

〈論 文〉

## 압출공정 스크류특성 결정을 위한 전체 형상계수

김시조\* · 권태헌\*\*

(1994년 3월 17일 접수)

### A Total Shape Factor for Determining Three-Dimensional Screw Characteristics of Extrusion Process

S. J. Kim and T. H. Kwon

**Key Words :** Screw Characteristics(스크류특성), Total Shape Factor(전체 형상계수), Simple Approach(간략화 접근), Finite Element Analysis(유한요소해석), Non-Newtonian Fluids(비-뉴턴유체), Flight Effects(유동효과)

#### Abstract

This paper suggests a simple approach to determining the screw characteristics for a three dimensional flow in a channel with a finite aspect ratio(ratio of a width to a depth,  $W/H$ ) by introducing a Total Shape Factor( $F_t$ ) to correct a two-dimensional flow analysis for a channel with an infinite aspect ratio. In the present study, the Total Shape Factor( $F_t$ ) was defined as a ratio of a net flow rate obtained by the three-dimensional analysis to that by the two-dimensional analysis. In the proposed approach, the quantity,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$ , turns out to be almost constant and to play an important role in understanding the effects of the flights. Therefore,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$  are extensively reported in this paper in terms of several dimensionless parameters. This simple approach with such database will be very useful for extruder designers to predict the screw characteristics.

#### 기 호 설 명

$D$	: 베럴 내경	$Q_{2D}$	: 2차원에서의 총 유량
$D_{ij}$	: 변형률텐서 : $D_{ij}=1/2(v_{i,j} + v_{j,i})$	$Q_{3D}$	: 3차원에서의 총 유량
$F_t$	: 전체 형상계수 : $\frac{Q_{3D}}{Q_{2D}}$	$q_{2D}$	: 2차원에서의 무차원화된 총 유량
$H$	: 스크류채널의 높이 : 기준길이	$q_{3D}$	: 3차원에서의 무차원화된 총 유량
$N$	: 스크류 회전속도	$V_0$	: 베럴속도
$n$	: 파워지수(power-law index)	$V_{0x}$	: 베럴의 $x$ -방향속도
$p$	: 압력	$V_{0z}$	: 베럴의 $z$ -방향속도 : 기준속도
$\bar{p}$	: 기준압력	$W$	: 스크류 채널의 폭
$p^*$	: 무차원된 압력	$u, v, w$	: 각각의 $x, y, z$ 방향의 속도성분
		$u^*, v^*, w^*$	: 무차원화된 속도성분
		$x, y, z$	: 기준좌표계
		$x^*, y^*, z^*$	: 무차원화된 기준좌표계

\*정회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과

\*\*성회원, 포항공과대학교 기계공학과

## 그리스문자

$\dot{\gamma}$	: 일반화된 전단율
$\dot{\gamma}_0$	: 기준전단율
$\theta$	: 헬릭스각도
$\mu$	: 점도
$\mu_0$	: 기준점도
$\bar{\mu}$	: 평균점도

## 상첨자

*	: 무차원
---	-------

## 1. 서 론

본 논문은 압출기 내에서 채널길이 방향으로 유량, 스크류속도 그리고 압력구배 사이의 관련성, 즉 스크류특성에 관하여 3차원 비-뉴턴유체에 대해 3차원 유동효과(flight effect)를 집중적으로 논의한다.

단축 압출기에 대해서는 해석적, 실험적, 수치적 방법에 대하여 이제까지 많은 연구가 수행되어 왔다. 2차원 해석접근방법(즉, 단면 종횡비(aspect ratio)가 무한대)에 대해서는 Carley, Mallouk와 McKelvey가 SFT(simplified flow theory)를 도입하여 등온 뉴턴 2차원 해석을 시도하였다.<sup>(1)</sup> 그 이후에 Griffith<sup>(2)</sup>는 비-뉴턴유체에 대해 수치해석 결과로부터 스크류특성을 논하였다. 또한, Tadmor와 Gogos,<sup>(3)</sup> Fenner<sup>(4)</sup> 그리고 Rauwendaal<sup>(5)</sup>등 많은 사람들에 의해 계속 연구가 수행되었다.

뉴턴유체의 3차원 유동의 경우는 사각단면을 가진 압출기 채널내의 속도분포가 이론적으로 구해진 바 있다. 이와 관련한 내용은 다른 참고문헌에 자세히 언급되어 있다.<sup>(1,3,4,6)</sup> 즉, 순압력유동(pure pressure flow), 그리고 순드레그유동(pure drag flow)과 순압력유동을 함께 고려한 경우의 속도분포가 Boussinesq와 Rowell과 Finlayson에 의해 구해졌다. Meskat는 이러한 여러 종류의 이론해가 모두 일치함을 보였다. 이러한 이론해로부터 형상계수, 즉 순압력유동과 순드레그유동에 대해 각각  $F_d$ 와  $F_p$ 를 도입할 수 있다. 비-뉴턴유체의 경우에 대해서 Metzner<sup>(7)</sup>가 크로스 채널유동을 해석하였다. 이들은 파워지수효과가 고려된 수정된  $F_p$ 를 제안하였다. 이후 Middleman<sup>(8)</sup>은 등온, 비-뉴턴 유체에 대해 스크류특성에 관해 수치해석적으로 연

구하였다. 이 연구 논문에서는 순압력유동과 순드레그유동을 고려하여 2차원 및 3차원 계산결과를 비교하였다. 그러나, 그들은 축방향유동(down-channel flow)을 무시하였다.<sup>(8)</sup> Ryszard<sup>(9)</sup>는 2차원 유동해석으로부터 이론적으로 플라이트 효과를 연구하였다.

