

〈論 文〉

진동절연 시스템의 충격력과 충격응답 해석

이 혁* · 김준호** · 박윤식***

(1994년 5월 26일 접수)

Contact Force and Response Analysis of Vibration Isolated Systems

Hyuk Lee, Joon-Ho Kim and Youn-sik Park

Key Words : Contact Stiffness(접촉강성), Elastic Impact(탄성충돌), Contact Force(충격력 또는 접촉력), Response Analysis(응답해석), Equivalent Viscous Damping(등가점성감쇠)

Abstract

In this study, an impact model and impact response analysis method was suggested for the impacts between arbitrary shaped bodies. Unlike the impacts between geometrically simple structures, there is no rules to analyze the impacts between general elastic structures. First of all, it has been attempted to explain the impact between arbitrary elastic structures as the elastic deformation of a *virtual contact spring* in the vicinity of contact points. The contact stiffness and the exponent are determined from the Hertz's contact theory and F. E. analysis. In order to evaluate the validities and limitations of the proposed methods, an impact tester and the miniature of container, missile and isolators have been provided and tested experimentally. All the experiments were performed with various impact conditions. The results obtained by the proposed methods were directly compared with the measured values in terms of maximum contact force, contact duration, the shape of contact force and the structure responses. The computed contact force and responses, using this proposed methods, were very close to the measured results, unless any plastic deformations were presented.

기 호 설 명

C_{pp} : 방진요소의 압축방향으로의 등가점성감쇠계수
 C_{qq} : 방진요소의 전단력방향으로의 등가점성감쇠계수
 E_I : 방진요소의 영계수
 E_T : 해머팁의 영계수
 I_C : 콘테이너의 관성모멘트
 I_H : 충격해머의 관성모멘트
 I_M : 미사일의 관성모멘트

K_{C_N} : 연직충돌시의 콘테이너의 접촉강성계수
 K_{C_E} : 모서리의 사각충돌시의 콘테이너의 접촉강성계수
 K_{pp} : 방진요소의 압축방향으로의 강성계수
 K_{qq} : 방진요소의 전단력방향으로의 강성계수
 K_T : 해머팁의 접촉강성계수
 K_U : 통합 접촉강성계수
 K_{U_N} : 연직충돌시의 콘테이너와 해머팁의 통합 접촉강성계수
 K_{U_E} : 모서리의 사각충돌시의 콘테이너와 해머팁의 통합 접촉강성계수
 M_C : 콘테이너의 질량

*한국과학기술원 대학원 기계공학과

**국방과학연구소

***정회원, 한국과학기술원 기계공학과

- M_H : 충격해머의 질량
- M_M : 미사일의 질량
- N_U : 통합 접촉지수
- N_{U_E} : 연직충돌시의 컨테이너와 해머팁의 통합 접촉지수
- N_{U_N} : 모서리의 사각충돌시의 컨테이너와 해머팁의 통합 접촉지수
- R : 해머팁의 접촉점 주위의 곡률반경
- δ_C : 컨테이너의 접촉점 주위의 변형
- δ_T : 해머팁의 접촉점 주위의 변형
- μ_T : 해머팁의 푸아송비
- η_I : 방진요소의 손실인자
- ω_R : 기준주파수

1. 서 론

유도탄 컨테이너와 같이 진동절연을 목적으로 제작하는 기계구조물은 외부의 충격으로부터 방진하고자 하는 내용물을 안전하게 보호할 수 있도록 설계하여야 한다. 그러므로, 진동절연 시스템의 설계에서는 시스템에 가해질 충격조건에 따른 충격력과 충격응답의 예측이 선행되어야 한다. 그러나 충격현상은 짧은 시간 동안에 복잡한 에너지 전이가 이루어지는 과정으로, 적절한 해석 모형의 수립이 간단한 형상을 가진 구조물간의 충격문제 — 예, 구와 구, 구와 보의 충돌⁽⁸⁾ — 에 제한되어 왔다.

본 연구에서는 유도탄 컨테이너와 같이 기하학적으로 복잡한 기계구조물이 충돌에 의해 충격이 발생할 때, 충격과정을 적절하게 묘사할 수 있는 수학적 모형을 제시하였고, 해석에 필요한 계수를 Hertz의 접촉이론과 유한요소해석법에 의해 결정하였다. 이 해석방법은 초기 충돌속도, 충격부위의 물성치 그리고 충격부위의 기하학적 형상을 고려하였으므로, 시스템에 전달되는 충격력의 크기와 내용물의 최대 진동량을 감소시키기 위한 충격부위의 설계 및 방진요소의 예비설계에 이용될 수 있을 것이다.

본 연구에서 제시한 충격해석방법은 다음과 같은 가정을 만족하는 충돌문제에 제한되어 있다. 첫째, 충돌하는 두 물체는 충격력에 의해 충격부위 주변의 국부변형만이 발생한다. 둘째, 충돌하는 두 물체사이의 마찰에 의한 전단력은 무시할 수 있다. 셋째, 충격에 의해 발생하는 소성변형은 무시할 수

있다. 넷째, 동적인 충격문제는 준정적 접촉해석에 의해 근사한 해를 얻을 수 있다.

위의 가정을 바탕으로 제시된 충돌과정의 수학적 모형화의 타당성과 적용의 한계성을 검토하기 위해, 충격시험기 및 점탄성 방진요소로 서로 연결된 유도탄과 컨테이너의 축소모형을 제작하여, 실험결과와 해석결과를 최대 충격력, 충격유지시간, 충격력형상 그리고 충격응답 등으로 비교하였다.

2. 충격현상의 수학적 모델링

Fig. 1(a)와 같이 두 물체가 상대속도를 가지고 충돌하면, 충격력에 의해 두 물체는 각각 국부변형(local deformation)을 하게된다. 그러므로 각 물체의 국부변형량과 충격력과의 관계를 함수형태로 정립하고, 전체변형량 — 두 물체의 국부변형량의 산술적인 합 — 을 두 물체의 상대변위로 나타낼 수 있다면, 두 물체의 상대속도의 정보만으로 충격력이력(history of contact force)과 두 물체의 충격응답을 예측할 수 있을 것이다.

