

〈論 文〉

## 퍼지-슬라이딩모드를 이용한 로봇의 강건추적제어

김정식\* · 최승복\*\*

(1994년 3월 4일 접수)

### Robust Tracking Control of Robotic Manipulators Using Fuzzy-Sliding Modes

J. S. Kim and S. B. Choi

**Key Words :** Fuzzy Logic(퍼지논리), Sliding Mode(슬라이딩모드), Fuzzy-Sliding Mode(퍼지-슬라이딩모드), System Uncertainty(시스템 불확실성), Robust Tracking Control(강건추적제어)

#### Abstract

Considerable attention has been given to controller designs that utilize the variable structure system theory in order to achieve robust tracking performance of robotic manipulators subjected to parameter variations and extraneous disturbances. However, the theory has not had wide spread acceptance in practical control engineering community due mainly to the worry of chattering which is inherently ever-existing in the variable structure system. This paper presents a novel type of fuzzy-sliding mode controller to alleviate the chattering problem. A sliding mode controller for robust robot control is firstly synthesized with an assumption that the imposed system uncertainties satisfy matching conditions so that certain deterministic performances can be guaranteed. The controller is subsequently incorporated with a fuzzy technique in which fuzzy parameters and control rules are obtained from a relation between predetermined sliding surfaces and representative points in the error state space. A two degree-of-freedom robotic manipulator subjected to a variable payload and a torque disturbance is considered in order to demonstrate superior tracking performance accrued from the proposed methodology.

#### 1. 서 론

최근 들어 퍼지제어기(fuzzy controller : FC)는 로봇을 비롯 많은 전기 및 기계시스템 제어에 성공적으로 사용되어 오고 있다. FC의 주요 장점은 부하의란, 시스템의 비선형성, 시스템의 파라미터변화(parameter variation) 등에 의한 수학적 모델링이 불가능한 시스템에 있어서 알맞는 제어입력으로

우수한 제어효과를 가져올 수 있는 것이다. 그러나 FC는 설계과정에 있어서 다음과 같은 몇 가지 어려운 점을 갖고 있다. 일반적으로 퍼지제어규칙은 경험으로부터 생성되며 소속함수(membership function)는 시행착오를 거쳐 결정된다. 또한 퍼지제어 이론은 그 언어적 표현으로 인해서 제어기와 플랜트(plant)의 안정성(stability)이나 강건성(robustness) 등을 수학적으로 입증하기가 용이하지 않다. 결과적으로, 좀 더 체계적으로 제어기를 설계할 수 있으면서, 또한 안정성과 강건성을 보장할 수 있는 퍼지제어 설계방식이 요구된다. Lee<sup>(1)</sup>는 위상평면(phase plane) 해석을 통해 추적오차(tracking

\*인하대학교 대학원 기계공학과

\*\*정회원, 인하대학교 기계공학과

error)와 오차변화율(error rate)을 퍼지변수로 하는 FC를 설계하였는데, 이러한 방법은 체계적이고 간단한 FC 설계방법으로 널리 알려져 있다.

슬라이딩모드제어(sliding mode control : SMC), 또는 가변구조시스템(variable structure system)은 시스템의 계적들을 미리 설정된 슬라이딩 평면(sliding surface)상에 계속 머물게 하여, 이 동안에는 시스템의 불확실성, 외란 등에 대해서 안정성과 강건성을 보장하는 특징을 갖고 있다. 그러나 시스템의 불확실성을 보상하며, 슬라이딩 평면상에서 시스템이 효율적으로 작동하기 위해서는 제어 입력값의 급격한 변화가 요구된다. 이러한 급격한 입력값의 변화는 슬라이딩 평면상에서 떨림현상(chattering)을 유발하게 되어 시스템에 고주파 성분이 발생하게 된다. 이와 같은 떨림현상은 시스템의 불확실성 뿐만 아니라, 컴퓨터시뮬레이션의 시간간격(time step), 다시 말하여 실제 제어기 실행시의 샘플링시간(sampling time), 그리고 제어시스템을 구성하는 각종 스위칭장치(switching device)의 시간지연에 의해서도 크게 증가함이 알려져 있다.<sup>(2,3)</sup>

SMC기법을 실제적인 공학시스템에 적용하면 이러한 떨림현상때문에 작동기(actuator) 등 시스템의 구성요소는 매우 해로운 영향을 받게 된다. 그러므로 떨림현상을 갖는 SMC의 실제적인 적용은 매우 어렵게 된다. 최근에 이러한 떨림현상을 제거하기 위한 연구가 여러 방향으로 시도되고 있다. 지금까지의 연구방향은 크게 두 방법으로 분류될 수 있는데, 하나는 불연속 SMC의 연속화방법(continuation method)이며, 다른 하나는 퍼지이론을 이용하는 방법이다. 연속화방법은 슬라이딩 평면과 연계된 비선형 부호함수(signum function)를 제어 입력값으로 사용하는 것이 아니라 어느 정도의 경계층(boundary layer)을 도입하여, 이 영역안에서는 제어 입력값을 연속적으로 근사화시켜 사용하는 것이다.<sup>(4-6)</sup> 그러나, 경계층을 도입함에 따라 시스템의 추적오차는 상대적으로 증가하게 되므로, 제어입력을 매끄럽게 할 수 있는 것과 추적 오차 사이의 상호교환(trade-off)은 반드시 고려되어야 한다. 따라서 최근 들어 후자의 방법에 대한 연구가 보다 활발히 진행 중에 있다.

Lin과 Kung<sup>(7)</sup>은 떨림현상을 갖는 슬라이딩운동 중에 존재하는 슬라이딩 평면식의 값에 부호함수를 곱한 값과 이것의 변화량을 퍼지변수로 하는 FC를 설계하였다. 이와 같이 설계된 FC로 SMC의 불연

속계인(discontinuous gain)을 변화시켜 시간간격이 클 때 SMC의 떨림현상을 감소시켰다. Hung<sup>(8)</sup>은 플랜트 불확실성 및 파라미터변화, 그리고 외란을 하나의 섭동(perturbation)으로 규정하고, 이를 추정할 수 있는 추정기(estimator)를 설계하였다. 이 추정기의 도움으로 추정된 값을 퍼지변수로 하는 FC를 설계하였고, 이를 SMC에 연계시켜 SMC의 떨림현상을 감소시킬 수 있는 방법을 제시하였다. 한편, Meystel 등<sup>(9)</sup>은 오차 상태점과 오차 상태공간상의 원점이 이루는 반경, 그리고 오차 상태공간상에 규정된 슬라이딩 평면과 오차 상태점이 이루는 각도를 각각 퍼지변수로 하는 FC를 설계하였다. 이와 같이 설계된 FC로 SMC의 등가 제어력(equivalent control force)과 불연속 제어력을 변화시켜 SMC의 떨림현상을 감소시킬 수 있음을 제안하였다. 또한, Kim과 Lee<sup>(10)</sup>는 슬라이딩 평면 설정에 있어 퍼지성질을 도입하였다. 즉, 엄격한(crisp) 슬라이딩 평면대신에 퍼지화시킨 슬라이딩 평면을 퍼지변수로 생각하고, 이를 이용하여 경계층 안에서 연속적인 제어 입력값을 만들어 내게 함으로써 떨림현상을 감소시킬 수 있음을 제시하였다.

