

(論 文)

표면크랙의 관통 및 파단 피로수명의 확률분포

윤 한 용*

(1993년 10월 13일 접수)

Probabilistic Distribution of Penetration and Break Fatigue Life of Surface Crack

Han-Yong Yoon

Key Words : Probabilistic Fracture Mechanics(확률론적 파괴역학), Surface Crack(표면크랙), Fatigue Crack Propagation(피로크랙 진전수명), Life Distribution(수명분포), Initial Crack Distribution(초기크랙분포), Penetration and Break(관통 및 파단), Effect of Parameter(파라미터의 영향)

Abstract

A method of prediction for the fatigue life of surface crack, that is, initial cracks grow and penetrate through the thickness, was presented in the previous study of the author. Effects of parameters such as the initial crack length, material factors, etc., for the life were discussed. In this paper, the probabilistic distribution of the life is calculated. Effects of the distribution of parameters for the distribution of life were also discussed.

1. 서 론

크랙의 치수나, 파괴인성치 등을 확정치로 하여 파괴강도를 다루는 확정론적 파괴역학(deterministic fracture mechanics)에 대해 이들을 분포하는 양으로 하여 파괴확률 내지는 수명의 분포를 다루는 것을 확률론적 파괴역학(probabilistic fracture mechanics)이라 한다. 압력용기, 배관계통 등의 안전평가시 가장 중요한 것은 표면결합이며 이 표면결합을 대상으로 하고 확률론적 파괴역학에 기초를 두어 안전성 및 신뢰성평가를 한 연구가 몇몇^(1~4) 눈에 띈다. 그러나, 크랙형상의 3차원적 변화를 정확하게 다루지 않던가, 혹은, 특정수치에 대한 영향도평가(sensitivity study)에 국한되어 있는 등 아

직 불명확한 점이 많다.

수명의 분포 내지는 파괴확률의 계산에는 통상 몬테카를로 시뮬레이션(Monte carlo simulation) 등이 이용되고 있는데, 오히려 확률변수를 중요한 것에 한정하여 엄밀한 계산을 하는 편이 계산시간을 절약하고 중요변수의 영향을 손쉽게 파악할 수가 있다. 윤, Okamura^(5,6)는 이러한 관점으로부터, 어떠한 확률분포를 갖는 초기크랙이 진전하여 두께를 관통할 때까지의 수명의 확률분포를 엄밀히 구하고 이 수명분포에 미치는 초기크랙길이 및 초기크랙형상비의 변동의 영향을 논했다. 그러나, 이 또한 크랙이 두께를 관통할 때까지의 수명만을 대상으로 한 것이고 LBB(leak before break) 개념에 입각하여 관통후 파단까지를 고려하지는 않았다.

최근, 윤⁽⁷⁾은 관통후의 크랙에 대해 남^(8,9) 등의 응력확대계수 평가식을 적용하여 관통후 파단수명

*정회원, 목포대학교 기계공학과

을 확률론적으로 예측하는 방법을 제시하고 이 파단수명에 미치는 파괴역학적 인자의 영향을 논했다.

본 논문은 상기의 확률론적 수명예측 방법을 발전시켜 확률론적으로 수명의 분포를 구하고 수명분포에 미치는 초기크랙의 크기 및 분포의 영향을 밝히고자 하는데 그 목적을 두고 있다.

2. 표면크랙의 피로크랙 진전수명

본 연구에서는 전 논문⁽⁷⁾과 마찬가지로 관통수명과 관통후 파단수명을 분리해서 구하기로 한다. 물론, 초기크랙으로부터의 총 수명은 양자를 단순합산하면 된다.

Fig. 1과 같은 표면크랙에 인장응력이 작용할 경우 크랙이 진전하여 관통할 때까지의 깊이방향과 길이방향의 크랙진전속도는 Paris식을 적용하면 식(1)과 같이 된다.

$$\frac{da}{dN} = C_A \cdot (\Delta K_A)^m, \quad \frac{dc}{dN} = C_B \cdot (\Delta K_B)^m \quad (1)$$

여기서, a , c 는 길이방향과 길이방향의 크랙의 크기이며, N 은 사이클수, m 은 재료계수, ΔK_A , ΔK_B , C_A , C_B 는 각각 A점 및 B점의 응력확대계수 폭과 재료계수이다. 응력확대계수는 Newman-Raju⁽¹⁰⁾의 식을 이용했다.

