

〈論 文〉

개량박막 유한요소법에 의한 두가지 블랭크로부터의 사각컵 딥드로잉 성형해석

허 훈* · 한수식**

(1994년 6월 13일 접수)

Analysis of Square Cup Deep Drawing from Two Types of Blanks with a Modified Membrane Finite Element Method

Hoon Huh and Soo Sik Han

Key Words : Square Cup Deep Drawing (사각컵 딥드로잉), Modified Membrane Element (개량 박막요소), Bending Effect (굽힘효과), Blank (박판성형 소재), Normal Anisotropy (수직 이방성)

Abstract

The design of sheet metal working processes is based on the knowledge about the deformation mechanism and the influence of the process parameters. The typical geometric process parameters are the die geometry, the initial sheet thickness, the initial blank shape, and so on. The initial blank shape is of vital importance in the most sheet metal forming operations, especially in the deep drawing process, since the forming load and the strain distribution are significantly affected by the shape of an initial blank. The influence of the initial blank shape on a square cup deep drawing process is investigated by the numerical simulation and the experiment. The numerical simulation is carried out by a modified membrane finite element method which takes bending deformation into account. The numerical and experimental results show that the initial blank shape have strong influence on the forming load and the strain distribution. The numerical results are compared with the experimental results and other numerical results which are calculated with the membrane theory.

기 호 설 명

A_b : 가상요소의 면적

C : 굽힘 강성계수

L_i : 서로 인접한 요소 중심간의 거리

n_n : 요소면에 수직인 단위벡터

n_t : 요소면에 접하고 요소 경계면에 수직인 단위 벡터

r : 이방성계수

t : 박판두께

z : 중립면에서의 거리

ϵ_{ij} : Lagrangian 변형률 텐서

ϵ_{ij}^b : 굽힘 변형률텐서

ϵ_{ij}^m : 박막 변형률텐서

k_{ij} : 중립면의 곡률

ξ^i : 자연 환류좌표

σ_{ij}^m : 중립면에서의 응력텐서

*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 산업과학기술연구소 가공연구실

1. 서 론

박판 금속성형공정은 박판을 소성가공하여 복잡한 기하학적 형상의 최종제품을 생산하는 공정으로 자동차산업, 항공기산업, 전자산업 등 여러 산업분야에 걸쳐서 그 응용이 매우 다양하다. 박판 성형공정은 굽힘, 인장, 전단, 딥드로잉 또는 이들의 조합으로 이루어져 있으며 재료의 물질적 특성, 기하학적 인자, 다이와 재료간의 마찰 특성 등 여러 가지 공정변수들에 의하여 복합적인 영향을 받는 성형공정이다. 기하학적 인자들로서는 다이의 형상, 재료의 두께, 그리고 초기 블랭크의 형상 등이 있다. 이들중 재료의 초기 블랭크 형상은 박판 성형공정에 있어서, 특히 딥드로잉 성형공정의 경우, 매우 중요한 역할을 하고 있다.⁽¹⁾ 적절한 형상의 초기 블랭크는 성형하중과 성형후의 변형률의 분포에 크게 영향을 미치며 원가절감에도 기여할 수 있다.

최근 들어서 컴퓨터의 발달과 더불어 유한요소법에 의한 박판 금속성형 해석방법들이 널리 사용되고 있으며 박판 금속성형공정에 대한 자세하고 다양한 정보를 제공해 주고 있다. 박판 금속성형공정의 유한요소해석에 사용되는 요소로서는 박막요소, 연속체요소 및 셸요소 등이 있다. 이들 요소중에서 박막요소는 계산시간이 적게 들고, 계산에 소요되는 기억용량이 작기 때문에 박판 금속성형해석에 널리 사용되고 있다. 박막요소는 인장이 지배적인 공정의 해석에는 매우 경제적인 방법으로 정확한 해석결과를 얻을 수 있으나, 어느 정도 굽힘효과가 고려되어야 할 공정의 해석에는 굽힘을 고려할 수 없기 때문에 적용의 어려움이 있다.^(2~4) 연속체요소는 식이 간단하면서도 굽힘효과를 손쉽게 고려할 수 있다는 장점이 있으나, 계산시간이 많이 들고 많은 기억용량을 필요로 하며 굽힘 등과 같은 문제에서는 로킹현상으로 인하여 해의 신뢰성이 떨어지고 접촉에 대한 고려가 어렵다는 단점이 있다. 따라서, 연속체요소는 U벤딩과 같이 굽힘이 지배적인 공정의 이차원 해석 또는 축대칭 해석에 주로 사용되고 있다.^(5~8) 셸요소는 연속체요소와 박막요소의 중간 정도에 해당하는 요소로 계산시간과 필요한 기억용량도 두 요소의 중간 정도이다. 최근 들어서 셸요소에 대한 연구와 박판 성형문제해석에

대한 적용이 활발해지고 있다. 그러나 셸요소도 삼차원 해석에 적용될 경우 비교적 많은 계산시간과 기억용량을 필요로 하며, 특히 로킹현상에 의한 해의 수렴성과 신뢰성의 저하는 심각하기 때문에 많은 개선 노력이 필요하다.^(10~13)

박판 금속성형공정은 인장성형과 굽힘성형의 복합적인 조합으로 이루어진 공정이기 때문에 굽힘을 고려할 수 없는 박막요소로 해석하는 데에는 한계가 있다. 따라서 이러한 공정을 해석하기 위하여 굽힘을 충분히 고려할 수 있는 유한요소법을 사용하여 해석하여야 한다. 그러나 셸이론이나 연속체이론의 경우 그 적용이 상당히 제약을 받게 된다. 따라서 본 논문에서는 계산의 효율성을 유지하면서 굽힘효과를 고려할 수 있는 새로운 해석방법을 제안하여 이를 박판 금속성형해석에 적용하고자 한다. 제안된 새로운 해석방법은 유한요소 수식화 과정을 인장변형과 굽힘변형으로 세분화하여 박막요소에 적용한 것으로, 접촉조건 처리는 박막요소와 동일하고, 계산효과는 셸요소나 연속체요소와 대등하며 계산시간이 상당히 절감되는 방법이다.

