

〈論 文〉

H-S 유동의 점성효과를 고려한 원심압축기 회전차내부의 준3차원 유동해석

오종식* · 조강래**

(1994년 3월 29일 접수)

Quasi-3-Dimensional Analysis of Compressible Flow within a Blade Row Including Viscous Effect in H-S Flow

Jong-Sik OH and Kang-Rae Cho

Key Words : Centrifugal Compressor (원심압축기), Quasi 3-dimensional Analysis (준3차원 해석),
Viscous Effect (점성효과)

Abstract

For the numerical computation of three-dimensional compressible flow field within a blade row in a centrifugal compressor, a quasi 3-dimensional solver which combines a reversible B-B flow and an irreversible H-S flow using finite element methods was developed. In a reversible B-B flow, the governing coordinates are modified in order to be applied to any type of turbomachinery, and two kinds of stream functions are introduced in order to make the Kutta condition exactly satisfied. In an irreversible H-S flow, the changes of entropy in the irreversible governing equations are determined not by empirical source but by the theoretical treatment of dissipation forces. The dissipation forces are obtained from the distribution of shear stresses in the flow passage which are given from the wall shear stresses using the exponential functions. A more accurate quasi-3-dimensional solver is established where the effect of body forces is involved in the non-axisymmetric H-S flow. Some numerical results obtained from authors' previous studies for axial flow machines assure that the present method is able to predict well as long as the flow is subsonic and not under strong viscous effect.

1. 서 론

터보기계의 회전차내부 유동을 비점성 유동으로 가정하여 H-S(Hub-to Shroud) 유면과 B-B(Blade-to-Blade) 유면으로 나누어 계산하는 준3차원 해석법이 Wu⁽¹⁾에 의해 제시되었다. 그 후 점성의 효과

를 고려하기 위하여 특히 H-S 유동 점성손실의 영향을 간접적으로 고려하기 위하여 이를 위한 계산 방법이 Smith,⁽²⁾ March⁽³⁾ 등에 의해 연구된 바 있다. 그러나 이들의 방법은 가역(reversible) 방정식에 엔트로피의 변화가 도입된 것이었으므로 기본 가정에 어긋난다는 점이 후에 지적되었다. 이러한 모순점을 극복하기 위하여 Bosman와 Marsh⁽⁴⁾는 가역 지배방정식의 우변에 소산력을 추가함으로써 엔트로피의 변화를 표현되는 비가역성(irrever-

*삼성항공우주연구소 연구2팀

**정회원, 연세대학교 기계공학과

sibility)을 도입하였다. 실제로 소산력의 평가를 피하기 위하여 소산력이 상대속도의 방향과 반대방향으로 작용한다는 가정을 하여 H-S유면에 수직한 성분식을 유도하여 소산역항을 갖지 않은 지배방정식으로 택함으로써 비가역 H-S유동계산이 가능함을 보였다. 그러나 엔트로피의 변화를 주기 위해서는 역시 실험결과나 경험식이 필요했다. 그 후에 Goulas와 Baker⁽⁶⁾는 이러한 소산력을 점성응력에 의한 힘으로 대체하여 난류점성항을 $k-\epsilon$ 모델을 사용하여 계산함으로써 이론적으로 엔트로피의 변화를 구하는 점성 H-S 유동해석이 가능함을 보인 바 있다. 그러나 이를 위해서는 격자를 벽면에 충분히 밀집시켜야 하고, 원심압축기 임펠러의 유로를 유한차분법으로 표현하고 해석하는 데 많은 어려움이 있으며, 또한 발표된 계산결과 모두를 실험결과와 비교하지 않고 정성적으로 언급하였던 점으로 미루어 아직 해결해야 할 문제가 많은 것으로 보인다. 본 연구에서는 Bosman와 Marsh, Goulas와 Baker의 방법을 따라 엔트로피의 변화를 구하고, 소산력을 구하는 데 필요한 점성응력은 설계단계에서 보다 변화를 구하고, 소산력을 구하는 데 필요한 점성응력을 설계단계에서 보다 변화를 구하고, 소산력을 구하는 데 필요한 점성응력은 설계단계에서 보다 효과적으로 단시간내에 이용할 수 있는 경계층이론에 의해 벽면전단응력을 구하여 이를 Denton⁽⁶⁾이 제시한 방식에 따라 내부영역으로 분포시킴으로써 비가역 H-S유동을 계산하였다.

H-S 유면에서는 점성에 의한 손실을 고려하기 위하여 Bosman와 Marsh가 제시한 방법과 같이 지배방정식에 엔트로피의 변화로 표현되는 비가역성을 도입한 후에, 소산역은 Goulas & Baker의 방법대로 점성응력에 의한 힘으로 대체하지만, 점성응력의 계산법은 본 연구의 저자가 개발한 방법을 이용한다. B-B 유면에서는 축류형뿐만 아니라 원심형이나 사류형 터보기계 회전차 유동에도 하나의 방정식으로 계산할 수 있도록 지배방정식을 자오면 유선방향 좌표와 회전방향 좌표로 이루어지는 회전유면 지배방정식으로 변환한다. 또한 Kutta조건을 만족시키기 위하여 De Vries & Norrie⁽⁷⁾가 제시한 균일유동과 순환유동의 결합법을 이용한다. H-S 유면에서 비축대칭 유면일 경우에 나타나는 채적력을 포함시킴으로써, B-B 유면과 상호연계하여 최종 확립되는 준3차원 유동계산법의 정확성을 높인다.