크랙이 두께를 관통할 때까지의 수명 N 은 식(1)을 적분하므로 해서 식(2), (3)과 같이 구할 수 있다.

$$N_p = \int_{a_i}^t C^{-1} \cdot \Delta K_A^{-m} da \quad (2)$$

$$N_p = \frac{t}{C(\Delta S \cdot \sqrt{\pi t})^m} \int_{x_i}^1 x^{m/2} \cdot f(x, a/c)^{-m} dx \quad (3)$$

첨자 p 는 파단수명과 구별하기 위하여 붙였다. 여

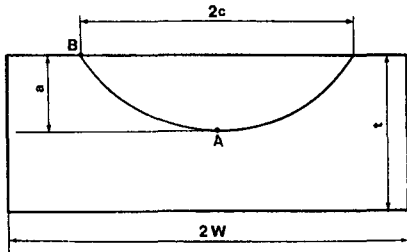


Fig. 1 Schematic diagram of surface crack

기서, C 는 앞의 C_A 와 동일하며, ΔS 는 응력진폭이며, x 는 a/t , a_i 는 초기크랙깊이이고, $f(x, a/c)$ 은 x 와 a/c 의 함수로서 Newman-Raju의 식에 의한 것이다.

한편, 크랙이 두께를 관통한 후 전면과 배면이 진전속도는 식(4)와 같은 형태로

$$\frac{dc_s}{dN} = C \cdot (\Delta K_s)^m, \quad \frac{dc_a}{dN} = C \cdot (\Delta K_a)^m \quad (4)$$

이며, 여기서, c_s , c_a 는 각각 전면과 배면의 반크랙길이이며, C 는 재료계수이고, K_s , K_a 는 관통후의 각각 전면과 배면의 응력확대계수로서 전 논문⁽⁷⁾과 마찬가지로 남 등의 식^(8,9)을 적용한다.

관통후 파단수명은 관통한 시점으로부터 불안정 파괴를 일으키는 시점까지의 사이클 수가 되나, 현 단계에서 이와같은 경우의 불안정파괴, 즉, 피로파괴인성치에 관한 정보는 눈에 띄지 않으며, 본 계산에서도 전의 논문과 동일하게 간단히 전면의 크랙길이가 판폭의 0.8배에 달한 시점으로 했다. 파단수명은 식(4)의 첫번째 식을 적분하므로 해서 식(5), 식(6)과 같이 구할 수 있다.

$$N_b = \int_{c_{sp}}^{0.8W} C^{-1} \cdot \Delta K_s^{-m} dc_s \quad (5)$$

$$N_b = \frac{W}{C \cdot (\Delta S \cdot \sqrt{\pi W})^m} \int_{\eta_{sp}}^{0.8} f(\eta_s, \eta_e)^{-m} d\eta_s \quad (6)$$

첨자 b 는 관통수명과 구별하기 위하여 붙였으며, c_{sp} , η_{sp} 는 각각, 관통시점의 전면의 크랙길이 c_s 와 이를 판폭 W 로 나누어 무차원화한 것이고, 식(6)의 $f(\eta_s, \eta_e)$ 는 η_s 와 η_e 의 함수로서 남등의 식^(8,9)에 의한 것이며, η_e 는 두께중상의 반크랙길이 c_e 를 판폭 W 로 나누어 무차원화한 것이다.