본 논문에서 사용된 재료는 Hill⁽¹⁴⁾의 이차 항복식과 그 유동법칙을 따르는 수직 이방성 강소성체이며, 성형중 박판의 응력상태는 평면응력으로 가정하였다. 대변형 강소성 유한요소해석을 위한 유한요소 수식화 과정에서는 대변형에 의한 기하학적 비선형성을 고려하기 위하여 자연환류좌표계를 사용하였다. 수식화 과정에서 박막 변형률과 굽힘 변형률의 개념을 도입하여 박막 에너지항에 굽힘 에너지항을 추가하여 굽힘효과를 고려할 수 있게 하였다. 유도된 유한요소 수식화로부터 선형 박막요소를 이용하면서 굽힘효과를 고려할 수 있는 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다.^(15,16)

개발된 유한요소해석 프로그램으로 초기 블랭크 형상이 다른 경우에 대하여 딥드로잉 성형공정을 해석하여 박막이론 해석결과 및 실험결과와 비교하여 보았다. 초기 블랭크 형상은 사각형 블랭크와 원형 블랭크로 하였으며, 이로부터 사각컵을 성형하는 과정의 성형하중, 성형형상, 두께변형률 등을 비교하여 보았다. 해석결과와 실험결과는 마찰조건, 블랭크 홀딩조건 등을 정확하게 부여하기 어려우므로 정량적으로 정확히 비교하는 데에는 한계가 있지만 박막해석 결과보다는 제시한 개량박막 해석결과가 실험결과에 더 근접하고 있음을 알 수 있었다. 초기 블랭크 형상은 원형 블랭크 형상이 딥드

로잉 성형에 더 유리한 것을 알 수 있었으며 두께 변형률의 편차가 적고 주름현상의 발생가능성이 적은 것을 알 수 있었다.

2. 이론적 해석

2.1 가상일 원리

강소성 박판 성형해석은 다음과 같은 고체역학의 경계조건 문제와 관련되어 있다. 시간 t_0 에서의 표면의 유효 변형률 분포를 알고 있고 f_i 를 체적력, 경계면 S_v 에서의 속도벡터를 U^* , 경계면 S_f 에서의 표면력을 t_i 라 하면 평형방정식과 적합방정식은 응력장과 속도장을 만족한다. 이러한 경계조건 문제는 가상일 원리로부터 해석할 수 있다. 평형방정식과 응력 경계조건으로부터 발산정리를 이용하여 가상일 원리를 구하면 다음과 같다.

$$\int_{0_V} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV = \int_{0_V} f_i \delta u_i dV + \int_{0_A} t_i \delta u_i dA \quad (1)$$

여기서, 내부 가상일만 분리하여 나타내면 다음과 같다.

$$\delta W = \int_{0_V} \tau \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV \quad (2)$$

여기서, σ_{ij} 는 이차 Piola-Kirchhoff 응력텐서이고, ϵ_{ij} 는 라그랑지 변형률텐서이다. 이차 Piola-Kirchhoff 응력텐서는 환류좌표계에서 비압축성 재료인 경우에 Cauchy 응력텐서로 대신할 수 있다.

Fig. 1은 박막이 굽힘을 받을 때 두께방향으로의 변형률 분포를 나타낸 것이다. 그림과 같이 변형률을 두 가지 성분으로 분리하여 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\delta \epsilon_{ij} = \delta \epsilon_{ij}^m + \delta \epsilon_{ij}^b \quad (3)$$

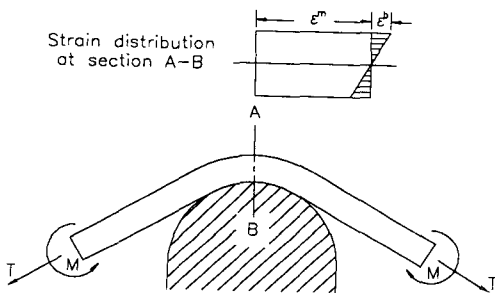


Fig. 1 Normal strain distribution under the stretching and bending condition in the sheet metal forming

여기서, ϵ_{ij}^m 은 박막 변형률로 정의되고 인장변형에 의해서 발생하며 두께에 대하여 균일한 분포를 갖는다. ϵ_{ij}^b 은 굽힘 변형률로 정의되고 굽힘에 의해서 발생하며 두께에 대하여 선형적 분포를 갖는다. 식(3)을 이용하여 식(2)를 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\delta W = \int_{0_A} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij}^m dz dA + \int_{0_A} \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij}^b dz dA \quad (4)$$

박막이론에서는 굽힘에너지가 박막 변형에너지에 비해서 무시할 만큼 매우 작다고 가정하여 두번째 항을 무시하고 첫번째 항만을 사용하는데 이러한 가정은 인장이 지배적인 공정의 경우에는 무난한 결과를 얻을 수 있으나, 벤딩이나 드로잉과 같이 굽힘의 영향이 큰 경우에는 두번째 항을 무시할 수 없으며 내부 가상일에 포함시켜야 한다.

굽힘에 의한 변형률 ϵ_{ij}^b 는 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_{ij}^b = z \kappa_{ij} \quad (5)$$

여기서, z 는 중립면에서부터의 거리를 나타내고, κ_{ij} 는 중립면에서의 곡률로서 변위벡터의 중립면에 대하여 수직인 성분의 이차 미분으로 나타난다. 식(5)를 식(4)의 두번째 항에 대입하여 두께방향으로 적분하여 정리하면 식(4)의 굽힘에너지 항은 다음과 같이 굽힘모멘트와 곡률로 표현된다.

$$\delta W = \int_{0_A} \tau \sigma_{ij}^m \delta \epsilon_{ij}^m t dA + \int_{0_A} \tau M_{ij} \delta \kappa_{ij} dA \quad (6)$$

이때, 곡률 κ_{ij} 를 구하여 굽힘에너지를 계산하기 위해서는 이차 미분이 가능한 고차요소를 사용하여야 한다. 일반적으로 고차요소는 선형요소보다 계산의 정밀성은 탁월하지만, 계산상의 효율성과 수렴성이 나쁘고 접촉처리가 어렵다. 그러므로 고차요소를 사용하지 않고 선형요소를 사용하여 선형요소의 장점을 유지하면서 굽힘을 고려할 수 있는 방법을 제안하고자 한다. 곡률은 두개의 서로 인접한 선형 유한요소에서 각각의 요소면에 접하는 벡터가 교차하는 각도를 이용하여 근사할 수 있으며 이로부터 굽힘에너지를 구할 수 있다. 일반적으로 유한요소를 분할할 때는 요소의 경계면이 주굽힘모멘트 방향이 되게 분할하는 경우가 대부분이므로 이는 물리적인 타당성을 갖는다고 할 수 있으며 유한요소는 연속체 영역을 분할한 것이므로 상계해

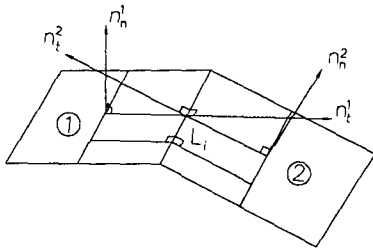


Fig. 1 Normal and tangential vectors in the neighboring elements

석과 유사한 방법이 된다.⁽¹⁷⁾ 이렇게 두 요소에 의하여 이루어지는 각을 이용하여 곡률을 나타내면 다음과 같다.

