

## A distance Relaying Algorithm Based on Numerical Solution of a Differential Equation for Transmission Line Protection

趙慶來\*·鄭炳太\*\*·洪俊憲\*·朴鍾根\*\*\*

(Kyung-Rae Cho · Byung-Tae Jung · Jun-Hee Hong · Jong-Keun Park)

**Abstract**—A distance relaying algorithm for detecting faults at power transmission line is presented in this paper. The algorithm is based on differential equation from relation between voltage and current, which is composed of lumped resistance and inductance. During the fault transient state, the voltage and current signals are severely distorted due to the exponentially decaying DC offset and high frequency components, In spite of using small data, the presented integral method to evaluate R and L from voltage and current has high performance against these harmonics including DC offset. Therefore, the presented algorithm can be implemented with only a low order anti-aliasing analog filter and doesn't need any digital filter to remove specific components.

**Key Words** : Distance Remlaying, Differential Equation, Integral Approximation

### 1. 서 론

마이크로 프로세서에 기초한 디지털 보호계전기는 지난 10여년 동안 크게 발전하여 실용화되었으며, 초기의 아날로그 보호계전기를 단순히 대체하는 역할에서 벗어나 마이크로 프로세서의 우수한 수치 연산 기능을 활용하여 높은 수준의 계통 신뢰성 확보에 크게 이바지하게 되었다.

그러나 UHV와 EHV장거리 송전선로, 지중선로 등과 관련하여 시스템 보호측면에서 몇가지 문제들이 제기되었는 바[7,8]그 중 하나가 선로의 커패시턴스 증가, 특히 직렬 보상 커패시턴스로 인한 상용 주파수 근처의 저주파 대역에서 일어나는 공진현상이다.[9] 이런 경우 고장이나 그 후의 연속적인 차단기 동작에 기인한 과도 진동이 보호계전기의 고장 판단 시간 이내에 감

쇄 소멸되지 않고 왜곡된 전압·전류 파형을 통하여 보호 계전기의 정상동작에 나쁜 영향을 주게 된다. 이런 경우, 전압과 전류의 기본파 성분의 정보를 이용하여 고장을 판별하는 기존의 대부분의 보호계전기들은 정확한 고장 판별을 못하고 오동작 또는 오부동작해 보호대상 시스템에 치명적인 손상을 입힐 수도 있다. 특히 계통이 더욱 복잡해지면서 계통 내부의 캐패시턴스 성분이 더욱 커지고 전압·전류 파형의 왜곡이 심해지므로 이에 대한 적절한 대응이 절실히 요구되고 있다.

왜곡된 입력파형에 대한 대책으로 입력파형의 기본파 성분만을 필터를 통해 추출하는 방법이 제시되었다.[10] 그러나 이 방법은 필터를 통과한 후에 남은 고조파 성분들이 오차를 발생시키고 필터에 의한 시지연이 반드시 따르게 되어 고속의 계전기 동작이 어렵게 되므로 바람직한 대책이라 할 수 없다. 그래서 보다 근원적인 대책으로 입력 주파수에 민감하지 않은 새로운 알고리즘이 요구되는데 미분방정식에 기초한 거리계전 알고리즘이 이러한 요구를 만족시키기 위해 제시되었다.

---

\*正會員 : 서울大 大學院 電氣工學科 博士課程  
 \*\*正會員 : 서울大 大學院 電氣工學科 碩士課程  
 \*\*\*正會員 : 서울大 工大 電氣工學科 教授 · 博士  
 接受日字 : 1994年 1月 26日  
 1次 修正 : 1994年 3月 5日

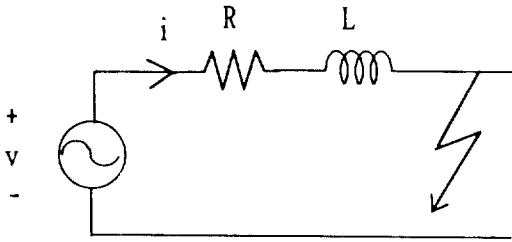


그림 1 송전선의 집중 정수 등가회로

Fig. 1 Equivalent lumped circuit of transmission line

미분 방정식을 이용한 방법은 선로를 그림 1과 같은 저항과 인덕턴스로 이루어진 집중 정수 회로로 표현하고 전압과 전류의 관계식을

$$v = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (1)$$

과 같이 세운 후 측정된 전압  $v$ 와 전류  $i$ 값을 이용하여 고장점까지의 저항과 인덕턴스 값을 추정하는 방법이다[1,4] 이 방법은 식(1)이 기본파 이외의 모든 조파성분에 대해서도 성립하므로 측정된 전압 전류에 포함된 고조파 성분으로 인한 오차에 근원적으로 대응할 수 있다. 또한 적절한 수치연산 기법을 사용할 경우 비교적 적은 수의 데이터로부터도 신뢰성 높은 결과를 얻을 수 있는 것으로 알려져 있다.

