

〈論 文〉

## 균열 표면거칠기에 의한 이종재료 계면의 차단효과

채영석\* · 권용수\*\* · 최병선\*\*

(1993 3월 31일 접수)

### Shielding Effects of Bimaterial Interfaces by Crack Surface Asperities

Young Suck Chai, Yong Su Kwon and Byoung Sun Choi

**Key Words :** Interfacial Crack(계면균열), Bimaterial(이종재료), Mode-Mixity(모드혼합도), Contact and Frictional Locking(접촉 및 마찰잠김), Shielding Effect(차단효과)

#### Abstract

Contact and frictional locking conditions and the effect of shielding due to contact at the facet, which could be represented by the difference in energy release rate, as a function of phase angle of loading are analyzed in this study for the case of interfacial cracks by assuming single crack-kink model. The analysis of contact effects on interfacial fracture resistance shows that relative shielding increases as the shear component was increased, which indicates a qualitative agreement with the previous experimental results.

#### 1. 서 론

복합재료 내부에서 기지재료와 강화재료 사이에 존재하는 계면(interface)은 낮은 하중지지 능력을 가진 취약한 부분으로, 손상허용설계 관점에서 보면 복합재료의 강도는 계면에서의 파괴인성치(interfacial fracture toughness)와 매우 깊은 관계가 있다. 그러므로 구성물질의 물성치가 서로 다른 이종재료(bimaterial)의 계면에서 발생하는 계면균열의 해석은 복합재료의 섬유와 기지간의 분리현상이나 층간파단 혹은 박판분리현상(decohesion of thin films from substrate)등의 해석에 선행되어야 할 매우 중요한 연구 대상이다.

일반적인 계면 균열의 파괴현상은 계면에서 구성물질의 물성치가 서로 다르기 때문에 비록 기하학적 형상이나 하중조건이 대칭이더라도 균열선단 부

근에는 일반적으로 혼합모드 형태를 보인다. 모드 혼합도(mode-mixity)가 계면균열의 파괴인성치에 미치는 영향에 관해서는 Malyshev와 Salganik<sup>(1)</sup> 이래로 많은 실험적인 연구가 진행되었고, 최근 Liechti와 Chai<sup>(2,3)</sup> 혹은 Cao와 Evans<sup>(6)</sup> 등의 실험적인 연구결과에 따르면 계면의 파괴인성치는 모드 혼합도 중에서 전단성분이 증가할 수록 매우 증가함<sup>(4-7)</sup>이 발견되었으며, 이러한 증가의 원인을 소성이나 점탄성에 의한 에너지소산과 균열면의 표면 거칠기에 의한 차단효과로써 설명하였다. Evans와 Hutchinson<sup>(9)</sup>은 균열표면거칠기로 인한 파괴인성치의 증가를 설명하는 모델을 균질재료내 균열에 대하여 고안하였다. 이 모델에 의하면 외부하중에 따라 계면이 서로 접촉하게 됨으로써 균열선단에 나타나는 에너지해방률은 외부하중으로 인한 에너지해방률과 다르게 나타나며, 그 값은 킱크각(kink angle), 킱크폭(kink amplitude), 마찰각(friction angle) 및 모드혼합도 등에 의해서 많은 영향을 받게 된다.

\*정회원, 영남대학교 기계공학과

\*\*정회원, 영남대학교 기계공학과 대학원

계면균열의 파괴현상에서 파단 후의 계면을 살펴 보면 계면은 비평면(non-planar)인 경우가 대부분이며, 이러한 비평면인 상하 균열면들은 특히 전단 하중하에서 서로 접촉하여 외부하중의 영향이 균열 선단에 상당 부분 미치지 못하는 차단현상이 발생한다. 본 연구에서는 Evans와 Hutchinson<sup>(9)</sup>의 해석을 이종재료내 계면균열에 확장하여 이론적인 직선 계면균열을 균열표면거칠기를 고려한 단순균열-킹크모델로 가정하고, 접촉 및 마찰잠김조건 그리고 계면의 접촉으로 인한 계면균열 선단의 에너지해방률의 변화 등을 모드혼합도  $\psi$ 의 함수로 나타내었다. 이 결과는 계면에서 전단성분의 증가로 파괴인성치가 매우 증가하는 현상에 대한 설명과 계면분리현상(debonding mechanism)의 이해에 기여할 수 있을 것이다.

2. 수식화

물성치가 서로 다른 재료가 Fig. 1(a)와 같이 양의  $x$ 축에서 접합되어 있는 반무한 직선 계면균열 문제에서, 균열은 음의  $x$ 축 방향으로 무한하게 놓여있다. 균열선단에서 계면  $\theta=0$ 을 따라 거리  $r$ 만큼 떨어진 곳의 응력성분들은 다음과 같다.

$$\sigma_{yy} + i\sigma_{xy} = \frac{Kr^{ie}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (1)$$

여기서,  $K$ 는  $K=K_1+iK_2$ 로 정의되는 계면에서의 복소응력확대계수(complex stress intensity factor)이며, 이종재료상수(bimaterial constant)  $\epsilon$ 은 다

음과 같다.