$$\kappa_i = \frac{1}{L_i} |w_{,i}^1 - w_{,i}^2| \quad (7)$$

여기서, L_i 는 Fig. 2에서와 같이 두 요소 중심간의 거리이며, $w_{,i}^1$ 와 $w_{,i}^2$ 는 각각 요소 경계면에 대한 수직방향으로의 미분을 의미한다. 식(7)을 이용하여 굽힘에너지 항만을 다음과 같이 근사하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{0_A} \tau M_{ij} \delta \kappa_{ij} dA \\ & \cong \int_{0_A} \tau M_1 \delta \kappa_1 dA + \int_{0_A} \tau M_2 \delta \kappa_2 dA \end{aligned} \quad (8)$$

이때, κ_1 과 κ_2 는 요소 경계면 방향으로의 곡률이고 M_1 과 M_2 는 상응하는 굽힘모멘트이다. 가상일 원리 식(1)을 앞에서 구한 박막에너지 항과 굽힘에너지 항을 이용하여 다시 기술하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{0_A} \tau \sigma_{ij}^m \delta \epsilon_{ij}^m t dA + \int_{0_A} \tau M_{ij} \delta \kappa_{ij} dA \\ & = \int_{0_V} f_i \delta u_i dV + \int_{0_A} t_i \delta u_i dA \end{aligned} \quad (9)$$

또는

$$\begin{aligned} & \int_{0_A} \tau \sigma_{ij}^m \delta \epsilon_{ij}^m t dA + \int_{0_A} \tau M_1 \delta \kappa_1 dA + \int_{0_A} \tau M_2 \delta \kappa_2 dA \\ & = \int_{0_V} f_i \delta u_i dV + \int_{0_A} t_i \delta u_i dA \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 수직 이방성

박판 금속은 냉간압연의 전가공 단계를 거쳐 생산되므로 상당히 큰 이방성을 갖게 된다. 박판 성형공정의 해석에서 이방성을 고려하기 위한 이방성 소성이론중에서 Hill⁽¹⁴⁾이 제안한 이차 이방성 항복

함수는 강판의 이방성 특성을 잘 표현할 수 있고 유한요소 해석에 적용하기 편리하기 때문에 널리 사용되고 있다. Hill의 이차 이방성 항복함수를 이용하여 박판의 평면에 대하여 등방성을 갖고 두께 방향으로만 하나의 이방성 축을 갖는 수직 이방성 재료에 대하여 평면 응력상태에서의 유효 변형률속도와 유효 응력을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} = & \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{1+r}{2+r} \right) \left[\sigma_x^2 - \frac{2r}{1+r} \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 \right.} \\ & \left. + 2 \left(\frac{1+2r}{1+r} \right) \tau_{xy}^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\epsilon}} = & \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{2+r}{1+2r} \right) \left[(1+r) \dot{\epsilon}_x^2 + (1+r) \dot{\epsilon}_y^2 \right.} \\ & \left. + 2r \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_y + \frac{1}{2} \dot{\gamma}_{xy}^2 \right]^{1/2}} \end{aligned} \quad (11b)$$

이 경우의 응력과 변형률속도와의 관계식은 다음 식으로 기술된다.

$$\sigma_x = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\frac{2+r}{1+2r} \right) [(1+r) \dot{\epsilon}_x + r \dot{\epsilon}_y] \quad (12a)$$

$$\sigma_y = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\frac{2+r}{1+2r} \right) [(1+r) \dot{\epsilon}_y + r \dot{\epsilon}_x] \quad (12b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\bar{\epsilon}}} \left(\frac{\dot{\gamma}_{xy}}{N} \right) \quad (12c)$$

2.3 유한요소 근사화

2.3.1 박막에너지

가상일 원리 식(9)에서 박막에너지 항을 자연 환류좌표계에서 구하여 보면 다음과 같다. 자연 환류좌표계에서 자연 라그랑지 변형률은 다음과 같이 구하여 진다.

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u^a \partial x^a}{\partial \xi^i \partial \xi^j} + \frac{\partial x^a \partial u^a}{\partial \xi^i \partial \xi^j} + \frac{\partial u^a \partial u^a}{\partial \xi^i \partial \xi^j} \right] \quad (13)$$

여기서, 형상함수와 절점의 좌표 및 변위벡터를 이용하여 자연 라그랑지 변형률을 표현하면 다음과 같다.

$$E = \begin{Bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} X^T B_1 U + U^T B_1 X + U^T B_1 U \\ X^T B_2 U + U^T B_2 X + U^T B_2 U \\ X^T B_3 U + U^T B_3 X + U^T B_3 U \end{Bmatrix} \quad (14)$$

이때, B_1 , B_2 와 B_3 모두 대칭행렬로서 다음과 같이 주어진다.

$$B_1 = \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^1 \partial \xi^1} \quad B_2 = \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^2 \partial \xi^2}$$

$$B_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^1 \partial \xi^2} + \frac{\partial H^T \partial H}{\partial \xi^2 \partial \xi^1} \right) \quad (15)$$

여기서, H 는 형상함수이고 X 와 U 는 각각 절점의 좌표와 변위벡터를 나타낸다. 식(14)로부터 라그랑지 변형률의 변분을 취하면 다음과 같다.

$$\delta E = \left\{ \begin{matrix} \delta U^T B_1(X+U) \\ \delta U^T B_2(X+U) \\ \delta U^T B_3(X+U) \end{matrix} \right\} \equiv \left\{ \begin{matrix} \delta U^T K_1 \\ \delta U^T K_2 \\ \delta U^T K_3 \end{matrix} \right\} \quad (16)$$

식(11)과 식(16)을 이용하여 식(9)의 박막에너지 항을 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽²⁾

$$\int_{0_V} {}^r \sigma_{ij}^m \delta \varepsilon_{ij}^m t dA = \int_{0_V} {}^r \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\varepsilon}) t dA = \delta \bar{U}^T Q^m(\bar{U}) \quad (17)$$

여기서,

$$Q^m(\bar{U}) = \sum_e \int_{0_A(e)} \frac{2}{3} \frac{{}^r \bar{\sigma}}{\Delta \bar{\varepsilon}} (\alpha_1 K_1 + \alpha_2 K_2 + \alpha_3 K_3) t dA \quad (18)$$

이상으로 자연 환류좌표계에서 박막에너지 항을 구하여 보았다. 식(18)에 표현된 것과 같이 박막에너지 항은 두께에 비례하여 변화한다.