2. 이론

2.1 기본 유동방정식

임의의 형상의 터보기계 회전차 내부유동장을 정상, 비점성 그리고 단열유동이라고 가정할 때, z -축을 중심으로 일정한 각속도 ω 로 회전하는 상대좌표계에서 연속방정식, 운동량방정식 및 에너지 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{연속방정식} : \nabla \cdot (\rho \vec{W}) = 0 \quad (1)$$

$$\text{운동량방정식} : -\vec{W} \times (\nabla \times \vec{V}) = -\nabla I + T \nabla S \quad (2)$$

$$\text{에너지방정식} : \frac{DI}{Dt} = 0 \quad (3)$$

여기서, \vec{W} 와 \vec{V} 는 각각 상대속도와 절대속도이고, T 는 온도, 그리고 S 는 엔트로피를 나타내며, I 는 상대 전엔탈피 혹은 로탈피(rothalpy)로서 절대 엔탈피 h 와 절대 전엔탈피 H 와 함께 다음으로 정의된다.

$$I = h + \frac{1}{2} \vec{W}^2 - \frac{1}{2} \vec{U}^2 = H - \vec{U} \cdot \vec{V} \quad (4)$$

또한, 유체를 완전가스라고 가정하면 다음과 같은 상태방정식을 이용할 수 있다.

$$p = \rho R T \quad (5)$$

회전차내의 3차원 유동이 Fig. 1과 같이 2개의

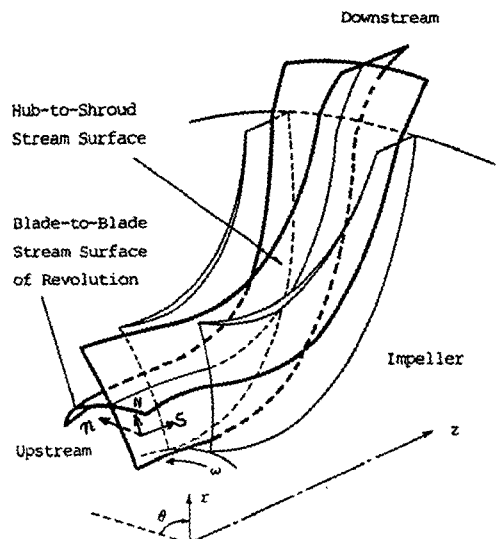


Fig. 1 Two kinds of stream surfaces in a blade row

상호 준직교하는 유동면인 H-S 유면과 B-B 회전 유면상에서 해석될 수 있다고 가정할 때, 유동이 이들 유동면 위에 존재해야 한다는 조건으로 다음의 기하학적 조건식이 필요하다.

$$\vec{n} \cdot \vec{W} = 0 \quad (6)$$

여기서, \vec{n} 은 각 유동면에서의 단위 수직벡터이다.

2.2 비가역 H-S 유동방정식

H-S 유면의 비축대칭성으로 인하여 임의의 스칼라 양 ϕ 의 유면상에서의 미분은 일반적인 미분형태와는 달리 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\bar{\partial}\phi}{\partial r} = \frac{\partial\phi}{\partial r} - \frac{n_r}{n_\theta} \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} \quad (7a)$$

$$\frac{\bar{\partial}\phi}{\partial z} = \frac{\partial\phi}{\partial z} - \frac{n_z}{n_\theta} \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} \quad (7b)$$

이러한 미분식을 이용하여 식(1)을 상대 원통좌표계에서 나타내면 다음과 같고

$$\frac{\bar{\partial}(\rho br W_r)}{\partial r} + \frac{\bar{\partial}(\rho br W_z)}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

여기서, b 는 적분인자로서 물리적으로 H-S 유면두께에 비례하는 양을 의미한다. 따라서 위의 연속방정식으로부터 H-S 유면상의 유동함수를 다음과 같이 이끌어낼 수 있다.

$$\frac{\bar{\partial}\psi}{\partial r} = r\rho b W_z, \quad \frac{\bar{\partial}\psi}{\partial z} = -r\rho b W_r \quad (9)$$

H-S 유면상에 존재하는 비가역성은 손실의 양으로 표시될 수 있고 손실은 소산력 \vec{D} 에 의해 발생된다고 가정한다면, 식(2)의 우변에 소산력이 포함되어 비가역 운동량방정식은 다음과 같이 제시될 수 있다.⁽⁵⁾

$$-\vec{W} \times (\nabla \times \vec{V}) = -\nabla I + T \nabla S + \vec{D} \quad (10)$$

이 방정식은 Fig. 1에서 표시된 방향(N , s , n)의 성분으로 나누어서 적용된다. H-S 유면위에서 유선을 따르는 방향을 s , 이에 수직인 방향을 N , 그리고 유면의 수직방향을 n 이라 하고, 소산력 \vec{D} 벡터가 상대속도의 방향과 반대방향으로 작용한다고 가정하면, 소산력은 식(10)의 s -방향 성분식에서만 나타나게 된다. 또한 식(10)의 n -방향 성분식은 식(6)으로 주어지는 기하학적 조건식이 된다. 식(10)의 N -방향 및 s -방향 성분식은 각각 다음과 같다.

$$N\text{-방향} : -\vec{N} \cdot \vec{W} \times (\nabla \times \vec{V}) = \vec{N} \cdot (-\nabla I + T \nabla S) \quad (11)$$

$$s\text{-방향} : \vec{W} \cdot T \nabla S = -\vec{W} \cdot \vec{D} \quad (12)$$

결국, 비가역 H-S 유동방정식은 식(1), 식(3), 식(5), 식(6), 식(11) 그리고 식(12)으로 이루어지며, 식(15)에 식(9)로 표현되는 유동함수를 도입하면 다음과 같은 준푸아송(quasi-Poisson) 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned} & \frac{\bar{\partial}}{\partial r} \left(\frac{1}{\rho br} \frac{\bar{\partial}\psi}{\partial r} \right) + \frac{\bar{\partial}}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho br} \frac{\bar{\partial}\psi}{\partial z} \right) \\ &= r\rho b \frac{dI}{d\psi} - \frac{T}{W^2} \left[\frac{\bar{\partial}S}{\partial r} (W_z - W_\theta \tan \delta_2) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\bar{\partial}S}{\partial z} (W_r - W_\theta \tan \delta_1) \right] \\ & \quad + \frac{1}{r} \left[\frac{\bar{\partial}}{\partial r} (rV_\theta) \tan \delta_2 - \frac{\bar{\partial}}{\partial z} (rV_\theta) \tan \delta_1 \right] \end{aligned} \quad (13)$$