SMC 방법의 실제적인 실행과 연계하여 생각해 볼 때 컴퓨터시뮬레이션 수행시 시스템방정식을 풀기 위한 시간간격은 어느 정도 커야 된다. 그러나 앞에서 언급한 바와 같이 시간간격이 크면 시스템의 떨림현상은 더욱 증가하게 된다. 또한 시스템에 불확실성 요소가 존재한다면 이로 인한 떨림현상은 더욱 증가하게 된다. 본 논문에서는 이와 같이 시간간격과 불확실성 요소에 의해 발생하는 떨림현상을 감소시키기 위해 퍼지이론을 도입하여 SMC를 구성하였다. 이를 위해 가장 대표적인 비선형 불확실성 시스템으로 규정되는 로봇시스템을 고려하였으며, 부가된 불확실성에 대하여 정합조건(matching condition)이 만족한다는 가정하에 SMC를 먼저 설계하였다. 그리고 SMC 시스템의 떨림현상은 오차 상태공간상에서 RP(representative point)의 떨림현상과 밀접하게 연계되어 있으며, 이로 인한 제어입력의 떨림현상 및 추적오차의 증가문제가 발생할 수 있다는 점에 착안하여, RP와 오차 상태공간상에 규정된 슬라이딩 평면과의 관계로부터 제어규칙과 퍼지변수를 선정해 SMC의 되먹임계인(feedback gain)을 변화시키는 FC를 설계하였다. 즉, RP가 슬라이딩 평면으로부터 멀리 떨어져 있으면

SMC의 되먹임제인을 크게 하고, 가까이 있으면 되먹임제인을 작게하는 것이다. 이와 같이 설계된 FC와 SMC를 서로 연계시켜 퍼지-슬라이딩모드 제어기(fuzzy-sliding mode controller : FSMC)를 구성하였다.

제안된 제어기의 설계를 위해서는 슬라이딩 평면으로부터 떨어진 RP의 정보를 나타내는 퍼지변수가 요구된다. 이를 위해 미리 설정된 슬라이딩 평면 식과 동일하게 정의된 식으로부터 두 개의 퍼지변수를 도입하였다. 즉, 시스템이 작동하는 동안 각 RP에서 갖는 슬라이딩 평면식 자체의 값과 이 값의 변화량을 퍼지변수로 선정하였다. 퍼지변수를 이와 같이 선정하므로써, 퍼지변수를 구하는 알고리즘과 제어기 구성이 기존의 방법보다 간단하며, 체계적인 퍼지제어규칙을 정할 수 있다. 또한 퍼지변수 및 제어규칙을 설정하는데 있어서 제어입력 및 오차상태의 떨림현상을 고려한 특정한 식을 사용하였기 때문에 떨림현상과 추적오차의 효과적인 감소를 기대할 수 있다. 제안된 FSMC는 고정된 되먹임제인을 갖는 SMC와는 다르게 FC의 적용 명령에 따라서 되먹임제인이 변화하는 특징을 갖고 있다. 제안된 FSMC의 효율성과 강건성을 입증하기 위하여 불확실성을 갖는 2-자유도 로봇의 강건 추적제어 문제를 선정하여 컴퓨터시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과, 기존의 SMC 자체가 갖고 있는 불연속 제어력의 떨림현상을 효과적으로 줄일 수 있었고, 추적오차 또한 크게 감소시킬 수 있었다. 그리고, SMC 사용시 보장되는 시스템 불확실성에 대한 강건성이 FSMC 사용시에도 유지됨을 확인하였다.

## 2. 퍼지 및 슬라이딩모드 제어이론

잘 알려진 바와 같이 FC에서 퍼지시스템의 동력학적 거동은 전문가 지식에 바탕을 둔 언어적 표현 규칙에 의하여 규정된다. 전문가지식의 형태는 IF (a set of conditions are satisfied) 및 THEN (a set of consequence can be inferred)으로 표현된다. 일반적인 간단한 FC는 다음과 같은 언어적 규칙들의 집합을 구성하고 있다.

$$R_i: \text{IF } \hat{x} \text{ is } A_i \text{ and } \hat{y} \text{ is } B_i \text{ THEN } \hat{z} \text{ is } Z_i \quad (1)$$

여기서,  $\hat{x}$ 와  $\hat{y}$ 는 FC의 입력변수로서 플랜트의

상태에 관한 정보를 나타내고,  $\hat{z}$ 는 제어변수이다.  $A_i, B_i$ 와  $Z_i (i=1, 2, \dots, n)$ 는 각각  $U, V, W$  공간상에서  $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ 의 언어적 값(linguistic value)이다. 하나의 퍼지규칙은 공간  $U \times V \times W$  상에서 퍼지관계에 의해서 다음과 같이 연산된다.

$$\mu_i(A_i \cup B_i) = \max[\mu_{A_i}(\hat{u}), \mu_{B_i}(\hat{v})] \quad (2)$$

$$\mu_i(A_i \cap B_i) = \min[\mu_{A_i}(\hat{u}), \mu_{B_i}(\hat{v})] \quad (3)$$

$$\mu_{R_i}(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}) = \min[\mu_{A_i}(\hat{u}), \mu_{B_i}(\hat{v}), \mu_{Z_i}(\hat{w})] \quad (4)$$

$$\hat{u} \in U, \hat{v} \in V, \hat{w} \in W$$

한편, 전체관계(overall relation)  $R$ 은 다음과 같이 결정된다.

$$R = \bigcup_{i=1}^n R_i \quad (5)$$

단약 입력변수  $\hat{x}$ 와  $\hat{y}$ 의 퍼지집합(fuzzy sets)이  $A'$ 와  $B'$ 에 관련되어 있다면, 이에 상응하는 출력  $Z'$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$Z' = (A' \wedge B') \circ R \quad (6)$$

여기서,  $\wedge$ 는 논리곱 연산자(and operation)이고,  $\circ$ 은 합성연산자(composition operation)를 각각 나타낸다. 제어변수  $\hat{z}$ 은  $Z'$ 으로부터 비퍼지화(defuzzification)된다.

다음은 SMC이론을 간단히 설명하기 위해 아래와 같이 표현되는 시스템을 고려한다.

$$\dot{x}(t) = f(x, t, u) \quad (7)$$

여기서  $x \in R^n$ 는 상태벡터,  $u \in R^m$ 는 제어입력이며, 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$u_i = \begin{cases} u_i^+(x, t), & \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(x, t), & \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (8)$$

상기 식에서  $u_i$ 는  $i$ 번째 제어입력이고  $\sigma_i(x)$ 는  $i$ 번째 슬라이딩 평면이다. 불연속 제어입력 식(8)을 갖는 시스템 식(7)은 슬라이딩 평면의 특성이 시스템의 되먹임구조(feedback structure)를 바꾸기 때문에 가변구조시스템이라 불려진다. 시스템의  $i$ 번째 슬라이딩 평면에서 슬라이딩운동이 일어나기 위한 조건은 다음과 같다.<sup>(11)</sup>

$$\sigma_i(x) \dot{\sigma}_i(x) < 0 \quad (9)$$

그리고, 슬라이딩모드 운동중 시스템은 다음과 같

은 식을 만족한다.

$$\sigma_i(x) = 0, \dot{\sigma}_i(x) = 0 \quad (10)$$

이 운동중에는 파라미터변동과 외란에 영향을 받지 않는다. 따라서, SMC는 시변 파라미터변화를 포함한 불확실성을 갖고 있는 시스템 제어에 효과적으로 적용된다.

### 3. 퍼지-슬라이딩모드 제어기 설계

#### 3.1 SMC설계

강체링크(rigid link)로 구성된 로봇머니플레이터는 일반적으로 다음과 같은 운동방정식의 형태를 갖는다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) + D(q, \dot{q}, t) = P(t) \quad (11)$$

여기서,  $q(t) \in R^n$ 는 관절좌표계,  $M(q)$ 은 관성행렬,  $C(q, \dot{q})$ 는 코리올리 및 원심력(Coriolis and centrifugal forces),  $G(q)$ 는 중력,  $D(q, \dot{q}, t)$ 는 외란, 그리고  $P(t)$ 는 일반화된 힘들을 각각 나타낸다. 일반적으로  $M, C, G$  그리고  $D$ 는 불확실한 파라미터들로 구성된다.  $M, C, G$  그리고  $D$ 를 완전하게 알고 있다고 가정하면 로봇 운동방정식 (11)은 상태공간상에서 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i-1}(t) &= x_{2i}(t) \\ \dot{x}_{2i}(t) &= -f_i(x, t) + b_i(x, t)u_i(t) \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (12)$$

여기서,  $t \in R$ 는 시간,  $x(t) \in R^{2n}$ 는 상태변수,  $u(t) \in R^n$ 는 제어입력을 각각 나타내며, 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$x(t) = [x_1(t), \dots, x_{2n}(t)]^T \quad (13)$$

$$u(t) = [u_1, \dots, u_n]^T \quad (14)$$

한편, 추적하고자 하는 요구궤적은 다음과 같이 규정할 수 있다.

$$x_d(t) = [x_{1d}(t), \dots, x_{2nd}(t)]^T \in R^{2n} \quad (15)$$

여기서, 각  $x_{id}$ 는 구간  $[t_0, \infty)$ 에서 연속적으로 미분 가능한 함수이다. 위와 같은 상태방정식 기술은 로봇시스템을 비롯 2계 상미분방정식의 커플(coupled)된 집합으로 표현가능한 모든 시스템에 적용된다.

