

생체 카오스의 비선형 시계열 데이터 분석

이 병채 · 이 명호

=Abstract=

Nonlinear Time Series Analysis of Biological Chaos

Byung Chae Lee and Myoung Ho Lee

This paper describes a diagnostic protocol of nonlinear dynamic characteristics of biological system using chaos theory. An integrated chaos analysis system for the diagnosis of biological system was designed. We suggest a procedure of attractor reconstruction for reliable qualitative and quantitative analysis. The effect of autonomic nervous system activity on heart rate variability with power spectral analysis and its characteristics of chaotic attractors are investigated.

The results show the applicability to evaluate the mental and physical conditions using nonlinear characteristics of biological signal.

Key words : Nonlinear dynamics, Chaos, HRV, Attractor reconstruction

서 론

카오스 이론은 사회 현상까지 포함하는 자연 현상들을 이해하여, 이를 이용하거나 현상에 대응하는 토대를 제공하고자 하는 연구이다.

카오스 연구의 초기에는 이러한 현상을 규명하는데 집약 되었고 이때, 카오스 이론의 분석 방법이 정립 되었다. 현재의 연구는 규명된 카오스 현상에서 보다 많은 정보를 추출하여 응용하고자 하고 있다. 카오스 응용 연구는 구성적 연구와 분석적 연구로 나눌 수 있다. 카오스 현상을 일으키고 제어하는 연구가 구성적 연구라고 한다면, 분석적 연구는 카오스 현상을 해석하여 예측, 진단에 응용하려는 연구이다. 카오스 응용 연구는 카오스 이론에서 제공하는 분석 방법을 기초로 한다. 1차원 시계열 데이터의 적절한 어트랙터 재구성이 필수적이다. 실험 데이터에 대한 임베딩 파라미터의 설정 및 필터링 등에 관한 문제는 앞으로

많은 연구가 이루어져야 할 분야이다. 현재까지도, 대부분의 연구가 초기 카오스 연구자들의 주된 관심 사항이었던 정성적 이해의 수준에 머물러 있다. 카오스 응용 연구는 수 많은 실험 관찰을 통해, 정성적인 이해와 더불어 정량적인 해석이 가능하도록 해야 하며, 이를 통해 실제 적용 가능한 연구로 발전해야 한다.

본질적으로 비선형적 특성을 보이는 생체 동역학 시스템의 해석과 제어 연구에 카오스 이론은 새로운 관점을 제시하고 있다. 생체 신호 분석에 의한 진단, 치료법이 개발된 이래로, 생체 시스템은 선형 시스템으로 근사 되어, 확률적, 경험론적 관점으로 해석 되었다.

심박변화율과 같은 생체 신호를 카오스적 관점에서 분석해야 하는 문제에 대해 우리는 간단한 해답을 내릴 수 있다. 물리학적 관점에서 보면, 심장은 선형 시스템이 아니라 매우 복잡한 케한 루우프를 형성하고 있는 비선형 동역학 시스템이다. 생체 시스템을 해석하는데 비선형 동역

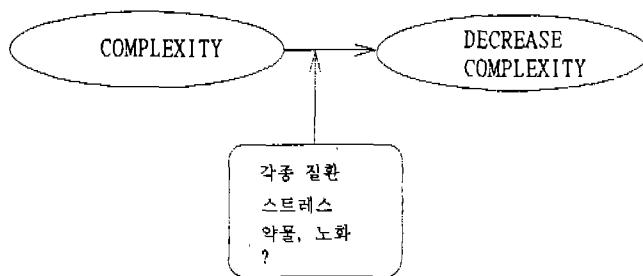


그림 1. Homeochoaos 가설

Fig. 1. Hypothesis of homeochoaos

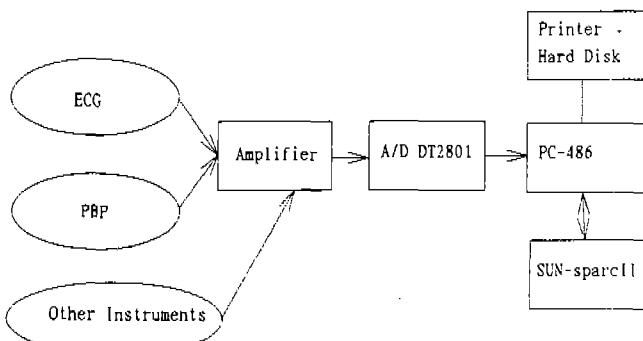


그림 2. 카오스 분석 시스템의 구성도

Fig. 2. Block diagram of chaos analysis system

학 문제를 통해 접근해야 할 필요가 있게 된다. 카오스 분석은 그동안 간과 되었던 신호의 복잡한 변화 속에 숨겨져 있는 동역학적 정보를 얻어 낼 수 있다는 점에서 그 의의가 있다. 즉, 보다 많은 생체의 정보를 획득해 냄으로써 진단, 치료 등에 보다 정확하고 다양한 정보를 제공할 수 있다는 것이다.