식(1)로부터  $R$ 과  $L$ 을 구하기 위해서는 전압  $v$ 와 전류  $i$ 의 측정값 외에도 전류의 미분값을 알아야 하는데 이를 위해 최초로 제안된 방식은 식(2)와 같은 Trapezoidal공식을 이용한 수치 미분법이었다.[1]

$$\frac{di[n]}{dt} = \frac{i[n+1] - i[n-1]}{2T} \quad (2)$$

$T$ 는 샘플간격

그러나 이 방법은 기본파 성분만 있거나 측정 빈도수(sampling frequency)가 매우 큰 경우에는 비교적 오차가 없으나 고장시의 심하게 왜곡된 높은 주파수 성분의 신호에 대해서는 수치 미분법 자체의 한계로 인하여 정확한 결과를 내지 못한다. 근래에 여러개의 조파성분들에 대해서도 정확한 미분 근사를 할 수 있는 개선된 방법들도 제시되고는 있으나[4] 보다 유력한 해결책으

로 제안된 방법이 수치 적분 기법을 이용해 식(1)의  $R$ 과  $L$ 을 구하는 방법이다.[3] 수치 적분 방법을 사용하기 위해서는 식(1)의 양변을 적분하여

$$\int v dt = R \int i dt + Li \quad (3)$$

와 같이 표현한 후  $R$ 과  $L$ 을 계산한다. 이 방법은 수치 적분 기법을 사용하므로 높은 주파수의 고조파가 지배적인 왜곡된 파형에 대해서도 정확한 결과를 낼 수 있다.

본 논문에서는 입력주파수에 민감하지 않고 심하게 왜곡된 입력파형에 대해서도 적은 데이터로 더욱 정확하게 식(1)의  $R$ ,  $L$ 값을 추정하는 새로운 수치 적분 방법을 소개하고 이를 사용하는 거리계전 방식에 대하여 연구하였다.

## 2. 본 론

측정 데이터들을 어떤 함수로 근사표현함에 있어서 적분 근사 기법을 사용하면 높은 주파수 성분의 측정오차를 상쇄시키는 성질이 있으며 미분 근사 기법은 이러한 오차를 증폭시키는 성질이 있다고 일반적으로 알려져 있다.[6] 그러므로 미분 방정식의 해법으로 수치 적분 방법을 사용하는 것이 수치 미분 방법을 사용하는 것에 비하여 상대적으로 높은 주파수 대역의 신호를 정확하게 처리할 수 있다는 장점을 가지며 단점으로는 전압과 전류 모두에 대하여 적분을 해야 하므로 계산량의 부담이 크다는 것이다. 그러나 이러한 계산상의 부담은 현재의 마이크로 프로세서의 성능으로도 충분히 감당할 수 있을 정도로 경감될 수 있으므로 큰 문제는 되지 않는다고 여겨진다. 이 장에서는 새로운 적분 근사 알고리즘을 제안하고 그 특성을 살펴 제안된 기법이 넓은 주파수 대역에 걸쳐 정확한 결과를 보여줄 수 있음을 설명하였다. 또한 빠른 고장 판단에 나쁜 영향을 미칠 수 있는 DC offset 성분의 영향이 직접적이고 적절한 방식으로 적분근사 알고리즘에 반영된다.

### 2.1 제안하는 적분근사 알고리즘

식(3)의 적분식에서  $R$ ,  $L$  두개의 값을 구하기 위해서는 아래의 식(4)와 같은 연립방정식을 풀면된다. 식(4)에서  $T$ 는 측정 시간 간격이며, 첫 번째 식은 현재 측정값에서 구하고 두 번째 식은

T시간전의 측정값에 대하여 계산을 하면 된다.

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t)dt = R \int_{t_0}^{t_1} i(t)dt + L(i(t_1) - i(t_0)) \quad (4)$$

$$\int_{t_0-T}^{t_1-T} v(t)dt = R \int_{t_0-T}^{t_1-T} i(t)dt + L(i(t_1-T) - i(t_0-T))$$

식(4)에서 적분항이 계산되어졌다면 R과 L은 다음과 같이 계산되어진다.

$$\begin{bmatrix} R \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_1} i(t)dt & i(t_1) - i(t_0) \\ \int_{t_0-T}^{t_1-T} i(t)dt & i(t_1-T) - i(t_0-T) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \int_{t_0}^{t_1} v(t)dt \\ \int_{t_0-T}^{t_1-T} v(t)dt \end{bmatrix} \quad (5)$$

식(4)에서 알수 있듯이 전압과 전류값은 측정 값이므로 우변의 두번째 항은 쉽게 구할 수 있으나 적분항은 직접 구하지 못하고 측정된 값들로부터 근사 추정해야 한다. 이 때 사용하는 적분근사 방법으로는 Trapezoidal Rule, Simpson Rule등이 널리 알려져 있다[6]. 그러나 이런 적분 근사 방법은 함수의 특징에 관계없이 일반적인 경우에 사용될 때는 타당하나 어떤 경우에는 특별한 상황에 어울리는 적분방법-가령 시스템의 고유한 성질등을 고려한 방법이 더 효과적일 수 있다. 전력계통의 경우 고장 전류와 전압은 DC offset 및 기본파 그리고 크기가 상대적으로 큰 몇몇 고조파만의 합으로 거의 정확하게 표현 되어질 수 있다는 점을 고려하면 비교적 적은 수의 측정 데이터만을 사용해서도 정확한 적분 값을 계산할 수 있는 방법을 구할 수 있다.