추적제어의 목적은 임의의 초기조건에 대해서 추

적오차가 점근적으로 영에 수렴하도록 하는 것이다. 따라서 추적오차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} e(t) &= [e_1(t), \dots, e_{2n}(t)]^T \\ &= x(t) - x_d(t) \end{aligned} \quad (16)$$

다음은 오차 공간상에서 슬라이딩 평면을 다음과 같이 선택한다.

$$\sigma_i(e(t)) = c_i e_{2i-1}(t) + e_{2i}(t), \quad c_i > 0 \quad (17)$$

만약 식(17)로 정의된 슬라이딩 평면 자체가 점근적으로 안정하다면, 임의의 초기조건에 대하여  $t \rightarrow \infty$ 에 따라 추적오차가 영이 됨을 알 수 있다.  $\sigma_i(e(t))$ 의 미분치를 다음과 같이 설정하면 슬라이딩 조건식 (9)를 만족시키는 제어기  $u_i(t)$ 를 설계할 수 있다.

$$\dot{\sigma}_i(e(t)) = -k_i \cdot \text{sgn}(\sigma_i(e(t))) \quad (18)$$

여기서,  $k_i$ 는 알맞게 혹은 최적으로 선택되는 양의 상수 값이며,  $\text{sgn}(\sigma_i(e(t)))$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{sgn}(\sigma_i(e(t))) = \begin{cases} 1, & \text{if } \sigma_i(e(t)) > 0 \\ 0, & \text{if } \sigma_i(e(t)) = 0 \\ -1, & \text{if } \sigma_i(e(t)) < 0 \end{cases} \quad (19)$$

따라서, 식(12) 및 식(17) 그리고 식(18)로부터 슬라이딩 조건식 (9)를 만족시키는 불연속 제어기  $u_i(t)$ 를 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_i(t) &= [-f_i(x, t) - c_i x_{2i}(t) + c_i x_{2id}(t) \\ &\quad + \dot{x}_{2id}(t) - k_i \text{sgn}(\sigma_i(e(t)))] / b_i(x, t) \end{aligned} \quad (20)$$

SMC 식(20)은 시스템의 불확실성이 존재하지 않는다는 가정하에 설계된 것이며, 운동방정식(12)에 불확실성이 부가되면 제어기 설계는 매우 다르다. 가변중량 및 외란 등의 불확실성이 존재하는 로봇시스템 식(11)은 다음과 같은 상태방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{2i-1}(t) &= x_{2i}(t) \\ \dot{x}_{2i}(t) &= f_i(x, t) + \delta f_i(x, t) + [b_i(x, t) \\ &\quad + \delta b_i(x, t)]u_i(t) + h_i(t)d_i(t), \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (21)$$

여기서,  $d_i(t)$ 는 외란이고,  $\delta f_i(x, t)$ 와  $\delta b_i(x, t)$ 는 모델 불확실성을 나타낸다. 각  $\delta f_i(x, t)$ 는  $\delta f_i(x, t) = \sum_{j=1}^{2n} a_j v_j(x, t)$ 와 같은 형태를 갖는다. 그

리고  $a_j$ 는 정확히 알 수 없는 변수이고 다만  $\gamma_j < a_j \leq \lambda_j < \infty$ 와 같이 경계만 주어진다고 가정한다. 따라서 이를 이용하여  $\delta \bar{f}_i(x, t)$ 와  $\delta \tilde{f}_i(x, t)$ 를 다음과 같이 규정한다.

$$\delta \bar{f}_i(x, t) = \sum_{j=1}^{2n} \bar{a}_j v_j(x, t) \quad (22)$$

$$\delta \tilde{f}_i(x, t) = \sum_{j=1}^{2n} \tilde{a}_j v_j(x, t) \quad (23)$$

여기서,  $\bar{a}_j = (\gamma_j + \lambda_j)/2$ 이며,  $\tilde{a}_j = \lambda_j - \bar{a}_j$ 이다.

이제 불확실성이 있는 제어 시스템 식(21)에 대해서 슬라이딩 조건식 (9)를 만족하는 제어기를 다음 정리에 요약하여 제안한다.

정리 : 비선형 불확실성 시스템 식(21)에 있어서 만약 입력 불확실성  $\delta b_i(x, t)$ 가 다음에 주어지는 정합조건<sup>(12)</sup> 식(24)를 만족한다면, 제안된 SMC 식(25)와 연계된 제어 시스템 식(21)은 슬라이딩모드 존재조건 식(9)를 만족한다.

정합조건 :

$$\begin{aligned} \delta b_i(x, t) &= b_i(x, t) \delta p_i(x, t), \\ |\delta p_i(x, t)| &\leq \phi(x, t) < 1 \end{aligned} \quad (24)$$

여기서,  $\delta p_i(x, t)$  : Caratheodory함수

$\phi(x, t)$  : 연속함수

$|\cdot|$  : 절대값

제어기 :

$$\begin{aligned} u_i(t) &= [-\{k_i + |c_i x_{2i}(t) + f_i(x, t) - c_i x_{2id}(t) \\ &\quad - \dot{x}_{2id}(t)| + |\delta \tilde{f}_i(x, t)|\} \operatorname{sgn}(\sigma_i(e(t))) \\ &\quad - \delta \tilde{f}_i(x, t)] / [(1 - \phi(x, t)) b_i(x, t)] \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,  $k_i \geq \left| \frac{h_i(t) d_i(t)}{\omega} \right|$

$$\omega = [(1 + \delta p_i(x, t)) / (1 - \phi(x, t))]$$

상기 정리에서  $(1 + \delta p_i(x, t)) > 1$ 이며,  $\omega \geq 1$ 임을 알 수 있다. 이를 이용하여 슬라이딩 조건식 (9)가 만족됨을 쉽게 증명할 수 있다.

### 3.2 FSMC 구성

제어기 식(25)에서, 일반적으로 불연속 제어제인  $k_i$ 는 외란의 크기에 비례하는 값을 갖도록 선택한다. 그러나 외란의 크기는 일반적으로 측정불가능하므로 특정한  $k_i$ 를 선택하는 것은 어렵다. 이를 위해  $k_i$ 값을 어느 정도 충분히 크게하면 보다 빠른 추적제어 효과를 가져올 수 있으나, 이에 따른 불연속 제어력의 떨림현상은 더욱 증가하게 된다. 이

와 같은 문제를 해결하기 위하여 FC를 통해 적절한  $k_i$ 값을 선택할 수 있다.

FC를 실제로 적용할 때, 최초로 문제가 되는 것은 제어기의 설계, 즉 퍼지제어규칙을 어떻게 설정하는가 하는 점이다. 이를 위해 Fig. 1에서 보는 바와 같이 SMC 적용시 오차 공간상에 규정된 슬라이딩평면 주위에서 RP의 운동을 고려한다. Fig. 1에서  $RP_1, \dots, RP_n$ 은 각 시간에서 시스템의 RP를 나타낸 것이며, 이로부터 FC의 언어적 규칙을 나타내는 다음과 같은 조건문을 얻을 수 있다.

