

(論 文)

# 대칭 적층한 얇은 고강도 탄소섬유 에폭시 복합재 보의 기계적 동특성

정광섭\* · 이대길\* · 곽윤근\*

(1994년 3월 28일 접수)

## Dynamic Mechanical Properties of the Symmetric Laminated High Strength Carbon Fiber Epoxy Composite Thin Beams

Kwang Seop Jeong, Dai Gil Lee and Yoon Keun Kwak

**Key Words :** Carbon Fiber Epoxy Composite(탄소섬유 에폭시 복합재료), Symmetric Laminated Composite Beam(대칭 적층복합재 보), Dynamic Mechanical Property(기계적 동특성), Specific Damping Capacity(비감쇠능), Fiber Volume Fraction(섬유부피 분율), Fiber Optic Laser Vibrometer System(광섬유레이저 진동측정시스템)

### Abstract

A study on the dynamic mechanical properties of the high strength carbon fiber epoxy composite beam was carried out. The macromechanical model was used for the theoretical analysis of the symmetric laminated composite beam. The anisotropic plate theory and Bernoulli-Euler beam theory were used to predict the effective flexural elastic modulus and the specific damping capacity of laminated composite beam. The free flexural vibration and torsional vibration tests were carried out to determine the specific damping capacities of the unidirectional laminated composite beam. The vibration tests were performed in a vacuum chamber with laser vibrometer system and electromagnetic hammer to obtain accurate experimental data. From the computational and experimental results, it was found that the theoretical values with the macromechanical analysis and the experimental data of symmetric laminated composite beam were in good agreement.

### 1. 서 론

탄소섬유 에폭시 복합재료와 같은 섬유강화 고분자 기지 복합재료 (fiber reinforced polymer matrix composite materials)는 우수한 비강성 및 비강도를 나타내기 때문에 항공기, 자동차, 로봇 등 경량화가 요구되는 구조물의 설계에 유익하다.<sup>(1-4)</sup> 또

한, 고분자 기지재의 점탄성 성질과 복합재료의 불균질성 (heterogeneity)으로 인한 높은 감쇠특성은 구조물의 소음 및 진동을 흡수하기에 유리하다. 그리고, 공진현상 (resonance phenomena) 및 정착시간 (settling times)을 감소시키며 피로수명 등을 향상시킬 수 있다.<sup>(5)</sup> 이러한 장점을 이용하기 위해서 여러 산업부문에서 사용되고 있는 기존의 금속 구조물을 섬유강화 고분자 복합재료를 이용하는 구조물로 대체하려는 일련의 노력이 진행되어 왔다.<sup>(6-9)</sup> 복합재료를 사용하는 구조물의 응용범위가 확대

\*정회원, 한국과학기술원 정밀공학과

됨에 따라 구조물의 설계에 사용할 복합재료에 대한 신뢰성있는 물성자료가 요구되어 왔다. 복합재료가 응용되는 대부분의 구조물들은 좋은 동적특성(dynamic characteristics)과 경량화를 요구하기 때문에 정적상태의 물성보다는 동적상태의 물성이 중요하다. 기존의 금속재료와 마찬가지로 복합재료의 동적특성은 재료의 탄성계수와 구조물의 기하학적 형상, 그리고 감쇠능(damping capacity) 등에 지배를 받는다. 또, 복합재료의 감쇠특성은 강화재와 기지재의 물성, 강화재의 부피분율, 강화재의 배열각, 그리고 강화재와 기지재의 결합정도 등의 함수이다.<sup>(10~13)</sup> 따라서, 복합재료의 신뢰성있는 동적특성의 예측을 위해서는 복합재료의 탄성계수와 감쇠능을 정확하게 예측할 수 있어야 하며, 이를 위해서는 위에서 언급한 여러 변수들을 고려한 이론적 해석과 해석결과에 신뢰성을 줄 수 있는 실험결과가 수반되어야만 한다.

복합재료의 탄성계수와 감쇠능을 해석적으로 구하기 위해서 혼합규칙(rule of mixture)에 근거한 미소역학적 해석(micromechanical analysis)방법이 일부 연구자들<sup>(14~16)</sup>에 의해서 연구되었다. 그러나, Ni 및 Adams 등<sup>(17)</sup>의 연구에서 알 수 있듯이 일방향 적층복합재료(unidirectional laminated composite materials)에 혼합규칙을 적용하면 재료의 탄성계수는 비교적 잘 예측되지만, 푸아송비와 각방향의 비감쇠능 등은 실험치에 비하여 큰 오차를 수반한다. 특히 강화재의 부피분율이 60% 이상으로 증가하면 오차는 더욱 커진다. 그러나, 횡방향 등방성(transversely isotropic) 복합재료<sup>(18,19)</sup>에 대한 몇 가지 거시역학적 해석결과들<sup>(20,21)</sup>에 의하면 재료의 모든 물성들에 대해서 잘 예측됨을 알 수 있다. 그런데, 거시역학적 해석방법을 사용하기 위해서는 해석에 앞서 일방향 복합재료 물성치를 실험적으로 결정해야만 한다. 따라서, 복합재료에 대한 거시역학적 해석결과의 신뢰성은 실험적인 방법으로 얻은 일방향 복합재료 물성치의 정확성에 달려있다. 즉, 거시역학적 해석방법을 사용하여 복합재료의 물성치를 신뢰성있게 예측하기 위해서는 신뢰성 있는 실험치를 얻는 것이 중요하며, 신뢰성 있는 실험치를 얻기 위해서는 정교한 실험장치와 신뢰성있는 실험방법의 개발이 요구된다.

복합재료의 동적특성을 측정하기 위한 몇 가지 실험방법들이 일부 연구자들<sup>(22~27)</sup>에 의해 개발되었지만, 어떤 방법을 사용하더라도 시험편만의 동적특성

을 얻을 수 있는 완벽한 실험방법은 없다. 시험편의 동적특성을 신뢰성있게 측정하기 위해서는 공기저항이 없는 진공환경내에서 시험편의 주변으로부터 물리적인 구속력을 주지않는 상태로 시험편을 가진 할 수 있어야 하며, 고정도의 비접촉식 센서를 사용함으로써 접촉식 센서를 사용할 때의 질량증가로 인한 고유진동수의 감소요인 및 접촉제의 사용에 의한 감쇠의 증가요인을 제거할 수 있어야 한다. 그러나, 이와 같은 실험방법을 완전하게 구현한다는 것은 매우 어렵다. 그런데, 가속도계(accelerometer)에 비하여 10배 이상의 정도를 갖는 광섬유 레이저 진동측정 시스템(fiber optic laser vibrometer system) 등<sup>(28)</sup>이 개발됨에 따라서 보다 향상된 실험방법의 구현이 가능하게 되었다.

본 연구에서는 임의의 각도로 대칭 적층된 보의 순수 굽힘진동상태에서의 동적특성을 예측하기 위하여 거시역학적 해석을 수행하였다. 본 연구에서 수행한 해석에서는 지금까지의 선행 연구자들<sup>(20,21)</sup>이 무시하여 왔던 적층복합재의 적층판 좌표계(laminate axis)에서의 가로방향응력(transverse stress)  $\sigma_2$ 과 세로진단응력(longitudinal shear stress)  $\sigma_6$ 을 모두 고려하였다. 본 연구에서 사용한 재료는 고강도 탄소섬유 에폭시 복합재료이다. 해석에 사용할 복합재료의 초기 물성치를 실험적으로 결정하기 위하여, 강화재 부피분율을 실험적으로 결정한 후, 인장시험(tension test), 굽힘진동실험(bending vibration test), 그리고 비틀림진동실험(torsional vibration test)을 수행하였다. 신뢰성있는 진동실험을 수행하기 위하여 실험결과에 영향을 줄 수 있는 몇 가지 매개변수들에 대한 고려를 하였고, 향상된 실험장치와 실험방법을 개발하였다. 복합재료의 적층각의 변화에 따른 동적특성의 경향을 규명하기 위하여 0°에서 90°까지 5°간격으로 모두 19종류의 시험편을 제작하였으며 각 시험편에 대해서 3종류의 서로 다른 길이의 시험편을 제작하여 실험을 하였다. 적층복합재 보의 굽힘진동특성을 실험적으로 결정하기 위하여 진공챔버 내에서 임펄스-주파수 응답특성 실험을 수행하였다. 실험결과는 계산결과와 비교하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 보이론

횡방향 진동보(lateral vibration beam)에 대한

운동방정식을 유도하기 위해 사용되는 보이론에는 가로전단(transverse shear) 및 회전관성(rotatory inertia)의 영향을 고려하지 않는 Bernoulli-Euler 보이론과 이들 영향을 모두 고려하는 Timoshenko 보이론이 있다. 적층복합재 보의 세로축(longitudinal axis)을 1로 표기하고 가로축(transverse axis)을 2로 표기하면 고분자 복합재료는 세로전단탄성계수(longitudinal shear modulus ;  $G_{12}$ )에 대한 세로탄성계수(longitudinal modulus ;  $E_{11}$ )의 비( $E_{11}/G_{12}$ )가 등방성재료로 취급되는 금속재료에 비하여 매우 큰 이방성재료(anisotropic materials)이다. 이와 같이 이방성이 커질수록 보의 변형에 관계하는 전단력의 영향이 증가하게 된다. 따라서, 고분자 복합재료의 진동실험 결과치를 보이론에 적용시키기 위해서는 Timoshenko 보이론이 적합하지만 계산과정이 복잡한 것이 결점이다. Dudek<sup>(29,30)</sup>은 Bernoulli-Euler 보이론과 Timoshenko 보이론에 의해서 각각 유도한 재료의 탄성계수를 각 진동모드 별로 비교하였다. 이 연구결과에 의하면  $E_{11}/G_{12}$ 가 2.66인 강철의 경우에 길이( $L$ )와 두께( $H$ )의 비가 40이상 또,  $E_{11}/G_{12}$ 이 25인 재료의 경우는  $L/H$ 를 100이상으로 하면 기본 고유진동수(fundamental natural frequency)에서 두 보이론에 의한 탄성계수가 같아진다. 즉, 어떤 재료의  $E_{11}/G_{12}$ 를 알고  $L/H$ 를 적절히 선택할 수만 있다면 계산이 간단한 Bernoulli-Euler 보이론을 사용하여 Timoshenko 보이론과 동일한 결과를 얻을 수 있다.