고장 발생 후 과도상태의 고장 전류 파형은 기본파 외에 주로 적릴 리액티스에 저장된 에너지의 순간적인 방출에 기인하는 지수함수적으로 감쇄하는 DC offset과 병렬 캐패시터에서의 에너지 방출로 인한 고조파들로 왜곡되어진다. 지수 감쇄하는 DC offset을 Taylor급수를 이용하여 전개하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$I_0 e^{-\sigma t} = I_0 + I_0(-\sigma t) + \frac{1}{2} I_0(-\sigma t)^2 + \dots \quad (6)$$

그런데 위에서 제공항 이후는 매우 작아지기 때문에 DC offset을 일차함수로 근사시킬 수 있다. 즉, 임피던스를 계산하는 k번째 데이터 윈도우내에서는 식(7)과 같이 표현된다.

$$I_0 e^{-\sigma t} [k] \cong I_{0k} + A_k t \quad (7)$$

그러므로 t=0에서 고장이 일어난 후 발생하는 고장 전류는 DC offset의 각 주파수 성분과 고조파의 각 주파수 성분이 합해져서 식(8)과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} i(t) &= I_{0k} + A_k t + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots \\ &= I_{0k} + A_k t + \sum_{n=1}^{\infty} I_n \sin(\omega_n t + \theta_n) \end{aligned} \quad (8)$$

고장 발생후 리액티스성분에 저장되어 있던 에너지의 방출로 인한 DC offset 성분은 전류에만 나타난다. 이는 DC offset이 식(1)의 미분 방정식에 대한 특성해이므로 전압에는 나타나지 않기 때문이다. 지금까지 발표된 대부분의 거리계전 알고리즘에서는 이러한 DC offset을 무시하거나 일정한 상수로 보고 임피던스를 구하였다. 그러나 DC offset성분을 FFT로 분석해보면 0Hz 근처에서 그 크기가 가장 크고 주파수가 증가할수록 작아지나, 154kV송전선의 경우의 주파수 스펙트럼을 살펴보면 60Hz에서 DC offset에 의한 영향은 0Hz에서의 22% 정도이므로 그 영향을 무시할 수 없다.(그림 2) 특히 전압각 0도 부근의 고장시에는 DC offset이 매우 큰 영향을 미치게되므로 DC offset 성분을 무시하면 정확한 고장 판별에 나쁜 영향을 미치게 된다. 본 논문에서 제안하는 적분근사 알고리즘의 경우에는 식(7)과 같은 형태의 고장 전류 표현을 사용하므로 DC offset성분을 고려할 수 있다.

필터를 통해서 높은 주파수대역의 성분을 제거할 수 있으므로 전압과 전류의 파형에 포함된 N조파 이상의 나머지 조파들은 무시할 수 있다고 가정하자. 그러면 식(8)의 전류식은 다음 식과 같이 표현된다.

$$i(t) = I_{0k} + A_k t + \sum_{n=1}^{N-1} I_n \sin(\omega_n t + \theta_n) \quad (9)$$

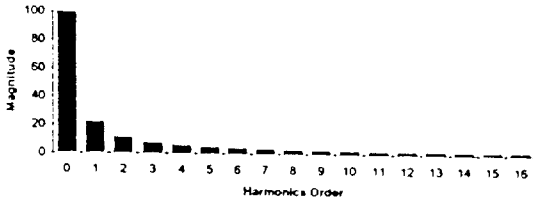


그림 2 DC offset의 FFT분석  
Fig. 2 FFT analysis of DC offset

식(9)과 같이 표현된 전류에 대하여 M개의 측정값을 가지고 있는 경우 전류에 포함된 (N-1)조파 성분까지의 적분값을 아래의 식(10)에 의하여 근사시키도록 한다.

$$\int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} i(t)dt = \sum_{n=0}^{N-1} c_n(i[n] + i[M-1-n]) \tag{10}$$

식(10)에서  $c_n$ 은 적분근사 계수로서 식(9)의 경우에 대하여 일반적으로 성립하는 해석적으로 얻어진 상수이다. M개의 측정값을 사용하는 경우의  $c_n$ 은 다음 식(11)에서 구해진다. (유도 과정은 부록 1. 참고)

$$X \cdot C = \Sigma$$

여기에서

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \cos \frac{\omega_1(M-1)T}{2} & \cos \frac{\omega_1(M-3)T}{2} & \dots & \cos \frac{\omega_1(M+1-2N)T}{2} \\ \cos \frac{\omega_2(M-1)T}{2} & \cos \frac{\omega_2(M-3)T}{2} & \dots & \cos \frac{\omega_2(M+1-2N)T}{2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \cos \frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2} & \cos \frac{\omega_{N-1}(M-3)T}{2} & \dots & \cos \frac{\omega_{N-1}(M+1-2N)T}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \left[ \frac{(M-1)T}{2} \frac{1}{\omega_1} \sin \frac{\omega_1(M-1)T}{2} \dots \frac{1}{\omega_{N-1}} \sin \frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2} \right]^T$$

$$C = [c_0 \ c_1 \ c_{N-1}]^T \tag{11}$$

이 때  $c_n$ 의 갯수는 적분근사로 정확히 표현하고자 하는 조파의 개수와 동일하며 저리계전 알고리즘에서 고려하고자 하는 주파수 영역의 폭을 결정한다. 기존의 기본파 정보만을 이용하는 경우는 정확한 기본파 성분의 추출을 위하여 높은

차수의 저역 통과 필터를 필요로 했고 필터를 거친 후에도 DC offset의 기본파 성분은 제거되지 않아 여전히 오차를 발생시켰다. 그러나 제안된 알고리즘은 이론적으로는 임의의 조파까지의 주파수 성분을 고려할 수 있으며 실제 송전선로 보호계전기 개발시의 경험에 따르면 2조파까지만 고려하면 충분하므로 이 경우 N은 3이 된다.

N개의 조파들에 대한 적분 근사 계수  $c_n$ 들을 미리 구해둔 후에도 새로운 전압과 전류의 측정값이 구해질 때마다 이들 적분 근사 계수에 의하여 전압과 전류의 적분값을 간단히 구할 수 있게 된다.