Fig. 1(b)는 Fig. 1(a)의 수학적 충격모형으로, 두 물체의 접촉부위에 가상의 접촉스프링(virtual contact spring) — 두 물체가 접촉시에만 작용하는 스프링 — 을 가정하면, 각 물체의 국부변형은 가상

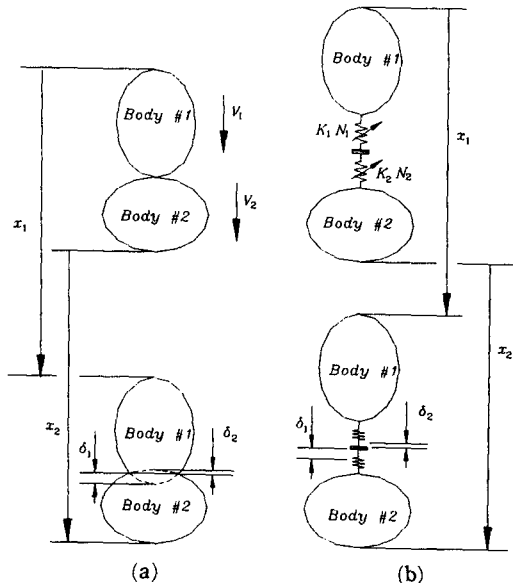


Fig. 1 Impact of two elastic bodies and mathematical model of impact

의 접촉스프링의 탄성변형으로 대치될 수 있을 것이다. 이 충격현상의 모형화는 충격력에 의해 국부적인 변형만이 일어날 때 유용하게 이용될 수 있을 것이다. 또 동적인 충격과정을 준정적해석(quasi-static analysis)에 의해 근사하게 묘사할 수 있다고 가정하면, 물체의 접촉점주위의 정적해석에 의해 국부변형량과 접촉력과 관계를 표현하는 관계식을 유한요소해석법과 Hertz의 접촉관계식(contact equation)으로 부터 얻을 수 있을 것이다.⁽¹¹⁾

2.1 변형량과 접촉력과의 관계식

먼저 충격해머의 접촉부위인 스틸팁(steel tip)과 같이 접촉면이 기하학적으로 연속적(geometrically continuous)이고 변형률(strain)이 상대적으로 적은 물체의 정적변형과 접촉력과의 관계는, Fig. 2와 같이 팁의 접촉점에 강성이 무한대인 평판으로 $F(t)$ 란 힘을 가했을 때의 접촉부위의 탄성변형량과 접촉력과의 관계를 이용하여 해석적으로 구할 수 있다.^(1,2,7,10)

$$F(t) = \begin{cases} K_T \cdot \delta_T(t)^{1.5} & \text{if } \delta_T(t) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

여기서, $K_T = \frac{4}{3} \frac{E_T R}{(1 - \mu_T^2)}$ 이고, E_T , μ_T 와 R 는 각각 팁의 영계수(Young's modulus)와 푸아송비 그리고 접촉부위의 곡률반경(radius of curvature)이다. 본 연구에서 사용한 팁은 $R = 12.5 \text{ mm}$, $\mu_T = 0.3$ 이고 $E_T = 190 \text{ GPa}$ 이므로, 팁의 접촉강성계수 K_T 는 $3.27 \times 10^{10} \text{ N/m}^{1.5}$ 이고 접촉지수(contact exponent)는 1.5이다.

다음은 콘테이너의 접촉부위의 변형량과 접촉력과의 관계에 대해 살펴보자. 콘테이너의 접촉부위는 밀면충격(normal impact) 실험시에는 밀면의 중앙이 되고, 모서리의 사각충격(oblique impact) 실험에서는 모서리가 된다. 특히 주목해야 할 사항은 콘테이너가 얇은 판으로 구성되어 있으므로 변

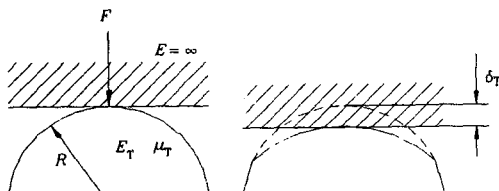
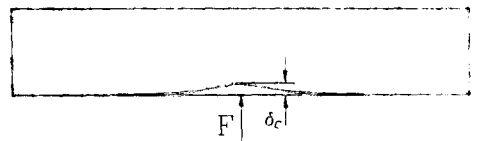


Fig. 2 Contact model for hammer tip

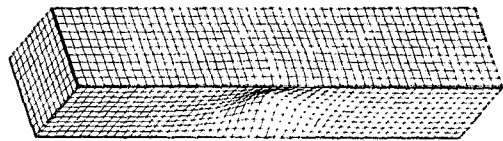
형률이 상대적으로 적지 않고, 모서리의 기하학적 연속성은 보장되지 않는다는 것이다. 지금까지의 여러 연구에서 충격문제의 이론적 접근이 시도되어 왔으나, 박판의 충격문제나 응력의 집중을 필연적으로 유발시키는 모서리의 충격문제에 대해서는 이론적 연구가 거의 없다. 본 연구에서는 가상의 접촉스프링으로 콘테이너의 접촉부위를 모형화 한 후, 접촉강성계수를 유한요소해석법을 이용하여 얻는 방법을 제시하겠다.

본 연구에서 사용한 콘테이너는 크기가 $700 \text{ mm} \times 130 \text{ mm} \times 130 \text{ mm}$ 의 직육면체이고, 두께는 6면 모두 2.4 mm 이며 재질은 스틸이다. 이 콘테이너의 접촉부위의 접촉강성계수를 유한요소해석법을 이용한 정적해석에 의해 도출하기 위해 콘테이너를 2488개의 솔리드(solid) 45요소로 분할했고, 해석에 사용된 소프트웨어는 ANSYS이다.