## 2.2 섬유부피분율

섬유강화 고분자 복합재료에 있어서 섬유부피비는 재료의 물성에 가장 큰 영향을 준다. 따라서 복합재료의 물성을 예측하기 위해서는 섬유부피비(fiber volume fraction)를 가능하면 정확하게 측정하는 것이 필요하다. 섬유부피비를 측정하는 방법에는 두 가지가 있다.<sup>(17)</sup> 첫째는 복합재료에 사용하는 각 재료들의 밀도를 알고 있을 경우로서 섬유(fiber), 기지재(matrix ; resin) 그리고 시험편의 밀도를 측정하여 결정하는 방법이다. 둘째는 복합재료에 사용하는 각 재료들의 밀도를 모르고 있을 경우로서, 복합재료의 레진(resin)을 태워서 섬유의 부피를 구하는 방법이다. 그런데, 복합재료에 사용하는 각 재료들의 밀도를 알고 있는 경우라고 할 지라도 경화조건에 따라서 레진의 양이 달라질 수 있기 때문에 두번째 방법을 사용하는 것이 일반

적이다. 섬유의 밀도를  $\rho_f$ , 기지재의 밀도를  $\rho_m$ , 시험편의 밀도를  $\rho_c$ , 섬유의 무게를  $W_f$ , 레진의 무게를  $W_m$ , 그리고 시험편의 무게를  $W_c$  라고 하면 섬유부피비  $v_f$ 는 식(1) 또는 식(2)와 같이 표현된다.

$$V_f = \frac{\rho_s - \rho_m}{\rho_f - \rho_m} \quad (1)$$

$$V_f = \frac{W_f / \rho_f}{W_f / \rho_f + W_m / \rho_m} \quad (2)$$

여기서,  $W_c = W_f + W_m$ 이고,  $\rho_s$ 는 시험편의 밀도이며 식(3)과 같다.

$$\rho_s = \frac{W_a}{W_a - W_w} \rho_w \quad (3)$$

여기서,  $\rho_w$ 는 증류수의 밀도,  $W_a$ 는 공기중에서의 시험편의 무게, 그리고  $W_w$ 는 증류수 중에서의 시험편의 무게이다.

## 2.3 적층복합재 보의 탄성계수와 비감쇠능

Fig. 1은 대칭 적층복합재 보의 형상과 계산상 필요한 변수들을 나타낸 것이다.

Fig. 1에서 1, 2 및 3은 적층판 좌표축(laminate 또는 off-axis)을 표시하고,  $x$ ,  $y$  및  $z$ 는 적층 좌표축(lamina 또는 on-axis)을 각각 표시한다. 또,  $k$ 는  $k$ 번째 적층의 적층각,  $h_k$ 는 중앙면에서  $k$ 번째 적층까지의 거리,  $t_k (= h_k - h_{k-1})$ 는  $k$ 번째 적층의 두께이다.

적층복합재 보의 이론적 해석을 위해 다음과 같은 가정을 하였다.

(1) 적층복합재료의 각 적층은 2차원 직교이방성 재료(orthotropic materials)이다.

(2) 보의 두께( $H$ )는 폭( $w$ )및 길이( $L$ )에 비하여 매우 작다.

(3) 모든 변위는 탄성영역 내에 있으며, 후의 법칙(Hooke's law)을 따른다.

(4) 적층 자체의 무게(gravity force)는 무시한다.

이상의 가정에서 적층판 좌표계에 의한  $k$ 번째 적층의 응력-변형률(stress-strain)의 관계는 식(4) 또는 식(5)와 같다.

$$\sigma_i^k = E_{ij}^k \epsilon_j^k \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (4)$$

$$\epsilon_i^k = C_{ij}^k \sigma_j^k \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (5)$$

여기서,  $E_{ij}^k$ 와  $C_{ij}^k$ 는 각각  $k$ 번째 적층의 탄성계

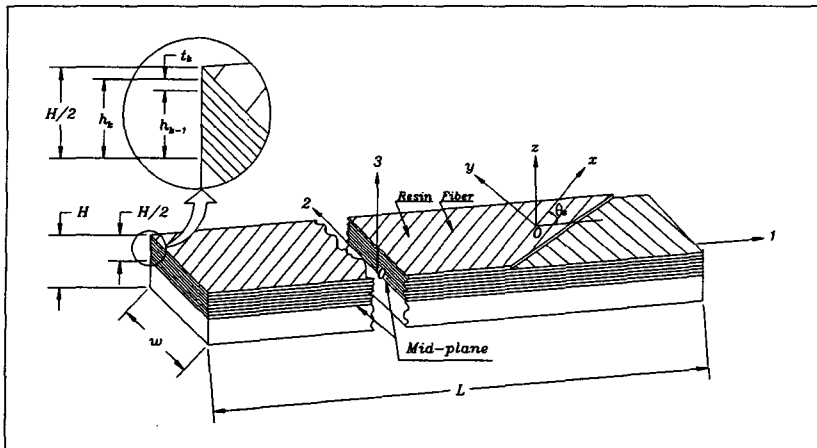


Fig. 1 Coordinates for the symmetric laminated composite beam

수와 컴플라이언스(compliance)의 행렬(matrix)이다.

복합재 보는 이방성 평판이론<sup>(31)</sup>을 만족해야 하고, 가정 (3)에 의하여 식(6)이 성립한다.

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad (6)$$

또,

$$\begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (7)$$

여기서,  $[N]$ 과  $[M]$ 은 각각 힘과 모멘트의 합행렬로서 식(8)과 식(9)로 표현되고,  $[\epsilon^0]$ 와  $[\kappa]$ 는 내평면변형률(in-plane strains)과 곡률(curvatures)의 행렬이다.

$$N_i = \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_i dz \quad (8)$$

$$M_i = \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_i z dz \quad (9)$$

또,  $[A]$ ,  $[B]$  및  $[D]$ 은 내평면탄성계수(in-plane modulus), 연성탄성계수(coupling modulus) 및 굽힘탄성계수(flexural modulus)의 행렬이고,  $[a]$ ,  $[b]$  및  $[d]$ 은 내평면컴플라이언스(in-plane compliance), 연성컴플라이언스(coupling compliance) 및 굽힘컴플라이언스(flexural compliance)의 행렬이다.

따라서, 적층복합재 보의 중앙면에서부터 높이  $z$ 인 곳에서의 총 변형률(total strain)  $\epsilon_i$ 는 식(10)으로 표현된다.

$$\epsilon_i = \epsilon_i^0 + z\kappa_i \quad (10)$$

지금, 적층복합재 보의 물성과 기하학적 형상이 중앙면(mid-plane)에 대하여 대칭이고, 1축에 대한 순수 굽힘모멘트(pure bending moment)만을 받는다고 가정하면,  $[B]=[0]$ ,  $[N]=[0]$ , 그리고  $[\epsilon^0]=[0]$ 가 된다.<sup>(11,32)</sup> 따라서, 식(6)과 식(7)은 식(11)과 식(12)로 다시 쓸 수 있다.

$$[M] = [D]\{\kappa\} \quad (11)$$

$$\{\kappa\} = [d]\{M\} \quad (12)$$

지금, 적층복합재 보의 순수 굽힘모멘트  $M_i$ 에 대하여 자유굽힘진동을 한다고 가정하면(즉,  $M_2 = M_6 = 0$ 이면) 첫번째 굽힘모드에서의 모멘트와 곡률의 관계는 식(13) 및 식(14)와 같이 표현할 수 있다.

$$M_i = D_{ij}\kappa_j \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (13)$$

$$\kappa_i = d_{ij}M_j \quad (i = 1, 2, 6) \quad (14)$$

같은 조건으로부터 식(10)은 식(15)로 다시 쓸 수 있다.

$$\epsilon_i = z\kappa_i \quad (i = 1, 2, 6) \quad (15)$$

적층판 좌표계에 대한  $k$ 번째 적층에서의 응력과 변형률의 구성방정식(constitutive equation)은 식(4)에 의해서 식(16)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{26} \\ E_{16} & E_{26} & E_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix}^k \quad (16)$$

