

# 현대제어이론을 이용한 유도전동기 제어

이 동 춘\*, 지 준 근\*\*  
(\*서울대학교 공학연구소,  
\*\*기초전력공학공동연구소)

## 1. 서 론

1960년대 말, 벡터제어가 출현함으로써 유도전동기도 직류전동기처럼 빠른 동특성을 발생시킬 수 있게 되었다. 유도전동기는 직류전동기에 비해 구조가 견고하고 저가이며 유지보수가 필요없는 장점이 있다. 그러나, 동적방정식이 직류기보다 복잡하기 때문에 그 제어 알고리즘이 어렵고 복잡하다. 따라서 유도전동기의 고성능 운전을 위해서는 고속연산의 마이크로프로세서가 필수적이다. 최근에 32bit 부동 소숫점 연산이 가능한 고성능 디지털 신호처리기(DSP : digital signal processor)가 개발됨으로써, 그 동안 컴퓨터 시뮬레이션 상으로 결과를 지켜보아야 했던 현대제어이론을 유도전동기 구동시스템에 적용하여 종래의 제어기보다 우수한 제어특성을 얻을 수 있게 되었다.

고전제어이론은 선형, 시불변, 단일입력/단출력 시스템에만 적용가능하고, 주파수-평면상에서의 접근 방식에 기초하고 있다. 반면에 현대제어이론은 선형/비선형, 시불변/시변, 다입력/다출력 시스템에 모두 적용가능하고, 상태의 개념에 근거한 시간-평면상의 접근방식이다. 현대제어이론은 최적제어, 강인제어, 제한 및 전향제어, 수동적응제어(이득 스케줄링, 기준모델적응제어, 자기동조), 능동적응제어(슬라이딩 모드), 학습 지능제어(퍼지, 신경회로망, 전문가 시스템) 등으로 분류할 수 있다[1]. 한편, 진보된 제어이론을 응용할 경우 시스템 정수를 동

정하거나 제어변수들을 추정할 필요성이 대두된다. 운전 중 변하기 쉬운 시스템 정수나 측정하기 곤란한 상태변수를 추정하기 위한 방법으로 최소자승법(least squares method), 칼만필터(Kalman filter), maximum likelihood 등이 많이 사용되고 있다.

본고에서는 다변수 상태궤환을 이용한 유도전동기의 전류제어, 확장칼만필터(Extended Kalman filter)를 이용한 유도전동기의 속도추정, 칼만필터와 최적제어를 이용한 2관성계 유도전동기 시스템의 축진동 억제를 위한 속도제어 등 현대제어이론을 산업용 유도전동기 제어에 적용한 예에 대해 기술한다.

## 2. 다변수 상태궤환 전류제어[2-3]

유도전동기의 전류제어는 벡터제어의 관점에서 뿐만 아니라 토크맥동의 저감 및 속도제어루프의 내부 제어루프로서의 기능 등을 고려할 때 유도기의 고성능 운전에 필수적인 요소이다. 종래의 PI 제어기, 히스테리시스 제어기로서는 만족스런 전류제어특성을 얻을 수 없으므로, [2]에 제시된 바와같이 궤환제어와 전향제어를 결합한 새로운 구조의 전류제어기를 구성하여 이에 대해 기술한다.

### 2.1 유도전동기의 상태공간 모델링

전류제어 한 주기 동안 전동기 속도가 일정하다는 가정하에, 동기좌표계의 d-q축 전압방정식으로

부터 다음과 같은 상태방정식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_s \\ \dot{\lambda}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (2.1)$$

상태변수는 고정자전류  $i_s$ 와 회전자자속  $\lambda_r$ 이고, 입력은 고정자전압  $V_s$ 이다. 또, 출력방정식은

$$i_s = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ \lambda_r \end{bmatrix} [I \ 0] \quad (2.2)$$

이고, 식 (2.1)에서 행렬 요소들은 다음과 같이 주어진다.

$$i_s = \begin{bmatrix} i_{ds} \\ \lambda_{qs} \end{bmatrix}, \lambda_r = \begin{bmatrix} \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix}, v_s = \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= [R_s / \sigma L_s + (1 - \sigma) / \sigma L_r] I - \omega_e J, \\ A_{21} &= [L_m R_r / L_r] I \\ A_{12} &= [L_m R_r / \sigma L_s L_r^2] I - [\omega_r L_m / \sigma L_s L_r] J, \\ A_{22} &= [R_r / L_r] I - [\omega_e - \omega_r] J \end{aligned}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

여기서, 시스템 파라미터는 다음과 같이 정의된다.