전통적으로 의학계에서는 항상성을 근거로 하여 건강한 생체의 다이나믹스는 규칙적이며 예측 가능하다고 생각하였다. 최근의 연구 결과에 의하면 이러한 일반적 인식과는 달리 건강한 생체 시스템의 동역학적 특성은 카오스이며, 질병, 약물중독, 노화 등으로 인해 카오스가 감소한다는 연구 결과들이 보고되고 있다¹⁾. 이러한 가설을 그림 1에 보였다.

그러므로 카오스 응용 연구의 첫 걸음은 정확한 어트렉터의 재구성 그리고 어트렉터로부터 보다 다양하고 정확한 정보를 얻어내는 것이다. 특히 생체 자율 카오스 응용 연구에서는 생체 시스템의 내적, 외적 요인에 의한 생체의 동역학을 정량화 하고 통계적인 유의성을 찾아내는 것이 중요하다.

본 논문에서는 비선형 동역학 특성 분석을 위한 통합 환경의 카오스 분석 시스템을 구현하고, 이를 이용하여 어트렉터 재구성을 포함한 비선형 시계열 데이터의 분석 과정 및 생체 시스템의 특성 해석에 대한 기초적인 프로토콜을 제시하고자 한다.

카오스 분석 시스템

카오스 이론 및 응용 연구에 있어서 카오스 분석 시스템은 필수 도구이다. 본 연구에서는 생체 신호의 수집, 저장, 카오스 분석 및 출력을 위한 카오스 분석 시스템을 설계하였다. 카오스 분석 시스템은 각종 데이터 수집 장치와

아날로그 인터페이스가 용이하게 설계되어 있고, 특히 생체 데이터 수집을 위한 1 채널 심전도 및 맥파 측정 보드로 구성된 입력 및 증폭부와 A/D 변환기 (DT 2801), 486 컴퓨터, SUN SPARC 시스템, 저장 장치 및 프린터로 구성하였다. 신호의 수집 및 전처리 과정이 개인용 컴퓨터 상에서 이루어 지며, 개인용 컴퓨터에서의 데이터 처리는 한계가 있으므로 ETHERNET 및 PC-NFS로 결합된 workstation에서 동시에 다양한 대용량의 데이터 분석을 행하도록 하였다. PC-NFS는 모든 작업을 개인용 컴퓨터와 workstation을 공유하여 작업을 적절히 분배 시켜 주므로 효율적인 분석을 할 수 있도록 하였다. 그림 2는 제안된 카오스 분석 시스템의 구성도이다.

본 시스템에서는 개인용 컴퓨터를 기반으로 하는 '잡음 대 카오스' 중명을 위한 카오스 분석 시스템을 따로 설계하여, 카오스 신호임을 입증한 후, 개인용 컴퓨터와 워크스테이션 분할 작업을 통해 대용량의 분석 과정을 거치도록 설계하였다. 그림 3에는 카오스 분석 시스템의 시계열 데이터 분석 흐름도를 나타내었다.

잡음 대 카오스 분석

미지의 데이터인 경우 먼저 이 신호가 잡음인지, 예측 가능한 주기적 신호인지 또는 카오스 신호인지를 판별해야 한다. 이 단계는 일반적인 시계열 데이터 분석 과정과 동일하므로 신호의 특성을 알고 있지 않은 경우에 해당하는 단계이며, 어트렉터 재구성 단계를 거쳐 표 1과 같은 특성을 갖고 있을 경우에 카오스 신호라고 정의 할 수 있다.

심박변화율 및 밀초 혈류량이 카오스 신호라는 사실은

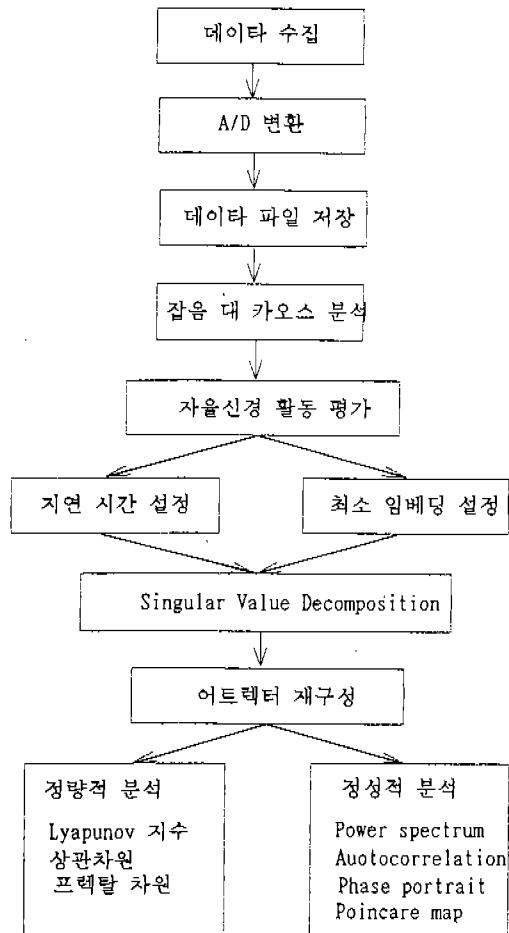


그림 3. 카오스 분석 시스템의 분석 흐름도

Fig. 3. Analysis flow of proposed chaos analysis system

표 1. 카오스 신호의 증명

Table 1. Identification of chaos signal from experimental data

카오스 특성	분석방법	기준
Orbital instability	Lyapunov exponent	가장 큰 지수 $\lambda_1 > 0$
Boundness	Phase Portrait	유한한 어트렉터
Nonperiodicity	Power spectrum	연속
Long term unpredictability	KS entropy	$K > 0$
Fractal structure	Fractal dimension	$D_F \neq \text{정수}$

이미 여러 연구 결과로 발표되었고^{2~5)}, 국내에서도 카오스 신호임을 입증하는 연구가 발표되고 있으므로 본 논문에서는 이에 관한 사항을 생략 하였다⁶⁾.