2.3.2 굽힘에너지

다음으로 가상일 원리 식(9)에서 굽힘에너지 항을 자연 환류좌표계에서 구하여 보면 다음과 같다. Fig. 2와 같이 두 요소가 서로 접하고 있을 때 두 요소가 서로 이루는 각은 다음과 같이 표현된다.

$$w_i^{(1)} - w_i^{(2)} = \left(n_n^{(1)} \cdot \frac{\partial H}{\partial n_i^{(1)}} - n_n^{(2)} \cdot \frac{\partial H}{\partial n_i^{(2)}} \right) U \quad (19)$$

여기서, 벡터 n_i 는 요소의 표면에 접하고 그 요소의 경계선에 수직인 접선벡터이고 벡터 n_n 은 요소면에 대하여 수직인 수직벡터이다. 그리고 U 는 인접한 두 요소의 절점에서의 변위벡터로서 다음과 같이 정의된다.

$$U = [U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4 \ U_5 \ U_6]^T \quad (20)$$

그리고 w 는 요소면에 대해서 수직인 변위벡터로서 다음과 같이 표현된다.

$$w^{(p)} = n_n^{(p)} \cdot u \quad (21)$$

박판의 굽힘문제에서 한 성분의 굽힘모멘트는 그 성분에 해당하는 곡률에만 영향을 주고 다른 성분의 곡률에는 영향을 주지 않는다고 가정할 수 있

다. 따라서 이러한 굽힘문제는 항복조건식으로 Frobenius norm을 사용하고 이로부터 굽힘모멘트와 곡률의 관계를 구한다. 이러한 가정으로부터 식(19)를 식(7)에 대입하여 식(9)의 굽힘에너지 항을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{0_A} {}^r M_1 \delta(\Delta \kappa_1) dA + \int_{0_A} {}^r M_2 \delta(\Delta \kappa_2) dA \\ &= \int_{0_A} C \Delta \kappa_1 \delta(\Delta \kappa_1) dA + \int_{0_A} C \Delta \kappa_2 \delta(\Delta \kappa_2) dA \\ &= \delta \bar{U}^T Q^b(\bar{U}) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

$$Q^b(\bar{U}) = \sum_e \int_{0_{A_v}(e)} C B_i^T B_i U dA \quad (23)$$

$$B_i = \frac{1}{L_i} \left(n_n^{(1)} \cdot \frac{\partial H}{\partial n_i^{(1)}} - n_n^{(2)} \cdot \frac{\partial H}{\partial n_i^{(2)}} \right) \quad (24)$$

이때, A_v 는 Fig. 3에서 점선으로 표시한 부분의 면적을 나타내고 C 는 굽힘에 대한 강성계수를 의미한다. 굽힘으로 발생하는 박판의 두께방향으로의 응력분포는 박판의 두께가 얇기 때문에 변형률의 분포와 같이 선형이라고 가정할 수 있다. 이러한 가정과 한 성분의 굽힘모멘트는 그 성분에 해당하는 곡률에만 영향을 준다는 가정으로부터 굽힘 강성계수 C 를 식(12)로부터 구할 수 있으며 다음과 같이 표현된다.

$$C = \frac{t^3}{18} \frac{\bar{\sigma}}{\Delta \bar{\varepsilon}} \frac{(1+r)(2+r)}{(1+2r)} \quad (25)$$

이때 t 는 박판의 두께를 나타낸다. 식(25)에 나타난 바와 같이 굽힘 강성계수는 박판 두께의 세 제곱에 비례한다. 이로부터 관재가 얇은 경우에는 전체 변형에 대하여 굽힘에너지의 영향은 별로 크지 않으나, 두께가 두꺼워짐에 따라 굽힘 에너지의 영향이 급격히 증가함을 알 수 있다. 성형초기 또는 재료가 강제운동을 할 경우 $\Delta \bar{\varepsilon}$ 는 매우 작은 값을 갖게되므로 굽힘 강성계수는 탄성강성계수보다

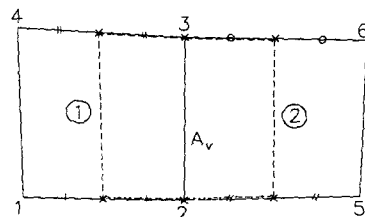


Fig. 3 Virtual element in the neighboring elements

큰 값을 갖게되어 물리적인 타당성이 결여되는 경우가 발생한다. 그러므로 $\Delta\epsilon < \Delta\epsilon^*$ 인 경우, 즉 $\Delta\epsilon$ 이 임계 변형률 증분보다 작은 경우에는 굽힘강성계수를 탄성 굽힘 강성계수로 가정하여 대입하였다.

체적력 f_i 를 무시하고 식(17)과 식(22)를 이용하여 가상일 원리 식(9)로부터 구한 수식을 유한요소로 유한차분 근사화하고 범함수의 정류치를 얻기 위하여 미분하고 정리하면 다음과 같은 행렬방정식을 얻게된다.

$$Q^m(U) + Q^b(U) = P(U) + F \quad (26)$$

여기서, $Q(U)$ 는 압력에 의한 표면력이며 변위 벡터 U 의 함수이고, F 는 경계면에 작용하는 표면력이다. 식(26)은 변위벡터 U 에 대한 비선형 함수이다. 이 비선형식의 해를 구하기 위하여 뉴턴-랩슨 축차법이 사용되었다.

3. 실험

딥드로잉 공정에는 목적에 따라서 여러가지 형상의 블랭크가 사용되며 이들 블랭크의 형상에 따라 성형하중과 변형률 분포에 차이가 생긴다. 사각컵 딥드로잉에 사용되는 블랭크 형상중 가장 일반적인 형상은 사각형과 원형이다. 여기서는 해석결과의 타당성을 검증하기 위해 블랭크 형상이 원형인 경우와 사각형인 경우에 대해 각각 실험을 행하였다. 실험에 사용된 다이와 펀치의 형상은 Fig. 4와 같다.

딥드로잉 공정에서 매우 중요한 것은 블랭크 홀딩력의 크기이다. 블랭크 홀딩력이 너무 작으면 플랜지에 큰 주름들이 발생하여 성형이 불가능해지거나 성형이 되더라도 원하는 형상을 얻을 수 없게 되며, 너무 크면 재료가 찢어져 성형을 할 수 없게 된다. 이러한 블랭크 홀딩력은 주로 시행오차에 의해 결정된다. 본 실험에서도 시행오차에 의하여 블랭크 홀딩력을 구하였으며, 초기에는 블랭크 홀딩력을 2,500 kgf로 선정하여 실험하였다. 실험결과 성형제품에는 이상이 없었으나 하중곡선에서는 성형 중간에 잠시 주름이 발생한 사실을 볼 수 있었다. 이러한 현상은 블랭크 홀딩력을 증가시키며 실험한 결과, 블랭크 홀딩력이 4,000 kgf일 때 없어졌다. 그러나 플랜지 부분의 작은 주름들은 여전히 존재하였고 이러한 작은 주름들은 더 이상의 블랭

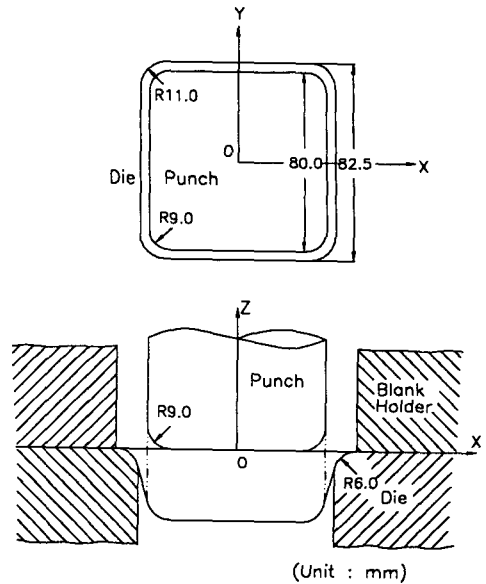


Fig. 4 Geometry description of the tooling for deep drawing of a square cup

크 홀딩력 증가에도 없어지지 않았으며, 이런 현상은 특히 사각형 블랭크의 경우 두드러지게 나타났다. 실험에서는 사각형과 원형 모두에 대해 블랭크 홀딩력을 4,000 kgf로 사용하였다.