$L_s, L_r$ : 고정자 및 회전자 자기 인덕턴스

$R_s, R_r$ : 고정자 및 회전자 저항

$L_m$ : 상호 인덕턴스

$\sigma$ : 누설 계수 ( $= 1 - L_m^2 / L_s L_r$ )

$i_{ds}, i_{qs}$ : d-q축 고정자 전류

$v_{ds}, v_{qs}$ : d-q축 고정자 전압

$\omega_e$ : 동기각속도

$\omega_s$ : 회전자 전기각속도

$\lambda_{dr}, \lambda_{qr}$ : d-q축 회전자 자속

## 2.2 다변수 상태궤환 제어기

동기좌표계로 변환된 유도전동기의 상태공간 모델은 식 (2.1)처럼 2-입력, 2-출력을 갖는 시스템으로 표시된다. 회전자 시정수가 전류제어 루프의 한 샘플링 주기  $T_s$ 에 비해 충분히 길기 때문에 회전자 자속을  $T_s$  동안 일정하다고 가정하여, 식 (2.1)의 첫번째 행을 표시하면 식 (2.3)으로 된다.

$$i_s = A_{11} i_s + B_1 v_s + A_{12} \lambda_r \quad (2.3)$$

상태궤환 제어는 기본적으로 비례제어이므로, 전

동기 모델에 오차가 존재한다면 정상상태 오차가 초래된다. 이 오차를 제거하기 위해 식 (2.4)로 표시되는 전류오차의 적분을

$$p = \int_0^t (i_s - i_s^*) dt \quad (2.4)$$

새로운 상태변수로 도입하여, 확장된 상태방정식을 유도하면 다음과 같이 된다.

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (2.5)$$

여기서,

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s - i_{ss} \\ p - p_s \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} i_s \\ p \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$v = v_s - v_{ss} \quad (2.7)$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

이고,  $i_s^*$ 는 기준 전류벡터이며,  $i_{ss}, v_{ss}, p_s$ 의 정상상태 값이다. 식 (2.8)의  $(\hat{A}, \hat{B})$ 가 가제어 조건을 만족하므로, 식 (2.5)에 다음의 상태궤환 제어법칙

$$v = Kz \quad (2.9)$$

을 적용할 수 있다. 개루프 시스템 식 (2.5)는 4차원이므로 4개의 극점을 갖는다. 이들 극점은 만족스런 응답을 주지 못하므로, 극점 배치기법에 의해 페루프 시스템의 극점을 최적 댐핑선  $\alpha \pm j\omega_n$ 과 음의 실축  $p_1, p_2$ 으로 이동시킨다. 이 때, 상태궤환 행렬  $K$ 는

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 2\alpha - a_{11} & -a_{12} & -(\alpha^2 + \omega_n^2) & 0 \\ -a_{21} & p_1 + p_2 - a_{22} & 0 & -p_1 p_2 \end{bmatrix} \\ &= [K_1 \ K_2] \end{aligned} \quad (2.10)$$

로 유도되고, 여기서  $a_j$  ( $i=1\sim 4, j=1\sim 4$ )는 식 (2.1)의 시스템 행렬의 요소이며  $b=1/\sigma L_s$ 이다.

한편, 과도상태의 응답특성을 개선하기 위해 기준입력과 외란에 대한 제어입력을 전향 인가한다. 상태궤환 제어입력과 전향 제어입력을 중첩하여 표시하면

$$\begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} = K_1 \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} + K_2 \left[ \int_0^t (i_{ds} - i_{ds}^*) dt \right] + K_{f1} \begin{bmatrix} \lambda_{dr} \\ \lambda_{qr} \end{bmatrix} + K_{f2} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