어트렉터 재구성

카오스 어트렉터는 특유의 기하학적 모양을 구성하여 카오스 운동을 특징 짓는다. 그래서 그 자체가 외부로 부터 얻어진 정보를 합축, 가공하거나, 카오스 어트렉터간의 정보 전달을 행하는 등 정보론적 기능을 가지고 있다.

실험적 상황에서, 어떤 시스템의 정보는 1차원 스칼라 시계열 데이터에 포함되어 있다. 동역학 시스템의 정성적 분석뿐만 아니라 프랙탈 차원, 리아프노프 지수 등, 정량적 분석의 정확성은 적절한 지연 시간 설정에 좌우 된다. 본 논문에서는 생체 신호 특유의 성질을 고려하여 실험적으로 최적 지연 시간, 최소 임베딩 디멘션을 설정하여 생체 신호의 어트렉터를 재구성 하였다.

1. 전처리

생체 비선형 동역학 특성 중에 심박변화율(heart rate variability)은 생체로 부터 완전한 비관혈적 수법으로 유용한 동역학 특성을 얻어낼 수 있다. 심박변화율인 경우 검출된 QRS Complex로 RR 간격을 계산한 후 2Hz로 재샘플링한 IHRV(instantaneous heart rate variability)을 구성하여 동역학 분석에 이용 하였다.

2. 지연 시간의 설정

수집된 1차원 시계열 데이터인 생체 신호는 n차원 위상 공간에 임베딩 한다. 시계열 데이터 $X(t)$ 는 시간 간격 d 만큼 이동한 데이터를 이용하여 $X(t) = \{x(i), x(i+d), \dots, x[i + (M-1)*d]\}$ 의 벡터를 구성하게 된다. 최근까지도 일부 연구자들은 지연 시간을 임의로 선택하거나 자기 상관계수의 첫번째 zero crossing 점을 이용하기도 하였다. 지연 시간의 설정은 어트렉터를 특성 짓는데 매우 중요한 역할을 한다. 순차적 미분법은 대부분 실험적 상황에서는 유용하지 못하며 독립적인 좌표계를 얻기 위한 자기상관계수(autocorrelation coefficient)는 데이터의 질에 따라 적절한 좌표계를 얻어내지 못하는 경우가 발생한다. 현재의 방법들은 독립적인 좌표계를 얻기 위해 자기상관계수보다는 좀더 일반적인 redundancy 기준을 사용한다. 본 연구에서는 Fraser⁷⁾ 등이 제안한 상호 정보량을 근거로 하여 지연 시간을 설정하였다. 상호 정보량은 변수 사이의 의존성을 측정하는 양으로 첫번째 극소점 점을 지연 시간으로 할 경우, 자기상관계수의 문제점들을 해결 할 수 있다. 그림 4는 혈류량 신호의 상호 정보량이다. 그림 5는 심박변화율의 상호 정보량의 지연 시간에 따른 변화이다. 심박변화율

그림 4

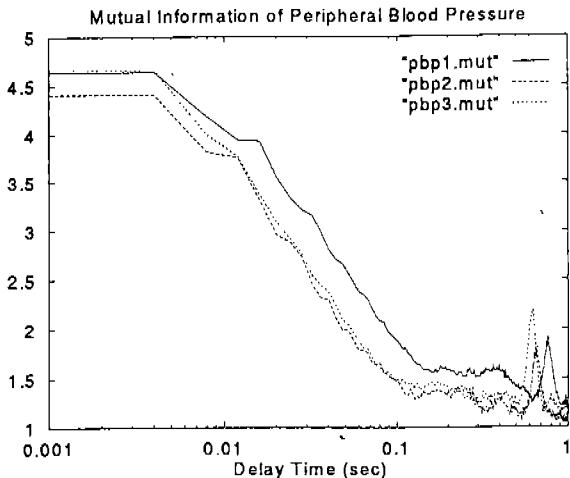


그림 4. 혈류량 신호의 상호 정보량

Fig. 4. Mutual information vs. delay time of peripheral blood pressure

그림 5

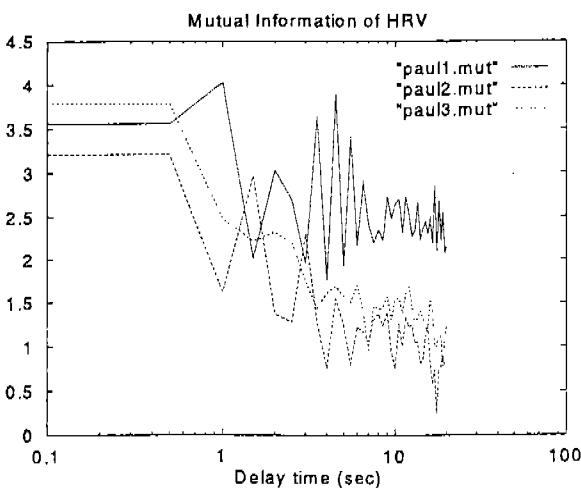


그림 5. 심박변화율 신호의 상호 정보량

Fig. 5. Mutual information vs. delay time of heart rate variability

의 지연시간은 4 sec이며, 혈류량의 경우 0.4 sec로 결정하였다.