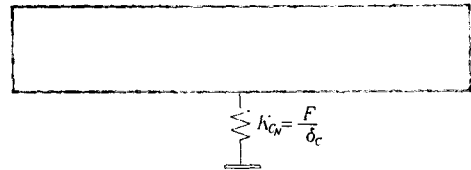
Fig. 3은 콘테이너의 밀면 중앙에 연직으로 접촉력이 가해질 때의 정적변형을 확대하여 나타내고 있다. 이 해석방법은 대변형(large deformation)에 따른 기하학적 비선형성(geometric nonlinearity)을 무시하였으므로, 접촉력과 접촉점의 변형량의 관계는 선형이 된다. 이 경우의 수학적 모형과 그때의 접촉강성 계수값은 다음과 같다.



(a) Given force and local deformation



(b) Deformed shape of container



(c) Contact model for normal impact of container

Fig. 3 FEM analysis and contact model for normal impact of container

$$F(t) = \begin{cases} K_{cN} \cdot \delta_c(t) & \text{if } \delta_c(t) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

여기서, K_{cN} 은 1.43×10^6 N/m이고, 접촉지수는 1.0이다.

Fig. 4는 콘테이너의 모서리에 사각(oblique angle)으로 접촉력이 인가될 때의 정적변형을 확대하여 나타내고 있다. 이때 접촉력이 인가된 절점의 변형의 방향(direction of deformation)은 접촉력의 방향과 정확히 일치하지 않으므로, 절점의 변형량에서 힘의 방향으로 투영된 성분만을 고려하여 접촉강성계수를 산출하였다. 콘테이너의 모서리접촉에 대한 접촉모형과 접촉강성계수의 값은 다음과 같다.

$$F(t) = \begin{cases} K_{cE} \cdot \delta_c(t) & \text{if } \delta_c(t) > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

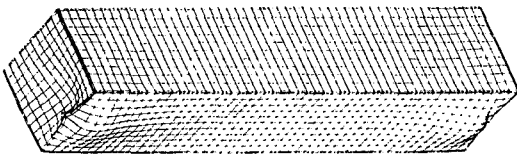
여기서, K_{cE} 는 1.37×10^8 N/m이고 접촉지수는 선형으로 모형화하였으므로 1.0이다.

2.2 접촉력과 전체 변형량과의 관계

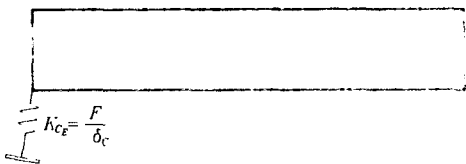
앞절의 연구를 통하여 충격과정을 두 물체사이의 접촉스프링의 압축에 의한 탄성변형으로 모형화하였고, 해머딤과 콘테이너의 접촉관계식을 Hertz의



(a) Given force and local deformation



(b) Deformed shape of container



(c) Contact model for edge impact of container

Fig. 4 FEM analysis and contact model for edge impact of container

접촉이론과 유한요소해석법을 이용하여 각각 도출하였다. 그러나 두 물체의 상대속도의 정보만으로 충격문제를 해결하려면, 필연적으로 접촉력과 두 물체의 변형량의 합의 관계를 묘사하는 통합접촉관계식(unified contact equation)이 필요하게 된다. Fig. 1(b)는 두 물체가 각각의 접촉스프링을 가지고 접촉하였을때, 두 물체의 강체운동의 상대변위 $(x_1(t) - x_2(t))$ 로 두 물체의 국부변형의 합 $(\delta_1(t) + \delta_2(t))$ 을 표현할 수 있음을 보여주고 있다.^(3,10)

$$\delta_1(t) + \delta_2(t) = x_1(t) - x_2(t) \quad (4)$$

이때의 접촉력 $F(t)$ 와 각 물체의 국부적인 변형량은 다음과 같은 관계를 만족하므로, 이 관계를 통합하는 통합접촉관계식을 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} F(t) &= K_1 \cdot \delta_1(t)^{N_1} = K_2 \cdot \delta_2(t)^{N_2} \\ &\equiv K_U (\delta_1(t) + \delta_2(t))^{N_U} \\ &= K_U (x_1(t) - x_2(t))^{N_U} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, K_1, K_2 는 각각 물체 #1과 물체 #2의 접촉강성계수이며, N_1, N_2 는 각각 두 물체의 접촉지수이므로 이미 알고 있는 값이 된다. 그리고 K_U, N_U 는 두 물체사이의 통합 접촉강성계수(unified contact stiffness coefficient)와 통합접촉지수(unified contact exponent)로 정의되는 상수로, 식(5)를 최대한 만족시키도록 결정하면 된다. 본 연구에서는 상수 K_U, N_U 를 다음과 같이 결정했다. 먼저 충격과정중 발생하는 접촉력의 구간($0 \sim F_{max}$)을 가정하자. 그리고 식(6)과 같이 목적함수 J 를 정의한 후, 접촉력의 구간에서 목적함수의 양을 최소화하는 K_U, N_U 를 최소자승법으로 구했다.

$$J = \sum_{F=0}^{F_{max}} \left[F - K_U \left\{ \left(\frac{F}{K_1} \right)^{\frac{1}{N_1}} + \left(\frac{F}{K_2} \right)^{\frac{1}{N_2}} \right\}^{N_U} \right]^2 \quad (6)$$

콘테이너 밀면 중앙에 연직방향으로 충격해머가 접촉할 때의 통합 접촉강성계수와 통합접촉지수는 접촉력의 구간을 $0 \sim 2000$ N으로 설정한 후 최소자승법에 의해 결정하면 다음과 같다.

$$K_{U_N} = 1.52 \times 10^6 \text{ N/m}^{1.01}, \quad N_{U_N} = 1.01$$

이때의 통합 접촉강성계수와 통합 접촉지수의 양이 콘테이너의 접촉강성계수와 접촉지수와 비슷하므로, 콘테이너의 변형이 지배적인 것을 알 수 있다.