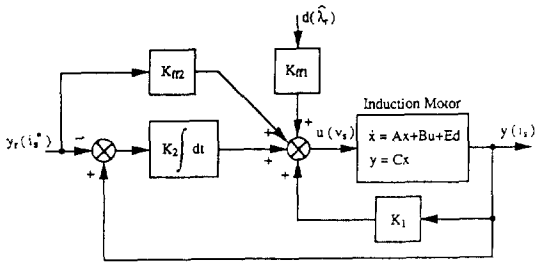


그림 1. 다변수 상태궤환 전류제어 블럭도

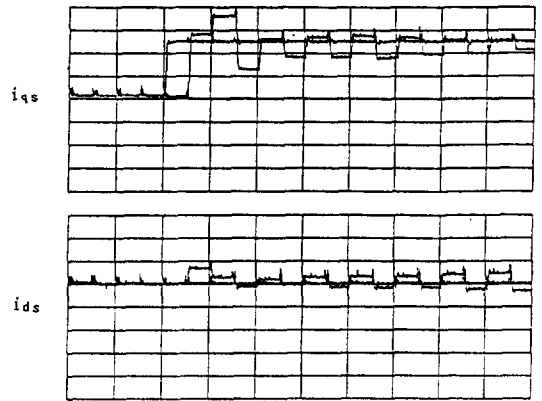
이 되고, 전향제어 행렬  $K_{ff}$ 를 시스템 정수와 궤환 행렬로 표시하면

$$K_{ff} = \begin{bmatrix} \frac{a_{13}}{b} & \frac{a_{14}}{b} - K_{11} & -\frac{a_{11}}{b} - K_{12} & -\frac{a_{12}}{b} \\ \frac{a_{23}}{b} & \frac{a_{24}}{b} - K_{21} & -\frac{a_{21}}{b} - K_{22} & -\frac{a_{22}}{b} \end{bmatrix} \\ = [K_{ff1} \ K_{ff2}] \quad (2.12)$$

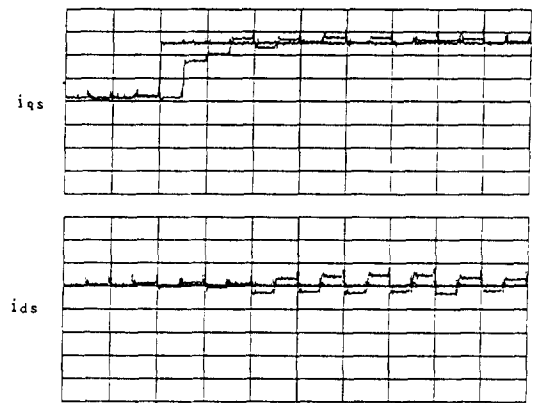
이 된다. 단,  $i_{qs}^*$ ,  $i_{ds}^*$ 는 각각  $i_{qs}$ ,  $i_{ds}$ 의 기준치이다. 식 (2.11)에서 첫 두항은 IP(integral and proportional)제어에 해당되고, 세번째 항은 d-q축 비감속제어를 위한 회전자 자속에 대한 역기전력의 보상, 마지막 항은 기준입력에 대한 전향제어 성분이다. 그림 1.에 전향제어를 부가한 상태궤환 전류제어의 블럭도를 보인다. 그림 2.에 PI제어기와 상태궤환 제어기의 과도응답을 비교한다. PI제어기는 오버슈트가 크고 안정화시간이 길지만 상태궤환 제어기는 응답이 매우 빠르고 안정함을 보인다.

### 3. 확장칼만필터를 이용한 유도전동기의 속도추정[4]

유도전동기 모델에서 고정자 전류와 회전자 자속을 상태변수로 설정하고, 여기에 회전자 속도를 추가의 상태변수로 하여 확장칼만필터 이론을 적용함으로써 속도 추정이 가능하다. 추정된 속도는 유도전동기의 속도 제어 및 간접 벡터 제어를 수행하는데 사용되었다. 또한 전동기의 회전자 자속을 상태변수로 선정함으로써 속도 추정과 아울러 회전자 자속의 연산이 가능하며, 이것은 직접 벡터 제어에 이용될 수 있다.



(a)



(b) T/div 10ms  
12.8[A]/div

그림 2. 제어기의 과도응답 비교  
(a) PI제어기 (b) 상태궤환 제어기

#### 3.1 시스템 모델링

확장 칼만필터를 이용하여 속도 추정을 하기 위해서는 우선 유도전동기의 상태 방정식을 세우고, 여기에 추정하고자 하는 속도를 추가의 상태 변수로 하는 전체의 상태 방정식을 구하여, 확장칼만필터의 이론을 적용하여 반복적인 계산을 하면 된다.