여기서,  $E_k^i$ 는  $k$ 번째 적층의 탄성계수 행렬의 성분들로서 적층축에 대한 적층복합재 보의 탄성계수 행렬 성분들인  $E_{xx}$ ,  $E_{yy}$ ,  $E_{xy}$  및  $E_{ss}$ 를 사용하여 좌표변환을 하므로써 계산할 수 있다. 즉,  $\theta_k$ 를  $k$ 번째 적층의 적층각(lamina angle)이라 하고,  $m_k = \cos\theta_k$ ,  $n_k = \sin\theta_k$ 로 정의하면  $k$ 번째 적층의 탄성계수 행렬  $E_k^i$ 의 성분들은 식(17)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} E_{11}^k &= m_k^4 E_{xx} + n_k^4 E_{yy} + 2m_k^2 n_k^2 E_{xy} + 4m_k^2 n_k^2 E_{ss} \\ E_{22}^k &= n_k^4 E_{xx} + m_k^4 E_{yy} + 2m_k^2 n_k^2 E_{xy} + 4m_k^2 n_k^2 E_{ss} \\ E_{12}^k &= m_k^2 n_k^2 E_{xx} + m_k^2 n_k^2 E_{yy} + (m_k^4 + n_k^4) E_{xy} - 4m_k^2 n_k^2 E_{ss} \\ E_{66}^k &= m_k^2 n_k^2 E_{xx} + m_k^2 n_k^2 E_{yy} - 2m_k^2 n_k^2 + (m_k^2 - n_k^2)^2 E_{ss} \\ E_{16}^k &= m_k^3 n_k E_{xx} - m_k n_k^3 E_{yy} + (m_k n_k^3 - m_k^3 n_k) E_{xy} \\ &\quad + 2(m_k n_k^3 - m_k^3 n_k) E_{ss} \\ E_{26}^k &= m_k n_k^3 E_{xx} - m_k^3 n_k E_{yy} + (m_k^3 n_k - m_k n_k^3) E_{xy} \\ &\quad + 2(m_k^3 n_k - m_k n_k^3) E_{ss} \end{aligned} \quad (17)$$

또, 적층복합재 보의 중앙면(mid-plane)에서  $k$ 번째 적층까지의 거리를  $h_k$ 이라고 하면, 순수 굽힘모멘트  $M_1$ 에 대한 변형을  $\epsilon_i^k$ 는 식(15)에 의하여 식(18)과 같이 표현된다.

$$\epsilon_i^k = h_k \kappa_i = h_k d_{1i} M_1 \quad (18)$$

식(18)을 식(16)에 대입하여 식(19)를 얻고, 식(18)과 식(19)를 적층축으로 좌표변환하면 식(20)과 식(21)을 얻을 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}^k = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{16} \\ E_{12} & E_{22} & E_{26} \\ E_{16} & E_{26} & E_{66} \end{bmatrix}^k \begin{Bmatrix} h_k d_{11} M_1 \\ h_k d_{12} M_1 \\ h_k d_{16} M_1 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_x^k &= h_k M_1 (m_k^2 d_{11} + n_k^2 d_{12} + m_k n_k d_{16}) \\ \epsilon_y^k &= h_k M_1 (n_k^2 d_{11} + m_k^2 d_{12} - m_k n_k d_{16}) \\ \epsilon_{xy}^k &= -h_k M_1 [2m_k n_k d_{11} - 2m_k n_k d_{12} - (m_k^2 - n_k^2) d_{16}] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^k &= \{m_k^2 (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) \\ &\quad + n_k^2 (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) \\ &\quad + m_k n_k (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})\} h_k M_1 \\ \sigma_y^k &= \{n_k^2 (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) \\ &\quad + m_k^2 (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) \\ &\quad - m_k n_k (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})\} h_k M_1 \\ \sigma_{xy}^k &= \{-2m_k n_k (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) \\ &\quad + 2m_k n_k (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) \\ &\quad + (m_k^2 - n_k^2) (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})\} h_k M_1 \end{aligned} \quad (21)$$

### 2.3.1 굽힘 탄성계수의 결정

높이가  $H$ 인 대칭 적층복합재 보에 단위 폭당 순수 굽힘모멘트  $M_1$ 만이 작용할 경우 식(9)와 (10), 그리고 식(15)로부터 식(22)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} M_1 &= \int_{-H/2}^{H/2} \sigma_{1z} dz \\ &= \int_{-H/2}^{H/2} (E(\epsilon_1) z dz \\ &= \int_{-H/2}^{H/2} E f(\kappa_1 z) z dz \\ &= \frac{H^3}{12} E f \kappa_1 \end{aligned} \quad (22)$$

식(22)와 식(14)로부터 보의 굽힘탄성계수  $E f$ 은 식(23)으로 표현된다.

$$E f = \frac{12}{H^3 d_{11}} \quad (23)$$

여기서,  $d_{11}$ 은 부록의 식(A6)과 같다.

### 2.3.2 비감쇠능의 결정

재료의 감쇠(damping)를 표현하는 방법에는 여러가지가 있으며, 그 중에서 비감쇠능(specific damping capacity ; S. D. C.)은 식(24)와 같이 표현된다.<sup>(35)</sup>

$$\psi = \frac{\Delta U}{U} = 2\pi\eta = \pi\zeta = 2\delta = 2\pi Q^{-1} = 2\pi \tan\phi \quad (24)$$

여기서,  $\Delta U$ 는 한번의 응력 사이클 동안에 소실되는 변형에너지(strain energy),  $U$ 는 총 변형에너지,  $\eta$ 는 손실계수(loss factor),  $\zeta$ 는 감쇠비(damping ratio),  $\delta$ 는 대수감쇠율(logarithmic decrement),  $Q$ 는 특성계수(quality factor), 그리고  $\phi$ 는 작용하는 응력과 반응하는 변형을 사이의 위상각(phase angle)이다.

적층복합재 보의 중앙면에서부터 거리  $h_k$ 만큼 떨어진  $k$ 번째 적층에 대한 손실에너지는  $\sigma_x^k \epsilon_x^k$ ,  $\sigma_y^k \epsilon_y^k$  및  $\sigma_{xy}^k \epsilon_{xy}^k$  성분에 대한 변형에너지들로 나눌 수 있다.<sup>(11,21,37)</sup> 각 성분에 대한 변형에너지를  $\Delta u_x^k$ ,  $\Delta u_y^k$  및  $\Delta u_{xy}^k$ 이라고 하면 식(25)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta u_x^k &= \int_0^L \left[ \frac{1}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \psi_L \sigma_x^k \epsilon_x^k w dz \right] dL \\ \Delta u_y^k &= \int_0^L \left[ \frac{1}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \psi_T \sigma_y^k \epsilon_y^k w dz \right] dL \\ \Delta u_{xy}^k &= \int_0^L \left[ \frac{1}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \psi_{LT} \sigma_{xy}^k \epsilon_{xy}^k w dz \right] dL \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,  $\psi_L$ 과  $\psi_T$ 는 일방향 복합재료의 섬유방향과 섬유방향에 수직인 방향의 굽힘진동(bending vibration)에 대한 비감쇠능이고,  $\psi_{LT}$ 는 일방향 복합재료의 비틀림진동(twist vibration)에 대한 비감쇠능이며,  $L$ 은 적층복합재 보의 길이, 그리고  $w$ 는 보의 폭이다.

따라서, 적층층의 각 성분별 총 변형에너지를  $\Delta U_x$ ,  $\Delta U_y$  및  $\Delta U_{xy}$ 이라고 하면 식(26)과 같이 표현되고, 적층복합재 보의 총 변형에너지  $U$ 는 식(27)과 같이 표현된다.

$$\Delta U_x = 2 \sum_{k=1}^{N/2} \Delta u_x^k$$

$$\Delta U_y = 2 \sum_{k=1}^{N/2} \Delta u_y^k$$

$$\Delta U_{xy} = 2 \sum_{k=1}^{N/2} \Delta u_{xy}^k \quad (26)$$

$$U = \Delta U_x + \Delta U_y + \Delta U_{xy} \quad (27)$$

여기서,  $N$ 은 적층의 총 개수이다.

최종적으로 식(24)에 의해서 적층복합재 보의 비감쇠능은 식(28)로 결정된다.

$$\psi = \frac{\Delta U_x}{U} + \frac{\Delta U_y}{U} + \frac{\Delta U_{xy}}{U} = \psi_x + \psi_y + \psi_{xy} \quad (28)$$

여기서,

$$\psi_x = \frac{2}{3} \frac{\psi_L}{d_{11}} \sum_{k=1}^{N/2} \{ [m_k^2 (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) + n_k^2 (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) + m_k n_k (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})] \{ (m_k^2 d_{11} + n_k^2 d_{12} + m_k n_k d_{16}) (h_k^3 - h_{k-1}^3) \} \}$$

$$\psi_y = \frac{2}{3} \frac{\psi_L}{d_{11}} \sum_{k=1}^{N/2} \{ [n_k^2 (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) + m_k^2 (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) - m_k n_k (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})] \{ (n_k^2 d_{11} + m_k^2 d_{12} + m_k n_k d_{16}) (h_k^3 - h_{k-1}^3) \} \}$$

$$\psi_{xy} = \frac{2}{3} \frac{\psi_{LT}}{d_{11}} \sum_{k=1}^{N/2} \{ [m_k n_k (E_{11}^k d_{11} + E_{12}^k d_{12} + E_{16}^k d_{16}) - 2m_k n_k (E_{12}^k d_{11} + E_{22}^k d_{12} + E_{26}^k d_{16}) - (m_k^2 - n_k^2) (E_{16}^k d_{11} + E_{26}^k d_{12} + E_{66}^k d_{16})] \{ (2m_k n_k d_{11} + 2m_k n_k d_{12} - (m_k^2 - n_k^2) d_{16}) (h_k^3 - h_{k-1}^3) \} \}$$

### 3. 실험

시험편의 제조를 위하여 사용한 프리프레그는 (주)선경 인더스트리<sup>(36)</sup>에서 제조하는 USN 150 모

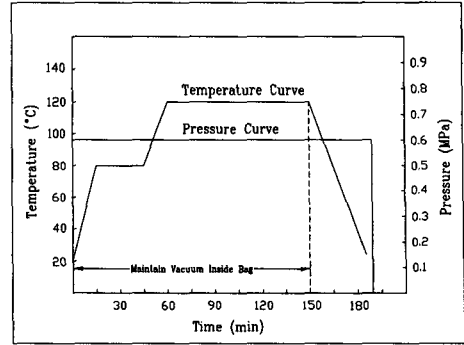


Fig. 2 Cure cycles of composite beam specimen

델로서 적층 1장의 두께는 0.15 mm이다. 적층한 프리프레그를 경화하기 위하여 오토클레이브 진공 백성형법을 사용하였다. 이 때 사용한 경화사이클은 Fig. 2와 같다.