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{K_1\mu_2 + \mu_1}{K_2\mu_1 + \mu_2} \quad (2)$$

여기서,  $\mu$ 는 전단탄성계수이며,  $\kappa$ 는 평면변형에 대해서는  $3-4\nu$ , 평면응력에서는  $(3-\nu)/(1+\nu)$ 로 주어지며, 이때  $\nu$ 는 푸아송비를 나타낸다. 그리고 아래첨자 1과 2는 계면을 중심으로 각각 위와 아래 재료를 나타낸다. 평면 변형조건에서 균열선단으로부터 거리  $r$ 만큼 떨어진 곳의 변위차(displacement jump)는 다음과 같다.

$$\Delta v + i\Delta u = \frac{[(K_1+1)/\mu_1 + (K_2+1)/\mu_2]}{2(1+2i\epsilon) \cosh \pi\epsilon} (K_1 + iK_2) \sqrt{\frac{r}{2\pi}} r^{ie} \quad (3)$$

여기서,  $\Delta u$ 와  $\Delta v$ 는  $x$ 축 및  $y$ 축 방향의 변위차 성분들이다. 전체 에너지해방률(total energy release rate)과 응력확대계수는 다음 식과 같은 관계를 갖는다.

$$G = \frac{[(K_1+1)/\mu_1 + (K_2+1)/\mu_2]}{16 \cosh^2 \pi\epsilon} (K_1^2 + K_2^2) \quad (4)$$

모드혼합도  $\psi$ 의 정의에 관해서는 이종재료 응력확대계수의 단위때문에 발생하는 혼란으로 인하여 Rice<sup>(10)</sup>는 고정된 길이(예를 들어  $\bar{r}=1\mu\text{m}$ )를 도입하여 응력확대계수를 정의한 후 이를 바탕으로 모드혼합도를 정의하였으나, 본 논문에서는 Fig. 1(a)에서 나타난 바와 같이 단순히 외부하중으로 인한 인장 및 전단성분의 비를 각도로 표시하여 다음과 같이 정의하였다.

$$\psi = \tan^{-1}(K_2/K_1) \quad (5)$$

계면에서 표면거칠기로 인하여 다양하게 접촉되어 있는 계면의 모양을 이상화하여 Fig. 1(a)와 같이 단순균열-킹크형상으로 가정하고, 킹크각을  $\beta$ , 균열선단에서 킹크 중심부까지의 거리를  $a$ 로 두었다. 이때 킹크부분에서 접촉이 일어나게 되면 Coulomb의 마찰식( $\mu = \tan\phi$ , 여기서,  $\phi$ 는 마찰각이며  $\mu$ 는 마찰계수임)을 이용하여 마찰의 영향을 고려해 본다. 즉 킹크부분에서 접촉이 일어나게 되면 접촉력  $F$ 는 킹크각  $\beta$ 와 마찰각  $\phi$ 를 고려하여  $x$ 축과  $\omega$ 만큼 기울어지며,  $\omega = \beta - \phi$ 로 표현할 수 있다. 킹크부분의 수평접촉구간  $2\gamma a$ 는 매우 짧은 영역으로 Fig. 1(b)와 같이 균일한 접촉력이 분포한 것으로 가정한 후, 접촉력  $F$ 는 수직력  $P$ 와 전

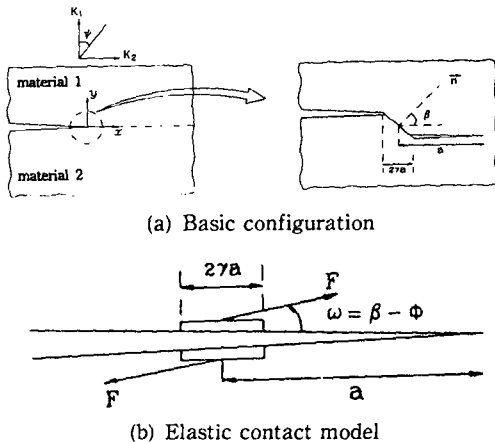


Fig. 1 Crack-kink model

단력  $Q$ 로 분해하여 다음과 같이 표현한다.

$$P + iQ = Fe^{i(\pi/2 - \omega)} \tag{6}$$

접촉이 일어날 때의 변위장은 Kolosov-Muskheli-shivili<sup>(11)</sup>의 수식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$2\mu_\alpha(u_\alpha + iv_\alpha) = \kappa_\alpha \int \Phi_\alpha(z) dz - z \overline{\Phi_\alpha(\bar{z})} - \int \overline{\Psi_\alpha(\bar{z})} d\bar{z} \tag{7}$$

Fig. 1(b)와 같이 구간  $-(1+\gamma)a$ 에서부터  $-(1-\gamma)a$ 까지 접촉력  $F$ 가 균일하게 분포하는 반무한 균열인 경우 Rice와 Sih<sup>(12)</sup>에 의해 제시된 함수를 중첩하여  $\Phi_\alpha(z)$ ,  $\Psi_\alpha(z)$  ( $\alpha=1,2$ )의 함수를 다음과 같이 구한다.