유도전동기의 모델은 일반적으로 잘 알려진 d-q모델링에 의한 모델을 사용했다. 정지 좌표계에서 유도전동기 d-q 모델링에 의한 전압과 전류의 관계식과 자속과 전류와의 관계식 으로부터 다음과 같이 유도전동기의 상태방정식을 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{ds}^s \\ \dot{i}_{qs}^s \\ \dot{i}_{dr}^s \\ \dot{i}_{qr}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{1}{\tau_r} & W_r \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \\ 0 & -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) & W_r \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{1}{\tau_r} \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -W_r \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & W_r & \frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ds}^s \\ i_{qs}^s \\ i_{dr}^s \\ i_{qr}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ds}^s \\ v_{qs}^s \end{bmatrix}$$

### 3.2 속도 추정을 위한 확장칼만필터의 수식적 표현

앞에서의 유도전동기 모델에 추정하려고 하는  $\omega_r$  을 새로운 상태 변수로 잡으면 전체적인 상태 변수는 다음과 같아진다.

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ds}^s(t) \\ i_{qs}^s(t) \\ i_{dr}^s(t) \\ i_{qr}^s(t) \\ \omega_r(t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

앞에서의 상태 방정식이 시변 선형 모델인데 반해, 새로 추가된  $\omega_r$  에 의해 생기는 상태 방정식은 시변 비선형 모델이 된다. 또한 시스템의 잡음까지 포함하여, 전체적인 동적 모델을 세우면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = f[X(t), u(t), t] + G(t) W(t) \quad (3.3)$$

여기서

$$\begin{aligned} f[X(t), u(t), t] &= [f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t), f_5(t)]^T \\ &= \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) x_1 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_3 + \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 x_5 \\ + \frac{1}{\sigma L_s} v_{ds}^s - \left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) x_2 - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_3 x_5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 + \frac{1}{\sigma L_s} v_{qs}^s - \frac{L_m}{\tau_r} x_1 - \frac{1}{\tau_r} x_3 - x_4 x_5 \\ &\frac{L_m}{\tau_r} x_2 + x_3 x_5 - \frac{1}{\tau_r} x_4 \end{aligned}$$

$$G(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma} \end{bmatrix} W(t) = \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{bmatrix}$$

$w_1(t)$ 와  $w_2(t)$ 는 입력 전압의 잡음으로써 각각 d축과 q축 성분에 대한 wideband harmonics를 포함한다. 이때의 측정식은 상태변수의 선형 모델로 표현되며 다음과 같다.

$$Z(k) = h[X(k), k] + V(k) \quad (3.4)$$

여기서,

$$h[X(k), k] = \begin{bmatrix} i_{ds}^s(k) \\ i_{qs}^s(k) \end{bmatrix}$$

따라서 식 (3.4)를 다시 쓰면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} i_{ds}^s(k) \\ i_{qs}^s(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds}^s(t) \\ i_{qs}^s(t) \\ i_{dr}^s(t) \\ \omega_r(t) \end{bmatrix} + V(K) \quad (3.5)$$

여기서  $V(k)$ 는 Gaussian 백색 잡음으로써 전동기 입력 전류의 wideband harmonics와 측정 잡음을 포함한다.

여기서  $F$ 와  $H$ 를 각각 구해보면, 다음식과 같다.

$$F_x[k+1] = \frac{\partial f[X(t), u(t), t]}{\partial X} \Big|_{x=X(k+1,k)} \quad (3.6)$$

$$= \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) & 0 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{1}{\tau_r} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_5 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 \\ 0 & -\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1-\sigma}{\sigma \tau_r}\right) & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_5 & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \frac{1}{\tau_r} & -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} x_4 \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -x_5 & -x_4 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & x_5 & -\frac{1}{\tau_r} x_4 & x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