경화된 복합재료는 CNC 수평 밀링머신(horizontal milling machine)에 다이아몬드 휠을 장착하여 정확한 치수로 절단하였다.

#### 3.1 강화재 부피분율의 결정

프리프레그 상태의 부피분율과 경화된 상태의 부피분율을 각각 결정하였다. 두가지 모두 레진을 태우는 방법을 사용하였다. 식(1)에서 알 수 있듯이 강화재의 부피분율을 결정하기 위해서는 레진의 밀도를 알아야 한다. 레진의 밀도를 측정하기 위하여 프리프레그에 사용되는 레진을 사용하여 순수 레진 시험편을 제작하였다. 기포없는 레진 시험편을 제작하기 위하여 진공시스템을 이용하여 레진내의 기

Table 1 Fiber volume fraction of the USN 150 composites

Density (g/cm <sup>3</sup> )	Prepreg		1.560
	Composite		1.567
	Fiber		1.750
	Resin		1.206
Volume fraction (%)	Prepreg	by eqn. (1)	63.56
		by eqn. (2)	63.61
	Composite	by eqn. (1)	66.18
		by eqn. (2)	66.36
Void content (%)	Prepreg		0.079
	Composite		0.272

포를 모두 제거한 후 레진을 경화시켰다. 프리프레그 및 경화된 복합재 시험편의 레진을 태우기 위해서 노를 사용하였고, 500°C에서 약 200분 동안 레진을 태웠다. 시험편의 무게를 측정하기 위해서 사용한 저울은 HA120M 모델의 전자저울로서 0.1 mg의 정밀도를 갖는다.<sup>(37)</sup> 먼저, 준비된 각 시험편의 무게를 공기중에서 측정하고, 다음으로 4°C 증류수 속에서 동일한 시험편의 무게를 측정하였다. 시험편의 밀도는 식(1)과 (2)를 사용하여 계산하였다. 두 결과를 통하여 프리프레그 및 경화된 복합재에 존재하는 기포량(void contents)을 계산하였다. Table 1은 측정결과를 요약한 것이다.

3.2 일방향 복합재료의 공학상수 결정

일방향 복합재료의 공학상수를 결정하기 위하여 두가지 방법의 인장시험을 수행하였다. 일방향 복합재료의 섬유방향 탄성계수  $E_L$ 과 섬유방향에 수직인 방향의 탄성계수  $E_T$ , 그리고 주 푸아송비  $\nu_{LT}$ 를 결정하기 위해서는 ASTM D 3039-76의 실험방법으로 실험을 수행하였고, 일방향 복합재료의 전단탄성계수  $G_{LT}$ 를 결정하기 위해서는 ASTM D 4255-83의 실험방법으로 실험을 수행하였다. 시험은 모두 10번씩 수행하였다. Table 2는 인장시험 결과의 평균치와 표준편차를 나타낸 것이다. 여기서  $\sigma_{LU}$ ,  $\sigma_{TV}$  및  $\tau_{LTU}$ 은 각 방향의 극한장도

(ultimate strength)를 나타낸다.

3.3 일방향 복합재료의 비감쇠능 결정

일방향 복합재료의 비감쇠능을 결정하기 위하여 두가지 방법의 진동실험을 수행하였다. 일방향 복합재료의 섬유방향 비감쇠능  $\psi_L$ 과 섬유방향에 수직인 방향의 비감쇠능  $\psi_T$ 를 측정하기 위해서는 횡방향 굽힘진동실험을 수행하였고, 일방향 복합재료의 전단 비감쇠능  $\psi_{LT}$ 을 측정하기 위해서는 ASTM D 4065-82의 실험방법에 의한 비틀림진동 실험을 수행하였다.

3.3.1 굽힘진동실험

적층복합재 보의 순수자유 굽힘진동특성을 규명하기 위하여 임펄스-주파수 응답특성 실험을 수행하였다. Fig. 3은 본 실험을 위해서 사용한 대칭 적층한 복합재 진동시험편의 치수를 나타낸 것이다.

시험편은 적층각(stack angle)을 0°에서 90°까지 5°간격으로 모두 19종류를 제작하였다. 또, 각 시험편에 대해서 보의 길이  $L$ 은 450, 396 및 348 mm 등 세가지 종류로 나누어서 실험하였다.

(1) 실험장치

신뢰성있는 실험을 수행하기 위해서는 시험편에 물리적인 구속력을 주지않아야 하고, 정확하게 운

Table 2 Uni-directional engineering constants of the USN 150 composites

	$E_L$ (GPa)	$\sigma_{LU}$ (MPa)	$E_T$ (GPa)	$\sigma_{TV}$ (MPa)	$G_{LT}$ (GPa)	$\tau_{LTU}$ (MPa)	$\nu_{LT}$
Average	131.6	1,995	8.2	60.9	6.12	74.8	0.281
Standard deviation	1.737	54.99	0.323	2.723	0.293	3.136	0.002
Coefficient of variation	1.318	2.756	3.939	4.471	3.608	4.195	0.712

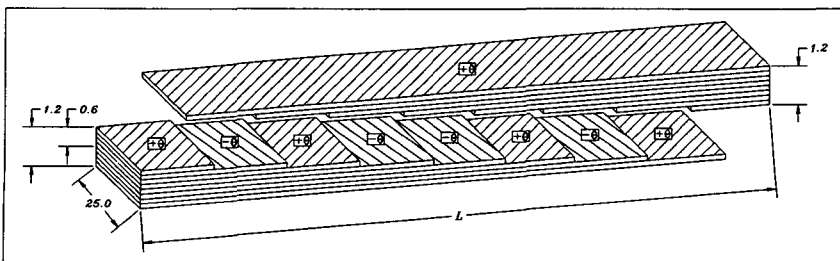


Fig. 3 Geometry of the laminated composite beam specimen

동상태를 감지할 수 있는 센서를 사용하여야 하며, 실험의 반복성이 우수하여야 한다. 시험편에 물리적인 구속력을 줄 수 있는 요인으로는 시험편 주위의 공기저항에 의한 영향과 스트레인게이지 및 가속도계와 같은 접촉식 센서의 사용으로 인한 무게 증가와 접착제의 영향 등을 들 수 있다. 본 연구에서는 이러한 점들을 고려하여 새로운 실험장치를 구성하였다. 공기의 영향을 줄이기 위하여  $10^{-3}$  torr의 진공용기(vacuum chamber)를 사용하였다. 센서의 무게와 접착제의 영향을 없애기 위하여 광섬유레이저 진동측정시스템(fiber optic laser vibrometer system)을 사용하였다. 이 진동측정시스템은 레이저광을 사용하는 비접촉방식으로서 가속도계보다 10배 이상의 정도를 갖는다. 또 실험의 반복성을 좋게 하기 위하여 임펄스 전자망치(impulse electromagnetic hammer)<sup>(26,38)</sup>를 사용하였다. Fig. 4는 본 연구를 위해 제작한 실험장치의 구성도이다.

Bernoulli-Euler 보이론<sup>(39)</sup>에 의하여 적층복합재 보의  $n$ 번째 진동모드의 고유진동수와 굽힘탄성계수의 관계는 식(30)으로 표현된다.

$$f_n = \frac{\lambda_n^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (30)$$

여기서,  $\lambda_n$ 는 경계조건에 의해 결정되는  $n$ 번째 진동모드의 고유치,  $L$ 은 보의 길이,  $\rho$ 는 보의 밀

도,  $A$ 는 보의 단면적,  $EI$ 는 보의 굽힘탄성계수,  $I$ 는 보의 단면적에 대한 2차 관성모멘트, 그리고  $f_n$ 는  $n$ 번째 진동모드의 고유진동수이다.