If RP is far from sliding surface ( $\sigma_i=0$ ),  
then feedback gain is large and vice versa. (26)

이러한 언어적 규칙을 갖는 FC를 설계하기 위해서, RP와  $\sigma_i=0$  간의 거리 및 변화율에 대한 정보를 나타내는 변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha_i = c_i e_{2i-1}(t) + e_{2i}(t) \quad (27)$$

$$\beta_i = \alpha_i(t + \Delta t) - \alpha_i(t) \quad (28)$$

식(27)은 식(17)에 정의된 슬라이딩 평면식과 동일함을 알 수 있으며, 식(28)에서  $\Delta t$ 는 시간간격이다. 이와 같이 정의된  $\alpha_i$ 와  $\beta_i$ 의 값을 퍼지화시킨 변수를 각각  $s_i$ 와  $cs_i$ 로 규정하고 이를 다음과 같이 다섯가지로 분할한다.

$$s_i = \{NB, NM, ZO, PM, PB\} \quad (29)$$

$$cs_i = \{NB, NM, ZO, PM, PB\} \quad (30)$$

여기서, NB, NM, ZO, PM, PB는 각각 Nega-

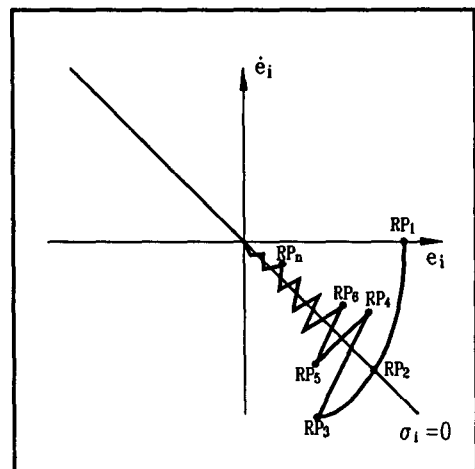


Fig. 1 Configuration of knowledge base for fuzzy input variables and rules

tive Big, Negative Medium, Zero, Positive Medium, Positive Big을 의미하는 퍼지 값들이다. 식(26)을 실행하기 위한 FC의 입력변수는 위와 같이 정하며, 제어변수는 다음과 같이 정의한다.

$$kd_i = \{N6, N5, N4, N3, N2, N1, ZO, P1, P2, P3, P4, P5, P6\} \quad (31)$$

여기서,  $kd_i$ 는 되먹임게인  $k_i$ 를 퍼지화시킨 변수이며,  $P6, \dots, P1, ZO, N1, \dots, N6$ 은  $kd_i$ 의 퍼지 값을 각각 나타낸다. 이러한 변수들로 이루어진 FC의 입력출력관계는 다음과 같이 표현된다.

$$s_i, cs_i \rightarrow kd_i \quad (32)$$

설계방식은 각 상태의 특징적인 점을 골라 그 곳에서 어떤 제어를 하면 좋겠는가를 기술하게 된다. 우선 Fig. 1의  $RP_1$  부근에서는  $\alpha_i$ 가 양으로 되고, 플랜트의 출력은 거의 동작이 시작되지 않기 때문에  $\beta_i$ 는 영에 가깝다. 이것은  $s_i=PB$ ,  $cs_i=ZO$ 와 같은 퍼지변수의 값을 이용하여 기술된다. 따라서, 이 부근에서는 게인  $k_i$ 의 값을 크게 하여  $kd_i=P4$ 의 값을 갖도록 한다. 마찬가지로 하여 상태  $RP_2, RP_3, RP_4, \dots, RP_n$  등의 부근을 주목하여 제어규칙을 구성하면 다음과 같다.

$RP_1$ : IF  $s_i$  is PB and  $cs_i$  is ZO, THEN  $kd_i$  is P4  
 $RP_2$ : IF  $s_i$  is ZO and  $cs_i$  is NB, THEN  $kd_i$  is N2  
 $RP_3$ : IF  $s_i$  is NB and  $cs_i$  is NB, THEN  $kd_i$  is N6  
 $RP_4$ : IF  $s_i$  is PM and  $cs_i$  is PB, THEN  $kd_i$  is P5  
 (33)

이와 같이 두 언어적 변수  $s_i$ 와  $cs_i$ 에 의해서  $RP$ 가 슬라이딩평면  $\sigma_i=0$ 으로부터 떨어진 정도를 나타낼 수 있으며, 이에 의해서 적절한 되먹임게인의 크기를 결정하게 하는 FC를 설계할 수 있다. 식(33)과 같이 표현되는 25개의 제어규칙을 표로 나타내면 Table 1과 같다. 이와 같은 제어규칙의 추론은 Li와 Lau<sup>(13)</sup>가 제안한 추론법을 사용하여 추론이 가능하다.

이제, 앞절에서 설계한 SMC와 FC를 합성시켜 Fig. 2와 같은 FSMC를 구성할 수 있다. FC의 구조는 퍼지화도입부(fuzzyfication interface), 추론부(decision-making logic), 비퍼지화부(defuzzification) 등의 부분으로 구성된다. Fig. 2에서 보는 바와 같이 퍼지화도입부에서는 입력변수  $\alpha_i$ 와  $\beta_i$ 의 값을 측정해서 퍼지집합의 라벨(label)로 보여지는 알맞은 언어적 값  $s_i$ 와  $cs_i$ 로 변환하며, 추론부는 FC의 핵심부로서 퍼지화도입부에서 변환된  $s_i$ 와

Table 1 Linguistic fuzzy rule base for feedback gains

$s_i \backslash cs_i$	PB	PM	ZO	NM	NB
PB	P6	P5	P4	P3	P2
PM	P5	P4	P3	P2	P1
ZO	P2	P1	ZO	N1	N2
NM	N1	N2	N3	N4	N5
NB	N2	N3	N4	N5	N6

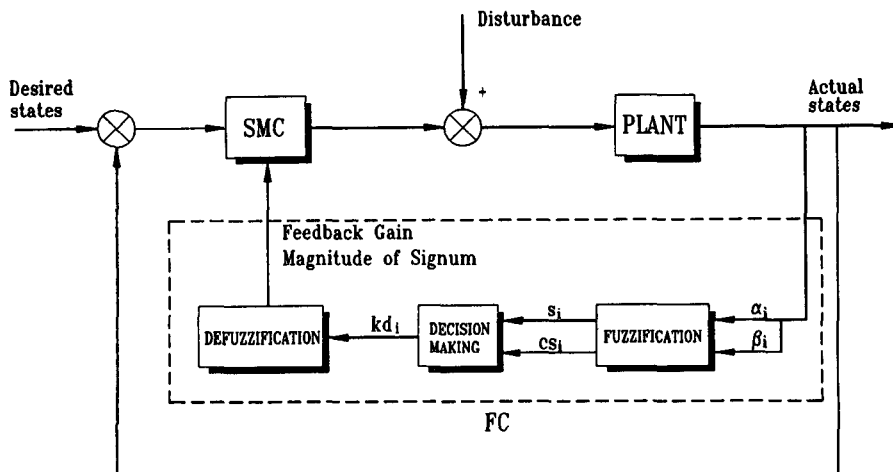


Fig. 2 A block-diagram of the proposed fuzzy-sliding mode controller

$cs_i$ 의 값을 입력변수로 해서, 제어규칙 식(33)을 실행하며, 최종적으로  $kd_i$  값을 추론하게 된다. 비퍼지화부는 출력 퍼지값을 실제 제어입력으로 사용하기 위해 추론부에서 계산된 퍼지값  $kd_i$ 를 하나의 수치 값으로 변환한다. 이와 같이 설계된 FSMC를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$u_i(t) = [-kd_i(s_i, cs_i) - \{c_i x_{2i}(t) + f_i(x, t) - c_i x_{2id}(t) - \dot{x}_{2id}(t)\} + |\delta \bar{f}_i(x, t)|] \operatorname{sgn}(\sigma_i(e(t))) - \delta \bar{f}_i(x, t) / [(1 - \phi(x, t)) b_i(x, t)] \quad (34)$$

여기서, 식(25)의  $k_i \cdot \operatorname{sgn}(\sigma_i(e(t)))$ 이  $kd_i(s_i, cs_i)$ 로 바뀌었음을 알 수 있다. 고정된 제어입력 계인을 갖고 있는 SMC와는 다르게, FSMC는 퍼지추론으로부터 생성된 적용명령에 따라서 SMC의 되먹임계인이 시간에 따라 변화되는 특성을 갖고 있다.