3. 최소 임베딩 디멘전의 설정

실용적인 면에서, 실제의 정성적, 정량적 분석 이전에 실험 데이터에 대한 최소 임베딩 디멘전을 설정하는 것이 유리하다. 시스템의 임베딩 차원은 시스템을 특성 짓는 미지수의 갯수와 관계 있으므로, 시스템의 임베딩 차원

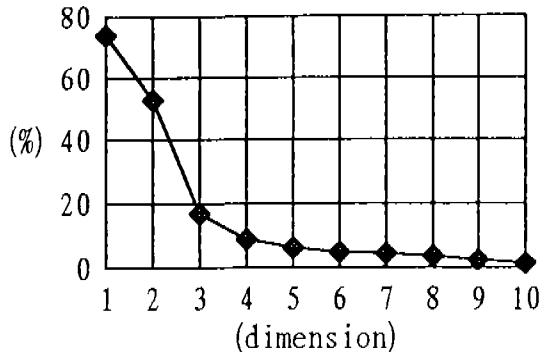


그림 6. 혈류량 신호의 최소 임베딩 디멘전의 설정

Fig. 6. Minimum embedding dimension of peripheral blood pressure

보다 작은 차원을 설정하여 분석할 때의 오류를 방지할 뿐만 아니라, 상관차원 등의 계산 시에 잡음에 의한 차원의 변화를 고려하지 않아, 저 차원 카오스의 특성을 읽는 경우에 계산적인 이점이 있다. 본 논문에서는 Kennel^[8] 등이 제안한 FNN(False nearest neighbor) 알고리즘을 이용하여 임베딩 차원에 따른 위상 공간상 궤적상의 모든 점들의 가까이에 존재하는 점들을 계산하여 최소 임베딩 차원을 구하였다. 그림 6은 혈류량 신호의 FNN 그래프이다.

4. Singular value decomposition

Takens의 지연시간 방법의 가장 커다란 문제중의 하나는 실험적 상황에서 Takens 임베딩 이론에 적합한 조건은 존재하지 않는다는 것이다. SVD(singular value decomposition)은 1차의 스칼라 시계열 데이터로부터 n 차의 위상 공간에 임베딩 하여 어트렉터를 구성할 때, 확률 통계적으로 독립적인 벡터를 제공해 준다. 그러므로 획득된 실험 데이터의 어트렉터 재구성시 불필요한 잡음 제거 효과를 얻을 수 있으며, 상관차원 등의 정량적 분석 등에 발생하는 계산적 오류를 어느 정도 감소 시킬 수 있다.

SVD 이론은 신호 처리 분야에서 많이 쓰이는 이론으로써 다음과 같다.

A가 $r \times d$ ($r \geq d$) 행렬일 때, A는 다음의 형태로 decomposition 된다.