그러나, 실제로는 비-뉴턴 3차원 유동에 대하여는 순압력유동과 순드레그유동을 각각 분리한  $F_d$ 와  $F_p$ 를 도입하여 해석할 수 없다. 왜냐하면 비뉴턴유체의 경우에는 축방향 유동과 단면방향 유동이 서로 연계되어 있기 때문이다. 그러므로 위에 설명된 연구결과들은 3차원 비-뉴턴유동을 해석하는데 적합하지 못하다.

따라서 본 연구에서는 새로운 형상계수, 즉 전체 형상계수(total shape factor( $F_t$ ))를 도입하여 스크류특성을 쉽게 이해하는 방법을 제시한다. 즉, 3차원 유동과 2차원 유동에 의한 유량의 비로 정의된 전체 형상계수를 이용하여, 압력구배, 작업조건(예, 스크류 회전속도 및 단면종횡비에 따라 비-뉴턴유체의 3차원 스크류특성을 구하는 방법을 논의하고자 한다.

본 연구에서는 전체 형상계수의 정의로부터 3차원 유동을 이해하기 위한 간략화된 유동모델을 제시하고, 유한요소해석<sup>(10~12)</sup>을 이용하여 전체 형상계수를 무차원화된 유량, 스크류속도, 압력구배의 변화에 따라 계산하여 스크류특성을 이해하였다.

수치해석 결과로부터 전체 형상계수의 단면 종횡비에 따른 변화율(즉,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$ )이 단면 종횡비에 관계없이 일정하다는 것을 알게 되었고, 이 결과는 본 연구에서 제시한 간략화된 모델이 적합함을 입증하는 것이다. 자세한 내용은 3장과 4장에 언급하였다.

이러한 간략화된 모델과 전체 형상계수의 도입은 작업조건, 사용되는 물성과 압출기의 기하학적 조건에 따른 스크류의 특성을 이해하는데 매우 도움을 줄 수 있으며 수치해석된 자료들을 3차원 유량을 쉽게 예측하는 기본 자료로 사용될 수 있다.<sup>(13)</sup>

## 2. 무차원 해석

압출기의 단면모양과 좌표계를 Fig. 1에 간략하게 나타내었다. 압출기내의 유동해석에 관한 가정은 비압축성, 등온으로서 가공재료의 유변학적 모델로서 파워모델을 사용한다. 또한 스크류 단면이

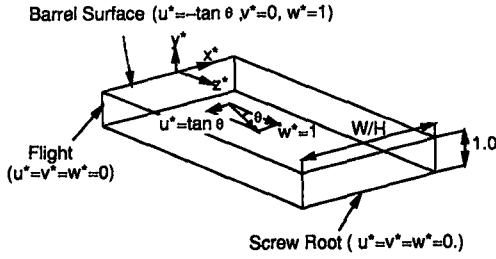


Fig. 1 Coordinate system and boundary conditions

축방향으로 변화가 없다는 가정으로부터 모든  $\partial(\ )/\partial z$  항이 무시된다. 이런 가정을 바탕으로 해석하는 모델을 준 3차원 모델이라고 명명한다.<sup>(10)</sup> 이 경우, 질량보존법칙과 운동량보존법칙은 아래와 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \quad (4)$$

경계조건은 아래와 같으며  $\partial p/\partial z$ 는 임의로 정해진 값을 사용한다.

$$u = -V_{bz} \tan \theta, \quad v = 0, \quad w = V_{bz} \quad \text{at } y = 0$$

$$u = v = w = 0 \quad \text{at } y = -H \quad \text{and } x = \pm W/2 \quad (5)$$

가공재료의 유변학적 구성방정식으로 사용된 파워모델은 다음과 같다.

$$\mu = \mu_0 \left[ \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right]^{n-1} \quad (6)$$

여기서,  $\dot{\gamma}$ 은  $\dot{\gamma} = \sqrt{2D_{ij}D_{ij}}$ 로 정의된 일반화된 전단변형률을 뜻한다.

해석결과와 효과적 이용을 위해서 무차원화가 중요하다. 본연구에서는 특성길이를  $H$ 로, 특성시간을  $V_{bz}/H$ 로 하여 다음과 같은 무차원변수를 도입하였다.

$$x^* = x/H, \quad y^* = y/H, \quad z^* = z/H \quad (7)$$

$$u^* = u/V_{bz}, \quad v^* = v/V_{bz}, \quad w^* = w/V_{bz} \quad (8)$$

$$\dot{\gamma}^* = \frac{\dot{\gamma}}{V_{bz}/H}, \quad \bar{\mu} = \mu_0 \left[ \frac{V_{bz}/H}{\dot{\gamma}_0} \right]^{n-1} \quad (9)$$

$$\bar{p}^* = \frac{\bar{p}}{p}, \quad \bar{p} = \mu \frac{V_{bz}}{H}, \quad V_{bz} = \pi DN \frac{\cos \theta}{60} \quad (10)$$

이들을 이용한 무차원화된 지배방정식은 다음과

같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ 2[\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ [\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] \quad (12)$$

$$\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial y^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ [\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ 2[\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial v^*}{\partial y^*} \right) \right] \quad (13)$$

$$\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} = \frac{\partial}{\partial x^*} \left[ [\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y^*} \left[ [\dot{\gamma}^*]^{n-1} \left( \frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) \right] \quad (14)$$

위의 식에 해당하는 무차원화된 경계조건은

$$u^* = -\tan \theta, \quad v^* = 0, \quad w^* = 1 \quad \text{at } y^* = 0$$

$$u^* = v^* = w^* = 0 \quad \text{at } y^* = -1 \quad \text{and } x^* = \pm \frac{W}{2H} \quad (15)$$

식(14)에서  $\partial \bar{p}^*/\partial z^*$ 는 무차원화된 압력구배를 나타내며, 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial z^*} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \frac{\dot{\gamma}_0^{n-1}}{\mu_0} \frac{H^{n+1}}{V_{bz}^n} \quad (16)$$