위의 식에서 $\tan \delta_1$ 과 $\tan \delta_2$ 는 비축대칭유면일 경우 나타나는 다음식의 체적력 \vec{f} 의

$$\begin{aligned} \vec{f} &= -\frac{1}{n_\theta r} \left(\frac{\partial h}{\partial \theta} - T \frac{\partial S}{\partial \theta} \right) \vec{n} \\ &= -\frac{1}{n_\theta r} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \vec{n} \end{aligned} \quad (14)$$

r -방향 및 z -방향 성분인 f_r 과 f_z 와 식(2)의 θ -방향 성분식에 해당하는 다음의 f_θ 와

$$f_\theta = \frac{W_r}{r} \frac{\bar{\partial}(V_\theta r)}{\partial r} + \frac{W_z}{r} \frac{\bar{\partial}(V_\theta r)}{\partial z} \quad (15)$$

다음과 같은 관계에 있으며, Fig. 2에 이들의 유면 각도 δ_1 , δ_2 가 나타나 있다.

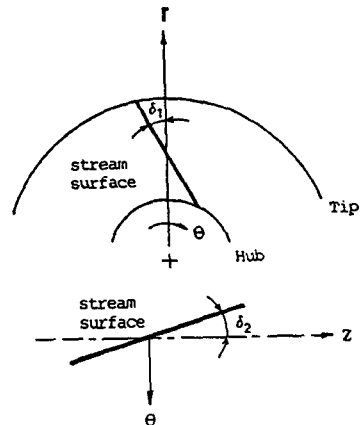


Fig. 2 Two angles defining the local geometry of H-S stream surface

$$\tan \delta_1 = f_r / f_\theta \quad (16a)$$

$$\tan \delta_2 = f_z / f_\theta \quad (16b)$$

또한 식(13) 중의 $\frac{dI}{d\psi}$ 는 다음과 같다.

$$\sigma < 45^\circ \text{ 일 때 : } \frac{dI}{d\psi} = \frac{\frac{\partial I}{\partial r}}{\frac{\partial \psi}{\partial r}} = \frac{1}{\rho br W_z} \frac{\partial I}{\partial r} \quad (17a)$$

$$\sigma \geq 45^\circ \text{ 일 때 : } \frac{dI}{d\psi} = \frac{\frac{\partial I}{\partial z}}{\frac{\partial \psi}{\partial z}} = -\frac{1}{\rho br W_r} \frac{\partial I}{\partial z} \quad (17b)$$

식(17)에서 각도 σ 는 Fig. 3에 제시되었으며, 유동의 축방향 성분이 지배적인 지역에서는 식(17a)가 사용되고 유동의 반경방향 성분이 지배적인 지역에서는 식(17b)가 사용된다.

식(13)에서 비가역성을 의미하는 엔트로피 S 는 소산역 \vec{D} 를 별도의 방법으로 결정할 후에 식(16)에서 구한다. H-S 유면상의 소산력이 r -방향과 z -방향 성분만을 갖는다고 가정할 때, 소산력 벡터의 방향을 상대속도 벡터의 방향과 반대방향으로 가정하였으므로

$$\frac{D_r}{W_r} = \frac{D_z}{W_z} = K < 0 \quad (18)$$

의 관계식이 성립한다. 여기서, K 는 W 의 함수이다. 따라서 식(16)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{W} \cdot T \nabla S = -\vec{W} \cdot \vec{D} = -W^2 K \quad (19)$$

임의의 유선을 따르는 미소길이를 dm 이라 하고 두 지점 $(i+1)$ 과 (i) 사이에서 WK 가 일정하다고 가정할 때, 유선을 따르는 엔트로피의 변화량은 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{dS}{dm} = -\frac{WK}{T}$$

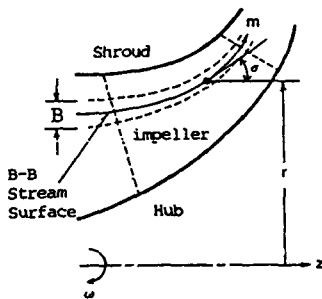


Fig. 3 Nomenclature in a meridional plane

$$S_{i+1} - S_i = - \int_i^{i+1} \frac{WK}{T} dm \quad (20)$$

본 연구에서는 소산역을 다음과 같이 점성응력 텐서인 τ 에 의한 힘으로 대치하며, (5)

$$\vec{D} = \frac{1}{\rho} (\nabla \cdot \vec{\tau}) \quad (21)$$

각각의 성분은 다음과 같다.

$$D_r = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z}, \quad D_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} \quad (22)$$

식(22)를 이용하기 위해서는 유동장 전체에 대하여 전단응력 τ_{rz} 의 분포를 구해야 하는 어려움이 있다. Denton(5)은 유한체적법을 이용한 천이음속 비점성 익렬유동해석에서 점성효과를 간접적으로 체적력에 포함시키기 위하여 전단응력의 분포를 구해야 했는데, 먼저 해석영역내의 경계벽면상의 전단응력을 구한 후에 이들을 이용하여 내부점에서의 전단응력을 적당한 곡선의 형태로 분포시키는 방법을 이용한 바 있다. 이때 Denton은 벽면 전단응력을 비점성 벽면속도의 동압에 적당한 마찰계수 C_f 를 곱하여 계산하였다. 그러나 이러한 방법은 경험적으로 선택한 마찰계수의 크기에 따라 유동해가 비교적 심하게 변화하는 모습을 보이기 때문에, 본 연구에서는 이와는 달리 별도로 층류 경계층이론을 이용하여 벽면 전단응력을 구하도록 한다.

2.3 가역 B-B 유동방정식

B-B 유면은 그 유동형태에 따라 두가지로 구분된다. 축류회전차의 내부유동과 같이 축방향 성분이 지배적인 경우와 반경류 회전차의 경우와 같이 반경방향 성분이 지배적인 경우가 있다. 이들 두가지 유동이 한 회전차에 동시에 존재하는 경우는 자오면 유선에 따르는 좌표계를 도입하여 새로운 단일 좌표계 (m, θ) 에서 해석하면 편리하다. 이는 자오면 유선을 θ -방향으로 회전시키면 축대칭 회전유면이 생긴다. 본 연구에서는 이 유면을 B-B 유면으로 대체한다.