또, 콘테이너의 모서리에 사각으로 충격해머가 접촉할 때의 통합 접촉강성계수와 통합 접촉지수는

접촉력의 범위를 0~5000 N으로 설정하면 다음과 같다.

$$K_{U\varepsilon} = 1.39 \times 10^8 \text{ N/m}^{1.49}, N_{U\varepsilon} = 1.49$$

3. 충격실험장치의 구성과 시스템 모델링

3.1 실험장치의 구성

본 연구를 위하여 제작한 충격실험장치의 구성도는 Fig. 5에 나타내었다. 충격실험장치는 크게 세 개의 부분으로 구성되어 있다. 첫번째 부분은 위치 에너지를 이용하여 콘테이너에 충격을 가하는 충격 해머로, 길이를 자유롭게 조절할 수 있는 암(arm)과 15단계로 질량을 조절할 수 있는 해머 그리고 해머팁 및 충격력을 직접 측정하는 하중계(force transducer)로 구성되어 있다. 두번째 부분은 콘테이너로서, 지지대에 강성계수 911 N/m의 두 개의

스프링에 의해 설치되어 있으며 재질은 스틸이다. 세번째 부분은 610×40×40 mm의 유도탄의 축소모형으로 방진요소에 의해 콘테이너 내부에 설치되었으며, 재질은 스테인레스이다. 그림에 표시되어 있는 점 A_F, A_B 는 충격력이 인가될 때의 유도탄의 응답을 측정하기 위한 가속도계 (accelerometer)의 설치위치이다.

다음은 본 연구에서 사용한 방진요소의 동적특성에 대해 살펴보자. 본 연구에서 사용한 방진요소는 직경(D)이 25.5 mm, 길이(h)가 47 mm의 원통형으로 재질은 네오프렌 고무이다. 이 재질의 물성치를 얻기위해 본 연구실에서 제작한 점탄성재료 시험기에서 동일 재질의 시편을 주파수 50 Hz까지 실험한 결과, 영계수 E_1 는 $7.0 \times 10^6 \text{ N/m}^2$ 이고 손실인자 η_1 는 0.09정도였다. 이 재질의 물성치는 0~50Hz의 구간에서 주파수에 거의 변화가 없었다. 이 시편의 물성치를 결정하였으므로, 본 연구에서 사용한 방진요소의 주축에 대한 강성계수는 다음과 같이 구할 수 있다.⁽⁹⁾

$$K_{pp} = \frac{\pi}{4} \frac{D^2}{h} E_1 \left[1 + \beta \left(\frac{D}{4h} \right)^2 \right] = 79 \text{ KN/m}$$

$$K_{qq} = E_1 \frac{3\pi D^4}{(16h^3 + 36hD^2)} = 10 \text{ KN/m} \quad (7)$$

여기서, pp, qq 는 각각 압축방향과 전단력방향을 나타내며, β 는 재료에 따라 정해지는 무차원 상수로 여기서는 2로 가정했다.

3.2 구조감쇠계수의 등가점성 감쇠계수로의 전환

일반적으로 구조감쇠 (structural damping)로 표현된 운동방정식의 시간영역해석 (time domain analysis)은 응답이 복소수 (complex variable)이고 인과관계 (causality)를 만족하지 않으므로, 물리적인 의미를 가진 시간영역의 응답을 구하기 위해 구조감쇠성분을 등가점성감쇠 (equivalent viscous damping)로 전환하는 작업이 필요하게 된다. 구조감쇠와 점성감쇠의 관계는 식(8)과 같으므로, 본 연구에서는 적절한 기준주파수 (reference frequency)를 설정하여 주파수에 대해 일정한 등가점성 감쇠를 구했다.

$$C_{pp}|_{\omega_R=2\pi(45\text{Hz})} = K_{pp} \frac{\eta_1}{\omega} \Big|_{\omega=2\pi(45\text{Hz})} = 25 \text{ Nsec/m}$$

$$C_{qq}|_{\omega_R=2\pi(45\text{Hz})} = K_{qq} \frac{\eta_1}{\omega} \Big|_{\omega=2\pi(45\text{Hz})} = 3.2 \text{ Nsec/m}$$

(8)

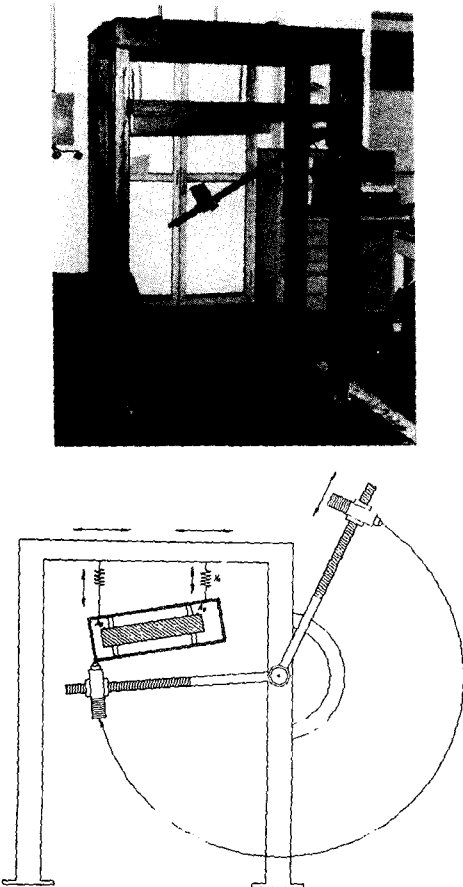


Fig. 5 Experimental apparatus

본 연구에서는 기준주파수 ω_R 를 유도탄과 콘테이너의 상대적 병진운동 (relative translatory motion)이 있는 모드에 해당하는 45 Hz로 설정하여 등가점성감쇠를 결정하였다. 이와같은 방법으로 구조감쇠계수를 주파수에 일정한 점성감쇠계수로 치환하면, 주파수가 기준주파수보다 낮은 주파수영역에서는 감쇠가 과소평가(under-estimation)되고, 높은 영역에서는 과대평가(over-estimation)되는 경향을 가지게 된다.

3.3 실험방법과 운동방정식

여기에서는 제작된 실험장치를 이용하여 실행한 실험방법에 대해 설명하고, 실험방법에 대한 운동방정식을 유도하겠다.