위의 식에서 정의된 무차원화된 압력구배는 Griffith<sup>(2)</sup>가 정의한 무차원화된 압력구배에 비해서 기준속도를  $V_{bz}$  대신 베럴속도  $V_0$ 를 사용한것만이 다를뿐 기본적으로는 동일하다. 여기서 뉴턴유체의

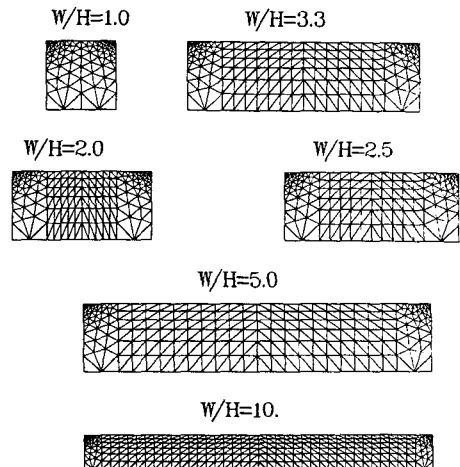


Fig. 2 Mesh generation for W/H=1.0, 2.0, 3.3, 5.0 and 10

경우에는 앞에서 압력구배에 관한 무차원수는 Pinto와 Tadmor<sup>(14)</sup>가 정의한 무차원수  $\Phi$ 와는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\frac{\partial p^*}{\partial z^*} = -6\Phi, \quad \Phi = -\frac{\partial p}{\partial z} \frac{H^2}{6\mu_0 V_{bz}} \quad (17)$$

위에서 무차원화된 지배방정식들은 다른 문헌<sup>(10-12)</sup>에서 언급된 것처럼 유한요소법으로 해석할 수 있다. 또한 단면 종횡비가 무한대인 2차원 모델의 유동의 경우는 Griffith<sup>(2)</sup>에 의해 수치해석된 바 있는데, 본 연구에서는 유한차분법(Finite Difference Method)<sup>(15)</sup>을 이용하여 2차원 해석을 하였다. 따라서 본 연구에서 이용된 유한요소법과 유한차분법의 자세한 내용은 여기서 생략한다. Fig. 2에는 본 논문에서 사용된 유한요소격자를 여러 단면 종횡비( $W/H=1.0, 2.0, 2.5, 3.33, 5.0, 10.0$ )에 대하여 나타낸 것이다.

### 3. 전체 형상계수

3차원 뉴턴유체에 대해서는 총 유량에 관계된 이론적인 식이 관련 문헌에 자세히 언급되어 있다.<sup>(1)</sup> 즉, 순압력유동, 그 이후 순드레그유동을 결합시킨 이론적인 해석결과가 각각 Boussinesq 그리고 Rowell과 Finlayson에 의해 수행되었다. Meskat는 이러한 이론적 해석결과를 검토하고 그들의 해가 모두 상호 일치함을 보였다. 그들에 의해 수행된 3차원 유량에 관계된 결과식은 다음과 같다.

$$Q_{3D} = \frac{V_{bz}WH}{2} F_d + \frac{WH^3}{12\mu} \left(-\frac{\partial p}{\partial z}\right) F_p \quad (18)$$

여기서,  $F_d$ 와  $F_p$ 는 각각 순드레그유동과 순압력유동에 관계된 형상계수를 뜻하며, 다음과 같이 표현된다.

$$F_d = \frac{16W}{\pi^3 H} \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{i^3} \tanh\left(\frac{i\pi H}{2W}\right) \quad (19)$$

$$F_p = 1 - \frac{192H}{\pi^5 W} \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{i^5} \tanh\left(\frac{i\pi W}{2H}\right) \quad (20)$$

여기서, 지적할 사항으로는 드레그유동과 압력유동에 의한 효과가 각각 독립적으로  $Q_{3D}$ 에 기여하며,  $F_p$ 와  $F_d$ 는 단지 단면 종횡비( $W/H$ )만의 함수이다. 한편 Rauwendaal<sup>(6)</sup>은 압출기공정에 주로 사용되는 단면 종횡비의 범위, 즉( $H/W < 0.6$ )에 대해 식(19)와 식(20)을 근사화시켜  $F_d$ 와  $F_p$ 를 다음과 같이 나타내었다.

$$F_d = 1 - 0.571 \frac{H}{W}, \quad F_p = 1 - 0.625 \frac{H}{W} \quad (21)$$

그러나 비-뉴턴 3차원 유동의 경우에는 여기에 상응하는 이론해가 존재하지 않으며 또한  $Q_{3D}$ 는 식(18)처럼  $F_p$ 와  $F_d$ 에 의해 각각 분리된 항으로 표현할 수 없다. 그러나 Middleman은 순압력유동과 순드레그유동에 대한 단면유동(cross-channel flow)를 해석하였다.<sup>(8)</sup> 그러나 이 결과는 축방향 유동(down-channel flow)를 무시하였기 때문에 사용에 문제가 있다.

본 연구에서는 기존의 3차원 유한요소법 개발<sup>(10-12)</sup>의 도움으로 단면유동과 축방향 유동 모두를 고려한 해석을 할 수 있었다. 이러한 유한요소해석 결과를 이용하여 3차원 유동효과를 고려한 비-뉴턴유체에 대해 압력유동과 드레그유동을 모두 고려한 새로운 형상계수, 즉 전체 형상계수를 도입하였다.