$$A_{r \times d} = V_{r \times d} S_{d \times d} U^T_{d \times d} \quad (4-1)$$

여기에서, $V: r \times d$ or orthogonal 행렬

\rightarrow column о 1 orthonormal, 즉, $V^T V = I_{d \times d}$

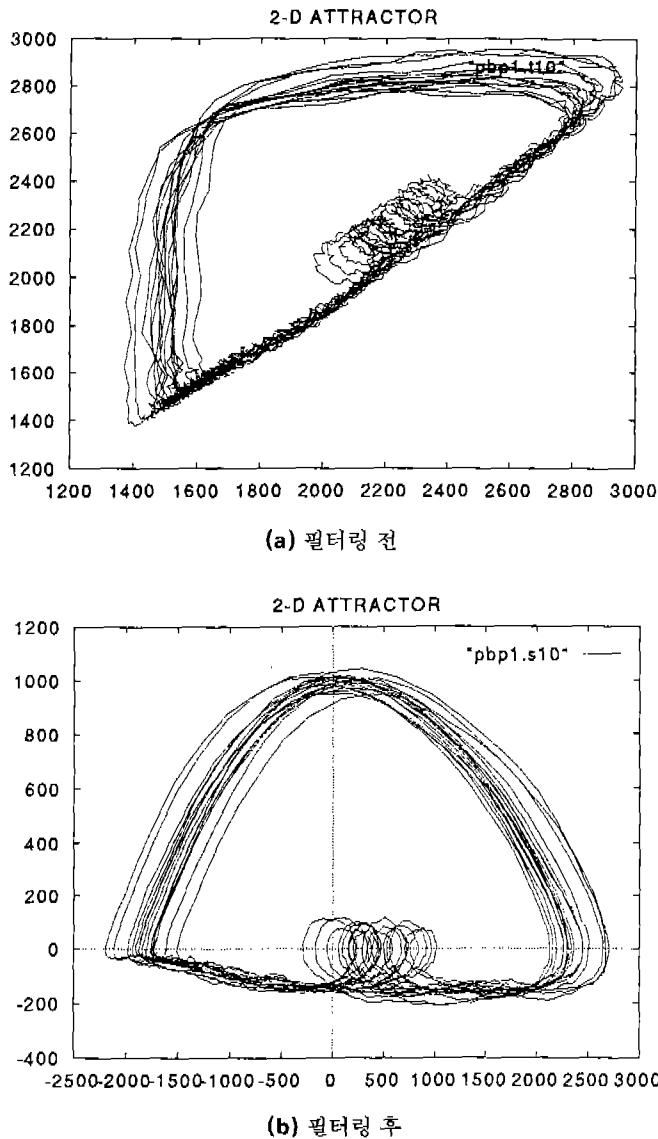


그림 7. 재구성된 말초 혈류량 신호의 어트랙터
Fig. 7. Reconstructed attractors of peripheral blood pressure

$U: d \times d$ orthogonal 행렬

$$\rightarrow U^T = U^{-1}$$

$S: d \times d$ diagonal 행렬

→ 이 행렬의 각 요소들은 singular value
이며, $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_d \geq 0$ 이다.

이때, $s_n \leq 0$, $s_{n+1} = 0$ 이면 행렬 A 의 rank는 n 이다.

실험 데이터인 경우에 대부분은 singular value가 정확히 0이 되지 않으므로, s 가 급격한 감소를 보이는 점에서 rank를 결정한다. Broomehead⁹⁾ 등은 SVD의 이러한 특성을 이용하여, 임베딩 디멘션을 설정하였으나, 이 보다는

잡음 제거 효과에 더욱 유용함이 Mees¹⁰⁾ 등에 의해 입증되었다.

잡음 제거 효과는 다음의 특성에 의한다.

식 (4-1)의 행렬 A 를 임베딩 행렬 E^d 라고 할 때, 행렬 U 는 회전 기능의 행렬이므로 임베딩 행렬에 U 를 곱하더라도 row 사이의 거리에는 변함이 없다. 따라서 어트랙터의 디멘션에는 영향을 주지 않는다.

$$E^d = VSU^T \rightarrow E^dU = VS (\because U^T = U^{-1}) \quad (4-2)$$

식 (4-2)로부터 행렬 V 의 j 번째 column은 singular value의 j 번째 값과 곱해짐을 알 수 있다. 이 경우 행렬의 마지막 요소가 앞선 값들에 비해 훨씬 작은 값들이라면 행렬 E^dU 의 마지막 column을 무시해도 된다. 즉, 디멘션을 줄이는 효과를 가져오게 되고 결국에는 잡음 제거 효과를 갖게 되는 것이다.

그림 7의 (a)는 필터링 전의 2차원 어트랙터이며 (b)는 SVD에 의해 필터링 된 혈류량의 어트랙터이다.

실험 및 결과 고찰

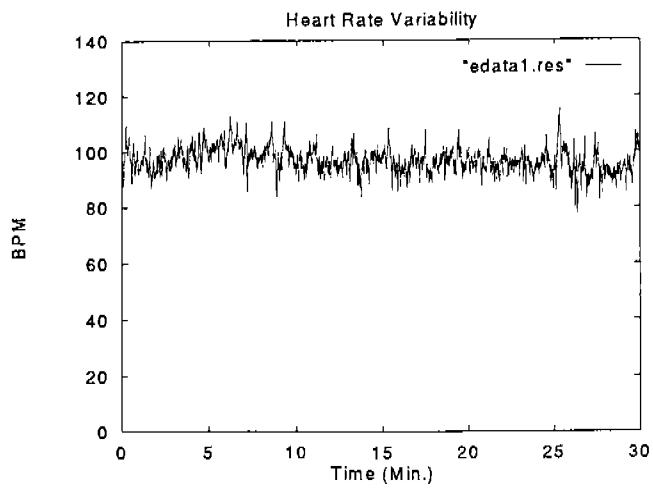
본 논문에서는 심박 변화율 및 말초 혈류량과 같은 생체 신호의 분석적 연구를 위한 어트랙터 재구성 과정을 기술하였다.

1 차원 시계열 데이터로 부터 어트랙터를 재구성하고, 재구성된 어트랙터의 정성적, 정량적 분석의 결과를 실제 진단이나 상태 평가로의 응용 가능성을 찾기 위해 다음과 같이 안정 상태와 스트레스 상태, 두 가지의 간단한 실험 프로토콜을 설정하였다.