3.3.1 연직충격실험

연직충격실험은 Fig. 6과 같이 충격해머를 이용하여 콘테이너의 밑면 정 중앙에 충격을 가하는 방법으로, 군사표준 (military-standard)에서 규정한

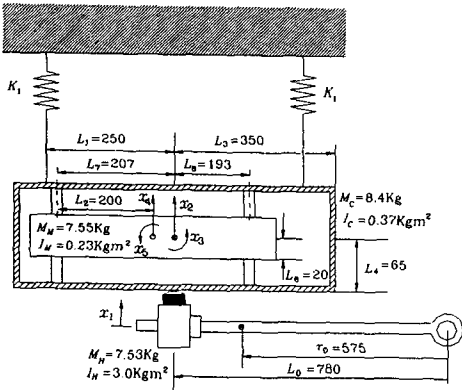


Fig. 6 Normal impact testing

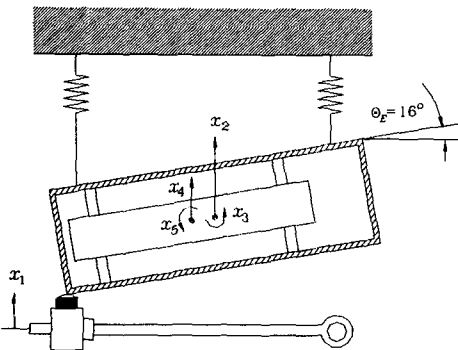


Fig. 7 Edge impact testing

콘테이너의 연직낙하시험법 (vertical drop testing)과 유사한 효과를 가진다. 본 연구에서는 충격해머를 초기속도를 가지고 콘테이너의 밑면에 충돌하게 하였고, 미사일의 A_F, A_B 에서 가속도를 측정하고 충격해머에 부착된 하중계를 이용하여 충격력을 측정하였다.

이 연직충격실험의 운동방정식은 미소변위를 가정할 때, <부록1>과 같은 비선형방정식으로 유도할 수 있다. 이렇게 시스템이 모델링되었으므로, 각 상태 (state)의 초기조건 (initial condition)만 알 수 있으면 모든 상태와 충격력을 얻을 수 있을 것이다.

3.3.2 모서리의 사각충격실험

모서리의 사각충격실험은 Fig. 7과 같이 지지대의 스프링의 길이를 조절하여 콘테이너와 미사일의 지면에서의 각도를 16° 유지하게 설치한 후 충격해머를 이용하여 콘테이너의 모서리에 충격을 가하는 것으로, 군사표준에서 규정한 콘테이너의 모서리 낙하시험법 (edgewise drop testing)과 유사한 효과를 가진다.

이 모서리의 사각충격실험의 운동방정식은 미소변위를 가정하고 지면에 평행인 변위를 무시할 때, <부록2>와 비선형방정식으로 유도할 수 있다. 이렇게 시스템이 모델링되었으므로, 각 상태 (state)의 초기조건 (initial condition)만 알 수 있으면, 모든 상태와 충격력을 얻을 수 있을 것이다.

4. 충격해석결과와 실험결과와의 비교

4.1 연직충격실험

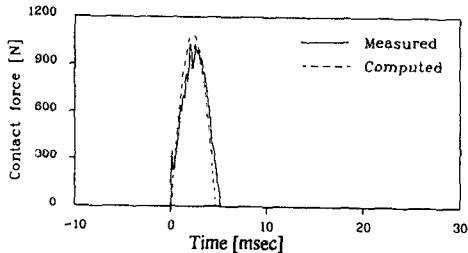
먼저, 콘테이너의 연직충격실험에 대하여 살펴보기로 하겠다. 3장에서 제시된 실험방법에 따라 충격해머의 초기충돌속도 0.53 m/s로 콘테이너의 밑면 중앙에 접촉하게 하였다. 이 실험장치의 미사일과 콘테이너의 무게중심은 서로 일치하지 않으므로, 미사일과 콘테이너는 연직방향의 힘과 약간의 모멘트를 받게된다.

Fig. 8(a)는 실험에서 측정한 충격력과 시뮬레이션에서 얻은 충격력의 비교로서, 실험에서 측정한 것은 실선으로 표시하였고 시뮬레이션에 의해 얻은 충격력은 점선으로 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이 실험과 시뮬레이션에서 얻은 충격력형상 (shape of contact force)은 모두 반사인 (half-sine)에 가까웠다. 충격력의 형상은 주로 접촉지수 (con-

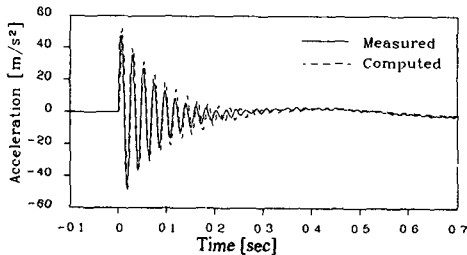
tact exponent)에 의해 결정되므로, 앞 장에서 제시한 해석방법에 의해 도출한 접촉지수는 비교적 타당했음을 알 수 있다. 최대충격력(maximum contact force)으로 두 결과를 비교하면, 실험으로 측정된 최대충격력은 1029 N이었고, 시뮬레이션 최대충격력은 1128 N이었으므로 약 10%의 오차를 보이고 있다. 이런 오차는 다음과 같은 원인에 의해 발생한다고 추정된다. 실험에서 얻은 충격력의 전체적인 형상은 대체적으로 거칠고(rough), 특히 최대충격력 부근에서 거친정도가 더욱 심하다. 실제로 같은 조건에서 실험을 반복하여도, 측정된 충격력형상의 거칠기는 일관되게 유지되었다. 이것은 주로 접촉부위인 콘테이너의 밀면의 표면거칠기의

영향으로 추정되며, 이런 이유로 최대충격력 사이에 약간의 오차가 발생한 것으로 예측된다. 두 결과를 충격유지시간(contact duration)으로 비교하면, 시뮬레이션으로부터 얻어진 충격유지시간은 4.55 msec이고 실험으로부터 측정된 충격유지시간은 4.65 msec로 두 결과는 매우 정확하게 일치한다. 이상의 충격력 비교로부터 본 연구에서 제시한 충격모형은 콘테이너의 연직충격현상을 비교적 적절하게 묘사하고 있음을 알 수 있다.