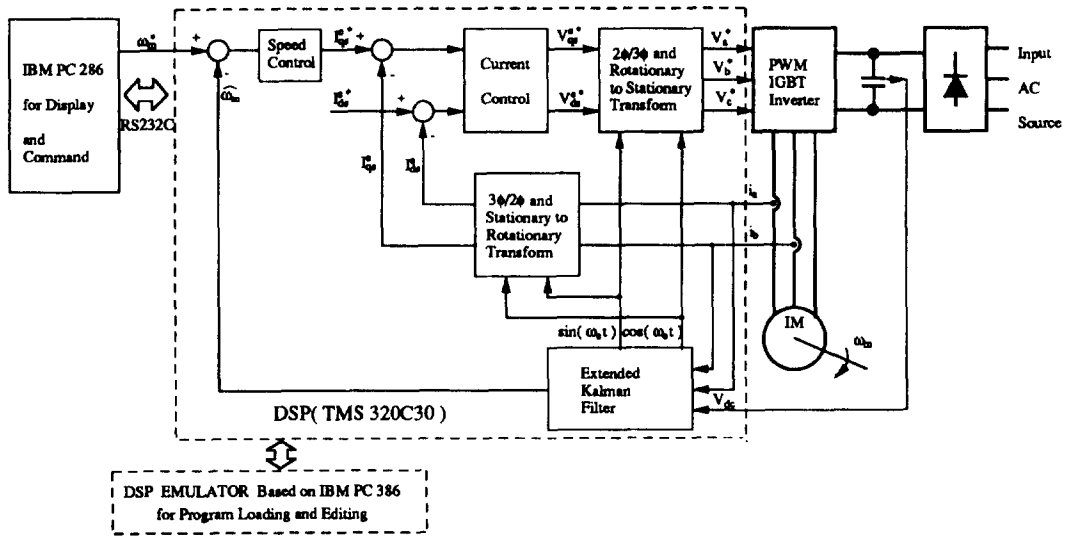


그림 3. 전체 시스템의 블럭도

$$H_s[X(t), u(t), t] = \frac{ah[X(t)], u(t), t}{\hat{x}(t)}, \dots$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

윗식들을 이용하여 확장칼만필터의 prediction equation과 correction equation에 의해 상태변수를 추정한다.

$$\hat{X}(k+1, k) = \hat{X}(k, k)$$

$$+ \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[\hat{X}(t, t_k), u(t), t] dt \quad (3.8)$$

$$P(k+1, k) = \Phi(k+1, k) P(k, k) \Phi^T(k+1, k) + Q_d(k) \quad (3.9)$$

단,  $\Phi(k+1, k) = \exp\{F_s(k)T_s\}$ ,  
 $T_s = \text{sampling time}$

$$Q_d(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi(k+1, \tau) G(\tau) G^T(\tau) \Phi^T(k+1, \tau) d\tau$$

$$K(k+1) = P(k+1, k) H_s^T(k+1) [H_s(k+1) P(k+1, k) H_s^T(k+1) + R(k+1)]^{-1} \quad (3.10)$$

$$P(k+1, k+1) = [I - K(k+1) H_s(k+1)] P(k+1, k) \quad (3.11)$$

$$\hat{X}(k+1, k+1) = \hat{X}(k+1, k) + K(k+1) \{Z(k+1) - h[X(k+1, k), u(k+1), k+1]\} \quad (3.12)$$

위의 식 (3.8)~(3.12)의 과정을 반복하여 상태

변수를 추정해 나가게 된다. 이때 필터의 구조는 상태변수들의 공분산 P의 P<sub>0</sub>와 잡음의 공분산인 Q<sub>d</sub>(k), R(k)를 제외하고는 저절로 결정되어진다. 따라서 P<sub>0</sub>와 Q와 R의 선정만이 남게 되는데, 이때 이들 잡음의 공분산은 물리적인 시스템에서의 실제 잡음과 외란 뿐만이 아니라 모델이 실제 시스템을 얼마나 잘 모델링 했는가 하는 것도 나타낸다. 즉, 모델이 단순하고, 부정확할수록 잡음의 공분산은 점점 더 크게 주어져야 한다. 그러나 실제 시스템에서 정확한 공분산을 알 수 없다. 따라서 우선은 측정잡음인 R값을 어느 정도 측정오차 범위로 설정하고, Q값은 시뮬레이션과 실험에서 변화시켜 가면서 속도 추정특성이 좋은 것을 선정하게 된다. 또한 P<sub>0</sub>의 경우는 초기상태에만 영향을 미치므로 연속적인 속도 추정에서는 시스템의 특성에 큰 영향을 미치지 않는다. 5HP 유도전동기를 구동하기 위한 시스템의 전체적인 구성을 그림 3에 표시하였다. 그림 4와 5는 속도 추정 결과를 보여주는 것으로서 유도 전동기가 정속도로 회전하고 있을 때의 속도 추정의 오차를 나타내었다. 이 경우 부하 상태, 회전 속도 및 전동기 상수의 변동에 따른 속도 추정 오차의 변동을 각각 실험하였다. 대부분의 속도 추정 방법이 저속에서는 속도 추정이 제대로 이루어지지 않고, 정지 속도에서는 속도 추정이 불가능한 데 비하여, 이 경우에는 20[rpm] 이하의 극저속 및 정지 상태에서도 어느 정도 속도 추정이 가능함을 보였다.