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\gamma a} \frac{P - iQ}{2\pi e^{-\pi\epsilon}} z^{-1/2 - i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 + i\epsilon}}{\xi + z} d\xi \tag{8a}$$

$$\begin{aligned} \Psi_1(z) = & \frac{1}{2\gamma a} \frac{P + iQ}{2\pi e^{-\pi\epsilon}} z^{-1/2 + i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 - i\epsilon}}{\xi + z} d\xi \\ & - \frac{1}{2\gamma a} \frac{P - iQ}{2\pi e^{\pi\epsilon}} \left(\frac{1}{2} - i\epsilon\right) z^{-1/2 - i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 + i\epsilon}}{\xi + z} d\xi \\ & + \frac{1}{2\gamma a} \frac{P - iQ}{2\pi e^{\pi\epsilon}} z^{1/2 - i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 + i\epsilon}}{(\xi + z)^2} d\xi \end{aligned} \tag{8b}$$

식 (8a), (8b)를 식 (7)에 대입하여 정리하면

$$2\mu_1(u_1 + iv_1) = \frac{P - iQ}{2\gamma a} \frac{(\kappa_1 e^{-\pi\epsilon} + e^{\pi\epsilon})}{2\pi} \int z^{-1/2 - i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 + i\epsilon}}{\xi + z} d\xi dz \tag{9}$$

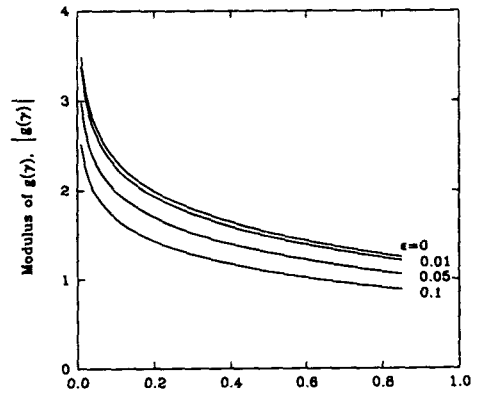
와 같다. 위식은 영역이  $y > 0$ 인 위 재료 1에 대하여 적용되며, 아래 재료 2( $y < 0$ )에서의 변위장은 식 (9)에서  $e^{\pi\epsilon}$ 는  $e^{-\pi\epsilon}$ 로  $e^{-\pi\epsilon}$ 는  $e^{\pi\epsilon}$ 로 바꾸어 주면 된다. 이 과정을 통하여 접촉력에 의한 변위차는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta v_{\text{contact}} + i\Delta u_{\text{contact}} &= \left[ \frac{\kappa_1 e^{-\pi\epsilon} + e^{\pi\epsilon}}{2\mu_1\pi} + \frac{\kappa_2 e^{\pi\epsilon} + e^{-\pi\epsilon}}{2\mu_2\pi} \right] (P + iQ) \overline{g(\gamma)} \\ &= \left[ \frac{\kappa_1 e^{-\pi\epsilon} + e^{\pi\epsilon}}{2\mu_1\pi} + \frac{\kappa_2 e^{\pi\epsilon} + e^{-\pi\epsilon}}{2\mu_2\pi} \right] F e^{i(\pi/2 - \omega)} \overline{g(\gamma)} \end{aligned} \tag{10}$$

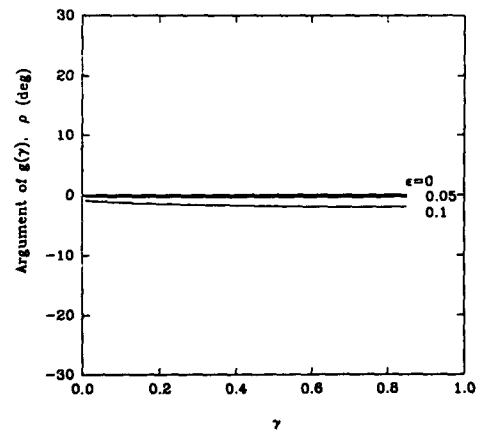
여기서,  $\overline{g(\gamma)}$ 는 복소수  $g(\gamma)$ 의 공액(complex conjugate)이며 다음과 같이 표현된다.

$$g(\gamma) = \frac{-i}{4\gamma a} \int z^{-1/2 - i\epsilon} \int_{(1-\gamma)a}^{(1+\gamma)a} \frac{\xi^{1/2 + i\epsilon}}{\xi + z} d\xi dz \tag{11}$$

위의 식 (11)내의 적분은 특이적분의 형태로 폐형적분은 불가능하며 수치적분을 행할 수 있다. Fig. 2에는  $x = -a$ 에서의 복소수  $g(\gamma)$ 값을 Mathematica<sup>(13)</sup>를 이용하여 수치적분한 결과를 나타내었으며, 이때 Fig. 2(a)에는 복소수  $g(\gamma) = |g(\gamma)|e^{i\rho}$ 의 절대값(modulus) 그리고 Fig. 2(b)에는  $g(\gamma)$ 의 편각(argument)  $\rho$ 가  $\gamma$ 에 따라 변화하는 모습을 그려보았다. 이중재료상수  $\epsilon$  및 접촉영역의 크기  $\gamma$ 가 편각  $\rho$ 에 미치는 영향은 거의 없었으며,  $\epsilon$ 이 증가할수록  $|g(\gamma)|$ 는 감소함을 알 수 있었다. 만약 두재료가 같을 경우( $\epsilon=0$ ), 식 (11)의  $g(\gamma)$ 값과 Evans와 Hutchinson<sup>(9)</sup>이 제시한  $g(\gamma)$ 는 일치하여



(a) Modulus



(b) Argument

Fig. 2 Representation of complex  $g(\gamma)$  which is defined in Eq. (11)

식(10)은 균질재료내 균열인 경우의 결과와 일치함을 알 수 있다.