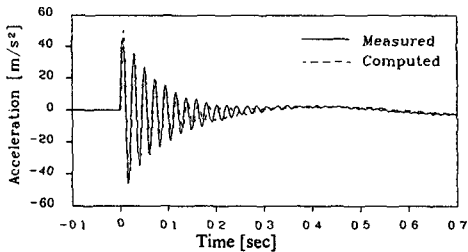
Fig. 8(b)와 Fig. 8(c)는 각각 미사일의 A_F , A_B 지점의 충격에 의한 가속도응답의 비교로써, 실험에서 측정된 결과는 실선으로 표시하였고 시뮬레이션에 의해 얻어진 가속도는 점선으로 표시하였다. 그림에서 알 수 있듯이, 두 응답은 모두 시스템의 세번째 모드—미사일과 콘테이너의 상대 병진모드(translatory mode)—에 해당하는 45 Hz의 신호 성분이 대부분이며, 이 신호성분의 감쇠비는 실험과 매우 잘 일치한다. 그러므로 점탄성 방진요소의 모형화, 구조감쇠의 등가점성감쇠로의 전환, 그리고 시스템의 모형화 등이 비교적 적절했음을 알 수 있다.



(a) Contact force history for normal impact testing



(b) Acceleration of missile at A_B for normal impact testing



(c) Acceleration of missile at A_B for normal impact testing

Fig. 8 Contact force history and acceleration of missile for normal impact testing

4.2 모서리의 사각충격실험

다음은, 콘테이너 모서리의 사각 충격실험에 대하여 살펴보기로 하겠다. 충격해머를 들어올린 후 자유낙하시켜 충격해머의 초기충돌속도 0.28 m/s로, 지면에 대해 16° 기울어진 콘테이너의 모서리에 접촉하게 하였다. 이 실험장치의 미사일과 콘테이너의 무게중심은 서로 일치하지 않고, 콘테이너의 모서리를 가격하였으므로 미사일과 콘테이너는 연직방향의 힘과 모멘트를 동시에 받게 된다.

Fig. 9(a)는 실험에서 측정된 충격력과 시뮬레이션에서 얻은 충격력의 비교로서, 실험에서 측정된 것은 실선으로 나타내었고 시뮬레이션에 의해 얻은 충격력은 점선으로 표시하였다. 먼저 실험과 시뮬레이션에서 얻은 충격력 형상에 대하여 살펴보자. 실험과 시뮬레이션에서 얻은 충격력 형상은 모두 반사인(half-sine)에 가까웠고, 충격력 형상의 시간에 대한 구배는 서로 비슷했다. 충격력의 형상은 주로 접촉지수에 의해 결정되므로, 앞 장에서 제시한 해석방법에 의해 도출한 접촉지수는 비교적 타당했음을 알 수 있다. 그리고 그림에서 알 수 있듯이, 실험에서 측정된 충격력은 최대충격력 부근에 대해 대칭(symmetry)을 이루지 못하고 있으며,

충격초기의 충격력의 시간에 대한 구배(slope)는 충격말기의 구배에 비해 상당히 크다. 이 이유는 충격과정중 콘테이너의 충격부위인 모서리에 응력 집중(stress concentration)이 유발되어, 약간의 소성변형(plastic deformation)이 있었기 때문이다. 일반적으로 소성변형이 수반되는 충격력은 탄성영역의 충격력에 비해 최대충격력이 작아지고 충격유지시간은 짧아지는 경향을 보인다.^(1,2,10) 최대충격력으로 두 결과를 비교하면, 시뮬레이션의 최대충격력은 1336 N으로 실험으로 측정된 최대충격력 1190 N에 비해 약 12%정도 과대예측되었다. 다음으로 충격유지시간의 관점에서 두 결과를 비교하여 보자. 시뮬레이션을 통해 얻어진 충격유지시간은

1.05 msec로 실험에서의 0.85 msec에 비해 약 15%의 오차가 난다. 이 오차는 주로 실험에서의 충격과정이 소성변형을 수반했기 때문에 발생한다고 추정된다. 이상의 비교로부터 미사일 콘테이너의 모서리의 충격모형화에 의해 얻어진 충격력은 실험에서 얻은 충격력과 약 10%의 오차를 보이고 있음을 알 수 있으며, 이런 오차의 대부분은 본 연구에서 제시한 충격모형이 탄성변형만을 고려하였기 때문에 발생하는 것이라 추정된다. 실제로, 초기충돌속도를 크게하여 실험하면, 더욱 많은 소성변형이 발생하여 시뮬레이션 결과는 실험결과와 많은 차이를 보였다.

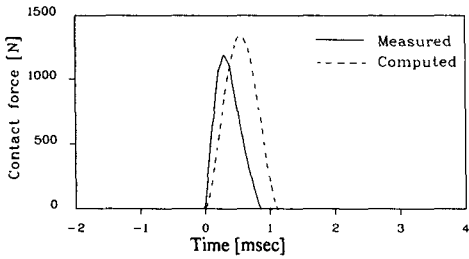
Fig. 9(b)와 Fig. 9(c)는 각각의 미사일의 A_F , A_B 지점의 충격에 의한 가속도응답의 비교로서, 실험에서 측정된 결과는 실선으로 표시하였고 시뮬레이션에 의해 얻어진 가속도는 점선으로 표시하였다. 그림에서 알 수 있듯이, 시뮬레이션으로 부터 얻어진 응답의 최대크기는 실험에 비해 약 15%정도 과대예측되었고, 이 시스템의 4번째 모드—미사일과 콘테이너의 상대 회전모드(conical mode)—에 해당하는 48 Hz의 신호성분의 감쇠비가 실험에 비해 과대예측되었다. 최대응답의 크기가 과대예측된 이유는 시뮬레이션으로 얻은 충격력이 실험에 비해 과대예측되었기 때문이라고 추정된다. 또, 48 Hz의 신호성분의 감쇠비가 과대예측된 이유는, 구조감쇠만이 적절하게 표현할 수 있는 점탄성재료의 손실인자를 기준주파수 45 Hz의 점성감쇠계수로 환산했기 때문이다. 이미 3장에서 언급했듯이 이렇게 환산된 등가점성감쇠로 시스템을 모형화하면, 기준주파수보다 높은 주파수에서는 감쇠비가 과대예측될 수 밖에 없다.