#### 4. 시뮬레이션 및 결과 고찰

제안된 FSMC의 효율적인 제어성능을 입증하기 위하여 Fig. 3과 같이 평면상에서 회전과 선형이동을 하는 2자유도 로봇머니플레이터를 고려한다. 이와 같은 로봇의 운동방정식은 Lagrange's 방정식으로부터 쉽게 구할 수 있다. 단위 질량, 단위 로봇 팔의 길이, 중력무시 등의 가정으로부터 다음과 같은 운동방정식을 구할 수 있다.<sup>(14)</sup>

$$\dot{r}(t) = r(t) \dot{\theta}^2(t) - \dot{\theta}^2(t) / (2 + 2m(t)) + F(t)$$

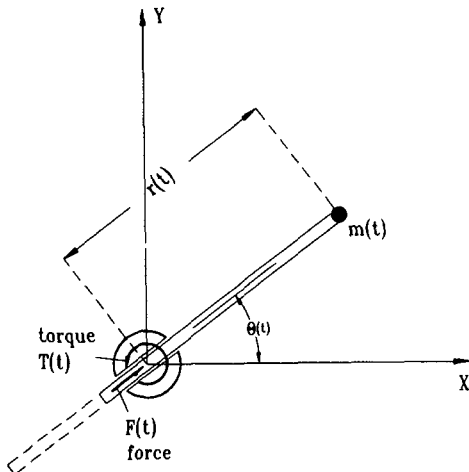


Fig. 3 A two-degree-of-freedom robotic manipulator

$$/ (1 + m(t)) \quad (35a)$$

$$\ddot{\theta}(t) = (-2(1 + m(t))r(t) + 1) \dot{r}(t) \dot{\theta}(t) / ((5/6) - r(t) + (1 + m(t))r^2(t) + T(t)) / ((5/6) - r(t) + (1 + m(t))r^2(t) + d(t)) \quad (35b)$$

여기서, 토크외란  $d(t)$ 는 정확히 알려져 있지 않지만 경계를 갖고 있으며, 가반중량(payload)  $m(t)$ 는  $0 \leq m_{\min} \leq m(t) \leq m_{\max}$ 와 같은 경계를 갖는다. 시스템의 상태변수와 제어입력은 각각 다음과 같이 규정한다.

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [r(t), \dot{r}(t), \theta(t), \dot{\theta}(t)]^T \quad (36)$$

$$u(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T = [F(t), T(t)]^T \quad (37)$$

이를 이용해 식(35)를 식(21)과 같은 상태방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x, t) + \delta f_1(x, t) + (1 + \delta b_1(x, t)) u_1(t) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(x, t) + \delta f_2(x, t) + (1 + \delta b_2(x, t)) u_2(t) + d(t) \end{aligned} \quad (38)$$

여기서,

$$\begin{aligned} f_1(x, t) &= x_1 x_4^2 \\ f_2(x, t) &= x_2 x_4 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \delta f_1(x, t) &= -x_2^2 / (2 + 2m(t)) \\ \delta f_2(x, t) &= (- (1 + m(t)) x_1^2 - x_1 (1 + 2m(t)) + (1/6) x_2 x_4) / ((5/6) - x_1 + (1 + m(t)) x_1^2) \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \delta b_1(x, t) &= -m(t) / (1 + m(t)) \\ \delta b_2(x, t) &= (1 + 6x_1 - 6x_1^2 (1 + m(t))) / (5 - 6x_1 + 6x_1^2 (1 + m(t))) \end{aligned} \quad (41)$$

추적제어의 목적은  $r(t)$ 과  $\theta(t)$ 가 식(42)에 규정된 요구제적  $r_d(t)$ ,  $\theta_d(t)$ 를 점근적으로 추적하는 것이다.

$$r_d(t) = \begin{cases} 0.75(1 - \sin(\pi t/10)) + 0.25[m], & t \leq 5 \text{ sec} \\ 0.25[m], & t > 5 \text{ sec} \end{cases} \quad (42a)$$

$$\theta_d(t) = \begin{cases} 2\pi \sin(\pi t/10) [\text{rad}], & t \leq 5 \text{ sec} \\ 2\pi [\text{rad}], & t > 5 \text{ sec} \end{cases} \quad (42b)$$

요구제적 식(42)를 식(43)과 같이 상태변수로 규정한 후, 슬라이딩평면 식(44)를 설정한다.

$$\begin{aligned}
 x_d &= [x_{1d}, x_{2d}, x_{3d}, x_{4d}]^T \\
 &= [r_d(t), \dot{r}_d(t), \theta_d(t), \dot{\theta}_d(t)]^T \quad (43) \\
 \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 5e_1 + e_2 \\ 7e_3 + e_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5(x_1 - x_{1d}) + (x_2 - x_{2d}) \\ 7(x_3 - x_{3d}) + (x_4 - x_{4d}) \end{bmatrix} \quad (44)
 \end{aligned}$$

입력 불확실성 요소  $\delta b_i$ 가 식(24)에 정의된 정합 조건을 만족하도록 하기 위하여  $|\delta b_i| = |\delta b_i|$ 로 가정하였고, 가변중량  $m(t) = 0.3 + 0.3 \sin(3t)$  Kg,  $m_{\min} = 0$  Kg,  $m_{\max} = 0.6$  Kg,  $\phi(x, t) = \phi = 0.4$ , 그리고 토크외란  $d(t) = 0.3 \sin(10t)$ 로 가정하였다. 이를 이용하여 여러 계산과정을 거쳐 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \delta \bar{f}_1(x, t) &= -(1/2.6)x_1^2 \\
 \delta \bar{f}_2(x, t) &= (-1.3x_1^2 - 1.6x_1 + (1/6))x_2x_4 \\
 &\quad / (1.3x_1^2 - x_1 + (5/6)) \quad (45) \\
 \delta \bar{f}_1(x, t) &= \delta \bar{f}_1(x, t) \\
 \delta \bar{f}_2(x, t) &= \delta \bar{f}_2(x, t) \quad (46)
 \end{aligned}$$

따라서 식(25)로부터 다음과 같은 SMC를 설계할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= [-\{k_1 + |5x_2 + x_1x_4^2 - 5x_{2d} - \dot{x}_{2d}| \\
 &\quad + |\delta \bar{f}_1(x, t)|\} \text{sgn}(\sigma_1) \\
 &\quad - \delta \bar{f}_1(x, t)] / (1 - \phi) \\
 u_2(t) &= [-\{k_2 + |7x_4 + x_2x_4 - 7x_{4d} - \dot{x}_{4d}| \\
 &\quad + |\delta \bar{f}_2(x, t)|\} \text{sgn}(\sigma_2) \\
 &\quad - \delta \bar{f}_2(x, t)] / (1 - \phi) \quad (47)
 \end{aligned}$$

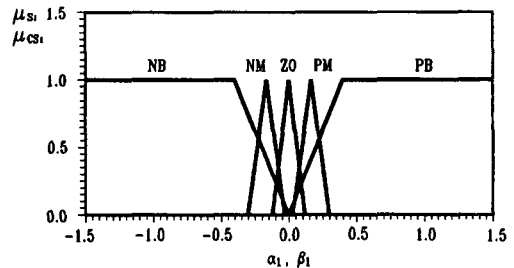
한편, 식(34)로부터 FSMC를 설계하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= [-k_1(s_1, cs_1) - \{|5x_2 + x_1x_4^2 - 5x_{2d} - \dot{x}_{2d}| \\
 &\quad + |\delta \bar{f}_1(x, t)|\} \text{sgn}(\sigma_1) \\
 &\quad - \delta \bar{f}_1(x, t)] / (1 - \phi) \\
 u_2(t) &= [-k_2(s_2, cs_2) - \{|7x_4 + x_2x_4 - 7x_{4d} - \dot{x}_{4d}| \\
 &\quad + |\delta \bar{f}_2(x, t)|\} \text{sgn}(\sigma_2) \\
 &\quad - \delta \bar{f}_2(x, t)] / (1 - \phi) \quad (48)
 \end{aligned}$$