식(30)으로부터 적층복합재 보의 굽힘탄성계수  $EI$ 는 식(31)로 표현된다.

$$EI = \frac{4\pi^2 L^4 \rho A f_n^2}{\lambda_n^4 I} \quad (31)$$

또, 고유진동수가  $f_n$ 인  $n$ 번째 진동모드에서의 비감쇠능은 식(32)로 표현된다.

$$\psi = 2\pi \frac{\Delta f_n}{f_n} \quad (32)$$

여기서,  $\Delta f_n$ 는  $n$ 번째 진동모드의 고유진동수에 대한 반감력 주파수대역(half power bandwidth)이다.

(2) 실험 매개변수의 결정

실험결과에 영향을 미치는 매개변수에는 절점의 위치, 시험편을 매달때 사용하는 실의 재료, 매단 실의 길이, 시험편의 폭, 공기감쇠 등이 있다. 본 연구에서는 자유 굽힘진동의 기본 고유진동수만을 고려하였으므로 절점의 위치는  $x/L=0.224$ 와  $0.776$ 으로 하였다. Watchman 등<sup>(40)</sup>의 연구결과에 의하면, 매다는 위치는 고유진동수와 감쇠 모두에 영향을 미치는데, 굽힘진동일 경우는 매다는 위치가 절점에서 멀어질수록 고유진동수와 감쇠능이 더 높아진다. 또한, 시험편과 시험편을 매단 실 사이의 연

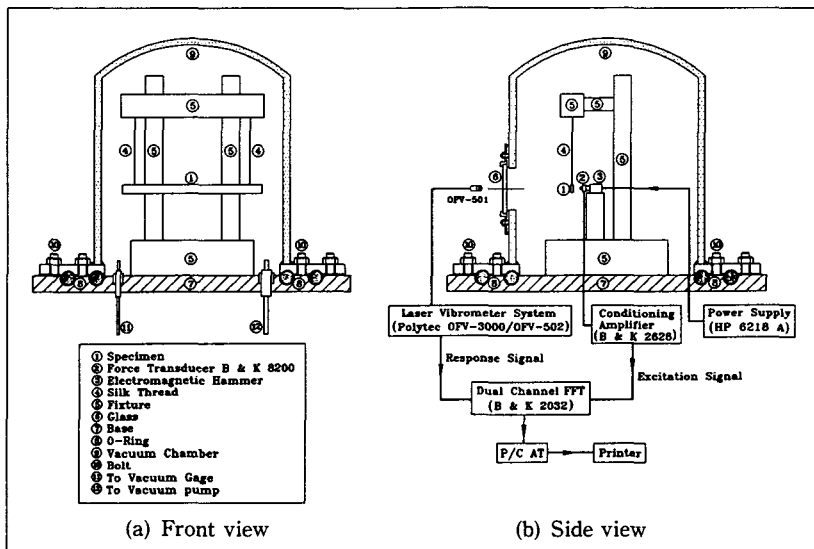


Fig. 4 Configuration of the free flexural vibration test



성에 의한 에너지손실을 최소화하기 위해서는 매다는 실의 재료가 시험편에 비해 충분히 유연해야 하고, 실의 질량은 시험편의 질량에 비해 충분히 작아야 한다. 본 연구를 위하여 무명실, 나이론실, 비단실, 폴리에스터 등 몇가지 종류의 실을 사용하여 실험을 수행하고 마침내 비단실을 선택하였다. 매단실의 길이는 길게 할수록 유연성이 좋아지기 때문에 시험편과 매단 실 사이의 연성에 의한 에너지손실이 적어진다. 본 연구에서는 시험편의 길이에 대한 실의 길이 비를 다르게 하여 실험한 결과 시험편의 길이에 대한 실의 길이 비가 0.5 이상이 되면 실의 길이에 대한 영향이 거의 일정함을 알았다. 따라서, 실의 길이는 시험편 길이의 0.5배로 결정하였다. 시험편의 폭에 대한 영향은 식(31)을 통하여 알 수 있다. 지금, 보 단면의 폭을  $w$ 라 하고 높이를  $H$ 라 하면 보의 단면적에 대한 면적 2차 관성모멘트  $I$ 는 식(33)과 같이 표현된다.

$$I = \frac{wH^3}{12} = \frac{AH^2}{12} \quad (33)$$

여기서,  $A=wH$ 로서 적층복합재 보의 단면적이 다.

식(33)을 식(31)에 대입하면 적층복합재 보의 굽힘탄성계수  $Ef$ 는 식(34)로 다시 쓸 수 있다.

$$Ef = \frac{48\pi^2 L^4 \rho f_n^2}{\lambda_n^4 H^2} = \frac{48\pi^2}{\lambda_n^4} \rho f_n^2 L^2 a^2 \quad (34)$$

여기서,  $a=L/H$ 이다.

식(34)에서 알 수 있듯이 적층복합재 보의 굽힘탄성계수는  $L$ 과  $a$ 의 제곱에 비례하고 폭의 영향에는 무관하다는 것을 알 수 있다. Pickett<sup>(41)</sup>의 연구 결과에 의하면 보의 길이에 비하여 두께가 무한히 얇고 폭이 좁은 경우에도, 폭의 변화는 고유진동수에 영향을 준다. 그러나, 보의 폭에 대한 길이의 비가 10배 이상이 되면 폭에 의한 영향은 거의 무시할 수 있다. 본 연구에서는 시험편의 폭을 25 mm로 결정하였다. 이때 본 연구에서 사용한 가장 짧은 시험편의 길이는 348 mm이므로  $L/w=13.9$ 가 되어서 보의 폭에 의한 영향은 무시할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 굽힘진동실험을 통해서 결정된 기본 고유진동수와 식(34)를 사용하여서 적층복합재 보의 굽힘 탄성계수를 결정하였다. 즉, 양단이 자유로운(free free) 자유 굽힘진동의 기본 고유진동수(fundamental natural frequency)  $f_1$ 을 고려하면  $\lambda_1^2=22.4$ 이고<sup>(33)</sup> 식(34)는 식(35)로 다시 쓸

수 있다.

$$Ef = \frac{48\pi^2}{22.4^2} \rho f_1^2 L^2 a^2 = 0.944 \rho f_1^2 L^2 a^2 \quad (35)$$

Table 2에서 알 수 있듯이 본 연구에서 사용한 USN 150 모델의 복합재료는 전단탄성계수에 대한 섬유방향 탄성계수의 비  $E_L/G_{LT}=21.63$ 이다. 따라서, 본 연구에서는 Bernoulli-Euler 보 이론을 사용하기 위하여 진동시험편의  $L/H$ 를 250 이상으로 충분히 크게 하였다. 끝으로, 광섬유레이저 진동측정시스템을 사용할 때 레이저빔의 유리장애물에 대한 영향을 고려하였다. 유리를 통과하지 않는 경우와 두께 5 mm인 유리 1겹, 그리고 2겹을 통과하는 경우를 비교하여 실험한 결과 모두 동일한 결과를 얻었다. 즉, 유리 장애물은 레이저 진동측정시스템에 아무런 영향을 주지 않았다.

### 3.3.2 비틀림진동실험

일방향 복합재료의 전단 비감쇠능  $\psi_{LT}$ 을 측정하기 위해서 비틀림 진동실험을 수행하였다. 실험방법은 ASTM D 4065-82의 비틀림진동추(torsional pendulum)를 사용하는 기법을 사용하였다. 시험편을 고정(clamp)하기 위하여 시험편의 양 끝단은 두랄루민판을 사용하여<sup>(16)</sup> 램을 덧붙였다. 램의 길이는 40 mm, 두께는 1.5 mm로 제작하고 에폭시 접착제(IPCO 9923)<sup>(42)</sup>를 사용하여 접착하였다. Fig. 5는 비틀림진동실험장치의 구성도를 보여준다. 비틀림진동모드의 기본 고유진동수는 매우 낮은 주파수를 나타내었으므로 진공용기를 사용하지 않고 대기상태에서 실험을 하였다.

#### (1) 매개변수의 결정

시험편의 단면이 비원형(noncircular type)이면 축의 비틀림변형에 의해서 단면에 뒤틀림효과(warping effect)가 발생하게 된다. 그러나, 축의 단면에 비하여 축의 길이가 더 길면 비틀림변형에 의한 단면의 뒤틀림효과는 매우 작다. Gere의 연구결과<sup>(43)</sup>에 의하면 열린단면(open cross section)인 경우에도 식(36)을 만족할 경우에는 축의 고유진동수에서의 단면의 뒤틀림효과는 무시할 수 있다.

$$\frac{1}{n} \frac{t}{D} \frac{L}{D} > 10 \quad (36)$$

여기서,  $n$ 은 모드수( $n=1,2,3,\dots$ ),  $t$ 는 단면의 최저 벽두께,  $L$ 은 축의 길이, 그리고  $D$ 는 단면의 유효지름으로서 만일, 단면이 사각형이고 가로폭을

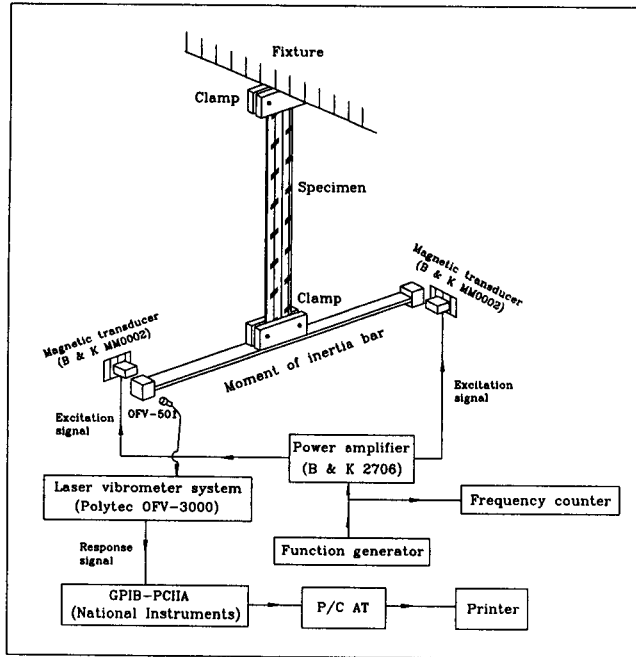


Fig. 5 Configuration of the torsional vibration test

$a$ , 세로폭을  $b$ 라고 하면  $D = (4ab/\pi)^{1/2}$ 이다.