본 연구에서는 전체형상계수를 3차원 유동에 의한 유량의 2차원 유동에 의한 유량에 대한 비로서 아래와 같이 정의한다.

$$F_t = \frac{Q_{3D}}{Q_{2D}} \quad (22)$$

단면 무차원화 지배방정식의 해석결과로 구해지는 무차원화된 2차원 유량,  $q_{2D}$ 와  $q_{3D}$ 는 다음과 같이 표현이 된다.

$$q_{2D} = \int_0^1 w^* dy^* \quad (23)$$

$$q_{3D} = \int_{-\frac{W}{2H}}^{\frac{W}{2H}} \int_0^1 w^* dy^* dx^* \quad (24)$$

실제 유량을 각각 무차원수  $q_{2D}$ 와  $q_{3D}$ 와의 관계로 표시하면 다음과 같이 된다.

$$Q_{2D} = q_{2D} V_{bz} H W \quad (25)$$

$$Q_{3D} = q_{3D} V_{bz} H^2 \quad (26)$$

따라서 무차원화된  $q_{2D}$ 와  $q_{3D}$ 를 사용하면 전체형상계수는 다음과 같이 정의된다.

$$F_t = \frac{q_{3D}}{q_{2D} \frac{W}{H}} \quad (27)$$

만약 뉴턴유체일 경우라면, 식(18~20)으로부터  $F_t$ 는  $F_d$ 와  $F_p$ 로 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$F_t = \frac{F_d + F_p \Phi}{1 + \Phi} \quad (28)$$

여기서, 단면 종횡비가 무한대인 경우(즉, 2차원의 경우)에는  $F_d$ 와  $F_p$ 의 값은 식(19)와 (20)에서 알

수 있듯이 각각 1이다. 따라서  $F_t$ 도 식(28)로부터 1이 됨을 알 수 있다. 여기서 주목할 사항은 뉴턴 유체의 경우는  $F_t$ 가  $W/H$ 와  $\Phi$ 의 함수이지만 헬릭스각도  $\theta$ 에는 무관하다는 사실이다. 이에 비하여 비-뉴턴유체의 경우에는  $F_t$ 가 단면 유동과 축방향과의 연관관계로부터 구하여지기 때문에  $W/H$ ,  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 와  $\theta$ 의 함수로 이루어지며, 이 값은 수치 해석으로부터 얻어진다.

#### 4. 간략화된 유동모델

3차원 유동을 간략화하기 위하여 Fig. 3에 나타난 것처럼 영역 "A"와 영역 "B"로 나누어 보기로 한다. 여기서, 영역 "A"는 2차원 유동해석결과와 동일한 속도분포를, 영역 "B"는 3차원 유동효과가 고려된 영역이다. Fig. 3의  $(\frac{W}{H})_0$ 은 3차원 영역을 나타내는 무차원화된 기준길이를 나타낸다. 이러한 가정은 압출기공정에서 단면 중회비가 2이상일때 매우 적합한 가정임을 나중에 수치해석을 통해 확인할 수 있게 된다. 이러한 가정을 바탕으로 3차원 유동의 유량은 각각 영역 "A"와 "B"의 조합으로 다음과 같이 표현할 수 있게 된다.

$$Q_{3D} = Q_{3D,A} + Q_{3D,B} \quad (29)$$

여기서,  $Q_{3D,A}$   $Q_{3D,B}$ 는 각각 영역 "A"과 영역 "B"의 유량을 의미하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_{3D,A} = q_{2D} V_{bz} H^2 \left[ \frac{W}{H} - \left( \frac{W}{H} \right)_0 \right] \quad (30)$$

$$Q_{3D,B} = q_{3D,B} V_{bz} H^2 \quad (31)$$

식(30)에서  $Q_{3D,A}$ 는  $\left[ \frac{W}{H} - \left( \frac{W}{H} \right)_0 \right]$ 에 선형적이며 이 결과는 2차 유동으로부터 당연한 결과이다. 그러면 식(22), (25,26), (29~31)로부터 전체 형상

계수는 무차원화된 양들과의 관계를 다음과 같이 표현할 수 있게 된다.

$$F_t = \frac{q_{2D} \left[ \frac{W}{H} - \left( \frac{W}{H} \right)_0 \right] + q_{3D,B}}{q_{2D} \left( \frac{W}{H} \right)} = 1 - \frac{\left( \frac{W}{H} \right)_0}{\frac{W}{H}} \left[ 1 - \frac{q_{3D,B}}{q_{2D} \left( \frac{W}{H} \right)_0} \right] \quad (32)$$

만약 본 연구에서 제시한 모델이 적절하다면 위 식으로부터  $Q_{3D,B}$ 는 주어진  $\left( \frac{W}{H} \right)_0$ 에 대해  $W/H$ 에 무관하게 일정한 값이 될 것이다. 그러면 식(32)로부터  $F_t$ 는  $H/W$ 에 선형적인 관계를 가지게 되며 이로부터 전체 형상계수는 다음과 같이 다시 표현 가능하여진다.

$$F_t = 1 + \frac{\partial F_t}{\partial \left( \frac{H}{W} \right)} \frac{1}{W/H} \quad (33)$$

여기서,  $\frac{\partial F_t}{\partial \left( \frac{H}{W} \right)}$ 는 일정하며 식(32), 식(33)으로부터  $\frac{\partial F_t}{\partial \left( \frac{H}{W} \right)}$ 은  $-\left( \frac{W}{H} \right)_0 \left[ 1 - \frac{q_{3D,B}}{q_{2D} \left( \frac{W}{H} \right)_0} \right]$ 과 동일성을 갖게 된다.

따라서 만약 수치해석으로  $\frac{\partial F_t}{\partial \left( \frac{H}{W} \right)}$ 을 구한다면  $F_t$ 는 식(33)으로부터 어떠한  $W/H$ 에 대해서든 계산할 수 있으며, 식(22) 또는 식(27)로부터 3차원 유량을 쉽게 계산할 수 있게 된다.

우선, 여기서 확인되어야 할 사실은  $\frac{\partial F_t}{\partial \left( \frac{H}{W} \right)}$ 이 일정한 값을 갖는지를 수치해석적으로 확인하여야 하며 그 결과를 5장에서 다루었다.