한편 식(11)로부터 적분 근사 계수  $C_n$ 을 유일하게 결정하기 위한 데이터의 개수 M의 값의 범위를 구할 수 있다. 즉 식(11)에서 행렬 X의 역행렬이 존재하면  $c_n$ 을 유일하게 구할 수 있으며 행렬 X의 구조상  $M \geq 2N-1$ 일 때 가역이다. 이때 보호계전기는 고속으로 동작하여야 하므로 신뢰도를 손상하지 않는 범위에서는 가능한 적은 수의 데이터를 사용하는 것이 바람직하다. 따라서 사용 데이터의 수 M은  $2N-1$ 로 사용하는 것이 바람직하며  $N=3$ 인 경우는 5개의 측정 데이터를 사용하고  $M=2$ 인 경우에는 3개의 측정 데이터가 사용된다.

전압에 대한 적분 근사 계수도 식(11) 유도과정에서  $I_{0k} = A_k = 0$ 로 놓으면 동일하게 결정된다.

### 2.2 제안된 방법의 적분 특성

식(11)에 의한 적분 계수를 주기당 24번 샘플링하는 경우에 대하여 표. 1에 구해 놓았다. 표. 1에서 0Hz는 DC offset성분을 의미하며 60Hz는 기본파이고 120Hz는 60Hz와 가장 가까운 영역의 고조파이며 필터를 통과한 고조파중에서 가장 크기가 클것으로 예상된다.

위의 적분 계수들에 대하여 주파수별 적분 특

표 1 주기당 24번 샘플링 할 때의 적분 계수  
Table 1 Integral Coefficients in 24 sampling rate per 1 cycle

데이터 수 (M)	주파수성분 (N개)	적분계수 (단위 $10^{-4}$ )
3	0, 60 Hz	$c[1]=2.3201$ $c[2]=4.6243$
	60, 120 Hz	$c[1]=2.3417$ $c[2]=4.6035$
5	0, 60, 120 Hz	$c[1]=2.1809$ $c[2]=9.7691$ $c[3]=1.9119$

성을 살펴보기 위해 전류의 식을 아래와 같이 놓자.

$$i(t) = I \sin(\omega t + \theta) \tag{12}$$

위의 식(10)에 대입하면 좌변은

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} i(t) dt \\ &= \frac{2I}{\omega} \sin(\omega t_0 + \theta + \frac{\omega(M-1)T}{2}) \sin \frac{\omega(M-1)T}{2} \end{aligned} \tag{13}$$

그리고 우변은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{N-1} c_n (i[n] + i[M-1-n]) \\ &= 2I \sin(\omega t_0 + \theta + \frac{\omega(M-1)T}{2}) \\ & \quad \sum_{n=0}^{N-1} C_n \cos \frac{\omega(M+1-2n)T}{2} \end{aligned} \tag{14}$$

식(13)와 식(14)로부터 임의의 주파수에 대한 적분 오차  $E_n(\omega)$ 를 계산할 수 있다.

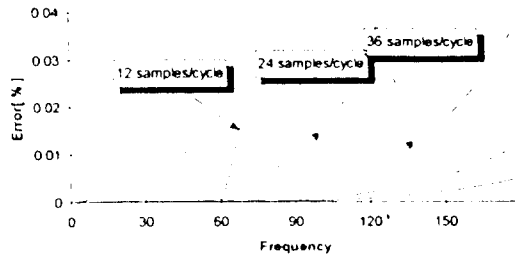
$$\begin{aligned} E_n(\omega) &= \frac{\text{식(13)} - \text{식(14)}}{\text{식(13)}} \\ &= 1 - \frac{\sum_{n=0}^{N-1} c_n \cos \frac{\omega(M+1-2n)T}{2}}{\frac{1}{\omega} \sin \frac{\omega(M-1)T}{2}} \end{aligned} \tag{15}$$

주기당 12번, 24번, 36번 샘플링하는 경우에 대하여 그림. 3에 적분에 의한 오차를 도시하였다.

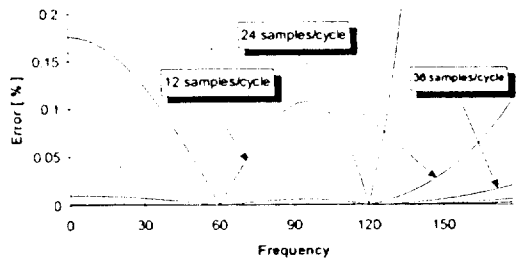
그림 3에서 알 수 있듯이 제안된 알고리즘은 주기당 샘플수가 많은 수록 오차가 감소하고 2 조파까지의 오차는 0.2% 이내임을 알 수 있다. 3 조파에 대한 적분 오차는 그림 4의 (a),(b)의 경우 각각 4.2%, 2.4% 정도로 매우 작은 값을 갖고 (c)의 경우는 식(13)은 0이 되나 식(14)는  $10^{-5}$  정도의 값을 갖는다. 또 (b)에서 한주기에 12번 측정하는 경우에 0Hz에서 0.17%의 오차만이 발생한다. 이는 제안된 알고리즘이 고조파뿐만 아니라 DC offset에도 강인함을 보여준다.