본 실험에 사용된 시험편의 가로폭은 25 mm이고 세로폭은 1.2 mm이므로 단면의 유효지름  $D$ 는 6.18 mm가 된다. 따라서 기본 고유진동수만을 고려한다고 하면 식(36)에서 시험편의 길이는 319 mm 이상이 되어야만 뒤틀림효과가 없다. 본 연구에서는 시험편의 최단 길이를 348 mm로 하였기 때문에 단면의 뒤틀림효과는 무시할 수 있다. 따라서, 비틀림진동실험의 결과를 사용하여 보의 세로전단탄성계수를 결정할 수 있다. 지금, 시험편의 질량중심이 회전축상에 있고 시험편 단면의 비틀림을 무시하면 보의 세로전단탄성계수  $G_{12}$ 는 식(37)로 표현된다.<sup>(44)</sup>

$$G_{12} = \frac{4\pi^2 f_n^2 \rho I_p L^2}{C \beta_n^2} \quad (37)$$

여기서,  $L$ 은 보의 길이,  $\rho$ 는 보의 밀도,  $I_p$ 는 보의 단면 극관성모멘트(polar moment of inertia),  $f_n$ 은  $n$ 번째 진동모드의 고유진동수,  $C$ 는 보의 단면형상에 따라 달라지는 비틀림상수(torsional constant)로서 축의 단위길이당 1라디안의 비틀림 회전을 하는데 필요한 모멘트를 축의 전단탄성계수로 나눈값으로 정의되며, 그리고  $\beta_n$ 는  $n$ 번째 진동모드의 고유치이다.

Fig. 3에서 시험편의  $I_p = wH(w^2 + H^2)/12$ 이고,  $C = w^3H^3/3(w^2 + H^2)$ 이다. Fig. 5의 실험방법에서 사용한 추의 질량관성모멘트는  $0.01 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 이고, 첫 번째 모드에서의 고유치  $\beta_1$ 는 약 1.5<sup>(44)</sup>가 된다. 따라서 식(37)에  $I_p$ ,  $C$  및  $\beta_1$ 의 수치를 대입하면 식(38)을 얻을 수 있다.

$$G_{12} = \frac{4\pi^2}{4(1.5)^2} \frac{\rho L^2}{w^2 H^2} f_1^2 = 4.386 \rho \alpha^2 w^{-2} f_1^2 \quad (38)$$

여기서,  $\alpha = L/H$ 이다.

식(38)에서 보의 세로전단탄성계수는 폭의 제곱에 반비례함을 알 수 있다.

(2) 실험방법

비틀림진동모드에서의 기본 고유진동수는 다음과 같은 방법으로 결정하였다. 즉, 사인 함수발생기의 주파수를 0에서부터 천천히 스위핑(sweeping)하여 최대진폭을 나타내는 주파수를 찾고 이 때의 주파수를 주파수 카운터를 통하여 읽었다. 다음으로 공진주파수에서 진동하고 있는 상태에서 순간적으로 전자서에 공급되는 전원을 끄고, 바로 다음 순간에 GPIB-PCIIA를 장착한 P/C를 사용하여 레이저 진동측정 시스템과 교신하므로써 관성 모멘트 추의 진동신호를 받아들인다. 받아들인 데이터들을 곡선 접합을 하고 식(39)를 사용하여 대수 감쇠를 계산

**Table 3** Uni-directional specific damping capacities of the USN 150 composites

	L(mm)	H(mm)	L/H	$\psi_L$ (%)	$\psi_T$ (%)	$\psi_{LT}$ (%)
1	450	1.2	375	0.779	4.763	6.582
2	396	1.2	330	1.093	6.434	9.064
3	348	1.2	290	1.370	7.489	10.563

하였다.

$$\delta = \frac{1}{i} \ln[\theta_r / \theta_{r+i}] \quad (39)$$

여기서,  $\theta_r$ 은  $r$ 번째 주기에서의 각 변위량이고  $\theta_{r+i}$ 는  $r+i$ 번째 주기에서의 각 변위량을 나타낸다. 그리고, 적층복합재 보의 비틀림진동의 비감쇠능  $\psi_{12}$ 은 식(24)에 의하여 식(40)으로 계산하였다.

$$\psi_{12} = 2\delta \quad (40)$$

Table 3은 일방향 복합재료의 비감쇠능에 대한 실험결과를 요약한 것이다.

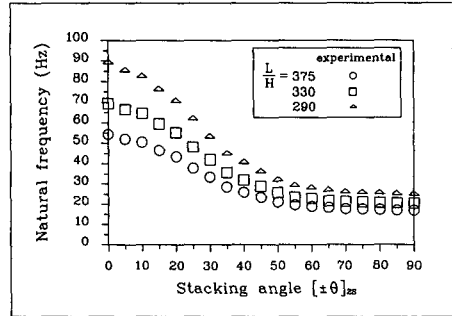
#### 4. 결 과

3장에서 실험적으로 얻은 일방향 적층복합재료의 공학상수 및 비감쇠능을 2장에서 유도한 거시역학적 모델에 대한 이론식에 대입하고 대칭 적층복합재 보의 적층각도에 따른 굽힘탄성계수와 비감쇠능을 계산하였다. 계산결과는 진공용기내에서 임펄스-주파수 응답실험을 통하여 얻은 결과치와 비교하였다.

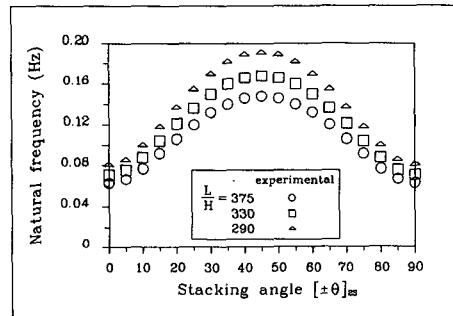
Fig. 6은 적층각도의 변화에 따른 보의 굽힘진동에 대한 기본 고유진동수의 변화를 나타낸 것이고 Fig. 7은 보의 비틀림진동에 대한 기본 고유진동수를 나타낸 것이다.

Fig. 8은 Fig. 6과 Fig. 7의 실험결과를 식(35)와 식(38)에 대입하여 얻은 실험치와 식(23)을 사용하여 얻은 이론치를 비교하여 나타낸 것이다. 여기서, 보의 세로전단탄성계수의 이론치는 CLPT를 이용하였다. 두 경우 모두 실험치와 이론치가 잘 맞는다.

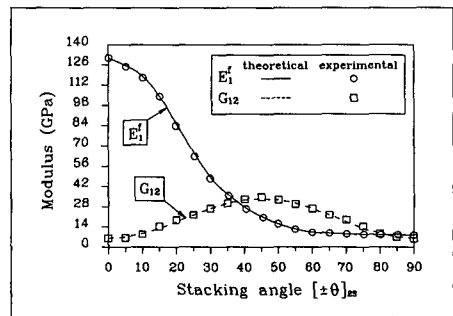
Fig. 9는 비틀림 진동모드의 기본 고유진동수에서 비감쇠능의 변화를 적층각도 별로 나타낸 것이다.  $[\pm 45]_{2S}$ 를 기준으로 거의 대칭적인 경향을 보인다.



**Fig. 6** Variation of the fundamental natural frequencies in bending mode with respect to the stacking angles



**Fig. 7** Variation of the fundamental natural frequencies in torsional mode with respect to the stacking angles



**Fig. 8** Variation of the moduli respect to the stacking angles

Fig. 10은  $L/H=290$ 일 때 보의 각 방향별 비감쇠능의 변화를 이론적으로 나타낸 것이다. 적층각이  $0^\circ$ 일 때는 적층 축의 세로방향 비감쇠능  $\psi_x$ 의 영향만이 나타나고 적층각이  $90^\circ$ 일 때는 적층 축의 가로방향 비감쇠능  $\psi_y$ 의 영향만이 나타난다.

Fig. 11, Fig. 12 및 Fig. 13은 적층 축의 각 방향별 비감쇠능의 변화를 적층각의 변화에 따라 나타

낸 것이다. 보의 두께에 대한 길이의 비( $L/H$ )가 작아질수록 모든 방향의 감쇠능은 점점 더 커진다는 것을 알 수 있다.

Fig. 14는 보의 굽힘진동모드의 기본 고유진동수에서 적층각의 변화에 따른 비감쇠능의 변화를 나타낸 것으로, 실험치와 이론치를 비교한 것이다. 실험치와 이론치는 잘 일치하고 있다.