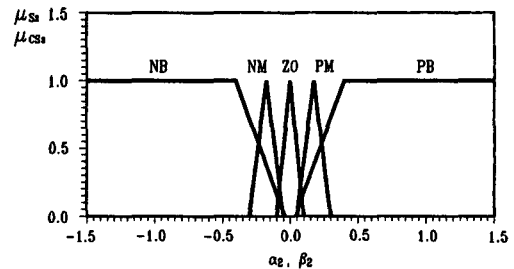
컴퓨터시뮬레이션은 불확실성이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우에 대해서 각각 수행하였으며, 이때의 모든 시간간격은 0.09 sec로 하였다. Fig. 4 ~ Fig. 6은 시스템에 불확실성이 존재하지 않는 경우 시뮬레이션 결과를 나타낸 것이다. Fig. 4는 제어기  $u_1$ 과  $u_2$ 에서 사용된 퍼지 입력변수의 소속함수를 나타낸 것인데,  $s_i$ 의 소속함수  $\mu_{s_i}$ 와  $cs_i$ 의 소속함수  $\mu_{cs_i}$ 는 동일하게 사용하였다. Fig. 5는 SMC

와 FSMC의 추적제어 성능을 비교한 것인데, FSMC의 추적오차가 매우 적음을 보여 주고 있다. 또한 제어입력 면에서 SMC는 심한 떨림현상을 보이고 있으며, 반면에 FSMC는 초기에 약간의 떨림 현상을 보이며, 그 이후에는 거의 볼 수 없다. SMC의 경우  $k_1=1, k_2=2$ 를 사용하였다. Fig. 6은 사용된 FSMC에 공급되는 되먹임계인의 곡면을 나타낸 것이다. 다시 말하여, 이는 입력변수  $s_i$ 와  $cs_i$ 에 의해서 출력값  $kd_i(s_i, cs_i)$ 가 결정되는 입출력 관계를 나타낸 것인데, Table 1의 제어규칙을 그대로 보여주고 있음을 알 수 있다. 한편, Fig. 7은 불확실성이 존재하지 않는 경우 기존의 FSMC 기법<sup>(9)</sup>과 제안된 FSMC방법과의 추적제어 성능 비교를 나타낸 것이다. 제안된 FSMC의 제어입력이 초기에 약간 떨리는 현상을 보이며, 그 이후에는 거의 비슷한 결과를 보이고 있다. 추적오차를 비교해 보면 제안된 FSMC가 빨리 영에 수렴하며, 또한 정상상태에서 추적오차가 적음을 보여주고 있다.

다음은 불확실성이 존재하는 시스템에 대해서 제안된 제어방법의 성능을 고찰하기 위한 컴퓨터시뮬레이션을 수행하였으며, 그 결과는 Fig. 8 ~ Fig. 10에 나타나 있다. Fig. 8은 사용된 소속함수를 나타낸 것인데, 불확실성이 없는 경우와는 다르게 선정



(a) Membership function of  $S_1, CS_1$



(b) Membership function of  $S_2, CS_2$

Fig. 4 Membership functions of input variables without uncertainties



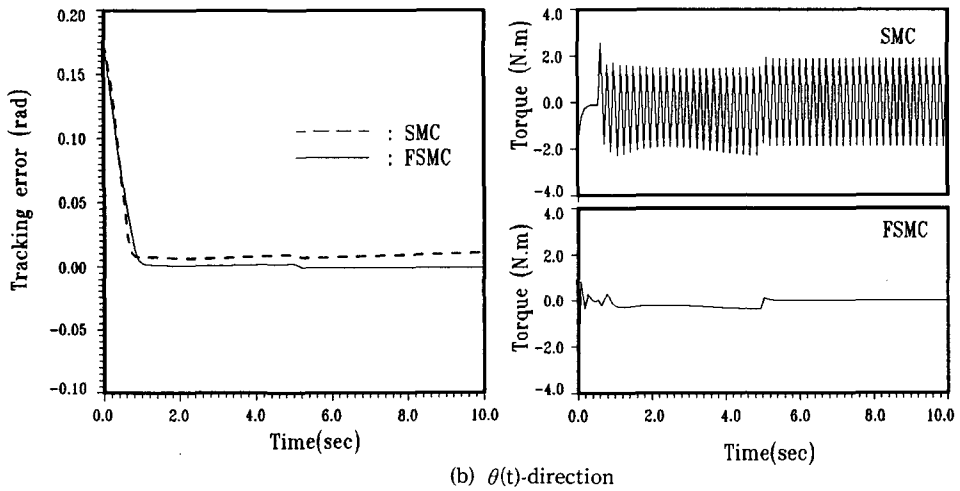
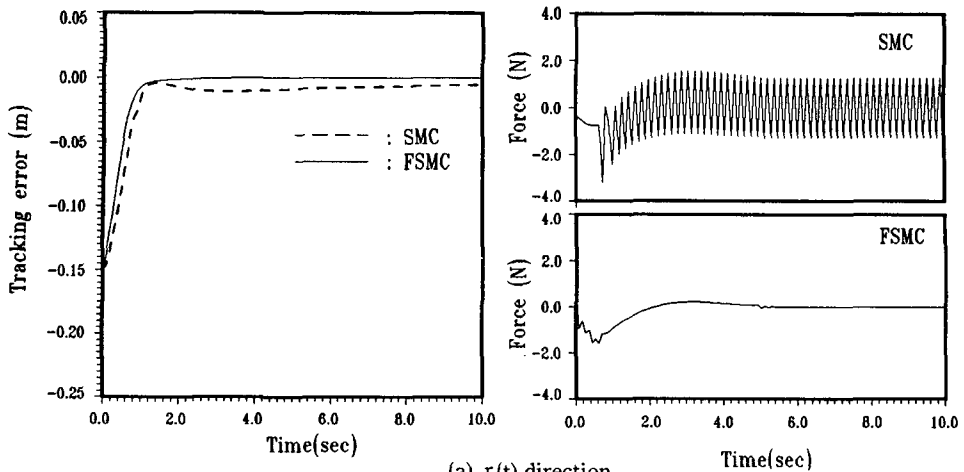