Fig. 2와 Fig. 3에 기준화된 수명 N 과 무차원화

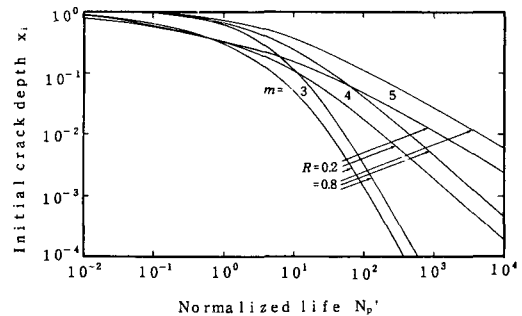


Fig. 2 Diagram for prediction of penetration fatigue life

한 초기크랙깊이 $x_i = a_i/W$ (이하 이를 간단히 초기 크랙깊이라 부르기로 한다)와의 관계를 비교하여 나타냈다. 전 논문⁽⁷⁾에서도 비슷한 그림이 있으나 그것은 파라미터를 초기크랙깊이 c/W 로 한 것으로 표면크랙의 분포에 있어서 가장 중요한 것은 초기크랙깊이로^(5,6) 본 논문에서는 파라미터를 초기크랙깊이로 하였다. 우선, Fig. 2는 초기크랙깊이 x_i 와 기준화된 관통수명 N_b' (이하 이를 간단히 관통수명이라 부르기로 한다)와의 관계를 재료계수 m , 초기크랙형상비 $R = a/c$ 을 변화시켜 나타낸 것으로, 기준화수명이란 수명 N_b 를 식(6)의 적분표시 밖의 상수부분으로 나누어 준 것으로 식(7)과 같다.

$$N_b' = N_p \cdot t^{-1} \cdot C \cdot (\Delta S \cdot \sqrt{\pi t})^m \quad (7)$$

이 N_b' 은 응력조건, 재료조건으로부터 일반화하기 위한 것으로 본래의 수명 N_p 는 식(7)를 역산해서 간단히 구해진다.

Fig. 3은 기준화된 파단수명 N_b' (이하 이를 간단히 파단수명이라 부르기로 한다.)와 초기크랙깊이 x_i 와의 관계를 재료계수 m , 크랙형상비 R , 부재형상비 $Q = t/W$ 의 변수로 해서 나타낸 것으로, 기준화된 파단수명 N_b' 은 식(7)과 마찬가지로 식(8)로 된다.

$$N_b' = N_b \cdot W^{-1} \cdot C \cdot (\Delta S \cdot \sqrt{\pi W})^m \quad (8)$$

Fig. 2의 관통수명의 경우 초기크랙깊이가 작아질수록 수명이 길어지고 계수 m 의 영향(m 에 따른 수명의 차이) 또한 초기크랙깊이가 작아질수록 커지는 반면, Fig. 3의 파단수명의 경우 초기크랙깊이가 대략 0.1 이하가 되면 동일 m 에 대해서 수명이 거의 동일한 값을 나타내고 m 의 영향 또한 변

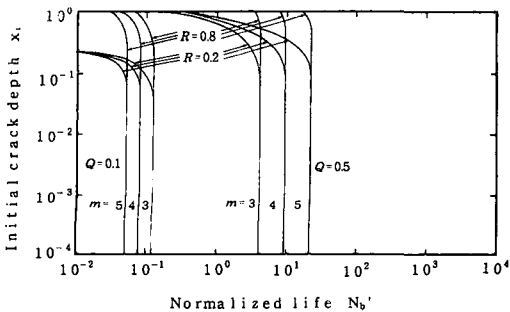


Fig. 3 Diagram for prediction of break fatigue life

화가 없음을 알 수가 있다. 파단수명의 경우 수명은 관통시점의 크랙깊이가 좌우하게 되나 초기크랙깊이가 대략 0.1 이하가 되면 관통시점의 크랙깊이는 거의 같은 값을 가지게 됨을 의미하며 이러한 경향은 R 값이 커질수록 더욱 높게 나타나며 R 의 영향 또한 관통수명과 달리 크랙깊이가 큰 경우에만 나타남을 알 수 있다. 특이한 점은 Q 의 영향으로 Q 값의 크고 적음에 따라 수명의 크기가 달라지는 외에 Q 값이 작은 경우 m 의 영향이 역전되는 현상이 나타나는 것이다.

3. 수명의 확률분포

3.1 관통수명과 파단수명의 확률분포

피로크랙 진전수명의 확률분포는 초기크랙깊이 및 초기크랙형상비를 확률변수로 하여 구한다. 단, 크랙진전과정에서의 재료의 조직적 불균일성에 의한 변동의 경우 재료계수 m 은 확정치로 하고 C 를 확률변수로 하는 것이 일반적이나 C 의 변동 또한 초기크랙의 변동에 비해 아주 작고 변동을 분리해서 취급할 수도 있으므로⁽¹¹⁾ 여기서는 확정치로 하기로 한다.