플랜지 부분의 작은 주름현상은 플랜지 부분의 두께 분포의 차이에 의해서 발생하는 것으로서 딥드로잉 성형시 피할 수 없는 현상이다. 성형이 끝난 후의 플랜지 부분에서는 다이면과의 접촉흔이 몇 곳에 집중되어 있었다. 이것은 두께분포의 차이로 인하여 블랭크 홀딩력이 두꺼운 부분에만 집중된 것을 의미한다. 정확한 이론해석을 위하여는 이러한 현상도 신중히 고려하여 해석할 필요가 있다. 박판재료는 이방성을 가지기 때문에 압연방향에 대하여 재료를 어느 방향으로 절단하는가에 따라서 성형형상이 차이가 난다. 사각형 블랭크의 경우 블랭크의 변이 압연방향과 같은 방향이 되게 절단하여 사용하였고 원형 블랭크의 경우 압연방향이 편차면과 같은 방향이 되게 하여 성형하였다.

4. 수치해석 결과 및 토론

수치해석을 위하여 2절에서 유도된 수식화로부터 사절점 박막요소를 사용하여 굽힘을 고려할 수 있는 강소성 유한요소해석 프로그램을 개발하였다.

개발된 프로그램으로 딥드로잉 성형을 해석하여 박막이론의 해석결과 및 실험결과와 비교하여, 초기 블랭크 형상에 따른 굽힘의 효과에 대하여 조사하여 보았다. 사용된 재료는 자동차 차체용 냉연 강판이며 재료의 성질은 다음과 같다.

응력-변형률관계 : $\bar{\sigma} = 58.78 \times (0.000903 + \bar{\epsilon})^{0.274}$
(kgf/mm²)

이방성계수 : $r = 1.679$

초기 블랭크 크기 :

원형 블랭크 지름 : 170 mm

사각 블랭크 크기 : 160 mm × 160 mm

초기 박판 두께 : $t = 0.69$ mm

마찰계수 : $\mu = 0.123$

블랭크 홀딩력 : 4,000 kgf

상기재료의 성질은 모두 실험을 통하여 구하여진 수치이며 마찰계수는 실제다이와 재료간의 마찰계수를 추정할 수 있는 실험장치를 통하여 측정된 수치이다.⁽¹⁸⁾

4.1 원형 블랭크의 사각컵 딥드로잉 성형해석

초기 블랭크 형상을 원형으로 하는 사각컵 딥드로잉 성형공정의 해석에서는 문제의 대칭성에 의하

여 전체의 1/8만 해석하였다. 펀치행정이 58 mm가 될 때까지의 계산시간은 Work Station HP710에서 박막이론이 8,462 CPUsec이며, 본 이론은 12,060 CPUsec으로 본 이론이 박막이론에 비하여 약 1.43배 정도의 계산시간이 더 소요되었다.

Fig. 5는 펀치행정이 각각 25 mm, 50 mm일때의 유한요소 해석결과를 변형된 격자형상으로 나타낸 것이다. 변형형상은 실험결과와 잘 일치하고 있으며 변형된 격자형상은 본 이론의 경우 박막이론에 비하여 찌그러짐이 없는 유연한 형상을 보여 준다.⁽¹⁶⁾ 이것은 박막이론의 경우 유한요소 상호간에 굽힘강성이 전혀 없는 것에 반해 본 이론은 유한요소 상호간의 굽힘 저항을 고려하고 있기 때문이며 이로 인하여 계산상의 수렴성도 매우 향상됨을 나타내고 있다.

Fig. 6는 펀치행정에 대한 하중의 변화를 나타낸 것이다. 박막이론의 경우 실험결과와 상당한 차이를 보여주고 있으나, 본 이론의 경우 실험결과와 비교적 잘 일치됨을 보여주고 있다. 박막이론과의 차이는 특히 플랜지 부분에서부터 다이 모서리로 재료가 인입될 때의 굽힘효과에 의하여 발생하는 것으로 추정할 수 있다. 이 차이는 축대칭 공정에 비하여 훨씬 크며, 이것은 3차원 성형의 경우와 같

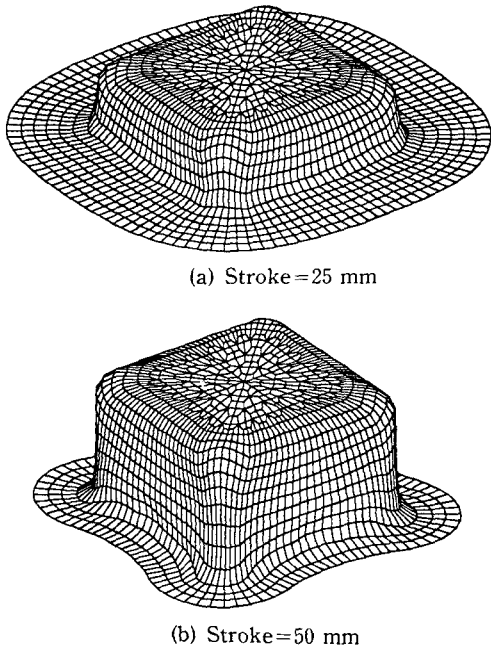


Fig. 5 Deformed shape in deep drawing of a square cup from a circular blank

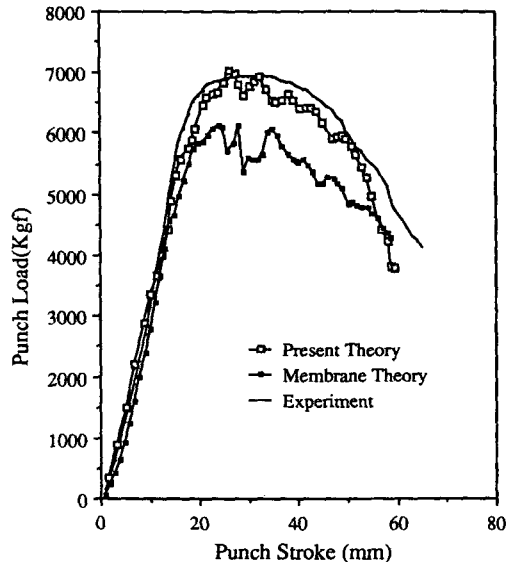


Fig. 6 Comparison of punch load between the computed results and the experimental ones: deep drawing of a square cup from a circular blank