#### 5. 수치해석 결과 및 검토

본 연구에서는  $W/H$ ,  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 의 변화에 대한 스크류 특성의 변화를 이해하기 위하여 여러 종류의 파워지수  $n$ , 헬릭스각도  $\theta$ 에 대해 수치해석을 수행하였다. Fig. 4는 압력구배와 유량과의 관계를 뉴턴 유체에 대하여는 Fig. 4(a)에, 비-뉴턴유체에 대하여는 Fig. 4(b)에 나타내었다. 여기서  $\frac{q_{3D}}{W/H}$ 량은 참고문헌(8)에 제시된 무차원수  $\frac{Q_{3D}}{V_{bz} H W}$ 와 동일한 값을 주목하자. 이들 그림으로부터  $\frac{q_{3D}}{W/H}$

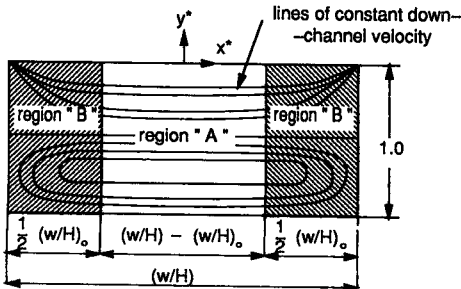


Fig. 3 Schematic diagram of a simple approach to 3-D flow

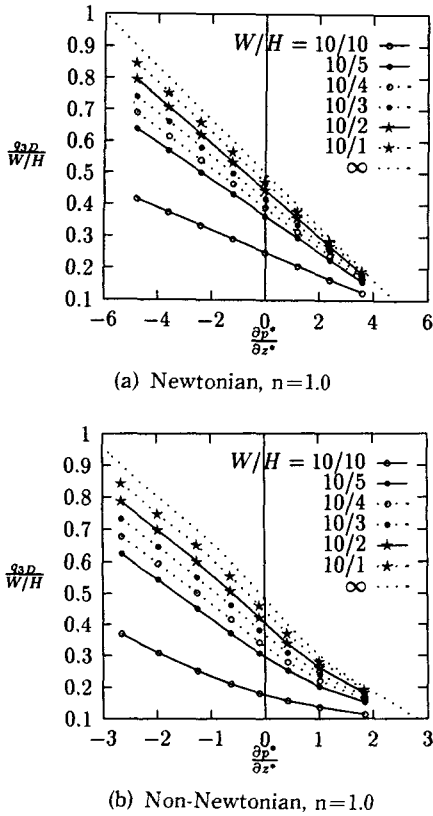


Fig. 4 Dimensionless volume flow rate as a function of  $\frac{\partial P^*}{\partial z^*}$  for several aspect ratios with a fixed  $\theta = 10^\circ$

값들은  $W/H$ 가 무한대로 갈수록 2차원 유동 해석 결과에 수렴함을 알 수 있다.

식(27)로부터 계산한 전체 형상계수들을 Fig. 5와 6에 주어진 파워지수에 대하여 단면 중형비의 역수( $W/H$ )로 나타내었다. 뉴턴유체에 대하여는 식(18)~(20)으로부터 이론적으로 전체 형상계수를 계산할 수 있다. 따라서 Fig.5(b)에 이 결과를 나타내었으며 수치해석결과(Fig. 5(a))와 비교하면 매우 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 5와 6으로부터 알 수 있듯이( $H/W$ )가 영으로 접근할 때(즉, 2차원 유동) 뉴턴유체와 비-뉴턴유체 모두 전체 형상계수값은 1로 접근한다.

Fig. 5와 6에서 나타난 가장 중요한 결과는 유량과 단면 중형비 역수와의 선형적인 관계가 있다는 사실이다. 즉, 이 결과로부터  $W/H$ 가 2보다 큰 경우 뉴턴유체이든 비-뉴턴유체이든 관계없이  $\frac{\partial F_i}{\partial (H/W)}$

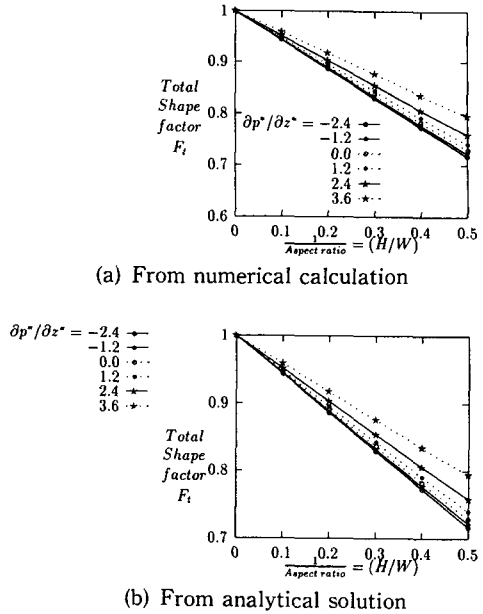


Fig. 5 Total shape factor as a function of ( $H/W$ ) with several dimensionless pressure gradients for Newtonian fluids

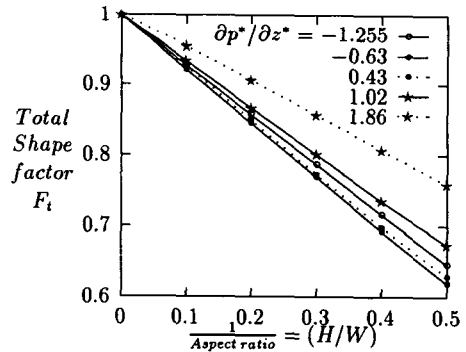


Fig. 6 Total shape factor as a function of ( $H/W$ ) with several pressure gradients for non-Newtonian fluids:  $\theta = 10^\circ$ ;  $n = 0.4$

가 일정한 값을 가짐을 알 수 있다. 이러한 현상은 헬릭스각도의 변화에 따라서도 같은 결과를 나타내었다.  $H/W$ 에 대한  $F_i$ 의 선형관계는 본 연구에서 제안한 간략화된 유동모델이 적합함을 증명하는 결과이며 이 결과는 식(32)와 (33)을 설명하는 기본이 된다. 그러나 Fig. 6에서 알 수 있듯이  $H/W$ 가 0.5인 경우는 직선의 기울기가 약간 변하는데 이러한 영향은  $H/W$ 가 0.5 이상의 경우, 즉  $W/H$ 가 2이하의 경우 비선형성이 강하게 나옴을 확인할 수

있었고, 이러한 경우는 본 모델을 적용할 수 없다. 이러한 결과는  $W/H$ 가 2보다 적은 경우 3차원 유동효과가 전영역에 영향을 미침을 의미하나 실제 대부분의 압출기내의 단면 중형비는 2이상이므로 큰 문제가 되지 않는다.