Fig. 5 Comparison of tracking performances : without uncertainties

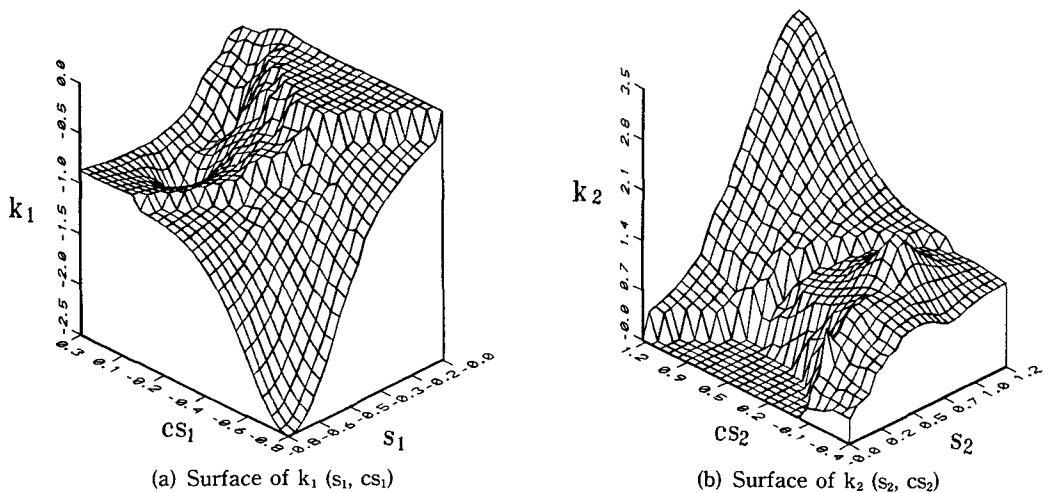
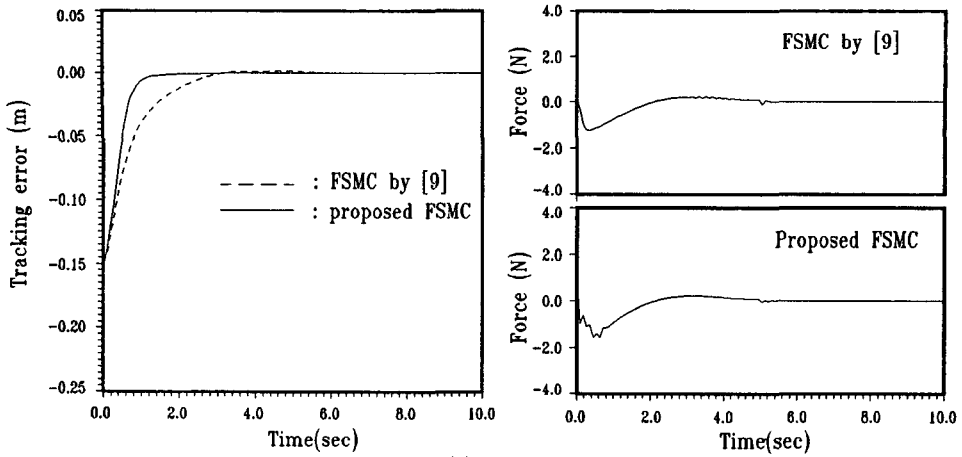
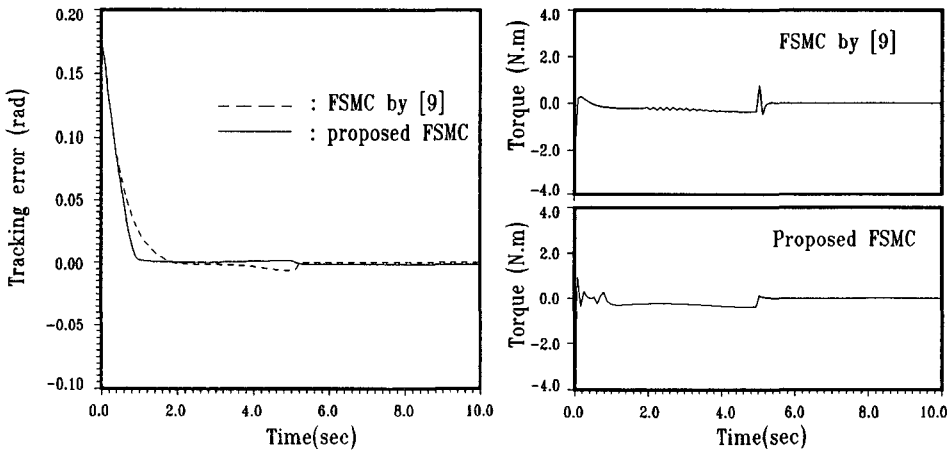


Fig. 6 Surface of feedback gains with respect to input variables : without uncertainties

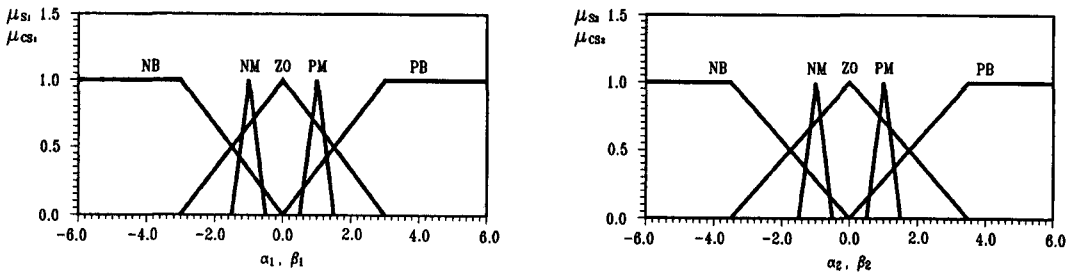


(a)  $r(t)$ -direction



(b)  $\theta(t)$ -direction

Fig. 7 Comparison of tracking performances between the proposed FSMC and the FSMC by [9]



(a) Membership function of  $S_1, CS_1$

(b) Membership function of  $S_2, CS_2$

Fig. 8 Membership functions of input variables : with uncertainties

하였다. 이는 불확실성 요소에 의해서 퍼지 입력변수의 크기와 SMC의 설계가 불확실성이 없는 경우와는 다르기 때문이다. Fig. 9에서 보는 바와 같이

SMC의 경우 추적오차의 요동이 크고, 제어력 또한 큰 폭으로 떨리는 현상을 볼 수 있다. 반면, FSMC는 추적오차의 요동 크기가 매우 적으며, 제

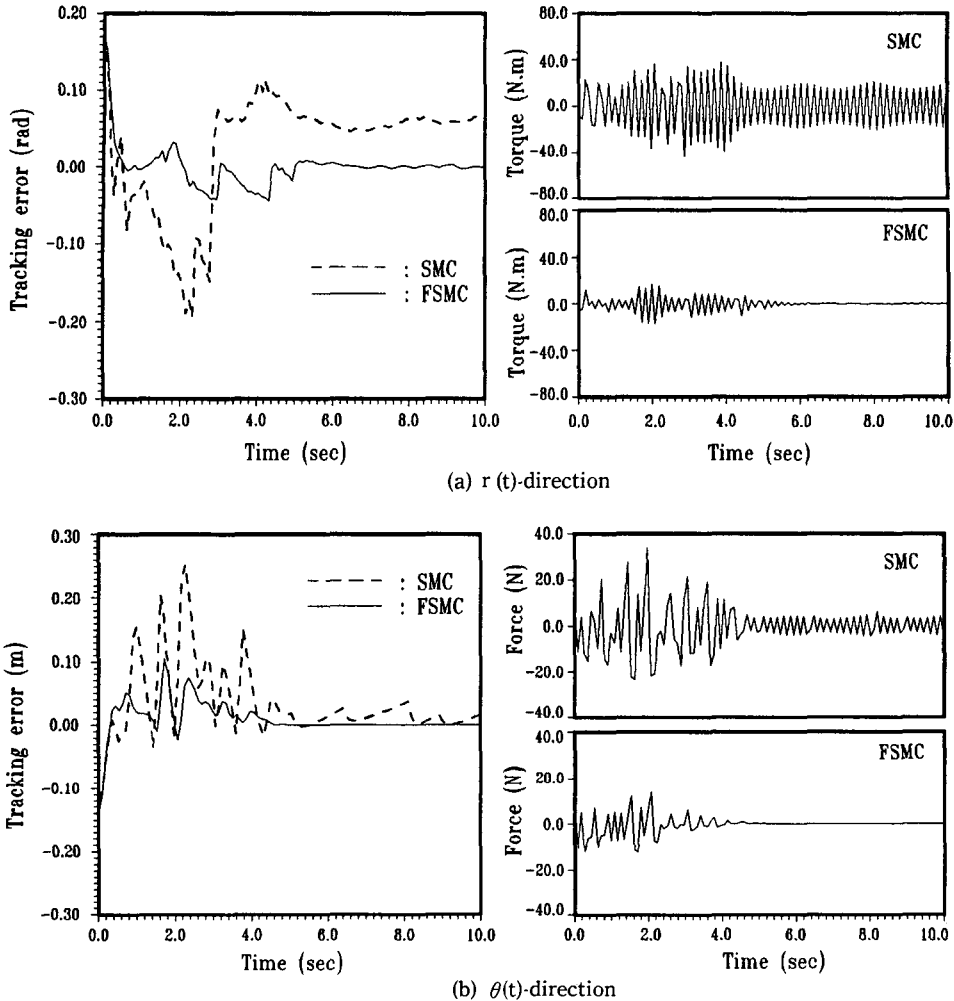


Fig. 9 Comparison of tracking performances : with uncertainties

어려 또한 훨씬 적은 폭으로 떨리는 현상을 볼 수 있다. Fig. 10은 이때 사용된 FSMC의 되먹임게인의 곡면을 나타낸다. Fig. 9에서 정상상태는 약 4초 후에 도달하게 되는데, 정상상태에 도달한 후 외란의 영향을 관찰하기 위하여 5초 이후에 외란을 작용시켜 컴퓨터시뮬레이션을 수행하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 외란을 처음부터 작용시킨 경우와 거의 차이가 없음을 확인하였다. 이는 슬라이딩모드 제어기의 장점인 강건성이 제안된 FSMC에서도 보장되기 때문이다.