관통수명의 분포함수 $F(N_p)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F(N_p) = \int_0^1 f_R(R_i) \int_{x_i(N_p, R_i)}^1 f_x(x_i) dx_i \cdot dR_i \quad (9)$$

여기서, $f_R(R_i)$ 는 초기크랙형상비의 확률밀도함수이고, $f_x(x_i)$ 는 초기크랙깊이의 확률밀도함수이다. $x_i(N_p, R_i)$ 는 주어진 수명과 초기크랙형상비에 대한 초기크랙깊이를 의미하는 것으로 수명의 누적확률은 그 수명에 해당되는 초기크랙깊이보다 초기크랙깊이가 클 확률이 되므로, 식(9)는 주어진 수명과 R_i 에 해당되는 초기크랙깊이보다 큰 초기크랙깊이 부분을 R_i 의 전 범위에 대해 적분함을 의미한다. 또한, 파단수명의 분포함수 $F(N_b)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F(N_b) = \int_{c_{sp}(N_b)}^{0.8W} f_c(c_{sp}) dc_{sp} \quad (10)$$

여기서, $f_c(c_{sp})$ 는 크랙이 두께를 관통했을 시점의 전면의 크랙깊이의 확률밀도함수로 초기크랙깊이의 확률밀도함수에 의해서 결정되어지며, 주어진 수명에 해당되는 c_{sp} 보다 큰 c_{sp} 부분을 적분함으로 해서 수명의 분포를 구할 수 있다.

3.2 수명분포에 미치는 초기크랙깊이 분포의 영향
 초기크랙깊이와 초기크랙형상비의 분포에 관한 정보^(1,3)는 그리 많지 않다. 초기크랙깊이의 분포로서는 대수정규분포, Weibull분포, 지수분포, Gamma 분포 등이 보고되고 있으나 본 논문에서는 먼저 대수정규분포로 하여 취급한 뒤 이들 분포형상의 차이에 따른 영향을 논하기로 한다. 초기크랙형상비의 분포로서는 정규분포, 대수정규분포, 지수분포 등이 보고되고 있으나 초기크랙형상비의 경우 분포형상의 영향은 극히 작으므로^(5,6) 정규분포로서만 다루기로 한다. Fig. 4에 관통수명(N_p/\bar{N}_p) 및 파단수명(N_b/\bar{N}_b)의 분포를 함께 나타냈다. 종축은 수명의 누적확률이고 횡축은 기준화된 수명으로 수명을 그 중앙치로 기준화한 것이며 수명의 절대치의 크기보다 분포형상이 각 파라미터에 따라 어떻게 변화하는가를 파악하기 쉽게 하기 위한 의도이다. 그래프는 대수정규확률 스케일이며 재료계수 m 은 4, 부재형상비 $Q(t/W)$ 는 0.2(이하, 모든 그래프 동일)로 했다. 분포 파라미터로서는 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i , 대수표준편차 $\sigma(\log x_i)$, 초기크랙형상비의 중앙치 \bar{R}_i , 표준편차 $\sigma(R_i)$ 이며 이들이 서로 복합적으로 작용한다. Fig. 4는 우선 다른 분포 파라미터는 고정시키고 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 만을 변화시켜 보았다. 관통수명의 경우 완만한 곡선의 형태를 나타내는 한편, 파단수명의 경우 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 가 0.005로 작을 때에는 수명의 분포자체가 극히 작고 0.1로 클 경우에는 확률범위가 10% 이상에서는 동일한 현상을 나타내는 대신 10% 이하의 낮은 쪽에서는 좌측으로 길게 늘어지는 것을 알 수 있다.

Fig. 5는 다른 분포 파라미터는 고정시키고 초기크랙깊이의 대수표준편차 $\sigma(\log x_i)$ 를 0.1, 0.5로 변화시켜 보았다. 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 는 0.1로 크게 잡았다. 관통수명의 경우 대수표준편차의 크기에 따라 수명의 분포가 많이 달라지는 한편 파단수명의 경우는 영향을 그다지 크게 받지 않음을 알 수가 있다.