또한 외부하중에 의한  $x=-a$ 에서의 변위는 식(3)에 의해 아래와 같이 표현된다.

$$\Delta v_{remote} + i\Delta u_{remote} = \frac{[(k_1+1)/\mu_1 + (k_2+1)/\mu_2]}{2(1+2i\epsilon)\cosh\pi\epsilon} (K_1 + iK_2) \sqrt{\frac{a}{2\pi}} a^{i\epsilon} \quad (12)$$

### 3. 접촉 및 잠김조건

본 절에서는 접촉 및 마찰잠김이 일어날 조건을 모드혼합도  $\psi$ , 킹크각  $\beta$  및 마찰각  $\phi$  등의 함수로 표현하고자 한다. 이때  $K_1 < 0$ 인 경우는 압축의 형태가 되므로, 본 절에서는  $K_1 > 0$  즉  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ 의 경우만을 고려하여 접촉 및 마찰잠김이 일어날 조건을 살펴 보고자 한다. 먼저 접촉이 일어날 기구학적인 조건은 다음과 같다.

$$\Delta v_{remote} \sin\beta + \Delta u_{remote} \cos\beta < 0 \quad (13a)$$

다시 말하면,

$$\text{Im}[(\Delta v_{remote} + i\Delta u_{remote}) e^{i\beta}] < 0 \quad (13b)$$

와 같고, 외부하중에 의한 변위인 식(12)를 사용하여 다시 표현해 보면

$$\text{Im}[e^{i(\psi+\beta-\tan^{-1}2\epsilon+\epsilon\ln a)}] < 0 \quad (13c)$$

결과적으로  $K_1 > 0$ 인 경우 접촉이 일어날 조건은 다음과 같다.

$$-\frac{\pi}{2} < \psi < \tan^{-1}2\epsilon - \epsilon\ln a - \beta \quad (14)$$

즉,  $-\pi/2 < \psi < \pi/2$ 의 인장하중 상태에서 접촉이 일어날 조건은 Fig. 3에서와 같이 나타낼 수 있다. 그리고 모드혼합도를

$$\psi' \equiv \psi - \tan^{-1}2\epsilon + \epsilon\ln a \quad (15)$$

와 같이 새롭게 정의하면, 식(14)의 접촉조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$-\frac{\pi}{2} < \psi' < -\beta \quad (16)$$

위식은 균질재료내 균열의 경우를 해석한 Evans와 Hutchinson<sup>(9)</sup>의 결과와 매우 유사함을 알 수가 있다.

접촉이 일어나는 경우에는 접선방향으로 미끄러

울 허용하는 접촉과 마찰잠김(frictional locking)의 두가지 경우로 나눌 수 있다. 마찰잠김은  $T < \mu N$ 일 때 발생하고, 여기서,  $T$ 와  $N$ 은 킹크면에서의 접선력과 법선력을 말하며 이들은 접촉력 성분인  $P$  및  $Q$ 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} N &= Q\cos\beta + P\sin\beta \\ -T &= -Q\sin\beta + P\cos\beta \end{aligned} \quad (17)$$

따라서 마찰잠김이 일어날 조건은 다음과 같다.

$$\text{Re}[(P+iQ)e^{i(\beta-\phi)}] > 0 \quad (18)$$

마찰잠김이 일어날 때 킹크면 ( $x=-a$ )에서의 순수변위(net displacements)는 0이 되며, 여기서 순수변위란 외력에 의한 변위와 접촉에 의한 변위를 서로 더한 양을 의미한다. 그러므로 마찰잠김현상은 다음 식(19)를 만족하여야 한다.

$$(\Delta v_{remote} + i\Delta u_{remote}) + (\Delta v_{contact} + i\Delta u_{contact}) = 0 \quad (19)$$

따라서 식(10)과 식(12)의 변위를 식(19)에 대입하여 마찰잠김이 발생할 때의 접촉력을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P + iQ = -C_1 e^{i(\psi - \tan^{-1}2\epsilon + \epsilon\ln a + \rho)} \quad (20)$$

여기서, 상수  $C_1$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$C_1 = \frac{\left[ \frac{K_1+1}{2\mu_1} + \frac{K_2+1}{2\mu_2} \right]}{\left[ \frac{K_1 e^{-\pi\epsilon} + e^{\pi\epsilon}}{2\mu_1} + \frac{K_2 e^{\pi\epsilon} + e^{-\pi\epsilon}}{2\mu_2} \right]} \frac{\sqrt{\frac{\pi a}{2}}}{\sqrt{1+4\epsilon^2 \cosh\pi\epsilon}} \frac{|K|}{|g(\gamma)|} \quad (21)$$

식(18)과 식(20)을 조합하면 마찰잠김의 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Re}[e^{i(\psi+\beta-\phi-\tan^{-1}2\epsilon+\epsilon\ln a+\rho)}] < 0 \quad (22)$$

결과적으로 마찰잠김이 일어날 조건은

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{2} - \beta + \phi + \tan^{-1}2\epsilon - \epsilon\ln a - \rho &< \psi \\ &< \frac{3}{2}\pi - \beta + \phi + \tan^{-1}2\epsilon - \epsilon\ln a - \rho \end{aligned} \quad (23)$$

혹은,

$$\frac{\pi}{2} - \beta + \phi - \rho < \psi' < \frac{3}{2}\pi - \beta + \phi - \rho \quad (24)$$

이 된다. 만약  $K_1 > 0$ 일 때  $\phi - \beta + \tan^{-1}2\epsilon - \epsilon\ln a$

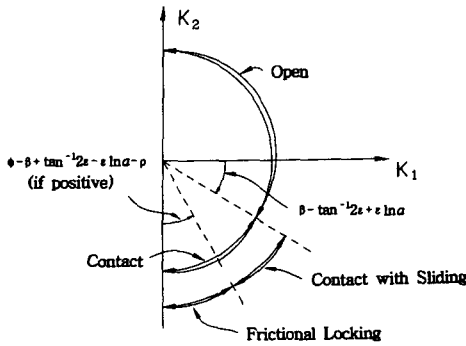


Fig. 3 A map of the contact condition

$-\rho > 0$ 이면 마찰잠김이 일어날 수 있으며 이 조건을 Fig. 3에 나타내었다.