이상과 같이 본 연구에서 제안한 모델을 수치해석을 통해 입증하였듯이 만약  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 을  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ ,  $n$ 과

$\theta$ 의 함수로 얻어지면, 이 데이터들은 스크류특성을 이해하는데 중요한 자료로 이용될 수 있다. 이러한 수치해석 결과로부터 얻은 데이터들을 Fig. 7과 Fig. 8에 나타내었다. Fig. 7에는 여러종류의 파워지수  $n$ 에 대해서  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 를  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 로 나타내었다.

Fig. 8에는 다른 표현방법으로 여러종류의 헬릭스 각도에 대하여 그 관계를 나타내었다. 여기서 다시 한번 언급할 사실은 뉴턴유체의 경우 Fig. 7에서 보듯이  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 와  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 와의 관계는  $\theta$ 에 무관하다는

것이다. 이러한 사실은 뉴턴유체의 경우는 단면유동과 축방향유동에 대한 운동량보존에 관계된 구성방정식이 서로 독립적이라는 사실로부터 쉽게 알 수 있다. 따라서 Fig. 8에는  $n=1$ 인 경우를 포함시키지 않았다.

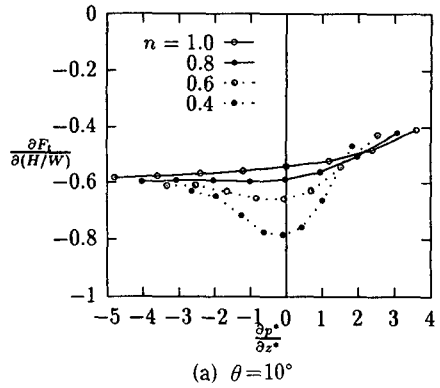
Fig. 7과 Fig. 8에 나타난 데이터베이스를 이용하면 주어진  $n, \theta, \frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 에 대해 쉽게  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 을 결정

할 수 있으며 식(33)으로부터  $F_t$ 를  $H/W$ 에 대한 함수를 얻을 수 있다. 따라서 만약  $q_{2D}$ 를 알고 있다면  $Q_{3D}$ 는 식(26,27)로부터 쉽게 결정할 수 있다. 그런데  $q_{2D}$ 는 유한차분법<sup>(15)</sup>에 의해 쉽게 구할 수 있다. 그 결과를 Fig. 9에 여러 종류의  $n$ 에 대해  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$ 의 함수로 나타내었다.

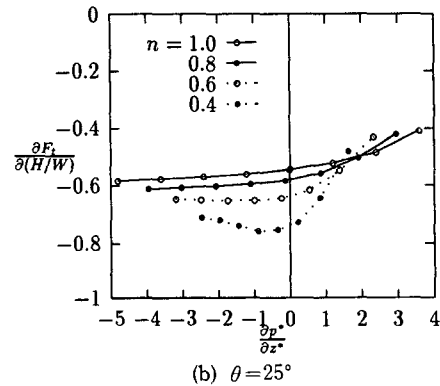
다음은  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 에 대하여 뉴턴유체의 경우를 알아보자. 이 경우에는  $F_d$ 와  $F_p$ 가 각각  $H/W$ 의 함수로 다음과 같이 표현된다고 가정하면,

$$F_d = 1 + C_1 \frac{H}{W}, \quad F_p = 1 + C_2 \frac{H}{W} \quad (34)$$

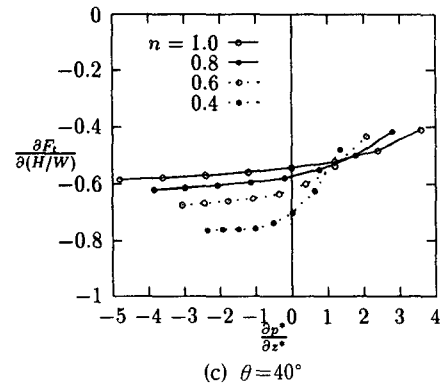
여기서, 위의 식은 Rauwendaal<sup>(6)</sup>이 제시한 식(21)과 상응한다. 식(34)를 식(28)에 대입하면 식(33)과 같은 형태가 나온다. 그러면  $\frac{\partial F_t}{\partial(\frac{H}{W})}$ 은