3.3 수명의 분포에 미치는 초기크랙형상비 분포의 영향

Fig. 6은 다른 분포 파라미터는 고정시키고 초기크랙형상비의 중앙치 \bar{R}_i 를 0.2, 0.8로 변화시켰다. 이 경우 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 는 0.005로 작게 잡았다. 관통수명의 경우 아주 크지는 않지만

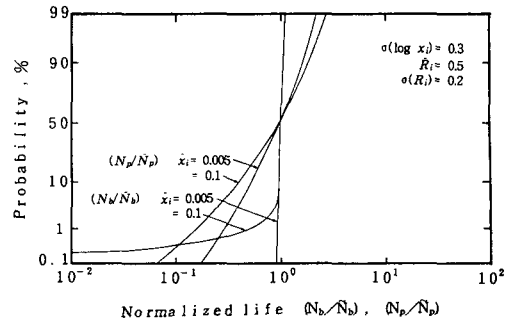


Fig. 4 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of median value of initial crack depth)

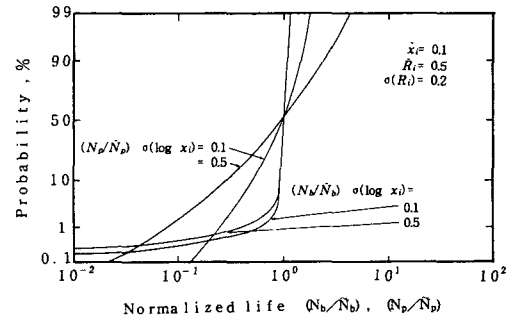


Fig. 5 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of log standard deviation of initial crack depth)

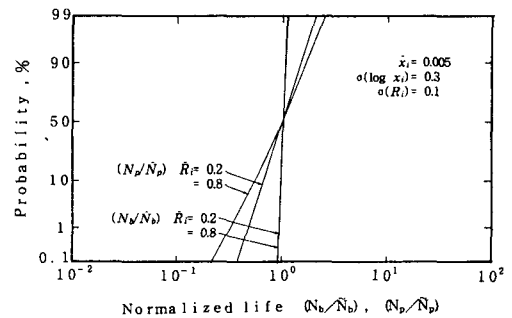


Fig. 6 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of median value of initial crack aspect ratio: x_i is small)

\bar{R}_i 의 영향이 나타난 반면, 파단수명의 경우 \bar{R}_i 의 영향이 전혀 나타나지 않음을 알 수가 있다. Fig. 7은 Fig. 6과 동일한 것이나 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 를 0.1로 크게 잡은 것이다. Fig. 6과는 달리 \bar{R}_i 의 값이 클 경우 확률 50% 아랫부분에서 크게 분포됨을 알 수가 있다.

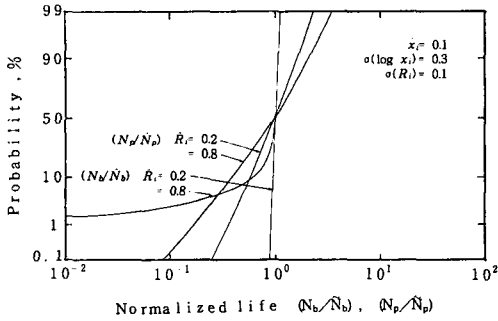


Fig. 7 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of median value of initial crack aspect ratio: x_i is large)

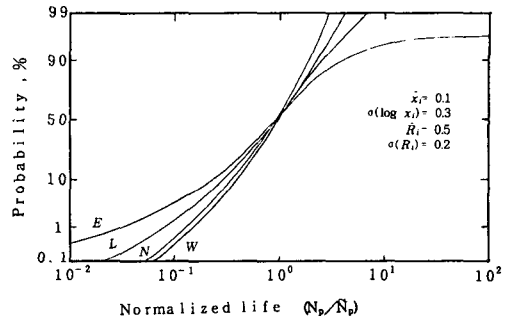


Fig. 9 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of shape of initial crack depth distribution: penetration life)