#### 4. 차단효과

접선방향으로 미끄러움을 허용하는 접촉이 일어날 때 접촉력은 다음 식으로부터 유도할 수 있다.

$$\text{Im}\{(\Delta U_{\text{remote}} + i\Delta U_{\text{remote}}) + (\Delta U_{\text{contact}} + i\Delta U_{\text{contact}})\}e^{i\theta} = 0 \quad (25)$$

식(10)과 식(12)를 위의 식(25)에 대입하여 미끄러움 접촉이 일어나는 동안의 접촉력을 구해보면

$$\begin{aligned} P + iQ &= Fe^{i(\pi/2 - \omega)} \\ &= -C_1 \frac{\sin(\psi - \tan^{-1}2\varepsilon + \varepsilon \ln \alpha + \beta)}{\cos(\phi - \rho)} e^{i(\pi/2 - \omega)} \end{aligned} \quad (26)$$

와 같고, 여기서, 상수  $C_1$ 은 식(21)에 나타나 있다. 균일하게 분포된 접촉력으로 인한 응력확대계수는 Rice와 Sih<sup>(12)</sup>에 의해 유도된 경우를 중첩하여 구할 수 있고, 그 결과는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} K_1^{\text{contact}} + iK_2^{\text{contact}} &= \sqrt{\frac{2}{\pi a}} \frac{P + iQ}{1 - i2\varepsilon} \cosh \pi \varepsilon \\ &= \frac{a^{-i\varepsilon}}{\gamma} [(1 + \gamma)^{1/2 - i\varepsilon} - (1 - \gamma)^{1/2 - i\varepsilon}] \end{aligned} \quad (27)$$

위식을 다시 표현하면,

$$\begin{aligned} K_1^{\text{contact}} &= \sqrt{\frac{2}{\pi a}} \frac{\cosh \pi \varepsilon}{1 + 4\varepsilon^2} [\cos(\varepsilon \ln \alpha) \\ &\quad \{(P - 2\varepsilon Q)f_1(\gamma) + (2\varepsilon P + Q)f_2(\gamma)\} + \sin(\varepsilon \ln \alpha) \\ &\quad \{(2\varepsilon P + Q)f_1(\gamma) - (P - 2\varepsilon Q)f_2(\gamma)\}] \end{aligned} \quad (28a)$$

$$K_2^{\text{contact}} = \sqrt{\frac{2}{\pi a}} \frac{\cosh \pi \varepsilon}{1 + 4\varepsilon^2} [\cos(\varepsilon \ln \alpha)$$

$$\begin{aligned} &\{(2\varepsilon P + Q)f_1(\gamma) - (P - 2\varepsilon Q)f_2(\gamma)\} \sin(\varepsilon \ln \alpha) \\ &\{(P - 2\varepsilon Q)f_1(\gamma) + (2\varepsilon P + Q)f_2(\gamma)\}] \end{aligned} \quad (28b)$$

이고, 여기서

$$\begin{aligned} f_1(\gamma) &= \gamma^{-1} [\sqrt{1 + \gamma} \cos\{\varepsilon \ln(1 + \gamma)\} \\ &\quad - \sqrt{1 - \gamma} \cos\{\varepsilon \ln(1 - \gamma)\}] \\ f_2(\gamma) &= \gamma^{-1} [\sqrt{1 + \gamma} \sin\{\varepsilon \ln(1 + \gamma)\} \\ &\quad - \sqrt{1 - \gamma} \sin\{\varepsilon \ln(1 - \gamma)\}] \end{aligned} \quad (29)$$

와 같이 정의된다. 균열선단의 응력확대계수  $K^{tip}$ 는 외부하중에 의한 응력확대계수와 접촉에 의한 응력확대계수를 더하여 다음 식과 같이 표현하며

$$\begin{aligned} K_1^{tip} &= K_1 + K_1^{\text{contact}} \\ K_2^{tip} &= K_2 + K_2^{\text{contact}} \end{aligned} \quad (30)$$

결과적으로 균열선단에서의 응력확대계수는 식(26)과 식(28)에 의해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_1^{tip} &= K_1 - C_2 [\cos(\varepsilon \ln \alpha) \\ &\quad \{[\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_1(\gamma) \\ &\quad + [2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_2(\gamma)\} \\ &\quad + \sin(\varepsilon \ln \alpha) \{[2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_1(\gamma) \\ &\quad - [\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_2(\gamma)\}] \end{aligned} \quad (31a)$$

$$\begin{aligned} K_2^{tip} &= K_2 - C_2 [\cos(\varepsilon \ln \alpha) \\ &\quad \{[2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_1(\gamma) \\ &\quad - [\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_2(\gamma)\} \\ &\quad - \sin(\varepsilon \ln \alpha) \{[\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_1(\gamma) \\ &\quad + [2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_2(\gamma)\}] \end{aligned} \quad (31b)$$