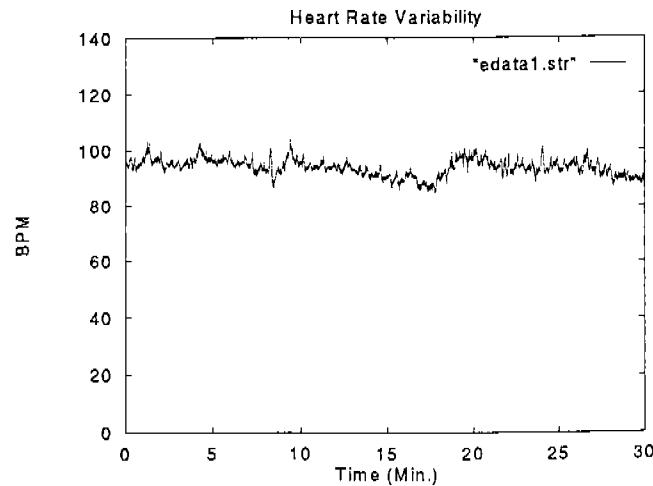
23세에서 31세에 이르는 10명의 건강한 성인 남자를 실험 대상으로 하였다. 실험 대상자들은 심장병이나, 기타 실험에 영향을 줄 수 있는 질환을 경험한 적이 없었다. 침대에 누운 후, 호흡 및 심박이 안정된 후, 피검자 개인이 가장 편안한 상태에 이르렀다고 판단한 때를 안정상태로 하였다. 일상 생활 중 실험 대상자가 피로함을 느끼는 경우, 앉은 자세에서 컴퓨터 작업을 하는 상태를 스트레스 상태로 분류하였다.

안정 상태와 스트레스 상태에서 심전도 신호 및 말초 혈류량 신호를 250Hz, 12 bit 정밀도로 1시간 동안 측정하였다.

심전도 신호는 R파를 검출한 후에 2Hz의 IHRS 신호로 변환하여 7200개의 데이터를 분석에 사용하였으며, 말초 혈류량은 임의의 30,000개의 데이터를 이용하였다.



(a) 안정상태



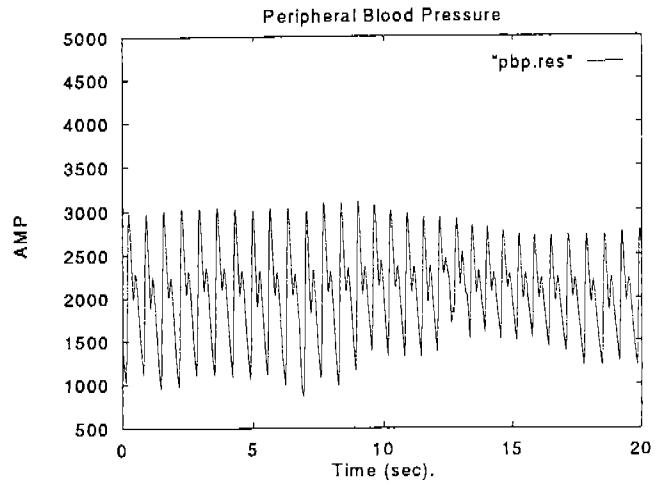
(b) 스트레스 상태

그림 8. 심박변화율의 시계열 데이터

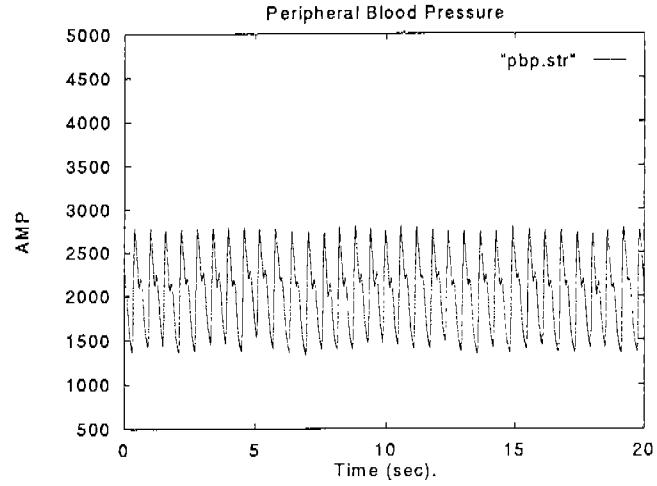
Fig. 8. Time series of IHRs (2 Hz)

그림 8은 안정 상태와 스트레스 상태에서 측정된 건강한 31세 남자의 심박변화율이며 그림 9는 말초 혈류량의 시계열 데이터를 보여 준다.

데이터 파일로 저장된 IHRs 신호 중에서 임의 구간의 1024개의 데이터에 대해 먼저 주파수 분석을 실시 하였다. 현재까지의 심박 변화율 분석은 대부분 주파수 분석법이 사용되고 있다. 심박 변화율의 주파수 스펙트럼은 교감성 신경의 활동을 나타내는 저주파 성분과 부교감성 신경 활동을 나타내는 고주파 성분으로 나눌 수 있으며, 자율 신경계의 상호 작용을 평가할 수 있는 도구로 이용 된다^{11~12)}.



(a) 안정상태



(b) 스트레스 상태

그림 9. 말초 혈류량의 시계열 데이터

Fig. 9. Time series of peripheral blood pressure (250 Hz)

그림 10의 (a)는 안정상태 심박변화율의 주파수 스펙트럼이며 (b)는 스트레스 상태의 주파수 스펙트럼이다. 스트레스 상태에서의 부교감성 신경 활동의 감소를 볼 수 있다.