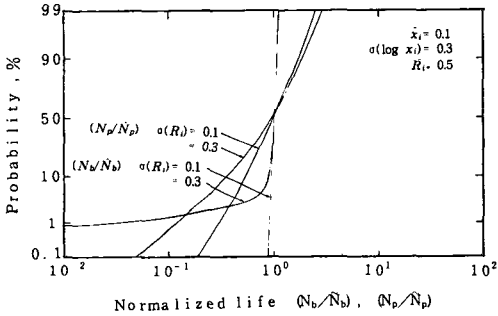


Fig. 8 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of standard deviation of initial crack aspect ratio)

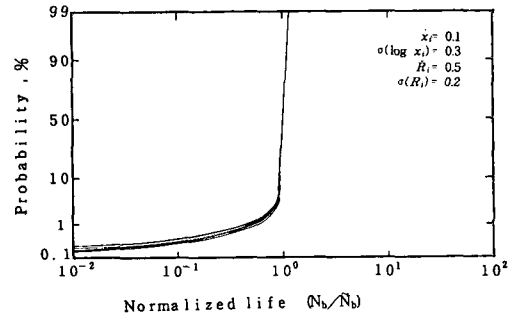


Fig. 10 Probability distribution of fatigue crack propagation life (effect of shape of initial crack depth distribution: break life)

Fig. 8은 초기크랙형상비의 표준편차 $\sigma(R_i)$ 를 0.1, 0.3으로 변화시켜 보았다. 초기크랙깊이의 중앙치 \bar{x}_i 는 0.1로 크게 잡았다. 파단수명의 경우 $\sigma(R_i)$ 가 0.1의 경우는 수명의 분포가 극히 작고 0.3의 경우는 확률 50% 아랫부분에서 크게 늘어지는 현상을 나타낸다.

이들 결과를 종합해 보면, 파단수명의 경우 초기크랙형상비의 영향 또한 초기크랙깊이의 중앙치에 의존되고, 초기크랙깊이의 중앙치 및 분포가 클 경우에도 초기크랙형상비의 분포가 작으면 수명의 분포가 극히 작게 나타남을 알 수가 있다.

3.3 수명의 분포에 미치는 초기크랙깊이의 분포 형상(분포함수)의 영향

초기크랙 치수의 평균과 분산이 같더라도 분포형상이 다르면, 즉, 분포함수가 틀리면 수명의 분포형상은 크게 영향을 받는다.⁽¹²⁾ 초기크랙깊이 x_i 가 다음식과 같은 확률밀도함수를 갖는 4개의 분포에 해당된다고 하자.

(1) 정규분포

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma(x_i)} \exp\left[-\frac{\{x_i - \mu(x_i)\}^2}{2\sigma(x_i)^2}\right] \quad (11)$$

(2) 대수정규분포

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma(\log x_i)} \exp\left[-\frac{\{x_i - \mu(\log x_i)\}^2}{2\sigma(\log x_i)^2}\right] \quad (12)$$

(3) 2母數 Weibull분포

$$f(x_i) = \frac{\epsilon}{\xi} \left(\frac{x_i}{\xi}\right)^{\epsilon-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{x_i}{\xi}\right)^\epsilon\right] \quad (13)$$

(4) 2母數 最大値의 第2漸近分布

$$f(x_i) = \frac{\epsilon}{\xi} \left(\frac{-x_i}{\xi}\right)^{\epsilon-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{-x_i}{\xi}\right)^\epsilon\right] \quad (14)$$

단, μ : 평균, σ : 표준편차, ϵ : 형상계수, ξ : 척도계수이다.

Fig. 9는 초기크랙깊이의 중앙치 $\bar{x}_i=0.1$ 인 경우에 대해서 각각의 분포에 대한 대수표준편차가 똑 같이도록 계수를 정한 다음 관통수명을 계산해 나타낸 것이다. 그림중의 E, L, N, W는 각각 최

대치의 제2점근분포, 대수정규분포, 정규분포, Weibull분포를 의미한다. 그림으로부터 초기크랙 깊이의 중앙치 및 대수포준편차가 같더라도 수명의 분포형상이 크게 달라짐을 알 수 있다. 이에 비해, Fig. 10은 파단수명에 대해 Fig. 9와 동일한 조건을 부여하였음에도 불구하고 분포의 형상이 거의 흡사하게 나타남을 알 수가 있다. 즉, 파단수명의 경우는 초기크랙깊이의 분포함수의 영향을 받지 않는다.