### 2.3 저역 통과 아날로그 필터

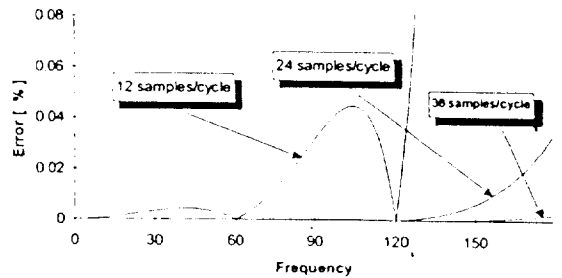
일반적으로 저역통과 아날로그 필터는 A/D



(a) N=2, M=3



(b) N=2, M=3



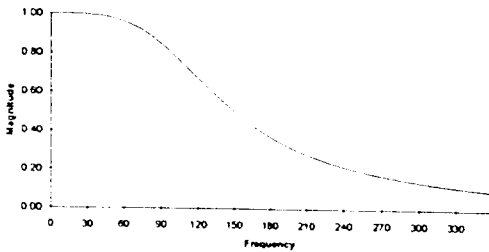
(c) N=3, M=5

그림 3 적분계수에 의한 적분 근사 특성

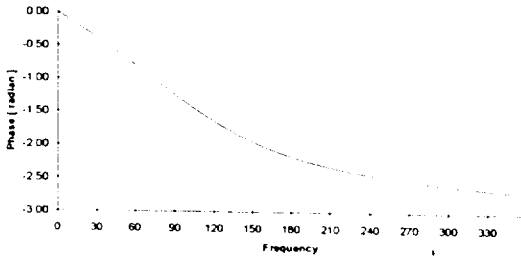
Fig. 3 Integral approximation characteristics by integral coefficients

변환을 하기전에 aliasing을 방지하기 위해 꼭 사용된다. 기본파 성분만을 고장 판단에 이용하는 기존의 알고리즘에서는 높은 차수의 아날로그 필터를 사용하게 된다. 그러나 기본파 성분만 정확히 추출하기도 어렵지만 차수가 높을 수록 필터에 의한 시지연은 더욱 커지게 되므로 이 경우 고속동작이 어려웠다.

본 논문에서는 기본파 성분뿐만 아니라 여러 고조파 성분까지 포함하여 고장 판단을 하므로 차수가 낮은 2차 butterworth필터를 사용하였다.



(a)



(b)

그림 4 2차 Butterworth필터의 크기 및 위상 특성  
**Fig. 4** Magnitude and Phase Characteristics of 2-order Butterworth filter

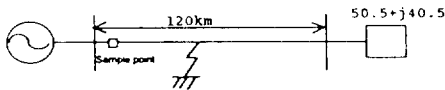
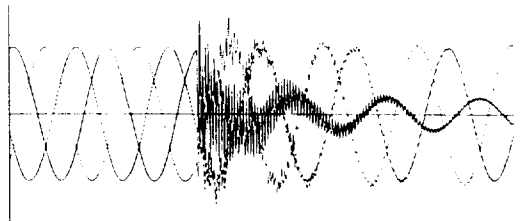
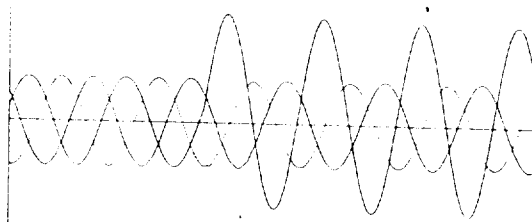


그림 5 사례연구를 위한 EMTP고장 모델  
**Fig. 5** EMPT Fault model for Case Study



(a)



(b)

그림 6 고장 발생시의 전압, 전류 파형  
**Fig. 6** (a) Voltate waveform  
 (b) Current waveform during faults

이 필터의 크기 및 위상 특성을 그림.4에 도시하였다. 기본파인 60Hz 크기 특성은 0.96이며 위상 지연은 0.79radian이다. 이러한 위상 특성은 주기당 24번 샘플링 하는 경우에는 3샘플의 위상 지연을 유발한다.

### 3. 사례연구

제시된 알고리즘의 사례연구를 위한 데이터를 얻기 위하여 EMTP(Electro Magnetic Transient Program)을 사용하였으며 고장 모델은 아래의 그림 5를 사용하였으며 송전선의 선로정수는 표. 2에 기술하였다.

전압위상각이 0도와 90도 부근일 때 계전기로부터 20km, 40km, 60km, 80km, 100km 지점에서 각각 A상 지락고장을 발생시켰다. 전압위상각 0도 부근의 고장 발생시 전압과 전류의 고장 파형에는 고조파는 거의 발생하지 않고 DCoffset이 매우 많이 발생하며 전압 위상각 90도 부근의 고장 발생시는 DC offset은 거의 없으며 고조파가 많이 나타남을 볼 수 있다. 각각의 고장 거리에 대하여 60Hz에 대한 정상 임피던스는 고장 발생시의 전압 위상각에 관계없이 표 3.에 기술된 값으로 계산되어졌다.

그림 6은 20km 지점에서 전압위상각 90도 부근에서 고장이 발생했을 때의 전압과 전류파형이다. 고장 발생직후 A상의 전압 파형은 고조파에 의하여 아주 심하게 왜곡되어 있음을 알 수 있고 B,C상도 A상의 영향으로 고조파가 섞여 있음을 알 수 있다. 그러나 전류 파형에는 고조파가 거의 보이지 않으며 DC offset이 조금 보이고 있다.