이 형상이 복잡해지면 굽힘의 효과가 더 커질 것으로 예측할 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8은 사각컵의 수직방향과 대각선방

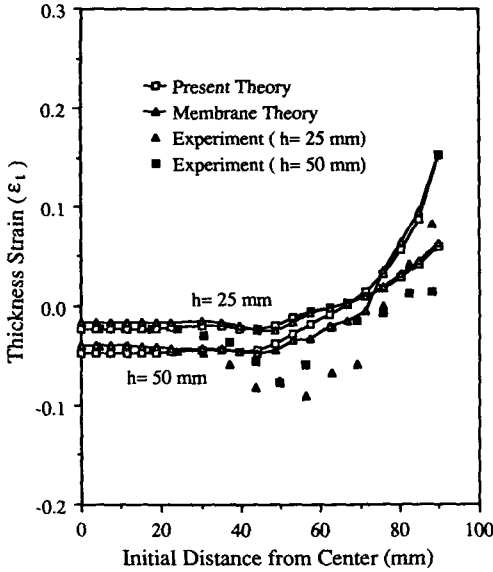


Fig. 7 Comparison of the thickness strain distribution between the computed results and the experimental ones in the transverse direction : deep drawing of a square cup from a circular blank (stroke=25 mm, 50 mm)

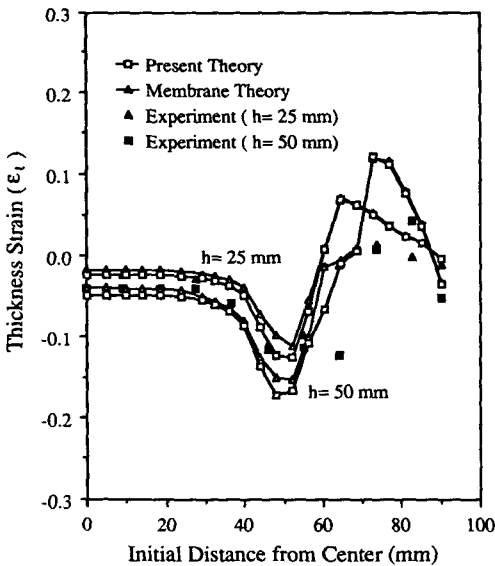


Fig. 8 Comparison of the thickness strain distribution between the computed results and the experimental ones in the diagonal direction : deep drawing of a square cup from a circular blank (stroke=25 mm, 50 mm)

향으로의 두께 변형률의 분포를 나타낸 것이다. 두께의 변화량은 수직방향에 비하여 대각선 방향이 크고 특히 펀치의 모서리 부분에서의 두께 감소가 매우 큰 것을 실험결과에서 알 수 있었으나 박막이론과 본 이론 모두 이러한 경향을 예측하기에는 약간 부족함을 보여 주었다. 플랜지 부분에서는 두 방법 모두 실험과 비슷한 경향을 보여 주었고, 이들 사이의 차이는 별로 없었으나 펀치선단의 평면 부분에서 본 이론이 박막이론에 비하여 두께가 보다 얇아지는 경향을 보여주고 있다. 이것은 본 이론의 경우 굽힘저항에 의해 플랜지 부분의 재료가 다이 내부로 잘 떨어져 들어오지 않았기 때문이다.

Fig. 9은 펀치행정이 각각 25 mm, 50 mm일 때의 플랜지 외곽의 형상을 박막이론과 본 이론의 결과를 실험과 비교하여 나타낸 것이다. 전체적으로 두 이론 모두 형상에 대하여 잘 예측하고 있으나, 다이의 측면 부분에서는 박막이론이 본 이론보다 좀더 떨어져 들어간 형상을 보여준다.

4.2 사각 블랭크의 사각컵 딥드로잉 성형해석

초기 블랭크 형상을 사각형으로 하는 사각컵 딥드로잉 성형공정의 해석에서도 문체의 대칭성을 이용하여 전체 영역의 1/8만 해석하였다. 펀치 행정이 41 mm가 될 때까지 계산시간은 Work station

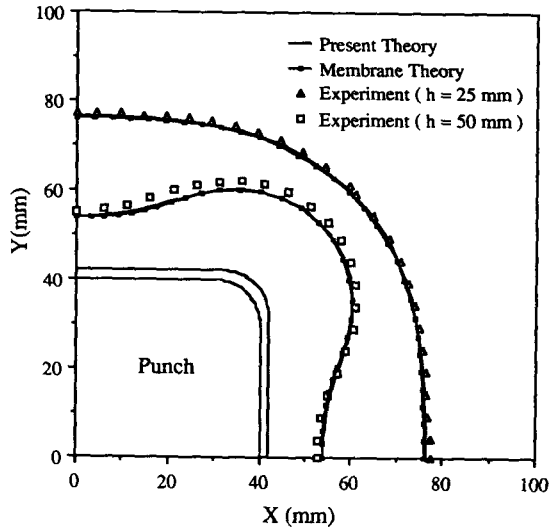


Fig. 9 Comparison of the deformed flange contour between the computed results and the experimental ones : deep drawing of a square cup from a circular blank

HP710에서 본 이론은 9,383 CPUsec가 걸렸고 박막이론은 6,723 CPUsec가 걸렸다. 본 이론이 박막이론에 비하여 약 1.39배의 계산시간이 더 소요되었다. 본 이론이 박막이론에 비하여 수렴성이 좋기

때문에 계산시간의 차이는 크지 않았다.

Fig. 10은 펀치행정이 각각 20 mm, 40 mm일 때의 유한요소 해석결과를 변형된 격자형상으로 나타낸 것이다. 이 경우의 변형형상도 실험결과와 잘 일치하고 있으며 변형된 격자형상은 본 이론의 경우가 박막이론에 비하여 찌그러짐이 없는 것은 원형 블랭크의 경우와 같다. 실험결과와 수치해석 결과가 잘 일치하는 것은 사각컵 성형의 경우 기하학적 구속이 많기 때문이기도 하다.

Fig. 11은 펀치변위에 대한 하중의 변화를 나타낸 것이다. 본 이론의 경우 실험결과와 잘 일치됨을 보여주고 있으며 박막이론의 경우에는 실험결과와 차이를 보여주고 있으나, 그 차이는 원형 블랭크의 경우보다는 작게 나타났다. 본 이론에 의한 펀치하중이 박막이론에 의한 펀치하중보다 큰 것은 역시 굽힘을 고려한 결과이다.