여기서 불확실성이 존재하는 경우와 존재하지 않는 경우에 대해서 FSMC의 성능을 비교해 볼 수 있다. 즉, Fig. 5와 Fig. 9을 비교해 보면 불확실성이 존재하는 경우 추적오차의 증가와 제어입력의

떨림현상 증가를 고찰할 수 있는데, 이는 다음과 같은 원인에 의해 발생된 것이다. FSMC 시스템이 임의의 초기조건에서 작동하기 시작하여, 슬라이딩 평면을 만나게 되면 퍼지-슬라이딩운동을 하기 시작하는데, 이 운동 중에 파라미터변화 및 외란의 불확실성 요소에 의해서 슬라이딩 평면( $\sigma=0$ )을 유지하며 운동하지 못하고 슬라이딩 평면을 경계로 떨리면서 운동하게 된다. 이러한 불확실성 요소에 의해서 입력변수  $s_r$ 와  $cs_r$ 의 급격한 변화가 생기며 이로 인한 되먹임게인의 급격한 변화가 발생되기 때문이다. 반면에 불확실성이 없는 시스템은 거의 슬라이딩 평면( $\sigma=0$ )을 유지하며 퍼지-슬라이딩운동을 하게 되므로, 이 운동 중에 되먹임게인의 크기가 영에 가까운 일정한 값을 유지한다. 결과적으로

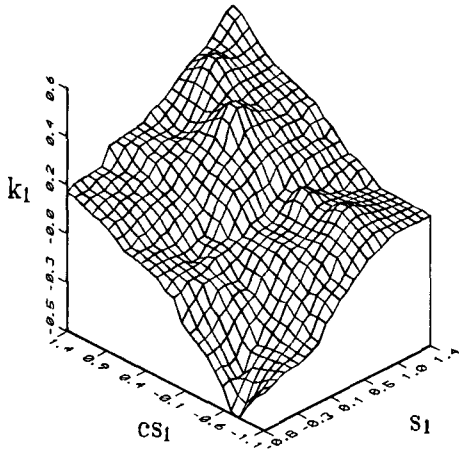
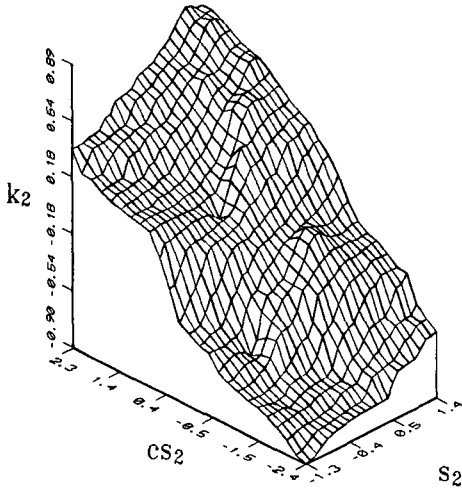
(a) Surface of  $k_1(s_1, cs_1)$ (b) Surface of  $k_2(s_2, cs_2)$ 

Fig. 10 Surface of feedback gains with respect to input variables : with uncertainties

로 제어력은 부드러운 형상을 갖게 되고 추적오차는 영에 가깝게 된다.

FC는 “눈에 보이는 구체적인 사항으로 무엇을 하면 좋겠는가”라는 알고리즘으로 이루어져 있기 때문에 FSMC의 성능을 개선하기 쉬운 면도 갖고 있다. 예를 들면, Fig. 1에서 시스템이 임의의 초기조건에서 슬라이딩 평면( $\sigma=0$ )에 만나기까지 걸리는 시간을 개선하고자 한다면, 초기에 보다 큰 피드백제어를 갖도록 하면 될 것이다. 이는 Table 1에 주어진 제어규칙 표를 알맞게 수정하므로써 가능하다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 슬라이딩모드 제어기(SMC) 적용시 발생하는 떨림현상을 감소시키며, 추적성능을 향상시키기 위하여 퍼지법칙을 SMC에 연계한 퍼지-슬라이딩모드 제어기(FSMC)를 제안하였다. 시스템 불확실성을 갖고 있는 로봇매니퓰레이터를 선정하여 정합조건을 만족할 전제로 SMC를 먼저 설계하였으며, 다음으로 슬라이딩 평면식과 동일하게 정의된 식으로부터 두 개의 퍼지변수를 선정해 퍼지제어기(FC)를 구성하였다. 컴퓨터시뮬레이션 결과, 제안된 FSMC의 사용으로 SMC 사용시 발생하는 제어입력의 떨림현상을 현저하게 감소시킬 수 있었다. 그리고 시스템 불확실성 존재시 SMC가 갖고 있는 강건성이 FSMC 적용시에도 유지됨을 확인하였다. 향후, 제안된 FSMC의 실험구현에 대한 연구가 계속 수행될 것이다.

## 참고문헌

- (1) Lee, C. C., 1990, “Fuzzy Logic in Control Systems : Fuzzy Logic Controller-Part I, II,” *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, Vol. 20, No. 2, pp. 404 ~435.
- (2) Hong, C. M. and Wu, Y. C., 1989, “Design of Equal Excursion Sliding Regime,” *Int. J. Control*, Vol. 49, No. 5, pp. 1615~1631.
- (3) Slotine, J. J. E. and Sastry, S. S., 1983, “Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators,” *Int. J. Control*, Vol. 38, No. 2, pp. 465~492.
- (4) Slotine, J. J. E., 1984, “Sliding Controller Design for Non-Linear Systems,” *Int. J. Control*, Vol. 40, No. 2, pp. 421~434.
- (5) Utkin, V. I., 1977, “Variable Structure Systems with Sliding Modes,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-22, No. 2, pp. 212~222.
- (6) Choi, S. B., Park, D. W. and Jayasuriya, S., 1994, “A Time-Varying Sliding Surface for Fast and Robust Tracking Control of Second-Order Uncertain Systems,” *Automatica*, Vol. 30, No.5, pp. 899~904.
- (7) Lin S. C. and Kung C. C., 1992, “A Linguistic

- Fuzzy-Sliding Mode Controller," *Proc. of ACC*, Vol. 3, pp. 1904~1905.
- (8) Hung, J. C., 1993, "Chattering Handling for Variable Structure Control System," *Proc. of IECON '93*, Vol. 3, pp. 1968~1972.
- (9) Meystel, A., Nisenzon, Y. and Nawathe, R., 1993, "Merger of Rule and Variable Structure Controller," *Proc. of Second IEEE Conference on Control Appli.*, Vol. 2, pp. 735~740.
- (10) Kim, S. W. and Lee, J. J., 1993, "Variable Structure System with Fuzzy Sliding Surface," *Trans. KIEE*, Vol. 42, No. 5, pp. 87~95.
- (11) Utkin, V. I., 1978, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, MIR Publishers, Moscow.
- (12) Leitmann, G., 1981, "On The Efficacy of Nonlinear Control in Uncertain Linear System," *ASME J. Dynam. Syst. Meas. Contr.*, Vol. 102, pp. 95~102.
- (13) Li, Y. F. and Lau, C. C., 1989, "Development of Fuzzy Algorithms for Servo Systems," *IEEE, Control Syst. Mag.*, Vol. 9, No. 3, pp. 65~72.
- (14) Freund, E., 1982, "Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole-Placement for Industrial Robots and Manipulators," *Int. J. of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 65~78.