본 논문에서는 주파수 스펙트럼의 고주파 성분 감소를 통해 안정 상태와 스트레스 상태를 확인하였으며, 어트렉터의 기하학적 변화를 유발하는 한 요인임을 알 수 있다. 그러나 주파수 분석법은 그 특성상 비선형 신호의 내부적 변동을 적절하게 반영하지 못하는 한계를 가지고 있다.

본 논문에서는 안정 상태와 스트레스 상태에 대한 생체 신호의 비선형적 특성분석을 위해 어트렉터 재구성에 의

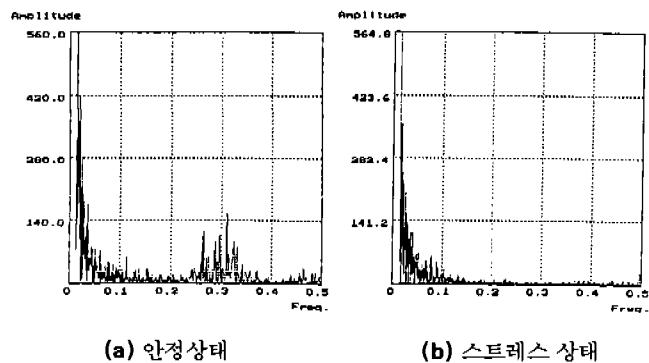


그림 10. 주파수 스펙트럼의 변화

Fig. 10. Variations of power spectral density

표 2. 상관차원 및 최대 리아프노프 지수

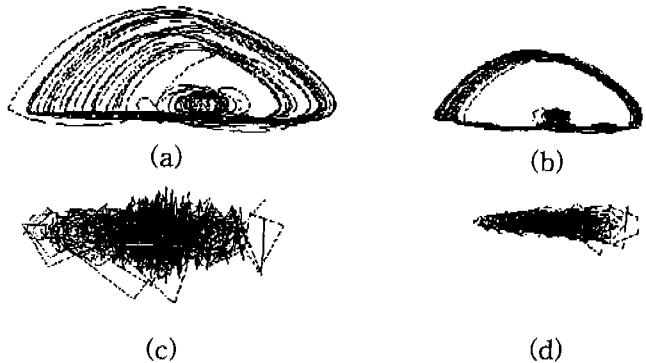
Table 2. Correlation dimension and maximum lyapunov exponent

	말초 혈류량		심박변화율					
	상관차원		리아프노프 지수		상관차원		리아프노프 지수	
	안정	스트레스	안정	스트레스	안정	스트레스	안정	스트레스
LBC	4.1765	3.6547	4.3776	3.5896	4.4309	3.9136	0.3223	0.2736
JJH	3.9854	3.1246	3.9765	3.0891	3.2769	3.2666	0.2768	0.2549
LJW	3.7549	3.3754	4.5656	3.9987	4.7676	3.5545	0.3242	0.3221
JKS	4.3337	3.3968	4.4544	3.8654	4.0111	3.7659	0.3766	0.3498
SJS	3.3478	3.2994	4.2234	3.4869	4.7651	3.9862	0.4334	0.3887
SSY	3.4765	3.1242	3.9978	3.1022	4.5662	4.358	0.3532	0.3347
JSH	4.4321	4.0112	4.2431	3.8654	3.3132	3.2232	0.2871	0.2828
JJY	4.2153	3.3475	4.3789	3.4446	3.9865	3.6539	0.3433	0.3333
SJW	4.3421	3.1645	4.2323	3.3463	4.5523	4.3398	0.3354	0.3204
KGM	4.1177	3.1556	4.3331	4.538	4.6754	4.3766	0.4561	0.3511

한 정성적 분석과 더불어 상관차원 및 리아프노프 지수를 계산하였다. 상관차원은 어트랙터의 기하학적인 특성을 고찰하며, 심박변화율과 같은 시계열 데이터를 실험 대상으로 삼는 경우 매우 편리하게 계산할 수 있어서 많이 이용하는 방법이다. Grassberger와 Procaccia 알고리즘을 이용하여, 임의의 벡터를 기준으로 이를 다른 모든 벡터와 비교하여 상관함을 계산하는 pointwise 방법을 사용하였다¹³⁾.

또한 Wolf 알고리즘을 이용하여, 카오스 신호의 대표적인 특성 중의 하나인 초기값 민감 정도를 표현하는 리아프노프 지수를 계산하였다¹⁴⁾.

표 2에는 10명의 실험 대상에 대한 말초 혈류량과 심박



(a) 말초 혈류량의 어트랙터(안정상태)

Correlation dimension 4.0182 Lypaunov exponent 4.2783 bits/sec

(b) 말초 혈류량의 어트랙터(스트레스상태)

Correlation dimension 3.3653 Lypaunov exponent 3.5842 bits/sec

(c) 심박변화율의 어트랙터(안정상태)

Correlation dimension 4.1345 Lypaunov exponent 0.3508 bits/sec

(d) 심박변화율의 어트랙터(스트레스상태)

Correlation dimension 3.8438 Lypaunov exponent 0.3211 bits/sec

그림 11. 어트랙터의 변화

Fig. 11. Variation of attractor

변화율 신호의 안정 상태와 스트레스 상태에서의 상관차원 및 리아프노프 지수를 나타내었다.