이상의 비교로부터 본 연구에서 제시한 충격모형화, 방진요소의 강성계수와 손실인자의 규명 그리고 시스템 모형화는 약간의 오차에도 불구하고, 비교적 적절했다고 볼 수 있다.

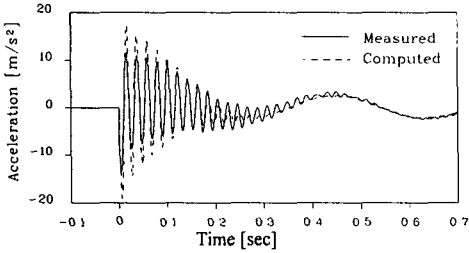
5. 결 론

이상에서 충격현상을 이론적으로 해석할 수 있는 수학적 모형을 제시하였고, 이 모형에 의해 점탄성 방진요소가 포함된 유도탄 콘테이너의 충격문제에 적용하여 매우 유용한 결과를 얻었다. 본 연구에서 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

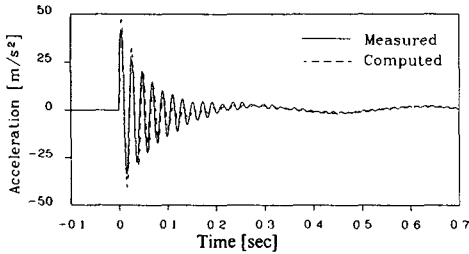
- (1) 국부적인 탄성변형만이 수반되는 충돌문제는



(a) Contact force history for edge impact testing



(b) Acceleration of missile at A_B for edge impact testing



(c) Acceleration of missile at A_B for edge impact testing

Fig. 9 Contact force history and acceleration of missile for edge impact testing

충돌부위의 가상의 접촉스프링을 가정하여 접촉스프링의 강성계수와 접촉지수를 얻으면, 이론적으로 충격력과 충격응답을 근사하게 예측할 수 있다.

(2) 해머의 팁과 같이 속이 꽉 차고 접촉부위의 형상이 기하학적으로 연속적인 물체의 접촉강성계수와 접촉지수는, Hertz의 접촉이론에 의해 해석적으로 구할 수 있다.

(3) 콘테이너의 모서리와 같이 박판으로 구성되어 있고, 접촉부위의 기하학적 형상이 불연속적인 물체의 접촉강성계수와 접촉지수는, 유한요소법을 이용한 정적해석을 통하여 근사하게 구할 수 있다.

(4) 두 물체의 접촉관계식을 통합하는 통합접촉관계식을 얻을 수 있는 방법을 제시하였고, 이 방법에 의해 두 물체의 상대변위의 차이와 접촉력과 관계를 도출하였다.

(5) 구조감쇠로 표현되는 점탄성재료의 감쇠성분을 적절한 기준주파수에 대해 등가점성 감쇠로 전환하는 방법을 제시하였다.

(6) 제시된 방법으로 모델링한 후 얻은 충격력과 충격응답은 탄성충돌인 경우 실험결과와 차이가 거의 없었다.

(7) 소성변형을 충격해석에서 고려하지 않았으므로, 소성변형이 수반된 충돌과정의 해석에서는 충격력과 충격응답은 실험결과와 상당한 차이를 보였다.

(8) 이 연구는 실험에 의하지 않고 충격력과 충격응답을 예측하여 방진시스템 설계에 이용하고자 하는데 그 목적이 있다. 본 연구에서 제시된 방법에 의한 충격력과 충격응답 해석은 탄성영역하의 충돌현상을 비교적 정확히 반영하고 있었으므로, 해석결과를 방진시스템 설계에 이용하는 것이 타당하리라 생각된다.

후 기

본 연구는 1990~1994년도 국방과학연구소의 장기 기초연구사업에 의한 것으로, 관계 제위께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Goldsmith, W., 1960, *Impact*, Edward Arnold.
- (2) Johnson, W., 1972, *Impact Strength of Materials*, Edward Arnold.

- (3) Bischoff, P. H., Perry, S. H. and Eibi, J., 1990, "Contact Force Calculations with a Simple Spring-Mass Model for Hard Impact," *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 9, No. 3, pp. 317~325.
- (4) Virostek, S. P., Dual, J. and Goldsmith, W., 1987, "Direct Force Measurement in Normal and Oblique Impact of Plates by Projectiles," *Int. J. Impact Eng.*, Vol. 6, No. 4, pp. 247~269.
- (5) Ansari, F. and Yang, S. X., 1988, "Computer-Assisted Instrumented Impact Testing of Reinforced Concrete," *Experimental Techniques*, pp. 18~21.
- (6) Harris, C. M., 1988, *Shock Vibration Handbook*, McGraw-Hill.
- (7) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N., 1970, *Theory of Elasticity*, 3rd Ed., McGraw Hill.
- (8) 박홍철, 1992, "강구의 충돌에 의한 양단 자유보의 진동 및 음향방사에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제16권, 제9호 pp. 1615~1626.
- (9) Snowdon, J. C., 1968, *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, John Wiley & Sons, New York.
- (10) 이 혁, 김준호, 박윤식, 1993, "기계구조물에서의 충격력해석," 국방과학연구소 유도무기 학술대회.
- (11) 고승환, 1991, "유한요소법을 이용한 다물체계의 마찰을 고려한 접촉-충돌해석," 한국과학기술원 박사학위논문.