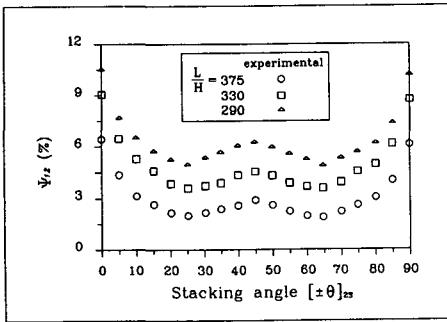


Fig. 9 Variation of torsional specific damping capacities  $\psi_{12}$  with respect to the stacking angles

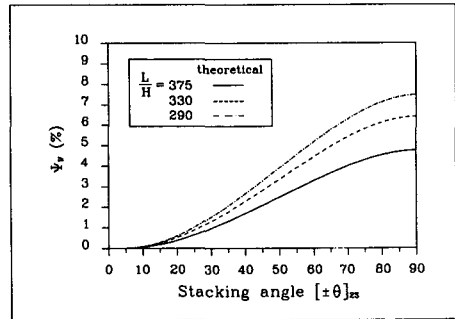


Fig. 12 Variation of  $\psi_y$  with respect to the stacking angles

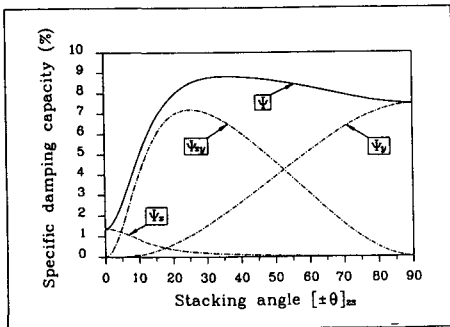


Fig. 10 Variation of specific damping capacities with respect to the stacking angles when  $L/H=290$

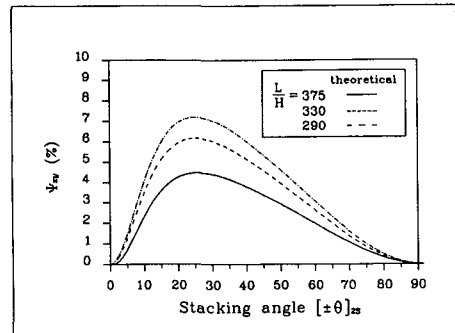


Fig. 13 Variation of  $\psi_{xy}$  with respect to the stacking angles

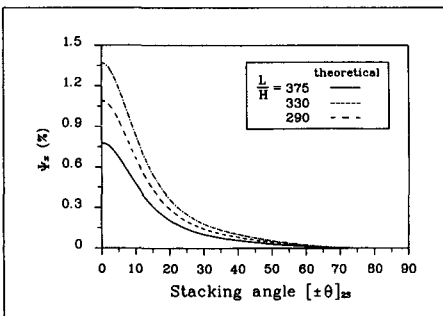


Fig. 11 Variation of  $\psi_x$  with respect to the stacking angles

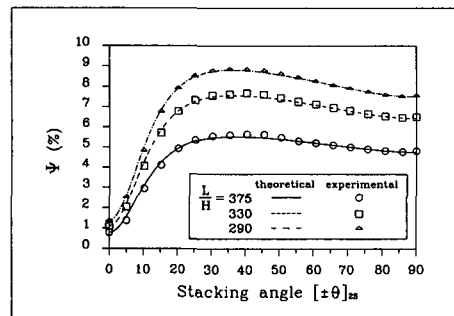


Fig. 14 Variation of  $\psi$  with respect to the stacking angles

## 5. 결 론

본 연구에서는 대칭 적층한 얇은 복합재 보의 기계적 동특성을 예측하기 위하여 거시역학적인 해석을 수행 하였다. 이론적 해석의 타당성을 입증하기 위하여 인장실험, 굽힘진동실험 및 비틀림진동실험을 수행하였다. 신뢰성있는 실험치를 얻기 위하여 레이저 진동측정시스템과  $10^{-3}$  torr의 진공용기를 사용하는 새로운 실험장치를 구성하였다. 실험을 하기전에 실험상의 변수로 작용할 수 있는 몇 가지 매개변수들에 대한 고려가 이루어졌다. 일방향 복합재료의 비감쇠능을 동일한 조건에서 결정하기 위하여 동일한 크기의 시험편에 대한 굽힘진동실험과 비틀림진동실험이 수행되었다. 시험편은  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지  $5^\circ$ 간격으로 모두 19종류를 제작하였으며, 각 시험편에 대하여 두께에 대한 길이의 비( $L/H$ )를 375, 330, 그리고 290 등 세 가지로 나누어 실험을 하였다.

이상의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 시험편의 섬유부피분율은 약 66%이며, 기포 함유량(void contact)은 약 0.27%이다.

(2) 대칭 적층한 복합재 빔의 기계적 동특성을 예측하기 위해서 사용한 거시역학적 모델에 의한 이론적 해석결과와 실험에 의한 결과는 잘 일치한다.

(3) 비틀림진동모드에서의 비감쇠능은 적층각이  $0^\circ$ 일 때에 가장 크고, 적층각  $45^\circ$ 를 중심으로 거의 대칭적이다.

(4) 적층복합재의 비감쇠능은 적층각이  $0^\circ$ 부근에서는 세로방향의 비감쇠능(longitudinal damping capacity)에 지배되고,  $90^\circ$ 부근에서는 가로방향의 비감쇠능(transverse damping capacity)에 지배된다.

(5) 대칭 적층된 탄소섬유 에폭시 복합재 빔의 최대 비감쇠능은  $[\pm 40]_{2s}$  부근에서 얻을 수 있다.

(6) 두께에 대한 길이의 비가 작아질수록 즉, 빔의 고유진동수가 커질수록 더 높은 비감쇠능을 갖는다.

## 참고문헌

- (1) McMullen, P., 1984, "Fiber/Resin Composites for Aircraft Primary Structures : a Short History, 1936~1984," *Composites*, Vol. 15(3), pp. 222~1984.
- (2) Mallick, P. K., 1988, *Fiber Reinforced Composites-Materials, Manufacturing, and Design*, Marcel Dekker, Inc., New York and Basel, Chapter 1.
- (3) Tsai(Eds.), S. W., 1988, *Composites Design*, 4th ed., Think Composites, Dayton, Paris, and Tokyo, Section 1.
- (4) Asada, H. and Youceftoumi, K., 1987, *Direct-Drive Robots, Theory and Practice*, MIT Press, Cambridge and London, Chapter 1.
- (5) Saravanos, D. A. and Chamis, C. C., 1989, "An Integrated Methodology for Optimizing Structural Composite Damping," *ASME, Mechanics of Plastics and Plastic Composites, AMD*, Vol. 10, pp. 167~180.
- (6) Lee, D. G., Kim, K. S. and Kwak, Y. K., 1991, "Manufacturing of a SCARA Type Direct-Drive Robot with Graphite Fiber Epoxy Composite Material," *Robotica*, Vol. 9, pp. 219~229.
- (7) Lee, D. G., Jeong, K. S., Kim, K. S. and Kwak, Y. K., 1993, "Development of the Anthropomorphic Robot with Carbon Fiber Epoxy Composite Materials," *Composite Structures*, Vol. 25, pp. 313~324.
- (8) Oh, H. S., Jeong, K. S. and Lee, D. G., 1994, "Design and Manufacture of the Composite Flexspline of a Harmonic Drive with Adhesive Joining," *Composite Structures*, in Press.
- (9) Jeong, K. S., Lee, D. G. and Kwak, Y. K., 1994, "Application of Adhesive Joining Technology for Manufacturing of the Composite Flexspline for a Harmonic Drive," Submitted to Journal of Adhesion.
- (10) Wright, G. C., 1972, "The Dynamic Properties of Glass and Carbon Fiber Reinforced Plastic Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 21(2), pp. 205~212.
- (11) Adams, R. D. and Bacon, D. G. C., 1973, "Effect of Fiber Orientation and Laminate Geometry on the Dynamic Properties of CFRP," *Journal of Composite Materials*, Vol. 7, pp. 402~428.