그림 11은 안정 상태와 스트레스 상태의 어트랙터의 국소 또는 전체 변화를 나타내었으며, 각각의 상태에 대한 상관차원 및 최대 리아프노프 지수의 평균치를 보여 준다.

10명의 실험 대상자에 대한 분석 결과, 다양한 외부적 요인에 의한 변동이 첨가될 수 있지만, 통제된 실험 하에서 주파수 스펙트럼의 변화에 따른 어트랙터의 정성적, 정량적 변화를 확인하였다. 모든 경우에서 혼돈도의 감소를 보였다. 그러나 이들 정량 데이터의 신뢰성은 검증하지 못하였다. 특히 상관 차원 계산시의 기울기에 대한 개인의 주관이 많이 작용하였다. 상관 차원 등의 정량 데이터에 대한 검증 과정이 필요하다. 상관 차원 및 리아프노프 지수의 변동은 개인의 생체 다이나믹스에 따라 커다란 차이를 볼 수 있음을 알 수 있었다. 신뢰할 수 있는 실험 프로토콜의 설정, 보다 정확한 실험 데이터의 분석 방법 그리고 무엇보다도 좀 더 많은 데이터의 확보를 통한 분석이 필요하다.

결 론

본 논문에서는 통합 환경의 카오스 분석 시스템을 구현

하고, 실험 데이터의 상호 정보량을 근거로 한 최적 지연 시간 설정, FNN 알고리즘을 이용한 최소 임베딩 디멘션 설정 및 SVD에 의한 데이터의 어트랙터 재구성 과정에 대해 기술 하였으며, 생체 시스템의 비선형 동역학 특성 분석을 통해, 자율 신경계 활동의 변화와 생체 신호의 비선형 동역학 특성의 변화를 확인하였다.

본 논문에서는 생체 시스템의 비선형 동역학 특성을 이용하여 건강진단 등의 생체 시스템 이상 유무 평가에 대한 가능성 및 기초적인 프로토콜을 제시하였다.

앞으로 연구과제는 생체 신호에 대한 최적의 어트랙터 구성에 관한 정량적인 증명 과정이 필요하며, 이를 통해 보다 많은 실험 데이터를 확보하여 신뢰성 있는 어트랙터의 정량화에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

1. A. L Goldberger, "Applications of chaos to physiology and medicine", Applied chaos, pp. 321-331, Jhon Wiley & Sons Inc. ed, 1992.
2. A. Babloyantz and A. Destexhe, "Is the normal heart a periodic oscillator?", Biological Cybernetics 58, pp. 203-211, 1988
3. Goldberger, "Is normal heartbeat chaotic or homostatic?", News Physiol. Sci. 6, pp 87-91, 1991
4. I. Tsuda et al. "Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions", Int'l jour. of Bifurcation and Chaos, vol2. No. 2, pp. 313-324, 1992
5. M. Merri. et. al., "Dynamic analysis of ventricular repolarization duration from 24-hour Holter recording, IEEE BME-40, No. 12, pp. 1219-1225, 1993
6. 이병채, 이명호 "카오스-심전도 분석기의 설계 및 응용에 관한 연구" 의용생체공학회지 vol. 14, No. 4, pp. 379-386, 1993
7. A. M Fraser, H. L Swinney, "Independent coordinates for strange attractors from mutual information", Physical Review A, vol. 33, No. 2, pp. 1134-1140, 1986.
8. M. B Kennel et. al, "Determining embedding dimension for phase space reconstruction using geometrical construction". Physical Revies A, vol. 45, pp. 3403-3411, 1992.
9. Broomhead and king "Extracting qualitative dynamics from experimental data", Physica D, No. 58, pp. 217-223, 1986
10. A. I Mees, P. E Rapp and L. S. Jennings, "Singular-value decomposition and embedding dimension", Physical Review A, vol. 36, No. 1, pp. 340-346, 1987
11. G. A. Myers et. al., "Power spectral analysis of heart rate variability in sudden cardiac death: comparison to other methods". IEEE BME-33, No. 12
12. R. D. Berger et. al., "An efficient algorithm for spectral analysis of heart rate variability", IEEE BME-33, No. 9, pp. 900-904, 1988.
13. Peter Grassberger and Itamar Procaccia, "Characterization of Strange Attractors", Physical Review Letters, vol. 50, no. 5, pp. 346-349, Jan., 1983 pp. 1149-1156, 1986
14. Alan Wolf et. al., "Determining lyapunov exponents from a time series" Pysica 16D, pp. 285-317, 1985
15. Byungchae Lee, Jaeho Jang and muoungho Lee, "A Chaotic Dynamic Study of Autonomic nervous system activities on Heart rate variability and Peripheral blood Pressure" 의용생체공학회 춘계학술대회 논문집, 1994. 5
16. 이병채, 이명호 "심박변화율 및 혈류량 카오스의 비선형 동역학 특성과 자율신경시스템 활동에 관한 연구" 인공지능, 신경망 및 퍼지시스템 춘계 종합 학술 대회 논문집, 1994. 5
17. Myoungho Lee and Byungchae Lee, "A study on ECG pattern recognition using chaos theory" SICE 94, Tokyo, Japan. 1994. 7