연속방정식 (1)을 적분하기 위해서 (m, θ) 좌표계에서 정의되는 적분인자를 도입하여 B-B 유면에서의 유동함수 ψ 를 다음과 같이 도입한 후에

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = r \rho B W_m, \quad \frac{\partial \psi}{\partial m} = -\rho B W_\theta \quad (23)$$

식(2)의 θ -방향 성분식을 식(23)의 유동함수로 표현하면 다음과 같은 준푸아송 방정식을 얻는다.

$$\frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{1}{\rho B} \frac{\partial \psi}{\partial m} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\rho B r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) = \sin \sigma \left(\frac{W_e}{r} + 2\omega \right) + \frac{1}{W_m} \left(\frac{\partial I}{r \partial \theta} - T \frac{\partial S}{r \partial \theta} \right) \quad (24)$$

위의 식은 가역 단열방정식으로서 비가역성을 나타내는 엔트로피의 변화량은 무시되어 있다.

2.4 비가역 H-B 유면에서 전단응력의 계산

비가역 H-S 유면상의 전단응력은 허브와 케이싱(혹은 쉬라우드)의 양단 벽면 전단응력의 값을 평가하여 그 값을 내부영역으로 적당한 곡선의 형태로 분포시켜서 결정한다. 벽면 전단응력의 값은 간단하게 층류 경계층으로 가정하여 구한다. 층류의 경우 2차원 비압축성 경계층 적분방정식은 다음과 같이 표시된다.⁽⁸⁾

$$\frac{d\theta}{dx} + \left(\frac{2\theta + \delta^*}{U_e} \right) \frac{dU_e}{dx} = \frac{\nu}{U_e^2} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (25)$$

여기서, δ^* 와 θ 그리고 U_e 는 각각 배제두께와 운동량두께 그리고 경계층 선단속도이며, x 는 벽면에서의 유선방향좌표를, 그리고 y 는 이에 수직한 방향좌표를 나타낸다. δ 가 경계층두께일 때 경계층 내부의 층류 속도분포를 Pohlhausen의 방법⁽⁸⁾대로 4차식으로 가정하고 $y=0$ 에서 $u=0$, $y=\delta$ 에서 $u=U_e(x)$, $U_e(x)$ 는 비점성으로 계산되는 벽면에서의 속도로 한다.

식(25)에서 δ 가 계산되면 벽면에서의 전단응력은 다음과 같이 구해진다.

$$\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\mu U_e}{\delta} \left(2 + \frac{1}{6} \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dU_e}{dx} \right) \quad (26)$$

여기서, μ 는 벽면에서의 유체온도로부터 Suther-

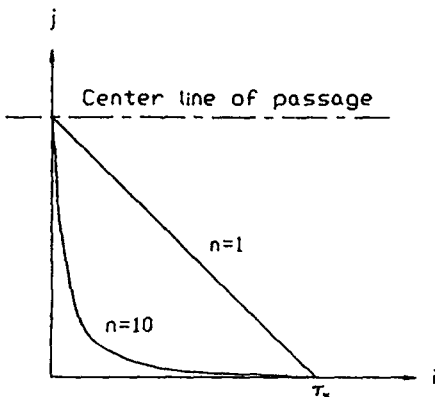


Fig. 4 Typical distribution of τ

land 식에 의해 산출된다.

내부 계산영역에서의 전단응력은 다음으로 표현되는 분포방식⁽⁶⁾에 의해 결정되며, 분포곡선의 대략적인 형태가 Fig. 4에 나타나 있다.

$$\tau_{rz} = \tau_{w,H} \left(\frac{j_{\max} - j}{j_{\max} - 1} \right)^n - \tau_{w,S} \left(\frac{j - 1}{j_{\max} - 1} \right)^n \quad (27)$$

여기서, $\tau_{w,H}$, $\tau_{w,S}$ 는 각각 허브와 쉬라우드 벽면에서의 전단응력이며, j 는 벽면에 준수직한 격자제 index를 나타내고, 분포형태를 결정해 주는 지수 n 은 경험상 $n=10$ 으로 놓는다.⁽⁶⁾ 식(27)을 물리적으로 타당하게 이용하기 위해서는 벽면 근처로 격자를 밀집시키는 작업이 선행되어야 한다.

2.5 유동계산법 및 경계조건

본 유동계산에서 H-S 유동은 비가역, B-B 유동은 가역으로 계산된다. 이들은 유한요소법으로 풀이되며 요소는 삼각형이고, Galerkin방법에 의해 취급되었다. 각 유동면에서의 경계조건은 다음과 같다.

2.5.1 H-S 유동의 경계조건

형상이 결정된 H-S 유동에서 허브와 쉬라우드(혹은 케이싱)는 하나의 유선을 의미하므로 허브에서 $\psi=0$, 쉬라우드(케이싱)에서 $\psi=m$, 단 m 은 유량을 나타낸다.

상류전방에서의 유동이 반경방향 속도성분을 갖지 않을 때 상류 경계조건은 다음으로 주어진다.

$$\psi = \psi(r) = \frac{1}{2} (r^2 - r_{hub}^2) b \rho W_{z1} \quad (28)$$

여기서, W_{z1} 은 축방향 균일 유입속도를 나타낸다.

하류경계에서는 무한후방에서 유선이 후방경계면에 수직하다는 조건, $\partial\psi/\partial m=0$ 을 부과한다. 여기서 n 은 후방경계면에 수직한 방향을 나타낸다.