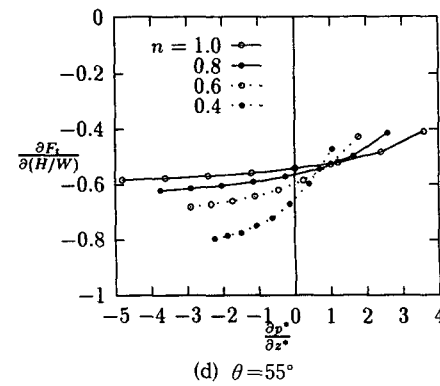
(a)  $\theta=10^\circ$



(b)  $\theta=25^\circ$



(c)  $\theta=40^\circ$



(d)  $\theta=55^\circ$

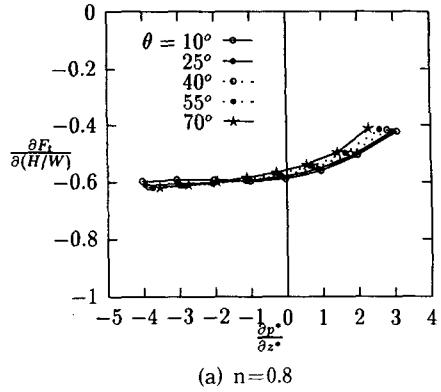
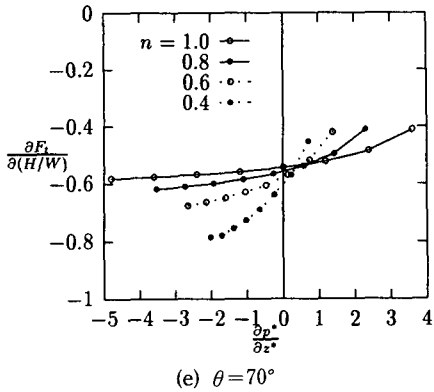
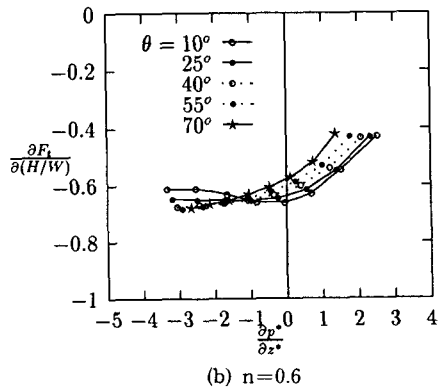


Fig. 7 Gradient of the total shape factor with respect to (H/W) as a function of the dimensionless pressure gradient  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$  with several power-law indices

$\frac{C_1 - \frac{C_2}{6} \frac{\partial p^*}{\partial z^*}}{1 - \frac{1}{6} \frac{\partial p^*}{\partial z^*}}$  으로 표현될 수 있다. 여기서,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$  와  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$  의 관계곡선은 Fig. 7에 나타난 것처럼 유일하며 Rauwendaal<sup>(6)</sup>이 제시한 상수  $C_1 = -0.571$ 와  $C_2 = -0.625$  대신  $C_1 = -0.543$ 와  $C_2 = -0.630$ 이 더욱 잘 맞음을 알 수 있었고 이 상수값을 추천한다.



비-뉴턴유체에 대한 효과는 Fig. 7에서 알 수 있듯이 파워지수가 적을수록,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$  값은  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$  에 대해 더 많은 변화를 가진다. 이러한 결과는 비-뉴턴유체가 뉴턴유체에 비하여 3차원 효과가 더 심함을 의미한다. 또한 Fig. 8에서 알 수 있듯이, 헬릭스각도의 변화에 대해서도 비뉴턴유체의 경우가 뉴턴유체의 경우보다  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$  의 변화가 심함을 알 수 있다.

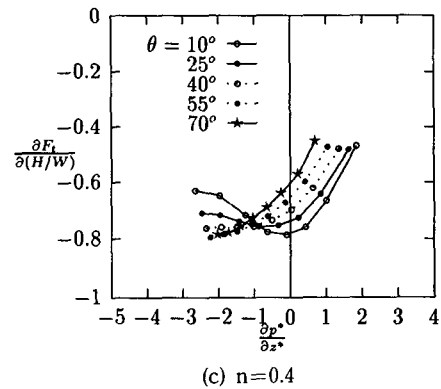


Fig. 8 Gradient of the total shape factor with respect to (H/W) as a function of the dimensionless pressure gradient  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$  with several helix angles

최종적으로 압출기설계에 이용될 수 있는 식을 정리하자면, 식(26), (27) 그리고 (33)으로부터 3차원 유동에 의한 실제 유량은 다음 공식으로 구할 수 있게 된다.

$$\begin{aligned}
 Q_{3D} &= V_{bz}HWq_{2D}\left(1 + \frac{\partial F_t}{\partial(H/W)} \frac{1}{W/H}\right) \\
 &= V_{bz}HWq_{2D} + V_{bz}HWq_{2D} \frac{\partial F_t}{\partial(H/W)} \frac{1}{W/H}
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

위에서  $q_{2D}$ 는 Fig. 9로부터  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$ 는 Fig. 7 또는 8로부터 각각 구하게 되면, 주어진  $\frac{W}{H}$ 와  $V_{bz}$ 에 대해서 식(35)를 이용하여 3차원 유량을 쉽게 계산할 수 있게 된다. 마지막으로 언급하고 싶은 사항은 식(35)의 우변 첫번째 항과 두번째 항은 각각  $Q_{2D}$



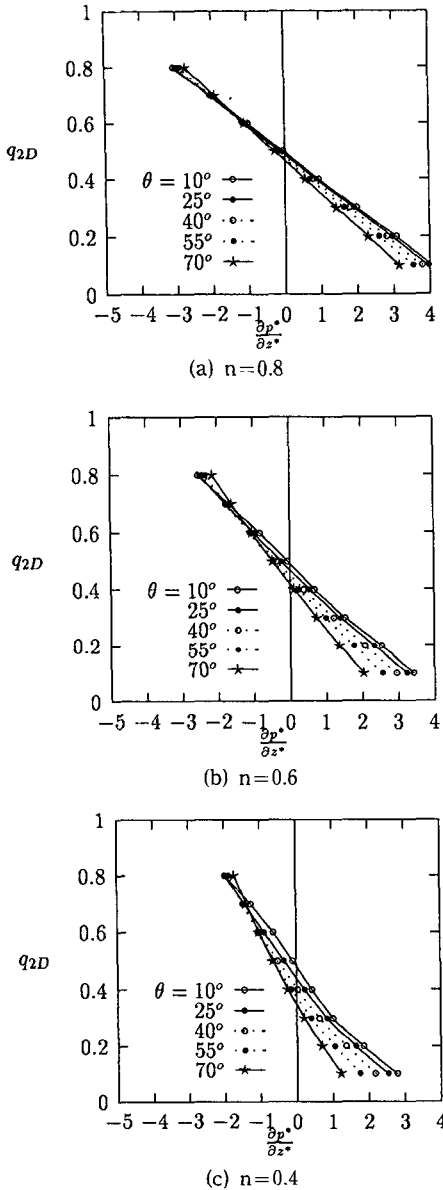


Fig. 9 Dimensionless flow rate as a function of the dimensionless pressure gradient  $\frac{\partial p^*}{\partial z^*}$  with several helix angles for two-dimensional non-Newtonian fluids