표 2 사례연구 모델에서의 선로 정수

**Table 2** Line constant of Transmission line in EMTP fault model

임피던스	$R'[\Omega / km]$	$L'[\Omega / km]$	$C'[\mu F / km]$
영상 임피던스	0.3068	1.3094	0.0038
정상 임피던스	0.1008	0.4667	0.0093

그림 7은 Pre-Filter를 거친 후의 전압 파형으로 높은 차수의 고조파는 제거되었고 고장 발생 직후의 1주기 동안의 기본파에 낮은 차수의 고

표 3 고장 거리에 대한 정상 임피던스  
Table 3 Positive Impedance of each fault location

고장 지점	20 km	40 km	60 km	80 km	100 km
저항 ( $\Omega$ )	2.012	4.024	6.036	8.048	10.06
리액턴스 ( $\Omega$ )	9.334	18.668	28.002	37.336	46.67

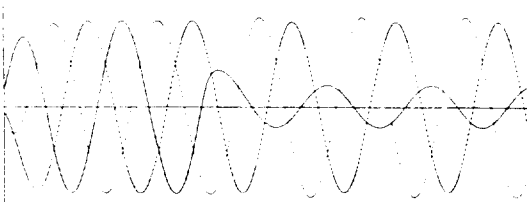


그림 7 필터를 통과한 후의 전압 파형  
Fig. 7 Voltage waveforms passed a pre-filter

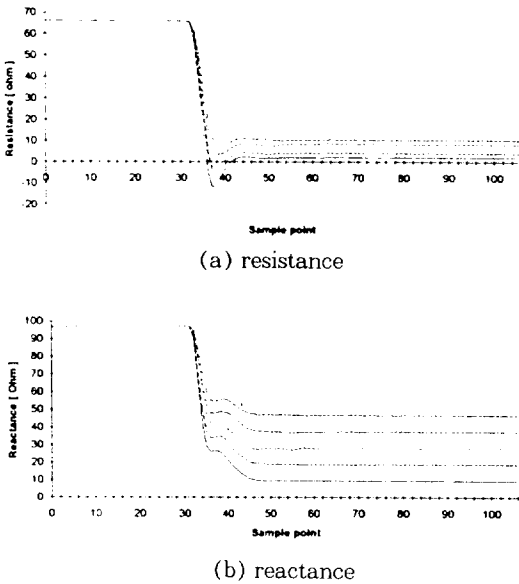


그림 8 전압위상각 90도 부근의 고장 발생시 각각의 고장거리에 대한 임피던스  
Fig. 8 Impedance for each case when faults occur at angle 90

조파가 포함되어 있음을 볼 수 있으며 이것이 임피던스 계산시 나쁜 영향을 끼친 것으로 예상된다.

본 사례연구에서 사용한 전압, 전류 데이터는 주기당 24번 샘플링을 하여 얻어졌으며, 이 샘플링수는 현재의 마이크로프로세서의 능력으로 쉽게 처리할 수 있다. 그리고 적분계산 시 5개의 데이터를 필요로 하는 적분계수를 사용하였다.

그림 8은 각각의 거리에 대하여 전압위상각 90도 부근에서 A상 지락고장이 발생했을 때의 저항값과 리액턴스 값을 계산한 결과를 보이고 있다. 저항값의 수렴특성은 고장 직후의 고조파의 영향으로 약간 진동하고 있으며 특히 40km, 60km, 80km 지점의 고장시에는 진동이 더 지속된다. 이에 비해 20km, 100km 지점의 고장에 대해서는 별다른 진동이 없이 정확히 계산되었다. 리액턴스 값의 수렴은 저항값에 비하여 거의 진동이 없다. 이는 고조파의 DC offset에 강한 적분값들이 저항값 계산시 보다 리액턴스값 계산시에 더 많이 사용되었기 때문이다.

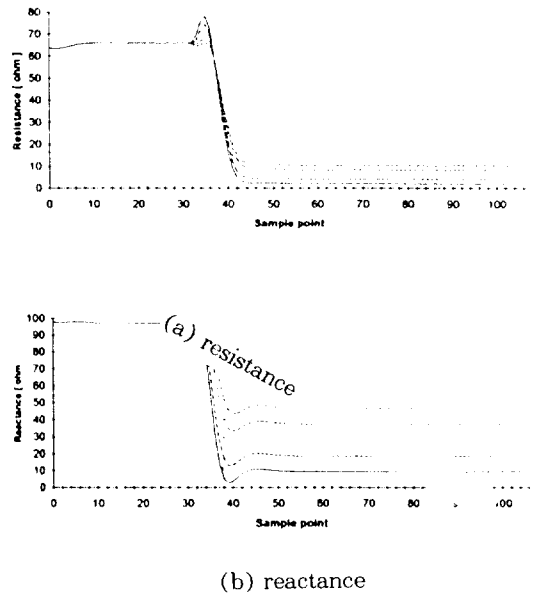


그림 9 전압위상각 0도 부근의 고장 발생시 각각의 고장거리에 대한 임피던스  
Fig. 9 Impedance for each case when faults occur at angle 0

그림 9는 전압위상각 0도 부근에서 고장이 발생한 경우인데 전압과 전류파형에 고조파가 거의 포함되지 않고 단지 전류파형에만 DC offset이 존재한다. 이때는 계산된 리액턴스값이 90도 부근 고장 시에 비하여 매우 정확함을 알 수 있다.