4. 결 론

본 연구는 표면크랙의 피로수명의 분포 및 그에 대한 분포 파라미터의 영향을 논하기 위한 것으로서, 특히, 관통수명 및 관통이후의 파단수명을 분리하여 수명의 분포를 구한 뒤 각각을 비교 평가하였다. 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 관통수명에 비해 파단수명의 경우 초기크랙 깊이의 중앙치가 작을 경우 수명의 분포가 극히 작고 초기크랙깊이의 중앙치가 클 경우는 수명의 낮은 확률부분에서 분포의 형상이 길게 늘어짐이 나타났다. 초기크랙깊이의 대수포준편차가 수명의 분포에 미치는 영향은 비교적 적게 나타났다.

(2) 초기크랙형상비의 분포가 수명의 분포에 미치는 영향으로서는, 파단수명의 경우 관통수명과 달리 초기크랙깊이가 작을 경우에는 그 영향 또한 아주 작고 초기크랙깊이의 크기가 클 경우에도 초기크랙형상비의 분포가 작을 경우에는 수명의 분포 또한 아주 작게 나타났다.

(3) 초기크랙깊이의 분포형상이 수명의 분포에 미치는 영향이 관통수명의 경우 크게 나타나는 반면 파단수명의 경우는 극히 작다.

후 기

본 논문은 1993학년도 목포대학교 기성회 일반연 구비에 의해 연구되었으며 이에 관계제위께 감사를 드립니다.

참고문헌

(1) Haris, D. O., Lim, E. Y. and Dedhia, D. D., 1981, "Probability of Pipe Fracture in the Primary

Coolant Loop of a PWR Plant," *NUREG/CR-2189*, Vol. 5, p. 1~354.

- (2) 北川英夫, 久田俊明, 1979, "表面き裂の成長と非破壊検査を考慮した信頼性解釋," *日本機械學會論文集*, 第45卷, 第397號, pp. 1033~1042.
- (3) Bruckner, A., Munz, D., 1983, "The Effect of Curve Fitting on the Prediction of Failure Probabilities from the Scatter in Crack Geometry and Fracture Toughness," *Reliability Engineering*, Vol. 5, pp. 139~156.
- (4) 島田佳弘, 中川隆夫, 徳納久陸, 1984, "マルコフ連鎖を用いた疲労き裂進展壽命の信頼性解釋," *材料*, 第33卷, 第367號, pp. 475~481.
- (5) 尹漢鏞, 岡村弘之, 1988, "半だ圓表面き裂の疲労き裂進展における確率論的壽命豫測," *日本機械學會論文集*, 第55卷, 第513號, pp. 1095~1100.
- (6) Han-Yong Yoon, Hiroyuki Okamura, 1990, "The Probabilistic Prediction of the Fatigue Crack Propagation Life of a Semi-Elliptical Surface Crack," *Proceedings of the KSME/JSME Joint Conference on Fracture and Strength '90*, pp. 678~683.
- (7) 윤한용, 1992, "표면크랙의 관통 및 파단 피로수명예측," *대한기계학회논문집*, 제16권, 제8호, pp. 1446~1450.
- (8) 南起祐, 安藤 柱, 藤林信平, 小倉信和, 1987, "高張力鋼の疲労壽命とき裂貫通舉動," *第5回 破壊力學シンポジウム講演論文集*, 日本材料學會, pp. 240~244.
- (9) 남기우, 1991, "평활시험편에 있어서 균열형상비 변화에 따른 피로수명과 균열관통거동," *대한기계학회 춘계학술대회논문집*, pp. 68~71.
- (10) Murakami, Y., 1987, "Stress Intensity Factors Handbook," *Pergamon Press*, p. 714.
- (11) 윤한용, 1990, "피로크랙 진전수명의 확률특성에 관한 연구(1)-초기크랙깊이 분포의 영향," *대한기계학회논문집*, 제14권, 제1호, pp. 138~144.
- (12) Hiroyuki Okamura, Katsuhiko Watanabe and Yosihhiro Naito, 1975, "Some Crack Problems in Structural Reliability Analysis," *Reliability Approach in structural Engineering (Maruzen)*, p. 244~257.