2.5.2 B-B 유동의 경계조건

B-B 유동면의 해석영역은 Fig. 5과 같이 익렬상하의 두 피치사이의 기점유선(stagnation streamline) ad와 bc에 의해 구성된다. 이 영역에 대한 경계조건은 기점유선상의 주기성 조건과 익 후연에서의 Kutta조건 그리고 익렬상류 입구에서 주어지는 유입조건으로 구분된다. 이들 두 조건은 서로 관련되어 있으므로, 먼저 Kutta조건으로부터 기점유선 ge와 fh를 결정한 후에 이 기점유선의 형상대로 해석경계 ad와 bc를 수정함으로써 주기성 조건을 만

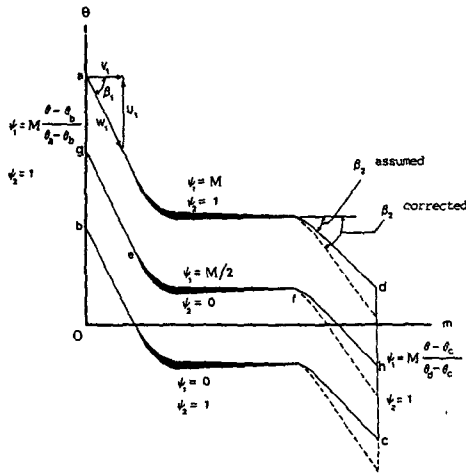


Fig. 5 Boundary conditions on B-B stream surface

족시킨다.

B-B면에서의 유동함수는 H-S 면에서와는 달리, 다음과 같이 두개의 서로 다른 유동함수들의 선형 결합으로 표현될 수 있다.⁽⁷⁾

$$\psi = \psi_1 + b^* \psi_2 \quad (29)$$

여기서, ψ_1 과 ψ_2 는 각각 고정된 유선 ad와 bc사이를 통과하는 균일유동과 날개 ef 주위를 회전하는 순환유동을 나타내는 것이라고 보면 두 유동함수에 의해 익주위의 유동을 형성할 수 있게 된다. 따라서 다음 식이 성립하게 되며

$$\frac{\partial}{\partial m} \left(k_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial m} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right) = Q \quad (30)$$

$$\frac{\partial}{\partial m} \left(k_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial m} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(k_2 \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (31)$$

ψ_1 과 ψ_2 에 대한 경계조건은 Fig. 5에 표시된 바와 같다.

그림에서 M 의 크기는 두 피치를 통과하는 단위 폭당의 질량유량에 해당하는 상수이다. 그리고 b^* 는 Kutta조건을 만족시키는 순환유동의 강도를 의미하며, 이 크기를 결정하는 방법은 문헌⁽⁹⁾ 등에서 이미 여러 차례 소개되어 있다. 여기서 ψ_1 , ψ_2 에 의한 속도를 각각 W_1 , W_2 라고 하면 익렬 내부의 상대속도 W 는 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{W} = \vec{W}_1 + b^* \vec{W}_2 \quad (32)$$

다음에 순환강도 b^* 를 포함한 전체 유동함수 ψ 로부터 유동장내의 기점유선 ge와 fh를 결정하고 이 기점유선의 형상에 따라 처음의 경계 ad 및 bc를

수정함으로써 주기성조건을 만족시킬 수 있다. 기점유선을 수정할 때 기점의 위치가 약간 변할 수 있지만, 전연이 예리한 압축기날개와 같은 경우 사실상 변하지 않는다고 보아도 무방할 것이다. 그러나 처음의 기점유선이 수정됨으로써 새로이 수정된 해석영역에 대해서는 Kutta조건이 만족되지 않게 되므로 다시 Kutta 조건을 만족시키는 b^* 를 계산하여 앞에서와 똑같은 기점유선의 수정을 수행될 때까지 반복 수행해야 한다.

2.6 준3차원 유동의 계산과정

준3차원 유동이라 함은 3차원 유동장이 몇개의 H-S유면과 B-B유면으로 표시되는 유동장이며, 이 유동장의 계산은 Fig. 6에 나타나 있는 차례로 수행된다.

2.6.1 축대칭, 비가역 H-S 유동계산

B-B 유동계산의 결과 없이 단독으로 H-S 유동을 정확하게 계산하는 일은 불가능하기 때문에, H-S 유동의 첫번째 계산 때는 축대칭 유면이라는 가정이 필요하다. 축대칭 유면이라는 것은 H-S 유면이 완전한 자오면으로 이루어져 있고 인접한 날개 사이에서 유동의 변화가 없다는 것을 의미한다. 따라서 이와 같은 경우에 날개사이에서의 상대유동 방향은 날개두께의 중심선모양과 같다고 가정하고 날개후방에서는 자유와류형으로 유출한다고 본다. 계산과정을 요약하면 다음과 같다.

(1) 축대칭 H-S 유면을 날개사이의 중간유면으로

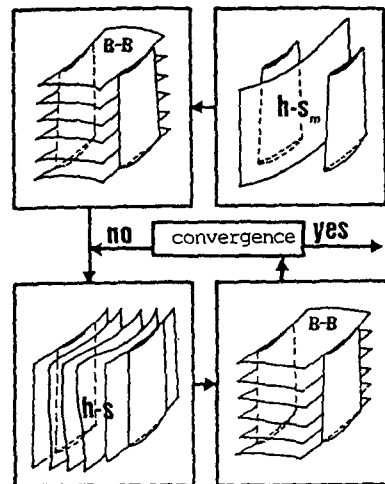


Fig. 6 Quasi-three-dimensional calculation procedure

로 대표하고 주어진 조건으로부터 삼각형 요소로 이루어진 격자를 구성한다.

(2) 전체 격자점에 대하여 유동함수의 초기값을 가정하고, 가정된 유동함수로부터 속도를 구한다.