<부록 I>

연직충격실험 시의 운동방정식

$$\frac{I_H}{L_0^2} \ddot{x}_1(t) = -9.8 \frac{M_H r_0}{L_0^2} - F_N(t)$$

$$M_C \ddot{x}_2(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_2 x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_2 x_i} x_i(t) = F_N(t)$$

$$I_C \ddot{x}_3(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_3 x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_3 x_i} x_i(t) = 0$$

$$M_M \ddot{x}_4(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_4 x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_4 x_i} x_i(t) = 0$$

$$I_M \ddot{x}_5(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_5 x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_5 x_i} x_i(t) = 0$$

$$F_N(t) = \begin{cases} K_{U_N} (x_1 - x_2)^{N_U} & \text{if } (x_1 - x_2) \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서, 강성계수와 점성 감쇠계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 K_{x_2x_2} &= 2K_1 + 4K_{pp} \\
 K_{x_2x_3} &= -2K_{pp}(L_7 - L_8) \\
 K_{x_2x_4} &= -4K_{pp} \\
 K_{x_2x_5} &= 0 \\
 K_{x_3x_3} &= 2K_1L_1^2 + 2K_{pp}(L_7^2 + L_8^2) + 4K_{qq}L_4^2 \\
 K_{x_3x_4} &= 2K_{pp}(L_7 - L_8) \\
 K_{x_3x_5} &= -4K_{pp}L_2^2 + 4K_{qq}L_4L_6 \\
 K_{x_4x_4} &= 4K_{pp} \\
 K_{x_4x_5} &= 0 \\
 K_{x_5x_5} &= 4K_{pp}L_2^2 + 4K_{qq}L_6^2 \\
 K_{x_ix_j} &= K_{x_jx_i} \quad i=2,3,4,5 \text{ and } j=2,3,4,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{x_2x_3} &= -2C_{pp}(L_7 - L_8) \\
 C_{x_2x_4} &= -4C_{pp} \\
 C_{x_2x_5} &= 0 \\
 C_{x_3x_3} &= 2C_{pp}(L_7^2 + L_8^2) + 4C_{qq}L_4^2 \\
 C_{x_3x_4} &= 2C_{pp}(L_7 - L_8) \\
 C_{x_3x_5} &= -4C_{pp}L_2^2 + 4C_{qq}L_4L_6 \\
 C_{x_4x_4} &= 4C_{pp} \\
 C_{x_4x_5} &= 0 \\
 C_{x_5x_5} &= 4C_{pp}L_2^2 + 4C_{qq}L_6^2 \\
 C_{x_ix_j} &= C_{x_jx_i} \quad i=2,3,4,5 \text{ and } j=2,3,4,5
 \end{aligned}$$

〈부록 2〉

$$C_{x_2x_2} = 4C_{pp}$$

모서리의 사각충격실험시의 운동방정식

$$\begin{aligned}
 \frac{I_H}{L_0^2} \ddot{x}_1(t) &= -9.8 \frac{M_H r_0}{L_0} - F_E(t) \\
 M_C \ddot{x}_2(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_2x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_2x_i} x_i(t) &= F_E(t) \\
 I_C \ddot{x}_3(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_3x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_3x_i} x_i(t) &= F_E(t) (-cL_3 + sL_4) \\
 M_M \ddot{x}_4(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_4x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_4x_i} x_i(t) &= 0 \\
 I_M \ddot{x}_5(t) + \sum_{i=2}^5 C_{x_5x_i} \dot{x}_i(t) + \sum_{i=2}^5 K_{x_5x_i} x_i(t) &= 0 \\
 F_E(t) &= \begin{cases} K_{UE}(x_1 - x_2 + (cL_3 - sL_4)x_3)^{N_{UE}} & \text{if } x_1 - x_2 + (cL_3 - sL_4)x_3 \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}
 \end{aligned}$$

여기서, 강성계수와 점성 감쇠계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 K_{x_2x_2} &= 2K_1 + 4K_{pp}c^2 + 4K_{qq}s^2 \\
 K_{x_2x_3} &= -2K_1L_4s - 2K_{pp}(L_7 - L_8)c - 4K_{qq}L_4s \\
 K_{x_2x_4} &= -4K_{pp}c^2 - 4K_{qq}s^2 \\
 K_{x_2x_5} &= -4K_{qq}L_6s \\
 K_{x_3x_3} &= 2K_1(L_1^2c^2 + L_4^2s^2) + 2K_{pp}(L_7^2 + L_8^2) \\
 &\quad + 4K_{qq}L_4^2 \\
 K_{x_3x_4} &= 2K_{pp}(L_7 - L_8)c + 4K_{qq}L_4s \\
 K_{x_3x_5} &= -4K_{pp}L_2^2 + 4K_{qq}L_4L_6 \\
 K_{x_4x_4} &= 4K_{pp}c^2 + 4K_{qq}s^2 \\
 K_{x_4x_5} &= 4K_{qq}L_6s \\
 K_{x_5x_5} &= 4K_{pp}L_2^2 + 4K_{qq}L_6^2 \\
 K_{x_ix_j} &= K_{x_jx_i} \quad i=2,3,4,5 \text{ and } j=2,3,4,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{x_2x_2} &= 4C_{pp}c^2 + 4C_{qq}s^2 \\
 C_{x_2x_3} &= -2C_{pp}(L_7 - L_8)c + 4C_{qq}L_4s \\
 C_{x_2x_4} &= -4C_{pp}c^2 - 4C_{qq}s^2 \\
 C_{x_2x_5} &= -4C_{qq}L_6s \\
 C_{x_3x_3} &= 2C_{pp}(L_7^2 + L_8^2) + 4C_{qq}L_4^2 \\
 C_{x_3x_4} &= 2C_{pp}(L_7 - L_8)c + 4C_{qq}L_4s \\
 C_{x_3x_5} &= -4C_{pp}L_2^2 + 4C_{qq}L_4L_6 \\
 C_{x_4x_4} &= 4C_{pp}c^2 + 4C_{qq}s^2 \\
 C_{x_4x_5} &= 4C_{qq}L_6s \\
 C_{x_5x_5} &= 4C_{pp}L_2^2 + 4C_{qq}L_6^2 \\
 C_{x_ix_j} &= C_{x_jx_i} \quad i=2,3,4,5 \text{ and } j=2,3,4,5
 \end{aligned}$$

여기서, $s = \sin \theta_E$, $c = \cos \theta_E$ 이다.