여기서,  $h_i(\gamma) = f_i(\gamma)/|g(\gamma)|$  ( $i=1, 2$ )이고,  $f_i(\gamma)$ 는 식(29)에,  $g(\gamma)$ 는 식(11)에 각각 표현되었으며,  $C_2$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} C_2 &= \frac{\left[ \frac{\mu_1 + 1}{2\mu_1} + \frac{\mu_2 + 1}{2\mu_2} \right]}{\left[ \frac{\mu_1 e^{-\pi\varepsilon} + e^{\pi\varepsilon}}{2\mu_1} + \frac{\mu_2 e^{\pi\varepsilon} + e^{-\pi\varepsilon}}{2\mu_2} \right]} \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2}}{(1 + 4\varepsilon^2)^{3/2}} \\ &\quad \frac{\sin(\psi - \tan^{-1}2\varepsilon + \varepsilon \ln \alpha + \beta)}{\cos(\phi - \rho)} \end{aligned} \quad (32)$$

균열선단에서의 에너지해방률은 다음식과 같이 나타난다.

$$G^{tip} = \frac{[(\mu_1 + 1)/\mu_1 + (\mu_2 + 1)/\mu_2]}{16 \cosh^2 \pi \varepsilon} [(K_1^{tip})^2 + (K_2^{tip})^2] \quad (33)$$

균열면이 서로 접촉함으로써 일어나는 차단효과

$\Delta G$ 는 식(4)의 외부하중에 의한 에너지해방률과 균열선단에서 나타나는 에너지해방률의 차이, 즉  $\Delta G = G - G^{ip}$ 으로 정의할 수 있다. 그러므로 마찰 잠김 없이 미끄럼을 허용하는 접촉이 일어날 때의 상대차단효과( $\Delta G/G$ )는 식(4), (31), 및 식(33)에 의해서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G}{G} &= \alpha_1(\phi, \beta, \psi, \varepsilon) \\ &= 2C_3 \cos(\psi + \varepsilon \ln a) \\ &\quad \{[\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_1 \\ &\quad + [2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_2\} \\ &\quad + 2C_3 \sin(\psi + \varepsilon \ln a) \\ &\quad \{[2\varepsilon \sin(\beta - \phi) + \cos(\beta - \phi)]h_1 \\ &\quad - [\sin(\beta - \phi) - 2\varepsilon \cos(\beta - \phi)]h_2\} \\ &\quad - C_3^2(1 + 4\varepsilon^2)(h_1^2 + h_2^2) \end{aligned} \quad (34)$$

여기서,

$$\begin{aligned} C_3 &= \frac{\left[ \frac{\kappa_1 + 1}{2\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{2\mu_2} \right]}{\left[ \frac{\kappa_1 e^{-\pi\varepsilon} + e^{\pi\varepsilon}}{2\mu_1} + \frac{\kappa_2 e^{\pi\varepsilon} + e^{-\pi\varepsilon}}{2\mu_2} \right]} \\ &\quad \frac{\sin(\psi - \tan^{-1}2\varepsilon + \varepsilon \ln a + \beta)}{(1 + 4\varepsilon^2)^{3/2} \cos(\phi - \rho)} \end{aligned} \quad (35)$$

으로 정의된다.

마찰잠김이 일어날 때는 식(20)과 같은 접촉력이 발생하여, 마찰잠김에 의한 상대차단효과는 식(27) 및 식(30)에 의해 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta G}{G} &= \alpha_2(\varepsilon) \\ &= 2C_4(h_1 \cos \rho + h_2 \sin \rho) - C_4^2(h_1^2 + h_2^2) \end{aligned} \quad (36)$$

여기서,

$$C_4 = \frac{\left[ \frac{\kappa_1 + 1}{2\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{2\mu_2} \right]}{\left[ \frac{\kappa_1 e^{-\pi\varepsilon} + e^{\pi\varepsilon}}{2\mu_1} + \frac{\kappa_2 e^{\pi\varepsilon} + e^{-\pi\varepsilon}}{2\mu_2} \right]} \frac{1}{(1 + 4\varepsilon^2)} \quad (37)$$

킹크각이  $0 < \beta < \pi/2$ 일 때  $K_2$ 가 양의 값을 가진 하중이 작용하는 동안에는 접촉이 일어나지 않는다. (Fig. 3 참조) 따라서 하중의 상태가  $-\pi/2 < \psi < 0$ 인 경우( $K_2$ 가 음인 경우), 킹크각의 변화에 따른 상대차단효과  $\Delta G/G$ 를 Fig. 4에 나타냈다. 이 경우는  $\phi=0$ 의 마찰이 없는 경우이고 마찰의 영향을 보기 위하여  $\phi=\pi/4$ 인 경우의 상대차단효과

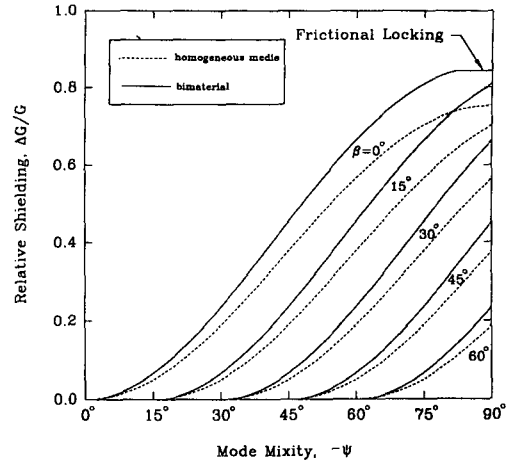


Fig. 4 Effect of shielding as a function of phase angle of loading for various angles without friction ( $\gamma=0.2, \phi=0^\circ$ )