(3) 상대유동장에서 로탈피가 유선을 따라 보존된다는 에너지방정식으로부터 전체 격자점에서의 열역학적 상태량들을 다음과 같이 구한다.

$$HD_i = V_{\theta i} U_i - V_{0i} U_i - \frac{1}{2}(V_i^2 - V_0^2)$$

$$T_i = T_1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{HD_i}{R}$$

$$T_{0i} = T_i + \frac{V_i^2}{2C_p}, \quad \bar{T}_{0i} = T_i + \frac{W_i^2}{2C_p}$$

$$\bar{r}_{0i} = \bar{r}_{01} \left(\frac{T_{0i}}{\bar{T}_{0i}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \bar{p}_{0i} = \bar{p}_{01} \left(\frac{T_{0i}}{\bar{T}_{0i}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$p_i = p_{0i} \left(\frac{T_i}{T_{0i}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad I_i = C_p T_{0i} - V_{\theta i} U_i$$

$$\rho_i = \frac{\bar{p}_i}{R T_i}$$

(4) $\nabla S = 0$ 으로 놓고 $\delta_1 = \delta_2 = 0$ 인 상태에서 유한요소식을 푸는데 필요한 계수 또는 상수들을 계산한다. 여기서, b 는 다음 식으로 구한다.

$$b = 1 - \frac{\text{익의 회전방향 두께}}{\text{익렬의 피치}} \quad (33)$$

(5) 위의 가정치로부터 새로운 유동함수를 구하여 속도분포를 구하면 식(21)에 의하여 소산력을 결정하고, 각각의 유선에 대하여 식(20)의 적분과정을 통해 전체 유동장에서의 엔트로피 분포를 구한다.

(6) 수렴조건은 다음식과 같이 둔다.

$$\max \left| \frac{\psi_i^{(n)} - \psi_i^{(n-1)}}{\psi_i^{(n-1)}} \right| < \varepsilon_1 = 0.0001 \quad (34)$$

(7) 수렴에 이르지 않았을 경우 유동함수를 다음과 같은 완화작업을 통하여 위의 과정 v)부터의 계산을 반복한다.

$$\psi_i^{(n+1)} = \psi_i^{(n)} + \alpha(\psi_i^{(n+1)} - \psi_i^{(n)}) \quad (35)$$

$$\alpha = 0.3$$

(8) 수렴된 H-S 유동해로부터 B-B 유동해석에 필요한 정보를 확보한다. 특히, B-B 유면 두께에 비례하는 양인 적분인자 B 는 연속식으로부터 다음과 같이 구한다.

$$B(m) = \frac{(\rho W_m r B)_{inter}}{\rho W_m r} \quad (36)$$

2.6.2 B-B 회전유면 유동계산

B-B 유동의 계산과정은 Kutta조건과 주기성조건에 의한 내부계산부와 Poisson방정식에 의한 외부계산부로 이루어진다. 외부계산부는 H-S 유동의 경우와 거의 같다. 계산과정을 요약하면 다음과 같다.

(1) 전후방의 기점유선을 가정하여 해석영역을 결정한 후에 삼각형요소로 이루어진 격자를 구성한다.

(2) ψ_1 을 가정하여 속도장 및 열역학적 상태량들을 구한다.

(3) 유한요소식의 계수 또는 상수들을 계산하여 새로운 ψ_1 을 구하고 식(34)와 식(35)과 같은 수렴여부를 판정하는 반복과정과 완화작업을 통하여 가정된 해석영역에서의 수렴된 ψ_1 을 구한다.

(4) 수렴된 ψ_1 을 얻은 후에 식(31)으로부터 ψ_2 를 구한 다음, 이들 ψ_1 과 ψ_2 로 이루어지는 속도장에 의하여 b^* 를 구해서 새로운 기점유선으로 구성되는 전체유동장을 재구성한다.

(5) 새로운 기점유선과 이전에 가정된 기점유선과의 수렴여부를 다음 식으로 판정한다.

$$\max \left| \frac{\theta_i^{(n)} - \theta_i^{(n-1)}}{\theta_i^{(n-1)}} \right| < \varepsilon_2 = 0.01 \quad (37)$$

(6) 수렴에 이르지 못한 경우, 익렬 전후방의 기점유선을 이동시켜서 새로운 해석영역을 다시 구성하여 처음부터 계산을 반복한다.

(7) 수렴된 해로부터 H-S 유동계산에 필요한 정보를 확보한다. 특히, H-S 유면두께에 비례하는 양인 b 는 다음 식으로 구한다.

$$b = \frac{(\rho W_m b B r)_{inlet}}{\rho W_m B r} \quad (38)$$

2.6.3 비축대칭, 비가역 H-S 유동계산

위의 B-B 유동계산 결과로 얻은 회전방향 및 자오면 방향에 따른 유선위치의 분포는 H-S 유면의 비축대칭성을 나타낸다. 이로부터 식(16)의 δ_1 과 δ_2 를 계산할 수 있으며 따라서 체적력 \bar{f} 를 구할 수 있다. 이와 같이 얻은 체적력 \bar{f} 및 식(38)로 주어지는 b 를 포함하여 2.6.1 절에서와 같은 계산과정을 수행한다.

2.7 계산결과 및 고찰

본 연구에서는 실험결과가 비교적 상세히 보고되어 있는 문헌⁽¹⁰⁾의 원심압축기의 회전차 내부유동

을 수치해석의 대상으로 삼았다. 문헌⁽¹⁰⁾에서는 세 가지 회전차가 소개되어 있었으나, 그들 중 설계상태에 제일 가까운 회전차를 택하였으며, 회전차 앞에는 인두서가 부착되어 있다. 임펠러의 깃은 12개의 직선 반경형 날개이며 인두서는 포물선형 캠버선의 것이다. 날개의 두께는 3 mm이고 회전속도는 6000 rpm으로 고정되어 있으며, 출구에서의 반경방향 절대속도 성분과 주속도와의 비로 정의되는 유량계수가 0.4일 때가 설계점이다. 전체의 제원 및 외형치수는 Fig. 7에 나타나 있으며 계산에 사용된 유동조건은 Table 1에 제시되어 있다.