(1) McMullen, P., 1984, "Fiber/Resin Composites for Aircraft Primary Structures : a Short His-

- (12) Suarez, S. A., Gibson, R. F., Sun, C. T. and Chaturvedi, S. K., 1986, "The Influence of Fiber Length and Fiber Orientation on Damping and Stiffness of Polymer Composite Materials," *Experimental Mechanics*, Vol. 26(2), pp. 175~184.
- (13) Gibson, R. F., 1992, "Damping Characteristics of Composite Materials and Structures," *Journal of Materials Engineering and Performance*, Vol. 1(1), pp. 11~20.
- (14) Hashin Z. and Rosen, B. W., 1964, "The Elastic Moduli of Fiber Reinforced Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 31(E) pp. 223~232.
- (15) Gibson, R. F., Chaturvedi, S. K. and Sun, C. T., 1982, "Complex Moduli of Aligned Discontinuous Fiber Reinforced Polymer Composite," *Journal of Materials Science*, Vol. 17, pp. 3499~3509.
- (16) Willway, T. A. and White, R. G., 1989, "The Effects of Matrix Complex Moduli on the Dynamic Properties of CFRP Laminate," *Composite Science and Technology*, Vol. 36, pp. 77~94.
- (17) Ni, R. G. and Adams, R. D., 1984, "A Rational Method for Obtaining the Dynamic Mechanical Properties of Laminae for Prediction the Stiffness and Damping of Laminated Plates and Beams," *Composites*, Vol. 15(3), pp. 193~199.
- (18) Hashin, Z., 1970, "Complex Moduli of Viscoelastic Composites-II. Fiber Reinforced Materials," *International Journal of Solids & Structures*, Vol. 6, pp. 797~807.
- (19) Dato, M. H., 1991, *Mechanics of Fibrous Composites*, Elsevier Applied Science, London and New York, Chapter 2.
- (20) Gibson, R. F., 1976, "Dynamic Mechanical Behaviour of Fiber-Reinforced Composites: Measurement and Analysis," *Journal of Composite Materials*, Vol. 10, pp. 325~338.
- (21) Ni, R. G. and Adams, R. D., 1984, "The Damping and Dynamic Moduli of Symmetric Laminated Composite Beams-Theoretical and Experimental Results," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 104~121.
- (22) Gibson, R. F. and Plunkett, R., 1977, "A Forced-Vibration Technique for Measurement of Material Damping," *Experimental Mechanics*, Vol. 11(8), pp. 297~302.
- (23) Gibson, R. F., Yau, A. and Riegner, D. A., 1982, "An Improved Forced-Vibration Technique for Measurement of Material Damping," *Experimental Mechanics*, Vol. 6(2), pp. 10~14.
- (24) Crawley, E. F. and Mohr, D. G., 1983, "Experimental Measurements of Material Damping in Free Fall with Tuneable Excitation," *AIAA/ASME/ASCE/AHS Structure, Structural Dynamic and Materials Conference Paper No. 83-0858-CP*.
- (25) Suarez, S. A., Gibson, R. F. and Deobald, L. R., 1984, "Random and Impulse Techniques for Measurement of Damping in Composite Materials," *Experimental Mechanics*, Vol. 8(10), pp. 19~24.
- (26) Suarez, S. A. and Gibson, 1987, "Improved Impulse-Frequency Response Techniques for Measurement of Dynamic Mechanical Properties of Composite Materials," *Journal of Testing and Evaluation, JTEVA*, Vol. 15(2), pp. 114~121.
- (27) Wren, G. G. and Kinra, V. K., 1988, "An Experimental Technique for Determining a Measure of Structural Damping," *Journal of Testing and Evaluation, JTEVA*, Vol. 16(1), pp. 77~85.
- (28) Polytec Optronics, Inc., *Waldbronn, Germany*.
- (29) Dudek, T. J., 1970, "Determination of the Complex Modulus of Viscoelastic Two-Layer Composite Beams," *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, pp. 74~89.
- (30) Dudek, T. J., 1970, "Young's and Shear Moduli of Unidirectional Composites by a Resonant Beam Method," *Journal of Composite Materials*, Vol. 4, pp. 232~241.
- (31) Whitney, J. M., 1987, *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Publishing Co., Inc., Pennsylvania, Chapter 1 and 2.

- (32) Tauchert T. R. and Adibhatla, S., 1984, "Design of Laminated Plates for Maximum Stiffness," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 58~69.
- (33) Lazan, B. J., 1962, "Damping Properties of Materials and Material Composites," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 15(2), pp. 81~88.
- (34) *Sunkyong Fiber Co. Ltd.*, Seoul, Korea.
- (35) Lin, D. X., Ni, R. G. and Adams, R. D., 1984, "Prediction and Measurement of the Vibrational Damping Parameters of Carbon and Glass Fiber-Reinforced Plastics plates," *Journal of Composite Materials*, Vol. 18, pp. 132~152.
- (36) Liao, D. X., Sung, C. K. and Thompson, B. S., 1986, "The Optimal Design of Symmetric Laminated Beams Considering Damping," *Journal of Composite Materials*, Vol. 20, pp. 485~501.
- (37) *User's Manual*, A & D Co., Ltd., Tokyo, Japan.
- (38) Suarez, S. A., 1984, *Optimization of Internal Damping in Fiber Reinforced Composite Materials*, Ph. D. Dissertation, University of Idaho Graduate School.
- (39) Thomson, W., 1988, *Theory of Vibration with Applications*, 3rd ed., Prentice-Hall International, Inc., Chapter 8.
- (40) Watchman, J. R. and Tettf, W. E., 1958, "Effect of Suspension Position on Apparent Values of Internal Friction Determined by Forster's Method," *Review of Scientific Instruments*, Vol. 29(6), pp. 517~520.
- (41) Pickett, G., 1945, "Equations for Computing Elastic Constants from Flexural and Torsional Resonant Frequencies of Vibration of Prisms and Cylinders," *ASTM Proceedings*, Vol. 45, pp. 846~865.
- (42) *IPCO Co., Ltd.*, Seoul, Korea.
- (43) Gere, J. B., 1954, "Torsional Vibraton of Beams of Thin-Walled Open Section," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 21, pp. 381~387.
- (44) Blevins, R. D., 1979, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Van Nostrand Reinhold Co., New York, Chapter 8.2.

부 록

적층복합재 보의 굽힘탄성계수 행렬 성분인  $D_{ij}$  는 식(A1)으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 D_{11} &= \frac{1}{12} H^3 U_1 + V_1 U_2 + V_2 U_3 \\
 D_{22} &= \frac{1}{12} H^3 U_1 - V_1 U_2 + V_2 U_3 \\
 D_{12} &= \frac{1}{12} H^3 U_4 - V_2 U_3 \\
 D_{66} &= \frac{1}{12} H^3 U_5 - V_2 U_3 \\
 D_{16} &= \frac{1}{2} V_3 U_2 + V^4 U_3 \\
 D_{26} &= \frac{1}{2} V_3 U_2 - V^4 U_3
 \end{aligned} \tag{A1}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 U_1 &= (3E_{xx} + 3E_{yy} + 2E_{xy} + 4E_{ss})/8 \\
 U_2 &= (E_{xx} - E_{yy})/2 \\
 U_3 &= (E_{xx} + E_{yy} - 2E_{xy} - 4E_{ss})/8 \\
 U_4 &= (E_{xx} + E_{yy} + 6E_{xy} - 4E_{ss})/8 \\
 U_5 &= (E_{xx} + E_{yy} - 2E_{xy} + 4E_{ss})/8
 \end{aligned} \tag{A2}$$

또,

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N/2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \cos 2\theta_k \\
 V_2 &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N/2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \cos 4\theta_k \\
 V_3 &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N/2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \sin 2\theta_k \\
 V_4 &= \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N/2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \sin 4\theta_k
 \end{aligned} \tag{A3}$$

여기서,  $H$ 는 적층복합재 보의 두께,  $h_k$ 는 중앙면에서  $k$ 번째 적층까지의 거리,  $N$ 은 총 적층수,  $E_{xx}$ ,  $E_{yy}$ ,  $E_{xy}$  및  $E_{ss}$ 는 적층복합재 보의 적층축 방향의 탄성계수들로서, 일방향 복합재료의 공학상수 (engineering constant) 인 섬유방향 탄성계수 (longitudinal modulus)  $E_L$ , 섬유방향에 수직인 방향의 탄성계수 (transverse modulus)  $E_T$ , 전단탄성계수 (shear modulus)  $G_{LT}$  및 주 푸아송비 (major Poisson's ratio)  $\nu_{LT}$  등으로부터 식(A4)와 같이 표현된다.

$$E_{xx} = \frac{E_L}{(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})}$$

$$\begin{aligned}
 E_{yy} &= \frac{E_T}{(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \\
 E_{xy} &= \frac{E_L\nu_{LT}}{(1 - \nu_{LT}\nu_{TL})} \\
 E_{ss} &= G_{LT}
 \end{aligned} \tag{A4}$$

여기서,  $\nu_{TL} = (E_T\nu_{LT})/E_L$ 이고,  $s$ 는 전단방향을 표시한다. 그리고, 본문 식(14)를 각 성분별로 나타내면 식(A5)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \kappa_1 &= d_{11}M_1 \\
 \kappa_2 &= d_{12}M_1 \\
 \kappa_6 &= d_{16}M_1
 \end{aligned} \tag{A5}$$

여기서,  $\kappa_1$ 은 순수굽힘(normal bending)에 의한 곡률,  $\kappa_2$ 는 푸아송연성(Poisson coupling)에 의한

곡률, 그리고  $\kappa_6$ 는 굽힘-비틀림연성(bending-twisting coupling)에 의한 곡률을 각각 표시한다. 또한,  $d_{11}$ ,  $d_{12}$  및  $d_{16}$ 는 굽힘모멘트  $M_1$ 에 대한 콤플라이언스행렬의 성분들로서 식(A6)와 같이 굽힘탄성계수 행렬 성분들의 관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 d_{11} &= (D_{22}D_{66} - D_{26}^2) / \det[D_{ij}] \\
 d_{12} &= (D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}) / \det[D_{ij}] \\
 d_{16} &= (D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16}) / \det[D_{ij}]
 \end{aligned} \tag{A6}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \det[D_{ij}] &= D_{11}D_{22}D_{66} + 2D_{12}D_{26}D_{16} - D_{22}D_{16}^2 \\
 &\quad - D_{66}D_{12}^2 - D_{11}D_{26}^2
 \end{aligned} \tag{A7}$$