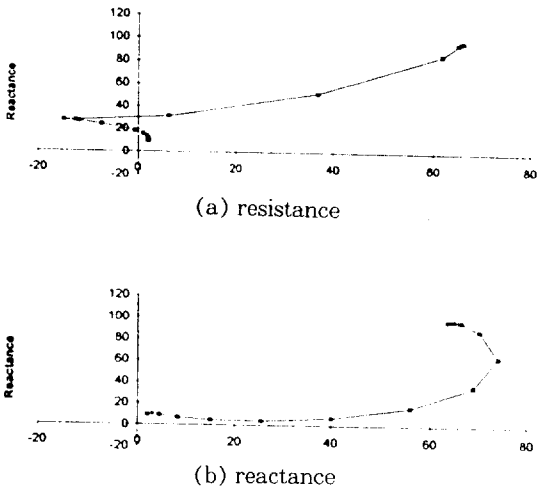


그림 10 고장시의 임피던스궤적  
**Fig. 10** Impedance locus after faults

그림 10은 전압위상각이 90도 부근과 0도 부근일때 20km 지점에서 고장이 발생했을 경우 계산된 저항값과 리액턴스 값의 궤적을 보여주고 있다. 90도 부근 고장시에는 고장 발생후 14 샘플만에 정확한 값으로 수렴함을 볼 수 있고 0도 부근 고장시에는 11샘플만에 수렴한다는 것을 알 수 있다.

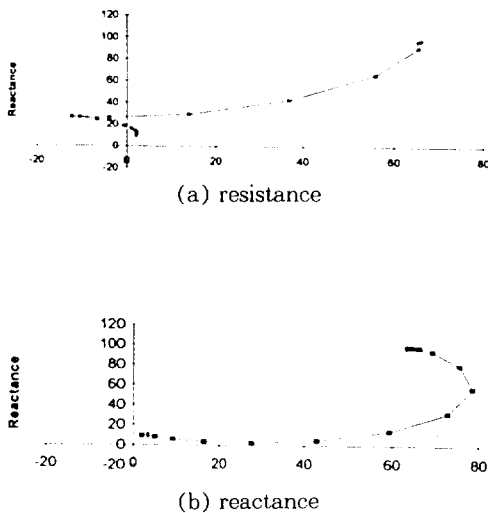


그림 11 고장시의 임피던스궤적(적분계산시 3개의 데이터만 사용)  
**Fig. 11** Impedance locus after faults(Using 3 sampled data)

그림 11은 3개의 데이터를 사용하는 적분 계수에 의해 계산된 저항값과 리액턴스값의 궤적이며 이때 이용한 적분 계수는 60Hz와 120Hz에 대해서 구해진 값이다.

전압 위상각 90도 부근 고장 시에는 정확한 값으로 수렴하는데 12샘플이 소요되어 5개의 데이터를 사용하는 경우보다 2샘플 더 빠르며 정확도는 비슷함을 알 수 있다. 전압 위상각 0도 부근 고장시에는 10샘플이 지난후 수렴하고 있다.

살펴본 바와 같이 적분 근사 시 3개 또는 5개의 데이터를 사용하는 두가지 방법 모두 10ms미만의 매우 짧은 시간 내에 고장을 판단하며 고조파뿐만 아니라 DC offset에도 매우 강인함을 확인 할 수 있었다. 또한 적분 근사 시 3개의 데이터만을 사용해도 5개의 데이터를 사용하는 방법과 비교하여 정확도에서 비슷한 면을 보였다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 미분방정식에 기초하여 적분근사를 이용한 거리계전 알고리즘을 제안하였다. 여러가지의 적분 근사계수에 대하여 특성연구와 구현하기 쉬운 주기당 24번 샘플링 하는 경우에 대한 사례연구를 통해 제시된 거리계전 알고리즘이 작은 수의 데이터에도 불구하고 왜곡된 전압, 전류 파형에서도 정확한 임피던스를 구할 수 있음을 보였다. 그러므로 제시된 거리계전 알고리즘은 정확도와 고속의 동작을 요구하는 보호계전기의 알고리즘으로 적합하다고 할 수 있다.

#### 부록 1. 적분 근사 계수의 결정

식 (9)과 같이 표현되는 전류에 대해  $M$ 개의 측정값을 가지고 있는 경우 측정시간  $t_0$  에서  $M$  개를 측정된 후까지 적분을 하면

$$\begin{aligned} & \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} i(t)dt \\ &= \int_{t_0}^{t_0+(M-1)T} [I_0k + A_k t + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) \\ & \quad + \dots \\ & \quad + I_{N-1} \sin(\omega_{N-1} t + \theta_{N-1})] dt \\ &= (2I_0k + 2A_k t_0 + A_k(M-1)T) \times \frac{1}{2}(M-1)T \\ & \quad + 2I_1 \sin(\omega_1 t_0 + \theta_1) + \frac{\omega_1(M-1)T}{2} \\ & \quad \times \frac{1}{\omega_1} \sin \frac{\omega_1(M-1)T}{2} + \dots \end{aligned}$$



$$+2I_{N-1}\sin(\omega_{N-1}t_0+\theta_{N-1}+(\frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2})) \times \frac{1}{\omega_{N-1}}\sin(\frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2}) \quad (a)$$

그리고 식 (9)의 전류식을 적분근사식에 대입하면

$$\sum_{n=0}^{N-1} C_n(i[n]+i[M-1-n]) = C_0(i[0]+i[M-1]) + C_1(i[1]+i[M-2]) + \dots + C_{N-1}(i[N-1]+i[N+[M-N]]) \quad (b)$$