Fig. 8은 유량계수 Φ 가 0.5일 때 평균 H-S 유면의 쉬라우드에서 유선을 따르는 정압분포를 보여준다. 실험치는 정지해 있는 케이싱의 정압탭으로부터 측정된 것이어서 회전방향으로의 평균압력을 나

타내는 반면에, 본 연구의 계산치는 날개의 압력면과 부압면 유면의 중앙에 존재하는 회전하는 상대 유면의 쉬라우드쪽에서의 값을 나타낸다. 실선으로 표시된 결과는 비가역 H-S 계산을 통하여 얻은 결과이다. 이밖에 유한요소법으로 3차원 유동을 계산한 Adler와 Krimerman⁽¹¹⁾의 결과도 함께 제시되어 있는데, 본 연구결과가 가장 좋은 예측을 하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9에는 중앙 B-B 유면상의 상대자오면 속도 성분이 유량계수 Φ 가 0.4일 때 Fig. 7의 단면번호 8($r \approx 0.105m$ 부근)에서의 실험치와 세 개의 계산치가 회전방향의 분포로 서로 비교되어 있다. 실선으로 제시된 본 연구결과 이외에 유한요소법을 이용한 Adler와 Krimerman⁽¹¹⁾의 결과와 Katsanis⁽¹²⁾의 유선곡률법으로 계산된 결과⁽¹⁰⁾가 함께 제시되

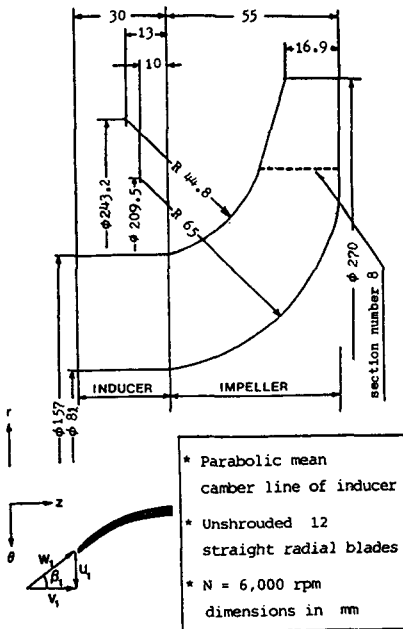


Fig. 7 Meridional configuration of an impeller in the Mizuki's centrifugal compressor

Table 1 Computational flow conditions

Flow coefficient ($\Phi \equiv V_{2r}/U_2$)	V_{1m} (m/s)	Diffusion ratio ($D_m = V_{2m}/V_{1m}$)
0.4	33.93	1.0
0.5	42.41	

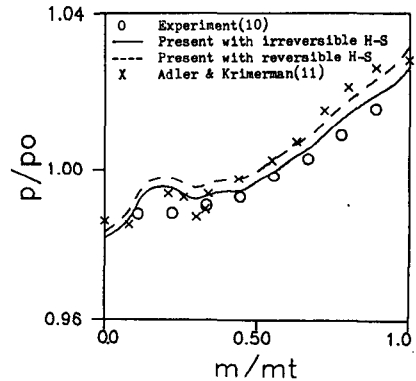


Fig. 8 Static pressure distributions along the shroud surface at $\Phi=0.5$ on the mean H-S stream

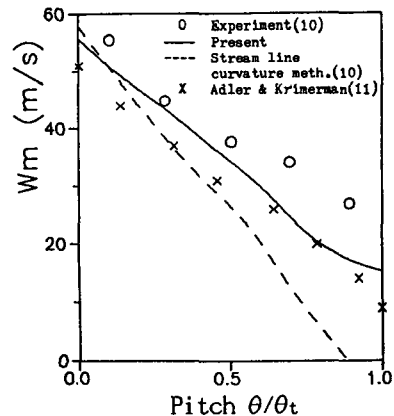


Fig. 9 Meridional relative velocity distributions on the mean B-B stream surface at the section number 8 at $\Phi=0.4$

어 있다. 본 연구결과가 회전방향에 대해 실험치와 비슷한 속도구배를 나타내는 반면에, 유선곡률법에 의한 결과는 압력면에서 음의 속도를 가져 실제로 존재하지 않는 역류현상을 나타내는 것으로 되어 있다. 이와 같이 본 연구결과가 유선곡률법의 결과보다 더 실험치에 근접하고 있는 이유는 다음과 같다. 준3차원 계산인 본 연구결과에서는 H-S와 B-B 유면을 반복계산하였기 때문에 H-S유면의 비축대칭성으로 인한 비틀림이 고려되어 있어서 압력면에서 부압면에 이르는 H-S 유면의 두께가 고려되어 있다. 즉, 압력면쪽은 줄어들고 부압면쪽은 증가하여 이러한 효과가 B-B 유동계산에 반영되어 압력면쪽의 속도가 유면의 비틀림을 고려하지 않은 유선곡률법의 결과보다 개선된 것으로 해석된다. 또 비가역 H-S 계산을 수행한 본 계산결과가 Adler와 Krimerman의 결과보다 더 좋은 예측을 하고 있다고 볼 수 있다.

Fig. 10은 설계점인 $\Phi=0.4$ 에서의 대표적인 3개의 B-B유면에 대하여 날개의 압력면과 부압면에서

의 정압분포를 나타내고 있다. 3개의 B-B 유면은 각각 허브부근, 중간스팬, 그리고 쉬라우드 부근의 유면이며, 허브부근 유면과 쉬라우드 부근 유면은 실험결과와 비교하기 위해 전체 스펠길이(깃폭)의 약 12% 길이만큼 각각 허브와 쉬라우드에서 안쪽의 것을 나타내고 있다. 누설유동의 영향 때문인 것으로 보이는 쉬라우드 부근에서의 차이를 제외하고는 전체적으로 보아 본 계산결과가 실험치와 잘 일치하는 모습을 나타내고 있다. 또한 압력면과 부압면의 압력이 후연에서 서로 일치하는 것으로 보아 Kutta조건이 만족되어 있음을 알 수 있다.

Fig. 11은 유량계수 Φ 가 0.5 일 때 B-B유면 날개의 압력면과 부압면에서의 정압분포를 나타내고 있으며, Adler와 Krimerman의 결과도 함께 제시되어 있다. 쉬라우드 부근 유면을 제외하고는 본 계산결과와 실험치가 대체적으로 잘 일치하고 있다. 또 Adler와 Krimerman의 결과와 비교하여도 값은 약간 작지만 전반적으로 서로 비슷한 모습을 보이고 있다.