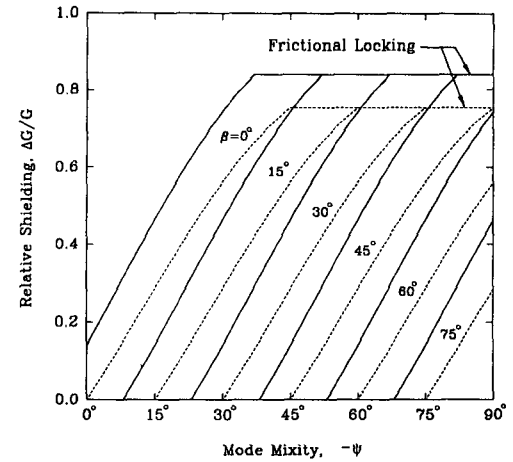


Fig. 5 Effect of shielding as a function of phase angle of loading for various angles with friction ( $\gamma=0.2, \phi=45^\circ$ )

과를 Fig. 5에 그려보았다. 모든 경우에 대해서  $\gamma = 0.2$ , 이종재료상수는  $\varepsilon = 0.0605$ 로 고정하였다. 그림에서 점선은 Evans와 Hutchinson<sup>(9)</sup>이 유도한 균질재료내 균열의 경우이고, 실선은 본 연구의 결과인 이종재료내 계면균열에서 해석한 것이다. 만약에  $\phi - \beta + \tan^{-1}2\varepsilon - \varepsilon \ln a - \rho > 0$ 이면 마찰잠김이 일어날 수 있으며 이들은 Fig. 4와 Fig. 5의 상단부에 나타나있다. 그림에서 보는 바와 같이 마찰의 영향을 고려하지 않은 경우(Fig. 4) 이종재료내 계면균열의 차단효과가 균질재료내 균열인 경우보다

약 10~15% 가량 증가하였으며, 마찰을 고려하면 (Fig. 5) 두 경우의 해는 더욱 커다란 차이를 보인다. 두 경우 모두 전단성분의 증가에 따른 상대차단효과는 실험적인 결과와 정성적으로 일치되게 증가하였다.

앞서 유도한 접촉 및 마찰잠김 조건들을 킥크각  $\beta$ (0에서  $\pi$ 까지의 영역에서)를 기준으로 다시 고려해보자. 외부 하중상태가  $-\pi/2 < \psi < 0$ 인 경우( $K_2$ 가 음인 경우)를 고려하면, 다음과 같은 킥크각  $\beta$ 의 영역에서는 계면에서의 접촉이 전혀 발생하지 않는다.

$$-\psi' < \beta < \pi \tag{38}$$

즉,  $0 < \beta < -\psi'$ 영역에서는 접촉이 일어나며, 이 경우  $\phi - \psi' - \rho < \pi/2$ 일 때 마찰잠김은 전혀 발생하지 않고 순수 미끄럼접촉만이 일어난다. 만일  $\phi - \psi' - \rho > \pi/2$ 인 경우 다음과 같은 영역에서 마찰잠김이 일어난다.

$$\phi - \psi' - \rho - \pi/2 < \beta < -\psi' \tag{39}$$

킥크각  $\beta$ 에 의해 균열선단에 나타나는 에너지해방률의 변화를 확률적인 평균치로 구해보면, 먼저  $\phi - \psi' - \rho < \pi/2$ 일 경우 마찰잠김은 발생하지 않고 순수 미끄럼접촉만 일어나며, 접촉이 발생하지 않으면 상대차단효과는 0이므로 다음과 같은 상대차단효과의 평균치를 기대할 수 있다.

$$\left[ \frac{\Delta G}{G} \right]_{ave} = \frac{1}{\pi} \int_0^{-\psi'} \alpha_1(\phi, \beta, \psi, \epsilon) d\beta \tag{40}$$

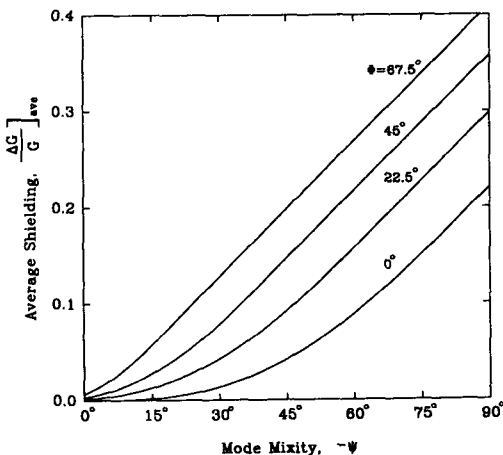


Fig. 6 Effect of shielding as a function of phase angle of loading for various friction ( $\gamma=0.2$ )