여기에서

$$i[0]=i(t=t_0), i[1]=i(t=t_0+T), \dots, i[M-1]=i(t=t_0+(M-1)T)이다.$$

그러므로 위의 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\sum_{n=0}^{N-1} C_n(i[n]+i[M-1-n]) = C_0(i(t_0)+i(t_0+(M-1)T)) + \dots + C_{N-1}(i(t_0+(N-1)T)+i(t_0+(M-N)T)) = (2I_0k+2A_kT_0+A_k(M-1)T) \times (C_0+\dots+C_{N-1}) + 2I_1\sin(\omega_1t_0+\theta_1+\frac{\omega_1(M-1)T}{2}) \times (C_0\cos\frac{\omega_1(M-1)T}{2} + \dots + C_{N-1}\cos\frac{\omega_1(M+1-2N)T}{2}) + \dots + 2i_{N-1}\sin(\omega_{N-1}t_0+\theta_1+\frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2}) \times (C_0\cos\frac{\omega_1(M-1)T}{2} + \dots + C_{N-1}\cos\frac{\omega_1(M+1-2N)T}{2}) \quad (b)$$

식 (a)와 식 (b)에서  $t_0$ 는 샘플링 윈도우가 옮겨 가면 값이 바뀌지만

$C_0, \dots, C_n, \omega_1, \dots, \omega_n$ 과 샘플링 간격  $T$ 는 항상 일정한 상수이므로 임의의  $t_0$ 에 대해서 식 (a)와 식 (b)는 항등식이 되어야 한다. 상수가 되는 항들이 같아야한다는 조건에서 식 (a)와 식 (b)를 비교하면 다음과 같은 행렬식이 얻

어진다.

$$\begin{bmatrix} \frac{(M-1)T}{2} \\ \frac{1}{\omega_1}\sin\frac{\omega_1(M-1)T}{2} \\ \frac{1}{\omega_2}\sin\frac{\omega_2(M-1)T}{2} \\ \vdots \\ \frac{1}{\omega_{N-1}}\sin\frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \cos\frac{\omega_1(M-1)T}{2} & \cos\frac{\omega_1(M-3)T}{2} & \dots & \cos\frac{\omega_1(M+1-2N)T}{2} \\ \cos\frac{\omega_2(M-1)T}{2} & \cos\frac{\omega_2(M-3)T}{2} & \dots & \cos\frac{\omega_2(M+1-2N)T}{2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos\frac{\omega_{N-1}(M-1)T}{2} & \cos\frac{\omega_{N-1}(M-3)T}{2} & \dots & \cos\frac{\omega_{N-1}(M+1-2N)T}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_{N-1} \end{bmatrix}$$

### 참 고 문 헌

- [ 1 ] B.Jeysura and W.J.Smolinski, "Identification of a Bst algorithm for Digital Distance Protection of Transmission Lines", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102 NO.10, Oct 1983, pp. 3358-3369
- [ 2 ] Ranjibar, A.M. and Cory, B.J., "An Improved Method for the Digital Protection of High Voltage Transmission Lines", IEEE Trans. on PAS-94, pp 544-550, 1975
- [ 3 ] H.Kudo, H.Sasaki, K.Seo, M.Takhash, K.Yoshida, T.Maeda, "Implementation of a Digital Distance Relay Using an interpolated integral solution of a Differential Equation", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 3 No.4 Oct.1988, pp.1475-1484
- [ 4 ] Y.Ohura, T.Matsuda, M.Suzuki, M.Yamaura, Y.Kurosawa and T.Yokoyama, "Digital Distance Relay with improved", Vol.4.No.4 Oct. 1988, pp.2025-2031
- [ 5 ] B.J.Mann and I.F.Morrison, "Relaying a Three Phase Transmission Line with Digital Computer", "IEEE Tran.PAS Vol.90, No.2 pp 742-750, March 1971

- [ 6 ] Richard L.Burden and J.Douglas Fairs“Numerical Analysis”PWS-KENT,1989,pp.145-214
- [ 7 ] IEEE Committee Report,“EHV Protection Problems”,“IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems,PAS-100,No.5,May,1981
- [ 8 ] S.M.Merry,E.R.Taylor,“Overvoltages and Harmonics on EHV Systems”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems,PAS-91, No.6,Nov.Dec.1972
- [ 9 ] H.Kudo et al. “Development of New Distance Relays to Cope with Natural Frequency Transients in UHV.EHV Transmission Systems,”IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems, PAS-104, No.12,Dec.1985
- [10] M.Okamura et al.“Development of New Relays with Significantly improved Performance against Badly Distorted Transient Waveforms”,IEEE Trans.on Power Apparatus and Systems,PAS-“99,No.4,July/Aug. 1980
- [11] 강상희, 박종근 “Offset이 제거된 반주기 데이터를 사용하는 고속 Hear변환에 기초한 디지털 거리계전 알고리즘”, 전기학회 논문지, 제41권 제9호,pp. 973-983, 1992년 9월
- [12] 강상희, 김일동, 박종근,“Block Pulse Function을 이용한 디지털 거리계전 알고리즘”, 전기학회 논문지, 제42권 제1호,pp.1-11, 1993년 1월

## 저자 소개



### 조경래(趙慶來)

1967년 10월 4일생. 1990년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사)  
현재 동 대학원 전기공학과 박사과정

과정



### 정병태(鄭炳太)

1970년 3월 4일생. 1993년 서울대 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정

### 홍준희(洪俊憲)

전기학회 논문지 제43권 1호 참조

### 박종근(朴鍾根)

전기학회 논문지 제43권 1호 참조