Fig. 12와 Fig. 13은 사각컵의 수직방향과 대각선 방향으로의 두께 변형률의 분포를 나타낸 것이다. 본 이론과 박막이론 사이에는 거의 차이가 없으며 모두 실험과 잘 일치하고 있다. 두께의 변화량은 수직방향에 비하여 대각선 방향에서 심하게 나타났고 특히 펀치의 모서리 부분에서 두께 감소가 매우 심하게 나타났다. 대각선 방향에서 플랜지 부분 두

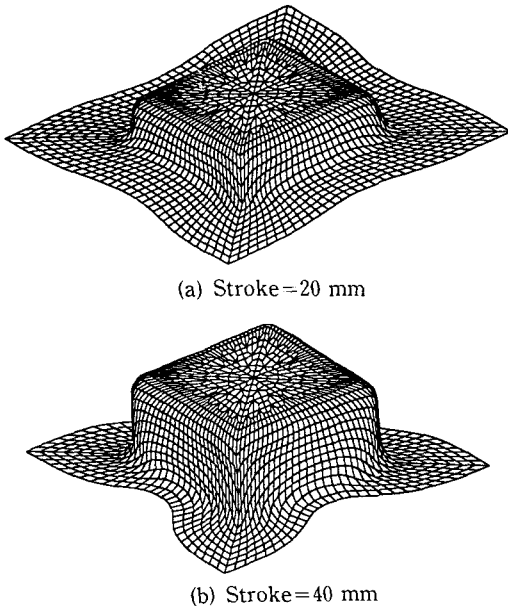


Fig. 10 Deformed shape in deep drawing of a square cup from a square blank

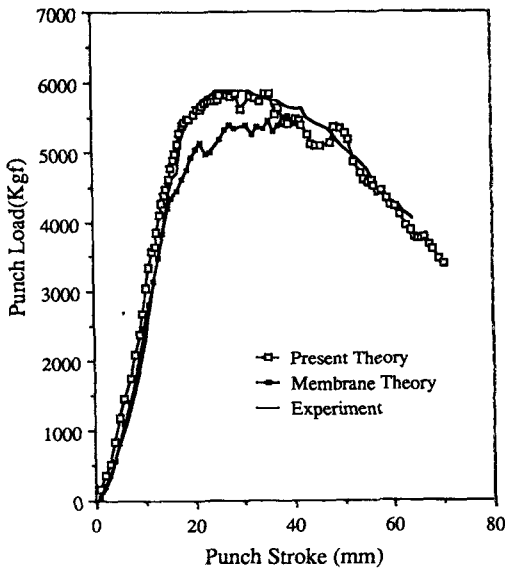


Fig. 11 Comparison of punch load between the computed results and the experimental ones: deep drawing of a square cup from a circular blank

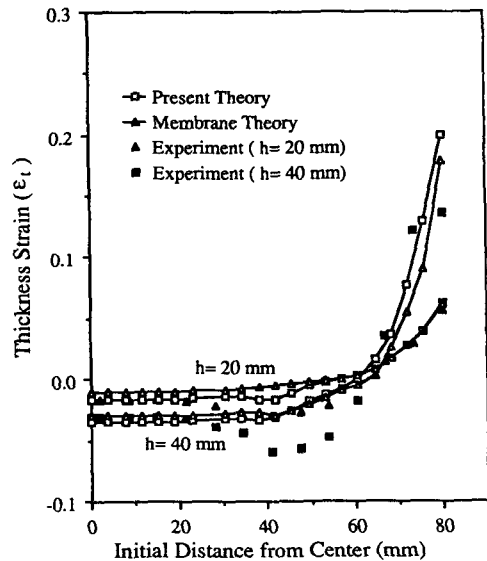


Fig. 12 Comparison of the thickness strain distribution between the computed results and the experimental ones in the transverse direction: deep drawing of a square cup from a square blank (stroke=20 mm, 40 mm)

계는 해석결과가 실험결과보다 매우 두껍게 나타났다. 이것은 실험시편의 플랜지 부분에 작은 주름들이 발생하여 시편의 두께가 작은 것으로 측정되었기 때문이다. 실제로 주름현상을 두께의 증가로 환

산하면 이론치와 측정치의 차이는 매우 작을 것이다. 측면 방향에서의 펀치 벽면 두께는 실험결과와 해석결과가 상당한 차이를 보이고 있다. 이것은 측면방향의 플랜지 부분이 다른 부분에 비해서 더 두꺼워져, 대부분의 블랭크 홀딩력이 이 부분에 작용하여 재료가 다이 내부로 딸려 들어가는 데 대한 저항이 커졌기 때문이다. 보다 더 정확한 해석을 위해서는 플랜지 부분의 두께변화에 대해서도 고려하여 경계조건을 주어야 할 것이다.

Fig. 14는 사각 블랭크의 사각컵 딥드로잉에 있어서 펀치행정이 각각 20 mm, 40 mm일 때의 플랜지 외곽의 형상을 실험결과와 본 이론 그리고 박막이론의 결과를 나타낸 것이다. 두 경우 모두 실험결과와 비교적 잘 일치하고 있으나 박막이론의 결과가 본 이론의 결과에 비하여 측면 다이에서 약간 더 딸려 들어간 형상을 보여주고 있다. 실험결과가 약간의 비대칭성을 보이고 있는 것은 재료의 평면이방성 때문이다.

사각컵 딥드로잉에서 굽힘의 효과는 원형 블랭크의 경우가 사각 블랭크의 경우보다 컸으며 굽힘에 의한 영향은 주로 성형 하중의 차이로 나타났으며 변형률 분포에는 큰 차이를 보이지 않고 있다. 이것은 사각컵 성형의 경우 기하학적인 구속이 많기 때문이다. 두 가지의 블랭크 형상의 사각컵 성형해석으로부터 블랭크의 형상은 성형하중과 두께 변형률에 영향을 미침을 알 수 있다.