6. 결론

비-뉴턴유체에 대한 3차원 유동특성, 즉 스크류

특성에 관하여는 플라이트효과가 아직까지는 제대로 규명되지 않았었다. 즉, 비-뉴턴유체에서는 드레그유동과 압력유동에 관한 형상계수  $F_d$ 와  $F_p$ 가 독립적으로 계산될 수 없다. 따라서 본 연구에서는 전체 형상계수를 도입하여 드레그유동과 압력 유동의 조합으로 일어나는 스크류특성을 고려하였다. 식(22)로부터 간략화된 모델을 제시하였고 이로부터 3차원 스크류특성을 2차원 유동해석으로부터 쉽게 이해할 수 있는 근거를 제시하였다.

본 연구에서는 구성방정식을 무차원화하여 3차원 유동해석을 유한요소법으로 수행하여, 뉴턴유체와 비-뉴턴유체 모두,  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$ 의 양은  $W/H > 2$  이상의 경우 일정한 값을 가짐을 보였다. 이 결과는 본 연구에서 제시한 식(29~33)의 결과식, 즉 새로 제안한 간략화된 유동모델의 적합성을 보인 것이다. 따라서 Fig. 7 또는 Fig. 8로부터  $\frac{\partial F_t}{\partial(H/W)}$ 을 계산할 수 있으며  $F_t$ 는 식(33)으로부터 모든  $W/H$ 에 대해 구할 수 있다. 이렇게 구해진  $F_t$ 로부터 식(26,27)과 Fig. 9에 나타난 데이터를 사용하면 쉽게  $Q_{3D}$ 를 구할 수 있다. 즉 최종적인 식(35)로부터 실제 3차원 유량은 기하학적 조건, 물성조건, 작업조건의 변화에 대해 한번 계산된 Fig. 7 또는 Fig. 8을 사용하면 다시 유한요소 수치해석을 하지 않고도 쉽게 해결할 수 있다. 따라서 Fig. 7과 8과 같은 데이터베이스는 스크류특성을 이해하고 압출기를 설계하는데 중요한 정보로 사용될 수 있다. 이와같은 해석방법은 스크류 단면이 직사각형이 아닌 곡선으로 이루어진 실제 단면의 경우에도 적용할 수 있다.

후 기

이 논문은 한국과학재단과 산업과학기술연구소의 연구비 지원으로 연구되었으며, 논문 작성에 도움을 준 이준호씨에게 감사사를 드립니다.

참고문헌

(1) Tadmor, Z. and Klein, I., 1970, *Engineering Principles of Plasticating Extrusion*, Van Nostrand Reinhold Co., New York.  
 (2) Griffith, R. M., 1962, "Fully Developed Flow in Screw Extruders," *I. & E. C. Fundam.*, Vol. 1, pp. 180~191.

- (3) Tadmor, Z. and Gogos, C., 1970, *Principles of Polymer Processing*, John Wiley & Sons, New York.
- (4) Fenner, R. T., 1979, *Principles of Polymer Processing*, Chem. Publ., New York.
- (5) Rauwendaal, C., 1985, "Throughput-Pressure Relationships for Power Law Fluids in Single Screw Extruder," *SPE Tech. Papers*, Vol. 31, p. 30.
- (6) Rauwendaal, C., 1990, *Polymer Extrusion* 2nd Reprinted Edition, Hanser Publishers, Munich Vienna New York.
- (7) Metzner, V. L., 1961, *Handbook of Fluid Dynamics*, V. L. Streeter, Ed., Section 7, New York, McGraw-Hill, p. 28.
- (8) Kroedder, F. W. and Middleman, S., 1965, "The Calculation of Screw Characteristics for Extrusion of Non-Newtonian Melts," *Polymer Eng. & Sci.*, Vol.5(4), p. 230.
- (9) Ryszard, T. S., 1990, "Theoretical Model for Flow of Polymer Melts in the Screw Channel," *Polymer Eng. & Sci.*, Vol. 30, pp. 400~407.
- (10) Sastrohartono, T. and Kwon, T. H., 1990, *Int. J. Numerical Method in Eng.*, Vol. 30, pp. 1369~1383.
- (11) Kwon, T. H., Jaluria, Y., Karwe, M. V. and Sastrohartono, T., 1991, "Numerical Simulation of the Transport Processes in a Twin-Screw Polymer Extruder," (Ed. A.I.Isayev), Hanser Publ., Chapter 4, pp. 77~45.
- (12) Sastrohartono, T., Essegir, M., Kwon, T. H. and Sernas, V., 1990, "Numerical and Experimental Studies of the Flow in the Nip Region of a Partially Intermeshing Co-Rotating Twin-Screw Extruder," *Polymer Eng. & Sci.*, Vol. 30, pp. 1382~1398.
- (13) 김시조, 권태현, 1993, "압출공정 스크류특성 결정을 위한 전체 형상계수" 춘계학술대회논문집 ( I ), pp. 689~693.
- (14) Pinto, G. and Tadmor, Z., 1970, *Polymer Eng. & Sci.*, Vol. 10, 279.
- (15) Karwe, M. V., Jaluria, Y and Kwon, T. H., 1988, "Computational Methods in Flow Analysis," Ed. by H. Niki and M. Kawahara, Vol. II, Oklayama Univ. of Science, p. 1085.