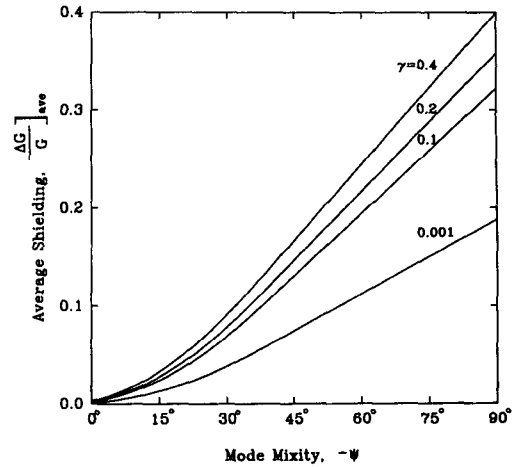


Fig. 7 Effect of shielding as a function of phase angle of loading for various contact lengths ( $\phi=45^\circ$ )

여기서,  $\alpha_1$ 은 순수 미끄럼접촉이 발생할 때의 상대차단효과를 표현한 식(34)를 나타낸다. 또한  $\phi - \psi' - \rho > \pi/2$ 일 경우는 미끄럼을 허용하는 접촉과 마찰잠김이 모두 발생하므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\left[ \frac{\Delta G}{G} \right]_{ave} = \frac{1}{\pi} \int_{\phi - \psi' - \rho - \pi/2}^{-\psi'} \alpha_1(\phi, \beta, \psi, \epsilon) d\beta + \left[ \frac{\phi - \psi' - \rho}{\pi} - \frac{1}{2} \right] \alpha_2(\epsilon) \tag{41}$$

여기서,  $\alpha_1$ 과  $\alpha_2$ 는 각각 식(34)및 식(36)을 나타낸다. 식(40) 및 식(41)로부터 마찰각을 변화시켰을 때 상대차단효과의 확률적인 평균치  $\left[ \frac{\Delta G}{G} \right]_{ave}$ 를 Fig. 6에 나타내었으며, 또한 접촉영역의 크기  $\gamma$ 에 따른 변화를 Fig. 7에 그려보았다. 마찰의 효과가 증가하고, 접촉영역의 크기가 커질수록 상대차단효과의 확률적인 평균치  $\left[ \frac{\Delta G}{G} \right]_{ave}$ 가 커짐을 알 수 있었다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 계면을 단순균열-킥크모델로 가정하고 접촉 및 마찰잠김조건 그리고 계면의 접촉으로 인한 계면균열선단의 차단효과 등을 모드혼합도의 함수로 나타내었다. 마찰의 영향을 고려하지 않은 경우 이중재료내 계면균열의 차단효과가 균질재료내 균열인 경우보다 약 10~15% 가량 증가하였으며, 마찰을 고려하면 두 경우의 해는 더욱 커다

란 차이를 보였다. 이러한 이종재료내 계면균열 선단 부근의 하중상태에 따른 간단한 모델에서 계면 파괴 저항을 유발하는 접촉효과에 관한 해석은 최근의 실험적인 결과들과 정성적으로 일치된 경향을 보였다.

## 후 기

본 연구는 영남대학교 학술연구조성비에 의해 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Malyshev, B. M. and Salganik, R. L., 1965, "The Strength of Adhesive Joints Using the Theory of Cracks," *International Journal of Fracture*, Vol. 1, pp. 114~128.
- (2) Liechti, K. M. and Chai, Y. S., 1991, "Biaxial Loading Experiments for Determining Interfacial Fracture Toughness," *Trans. ASME-Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 680~687.
- (3) Liechti, K. M. and Chai, Y. S., 1992, "Asymmetric Shielding in Interfacial Fracture Under In-Plane Shear," *Trans. ASME-Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 295~304.
- (4) Trantina, G. C., 1972, "Combined Mode Crack Extension in Adhesive Joints," *Journal of Composite Materials*, Vol. 6, pp. 371~385.
- (5) Anderson, G. P., DeVries, K. L. and Williams, M. L., 1974, "Mixed Mode Stress Field Effect in Adhesive Fracture," *International Journal of Fracture*, Vol. 10, pp. 565-584.
- (6) Mulville, D. R., Hunston, D. L. and Mast, P. W., 1978, "Developing Failure Criteria for Adhesive Joints under Complex Loading," *J. Eng. Mat. Tech.*, Vol. 100, pp. 25~31.
- (7) Liechti, K. M. and Hanson, E. C., 1988, "Non-linear Effects in Mixed-Mode Interfacial Delamination," *International Journal of Fracture*, Vol. 36, pp. 199~217.
- (8) Cao, H. C. and Evans, A. G., 1989, "An Experimental Study of the Fracture Resistance of Bimaterial Interfaces," *Mechanics of Materials*, Vol. 7, pp. 295~304.
- (9) Evans, A. G. and Hutchinson, J. W., 1989, "Effects of Non-Planarity on the Mixed Mode Fracture Resistance of Bimaterial Interfaces," *Acta Metall.*, Vol. 37, pp. 909~916.
- (10) Rice, J. R., 1988, "Elastic Fracture Mechanics Concepts for Interfacial Cracks," *Trans. ASME-Journal of Applied Mechanics*, Vol. 55, pp. 98~103.
- (11) Muskhelishvili, N. I., 1953, *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, P. Noordoff and Company.
- (12) Rice, J. R. and Sih, G. C., 1965, "Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media," *Trans. ASME-Journal of Applied Mechanics*, Vol. 32, pp. 418~423.
- (13) Wolfram, S., 1991, *Mathematica-A System for Doing Mathematics by Computer*, Addison-Wesley Publishing Company Inc.