2 \tag{12}$$

$$E = 2 - S_2 \tag{13}$$

이 되고,  $E$ ,  $S_1$  및  $S_2$ 는 음이 아닌 정수이므로,



분류 코드 = 10635

Fig. 5 Operation  $(E, S_1, S_2) = (1, 1, 1)$  resulting two kinematic chains

식 (12), (13)의 해는  $(E_1, S_1, S_2) = (2, 2, 0)$ ,  $(1, 1, 1)$ ,  $(0, 0, 2)$ 가 된다. 이 3가지의 해들 중  $(E_1, S_1, S_2) = (1, 1, 1)$ 에 대한 조작의 과정을 나타낸 것을 Fig. 5에 포함시켰다. 이러한 형태의 조작은 Tuttle<sup>(5,6)</sup>의 연구에서의 방법과 유사하며, 조작의 과정에서 그래프의 대칭성을 이용하면 동일한 그래프의 중복발생을 줄일 수 있어 효율적이다. 또한, 최종적으로 얻어진 그래프의 내부에 부분적으로 구조물이 존재할 수 있는데, 이는 이항진 등의 연구<sup>(11)</sup>에서 소개된 방법으로 소거할 수 있다.

5. 결과 및 토의

본 연구에서 제시한 분류코드의 열거방법과 분류코드로부터 기구학적 연쇄를 열거하는 방법에 따라 12절 1자유도까지의 기구들을 열거해 보았다.

Table 3 Number of classification codes and kinematic chains

L	F	N	분류코드 개수	연쇄의 개수 (기구의 개수)*	
				본 연구	참고문헌[6]
2	1	6	1	2(5)	2(5)
	2	7	1	3(11)	3(11)
	3	8	1	5(18)	5(18)
3	1	8	4	16(71)	16(71)
	2	9	4	35(220)	35(220)
	3	10	4	74(517)	74(517)
4	1	10	12	230(1834)	230(1834)
	2	11	13	753(7156)	753(7156)
	3	12	14	1962(20737)	1964(20758)
5	1	12	55	6856(75397)	6856(75397)

\* Numer of different inversions

Table 3에는 열거결과를 요약하였는데, 12절 1자유도 기구는 모두 55개의 분류그래프로부터 생성되었다. 또, 전체 연쇄개수에 있어서는 김정태<sup>(4)</sup>나 Tuttle<sup>(5)</sup>의 연구결과와 일치하였다. 다만 12절 3자유도 연쇄의 경우, Tuttle의 연구결과와 본 논문에서의 연구결과는 차이를 보이고 있는데, 이 부분에 대한 본 논문의 연구결과는 김정태의 연구결과<sup>(4)</sup>와 일치하는 것을 확인하였다. 참고로 Table 4에는 12절 1자유도 기구에 대한 분류코드들과 이들 분류코드로부터 파생되어 나온 연쇄의 갯수들을 정리해 두었다.

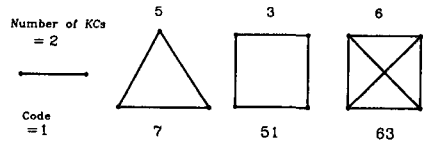
먼저 분류그래프를 열거하고 다음에 이들 분류그래프로부터 파생되는 연쇄의 열거라는 두가지 과정에 의한 연쇄의 열거과정들중 후자의 과정은 전자의 과정에 비해 훨씬 짧은 계산시간이 소모되므로, 비교적 작은 개수의 분류그래프들을 초기 자료로 보관하고 필요할 때마다 이들로부터 연쇄를 열거해내는 방법이 기구의 형태합성과정에서 편리하게 이용될 수 있을 것이다. 특히, 분류코드에 의한 연쇄의 분류는 수 많은 후보 연쇄들 중 특정 성질을 가진 연쇄들을 찾아내는 탐색과정의 효율을 높여 줄 수 있을 것이다. 예를 들어, 가변행정엔진 기구의 형태합성과정에서, 후보 기구로서 8절 1자유도 기구들 중 4원절을 가진 기구들을 찾는 문제가 있었다.<sup>(4,13)</sup> 그래프가 4원절을 가질 때 식(3)에 의해 분류그래프는 최대 3개의 꼭지점을 가질 수 있다. 또한 8절 1자유도 기구에 대한 분류그래프는 Table 3에서 보는 바와 같이 모두 4개가 있으며 (Fig. 6참조), 이들 중 꼭지점의 개수가 3개 이상인 것은 2종이며, 이들 2종의 분류그래프에서 파생되는 기구는 모두 7개가 되므로, 이 7개의 기구들만 조사하면 된다. 참고로 8절 1자유도 기구는 전체 16개이다.

본 연구에서 제안한 분류코드의 열거방법에서는 R1, R2라는 2개의 법칙이 열거 과정의 효율을 높여 준다. 이들 중 R1은 특히 Table 2의 조건을 만족하면서도 분류그래프가 될 수 없는 많은 그래프를 소거하였다. Table 4에 의하면 1자유도 12절 연쇄들의 경우 전체 55개의 분류코드 가운데 꼭지점 수가 8개인 것은 모두 11개이다. 별도의 조사에 의하면 꼭지점이 8개이면서 절단꼭지점(cutting vertex)이 없는 전체 7123개의 그래프들(blocks) 중 Table 2에 의한 자유도를 만족하는 그래프는 모두 637개이나, 이들 중 R1를 만족치 않는 것은