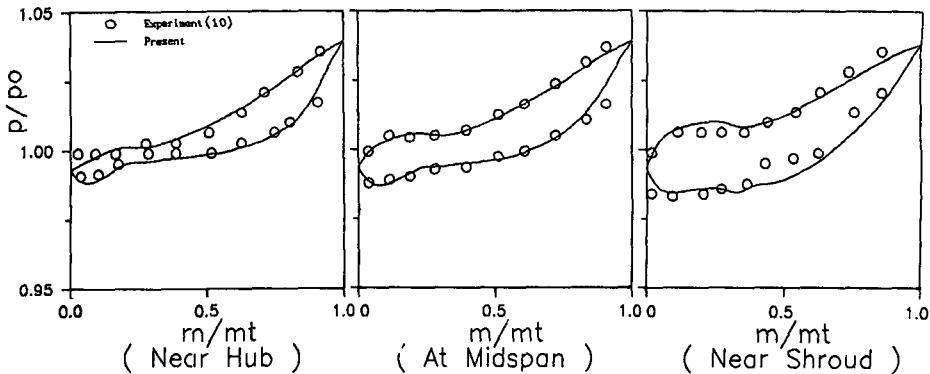


Fig. 10 Static pressure distributions around the blade on B-B stream surface at $\Phi=0.4$

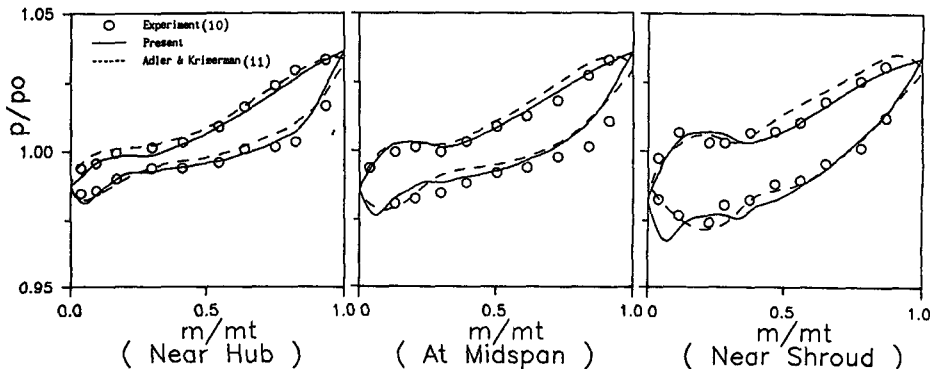


Fig. 11 Static pressure distributions around the blade on B-B stream surface at $\Phi=0.5$

3. 결 론

터보기계 회전차내부의 준3차원, 압축성유동장의 수치적 해법에 관한 본 연구의 결론은 다음과 같다. 지배방정식에 도입된 엔트로피의 변화량을 실험데이터에 의존하지 않고 층류 점성응력에 의해 이론적으로 평가하는 비가역성 H-S 유동을 유한요소법으로 해석할 수 있는 수치계산법을 개발하였다. 지배방정식의 좌표계를 자오면유선방향 좌표와 회전방향 좌표로 변환하고, 여기에 경계유선수정법을 적용하여 축류형 뿐만 아니라 원심형이나 사류형의 터보기계의 B-B 유동을 유한요소법으로 해석하는 수치계산법을 개발하였으며, 비축대칭 H-S 유면의 준3차원 유동계산을 위해 체적력을 포함시킨 유동계산법을 확립하였다. 본 계산법을 원심압축기의 회전차에 적용하여 실험결과와 비교한 결과, 점성유동의 영향이 심각하지 않은 유동 범위내에서는 본 계산법을 설계단계에서 효과적으로 이용할 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 협력연구과제(KOSE F 92-10-00-01-2) 연구비에 의해 이루어진 것이다. 이 자리를 빌어 관계기관에 진심으로 감사의 뜻을 표합니다.

참고문헌

- (1) Wu C.H., 1952, "A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachines of Axial-, Radial-, and Mixed-Flow Types," *NACA TN 2604*.
- (2) Smith, L.H., 1966, "The Radial Equilibrium Equation of Turbomachinery," *Journal of Engineering for Power, Trans. ASME, Series A*.
- (3) Marsh, H., 1968, "A Digital Computer Program for the Through Flow Fluid Mechanics in an Arbitrary Turbomachines Using a Matrix Method," *ARC R&M 3509*.
- (4) Bosman, C. and marsh, H., 1974, "An Improved Method for Calculating the Flow in Turbo-Machines, Including a consistent Loss Model," *Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 16*, pp.25~31.
- (5) Goulas, A. and Baker, R.C., 1980, "Flow in Centrifugal Compressor Impellers: A Hub-to-Shroud Solution," *Journal of Mechanical Engineering Science*.
- (6) Denton, J.D. 1986, "The Use of a Distributed Body Force to Simulate Viscous Effects in 3D Flow Calculations," *ASME Paper 86-GT-144*.
- (7) De Vries, G. and Norrie, D.H., 1971, "The Application of the Finite Element Technique to Potential Flow Problem," *Journal of Applied Mechanics, Trans, ASME*, pp. 798~802.
- (8) Schlichting, H., 1960, *Boundary Layer Theory*, Fourth Ed., McGRAW-HILL Pub., Newyork.
- (9) 조강래, 오종식, 1991, "터보기계 내부의 비가역 H-S유동을 고려한 준3차원 유동해석," *공기조화·냉동공학논문집, 학회창립 20주년 기념호*, pp. 241-249.
- (10) Mizuki, S., Ariga and Watanabe, I., 1974, "Investigation Concerning the Blade Loading of Centrifugal Impellers," *ASME Paper, 74-GT-143*.
- (11) Adler, D., and Krimerman, Y., 1978, "The Complete 3-Dimensional Calculation of the Compressible Flow Field in Turbo Impellers," *Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 20*, pp.149-158.
- (12) Katsanis, T., 1965, "Use of Arbitrary Quasi-Orthogonals for Calculationg Flow Distribution on a Blade to Blade Surface in a Turbomachine," *NASA-TN-D-2809*.
- (13) 오종식, 1992, "터보기계 회전차내부 준 3차원 아음속 유동과 천이음속 유동의 수치해석에 관한 연구," *연세대학교 기계공학과 박사 학위논문*.