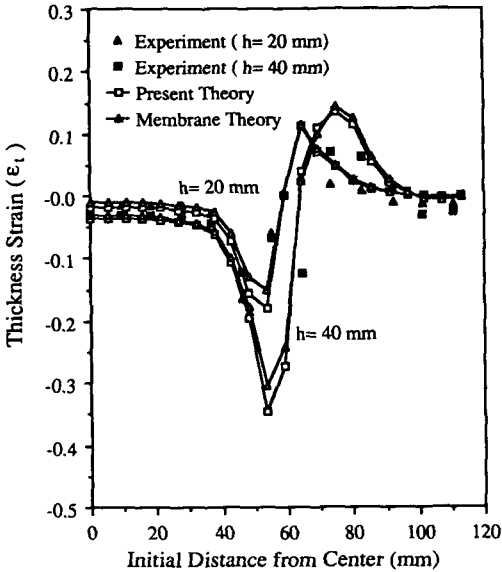


Fig. 13 Comparison of the thickness strain distribution between the computed results and the experimental ones in the diagonal direction: deep drawing of a square cup from a square blank (stroke=20 mm, 40 mm)

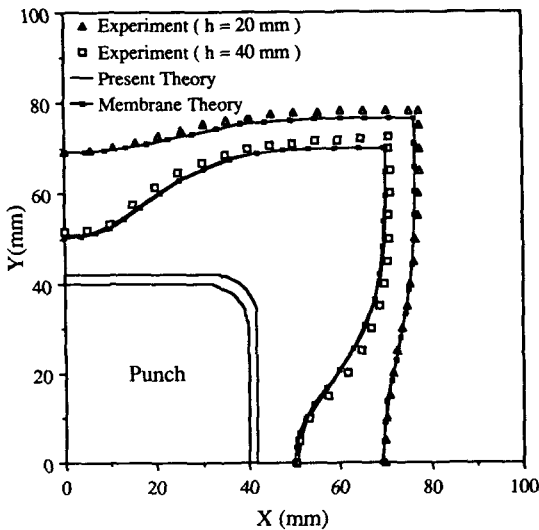


Fig. 14 Comparison of the deformed flange contour between the computed results and the experimental ones: deep drawing of a square cup from a square blank

5. 결 론

본 논문에서는 4절점 박막요소를 이용하여 계산의 효율성을 유지하면서 굽힘을 충분히 고려할 수 있는 해석방법을 제안하였으며, 강소성 수직 이방성 재료의 3차원 박판 성형공정을 해석하는 유한요소 프로그램을 개발하였다. 개발된 유한요소 프로그램을 이용하여 원형 블랭크와 사각형 블랭크에서의 사각컵 딥드로잉 성형문제를 해석하여 실험과 비교하였다.

딥드로잉 성형의 경우 굽힘의 효과가 상당히 크기 때문에 굽힘을 고려할 수 있는 본 이론의 결과는 굽힘을 고려할 수 없는 박막이론의 결과와 성형하중에서 상당한 차이를 보였다. 두께 변형률 분포나 플랜지부의 변형형상에서는 두 이론의 결과가 큰 차이를 보이지 않았다. 실험과 해석결과로부터 초기 블랭크 형상에 따라 굽힘효과가 달라지며 이

에 따라 성형하중과 두께 변형률 분포도 크게 차이가 남을 알 수 있었다. 성형하중, 플렌지부의 변형형상, 두께 변형률 분포 등을 비교하여 볼때, 원형 블랭크가 사각형 블랭크보다 딥드로잉 성형에 단연 유리함을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Toh, C. H. and Kobayashi, S., 1985, "Deformation Analysis and Blank Design in Square Cup Drawing," *Int. J. Machine Tool Des. Res.*, Vol. 25, No. 1, pp. 15~32.
- (2) Yang, D. Y. and Kim, Y. J., 1987, "Analysis of Hydrostatic Bulging of Anisotropic Rectangular Diaphragms by the Rigid-Plastic Finite Element Method," *J. Engng. Industry, ASME Trans.*, Vol. 109, pp. 148~154.
- (3) Saran, M. J., Schedin, E., Samuelsson, A., Melander, A. and Gustafsson, C., 1990, "Numerical and Experimental Investigations of Deep Drawing of Metal Sheets," *J. Engng. Industry, ASME Trans.*, Vol. 112, pp. 272~277.
- (4) Wagoner, R. H. and Zhou, D., 1993, "Recent Advances in 3-D Numerical Simulation of Sheet Forming Operations," *Advanced Technology of Plasticity 1993(Proc. 4th ICTP)*, pp. 1747~1755.
- (5) Makinouchi, A., 1984, "Elastic-Plastic Stress Analysis of U-bend Process of Sheet Metal," *Advanced Technology of Plasticity 1984(Proc. 1st ICTP)*, pp. 672~677.
- (6) Huh, H., Han, S. S. and Yang, D. Y., 1990, "Elasto-Plastic Finite Element Analysis with Directional Reduced Integration in Sheet Metal Forming Process," *Advanced Technology of Plasticity 1990(Proc. 3rd ICTP)*, pp. 1375~1381.
- (7) Lange, K., Herrmann, M., Keck, P. and Wilhelm, M., 1991, "Application of an Elasto-Plastic Finite Element Code to the Simulation of Metal Forming Processes," *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 27, pp. 239~261.
- (8) Huang, Y. M. and Lu, Y. H., 1992, "Elasto-Plastic Finite Element Analysis of V-Shape Sheet Bending," *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 35, pp. 129~150.
- (9) Gotoh, M., 1974, "A Finite Element Analysis of General Deformation of Sheet Metals," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 8, pp. 731~741.
- (10) Honnor, M. E. and Wood, R. D., 1987, "Finite Element Analysis of Axisymmetric Deep Drawing Using a Simple Two-Noded Mindlin Shell Element, Numerical Methods for Nonlinear Problems," ed. Taylor, C. et al., *Pineridge Press*, Swansea, pp. 440~449.
- (11) Boisse, P., Daniel, J. L. and Gelin, J. C., 1992, "Numerical Simulations of 3D Sheet Metal Forming Employing New Ahmad Shell Finite Elements," *J. Mat. Proc. Tech.*, Vol. 34, pp. 117~124.
- (12) Yang, D. Y., Shim, H. B. and Chung, W. J., 1990, "Comparative Investigation of Sheet Metal Forming Processes by the Elastic-Plastic Finite Element Method with Emphasis on the Effect of Bending," *Eng. Comput*, Vol. 7, pp. 274~283.
- (13) Majlessi, S. A. and Lee, D., 1993, "Deep Drawing of Square-Shaped Sheet Metal Parts, PART1: Finite Element Analysis," *J. Engng. Industry, ASME Trans.*, Vol. 115, pp. 102~109.
- (14) Hill, R., 1950, *The Mathematical Theory of Plasticity*, Clarendon Press, Oxford.
- (15) Huh, H., Han, S. S. and Yang, D. Y., 1993, "Rational Finite Element Formulation for a Membrane Element in Sheet Metal Forming Analysis," *Advanced Technology of Plasticity 1993(Proc. 4th ICTP)*, pp. 1529~1534.
- (16) Huh, H., Han, S. S., and Yang, D. Y., 1994, "Modified Membrane Finite Element Formulation Considering Bending Effect in Sheet Metal Forming Analysis," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, No. 7 pp. 659~672.
- (17) Johansen, K. W., 1962, *Yield-Line Theory*, Cement and Concrete Association, London.
- (18) 한수식, 1994, "굽힘효과를 고려한 박막요소 수식화에 의한 박판성형가공 해석," 박사학위논문, 한국과학기술원.