**Table 4** Classification codes and the number of related KCs (N=12, F=1)

NO	Class. code	No. of KCs	NO	Class. code	No. of KCs
1	1	2	29	25951	120
2	7	20	30	123166	14
3	31	132	31	348687	24
4	51	27	32	411763	10
5	63	134	33	665679	7
6	222	30	34	701660	325
7	243	106	35	826716	456
8	255	170	36	1215992	416
9	351	155	37	1218268	85
10	511	111	38	1574142	48
11	799	394	39	1574331	46
12	863	447	40	1581407	30
13	3314	12	41	1582453	227
14	5775	60	42	1585374	87
15	7673	157	43	1585395	73
16	9715	382	44	1597727	25
17	10635	24	45	151144542	3
18	11763	681	46	151144563	3
19	12510	54	47	201861547	24
20	12531	30	48	201863390	12
21	12943	150	49	201863411	8
22	15243	99	50	201875743	8
23	17662	240	51	210316043	93
24	18559	44	52	235284875	38
25	19710	104	53	235292787	136
26	24863	83	54	236196062	74
27	24927	285	55	236200335	11
28	29327	320		Total	6856

624개였고, 나머지 13개중 R2를 만족치 않는 것은 2개여서 최종적으로 R1, R2를 모두 만족하는 11개의 분류그래프가 얻어졌다. 그러나, Table 2에서의 조건과 R1, R2를 모두 만족하면 반드시 분류그래프가 된다는 것은 증명할 수 없었다. 본 연구의



**Fig. 6** Four classification codes for F=1, N=8 chains

범위 내에서는 예외를 발견할 수 없었지만, 14절, 16절 등 보다 링크의 개수가 많은 경우에도 예외가 없을 것이라는 보장은 없다. 그러나, 설사 예외가 존재하더라도 분류그래프로부터 파생되는 연쇄의 열거 과정에서 자동적으로 검증될 것이므로 큰 문제는 아닐것으로 본다.

### 6. 결론

기구학적 연쇄들을 구조적으로 분류하기 위한 분류코드를 정의하였고, 연쇄의 열거과정을 분류코드의 열거과정과 분류코드에서 파생되는 연쇄들의 열거과정 등의 2개 과정으로 체계화하고, 특히 분류코드의 열거방법을 제시하였다. 제시된 열거과정을 통하여 12절 1자유도까지의 연쇄를 열거한 결과 12절 1자유도 연쇄는 전체 6856개의 연쇄가 55개의 분류그래프로부터 파생되었음을 알 수 있었다. 분류그래프에 의한 분류방법은 기구의 형태합성과정에서 자료의 효율적인 관리 및 탐색 등에 활용될 수 있을 것이 기대된다.

### 부록 : 식 (3)의 유도

식 (1)에 의해

$$F = 3N - 2J - 3 \tag{A1}$$

또, 다음 2개의 식은 쉽게 증명된다.

$$J = (2N_2 + 3N_3 + 4N_4 + \dots) / 2 \tag{A2}$$

$$N = N_2 + N_3 + N_4 + \dots \tag{A3}$$

식 (A2)와 (A3)에서  $N_2$ 를 소거하면 다음식과 같이 된다.

$$J = N + (N_3 + 2N_4 + 3N_5 + \dots) / 2 \tag{A4}$$

마지막으로, 식 (A4)를 식 (A1)에 대입하여  $J$ 를 소거하면

$$N_3 + 2N_4 + 3N_5 + \dots = N - F - 3 \tag{A5}$$

## 참고문헌

- (1) Sandor, G. E., and Erdman, A. E., 1984, *Advanced Mechanism Design*, Vol. 2, Prentice Hall.
- (2) Sohn, W. J. and Freudenstein, F., 1986, "An Application of Dual Graphs to the Automatic Generation of the Kinematic Structures of Mechanisms," *ASME J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 392~398.
- (3) Mruthyunjaya, T. S., 1979, "Structural Synthesis by Binary Chains," *Mech. & Mach. Thy.*, Vol. 14, pp. 221~231.
- (4) 김정태, 1991, "평면기구의 열거와 형태합성에 관한 연구," 한국과학기술원 박사학위 논문.
- (5) Tuttle, E. R. and Peterson, S. W., 1989, "Enumeration of Basic Kinematic Chains Using the Theory of Finite Groups," *ASME J. Mech., Trans. & Auto. in Design*, Vol. 111, pp. 498~503.
- (6) Tuttle, E. R., Peterson, S. W. and Titus, J. E., 1989, "Further Applications of Group Theory to the Enumeration and Structural Analysis of Basic Kinematic Chains," *ASME J. Mech., Trans. & Auto. in Design*, Vol. 111, pp. 498~503.
- (7) Shin, J. K. and Krishnamurty, S., 1992, "On Identification and Canonical Numbering of Pin-Jointed Kinematic Chains," *The 22nd Biennial Mechanisms Conference*, DE-Vol. 47, pp. 211~218.
- (8) Turner, J., 1968, "Generalized Matrix Functions and the Graph Isomorphism Problem," *SIAM Journal of Applied Mathematics*, Vol. 16, No. 3, pp. 520~526.
- (9) Ambekar, A. G., and Agrawal, V. P., 1987, "Canonical Numbering of Kinematic Chains and Isomorphism Problem : min Code," *Mech. and Mach Thy.*, Vol. 22, No. 5, pp. 453~461.
- (10) Fang, W. E. and Freudenstein, F., 1990, "The Stratified Representation of Mechanisms," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 112, pp. 514~519.
- (11) 이황진, 윤용산, 1992, "기구연쇄의 구조물 성분 존재의 판별방법," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 (I), pp. 644~647.
- (12) Freudenstein, F., and Maki, E. R., 1983, "Development of an Optimum Variable Stroke Internal-Combustion Engine from the Viewpoint of Kinematic Structure," *ASME J. of Mech., Trans., and Auto. in Design*, Vol. 105, pp. 259~266.