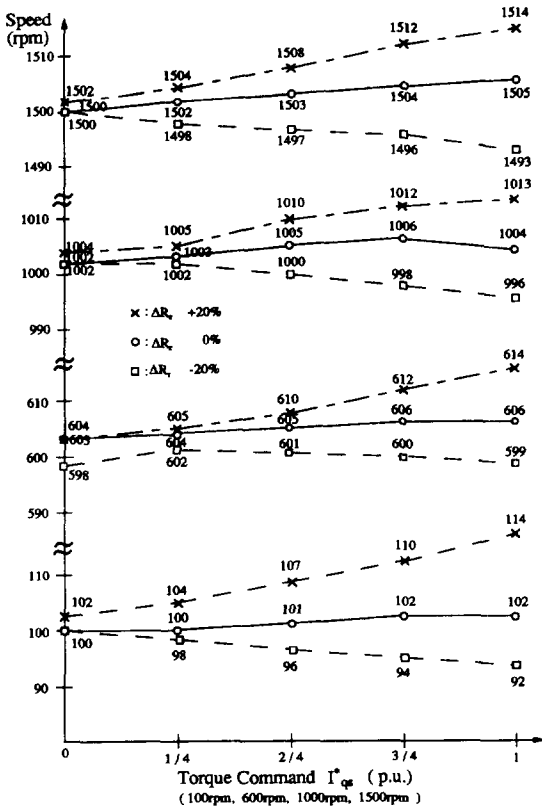


그림 4. 정속도 운전에서의 부하 변동과 회전자 저항 변동에 따른 속도 추정 특성(고속 운전)

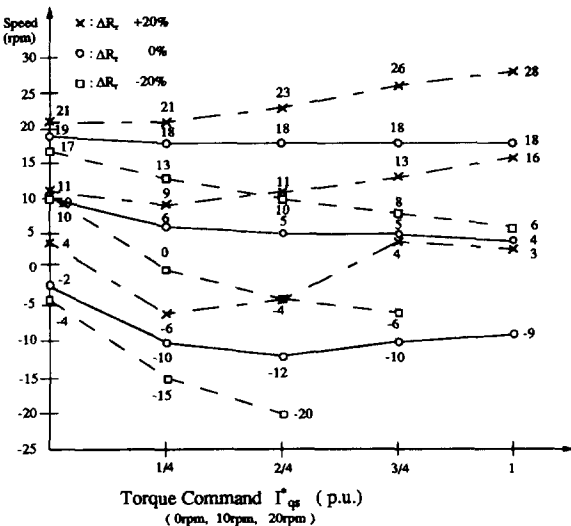


그림 5. 정속도 운전에서의 부하 변동과 회전자 저항 변동에 따른 속도 추정 특성(저속 운전)

#### 4. 칼만필터와 최적제어를 이용한 2관성계 유도전동기 시스템의 축진동 억제를 위한 속도제어[5]

두 관성 모멘트가 유한 강성의 축으로 접속된 2관성계는 압연기, 로봇의 유연성 관절(flexible coupling), flexible arm, 우주 구조물 등의 제1근사 모델로서 중요한 데, 실제의 시스템에서 속도 명령이 변화할 때나, 압연기용 롤(roll)에 철편이 끼이거나 빠지게 되는 상황과 같이 부하토크가 변화할 때 축 비틀림 진동이 발생하게 된다. 따라서 2관성계의 진동억제 및 외란억제 제어는 근년의 큰 과제이다. 다음에 칼만필터 및 적분기를 가진 최적 상태 궤환 제어를 이용하여 명령추종, 축진동억제 및 계수변화에 대한 강인성을 얻을 수 있고, 외란에 해당하는 부하토크의 보상제어에 의하여 외란억제 성능도 개선할 수 있는 속도제어기에 대하여 소개한다.

##### 4.1 시스템 구성 및 모델링

실제 전동기 구동 시스템의 기계적인 토크 전달 기구는 회전부의 형상 및 가감속 기어의 유무등에 따라 매우 복잡한 구조를 가지고 있는 고차 시스템이다. 그러나 대부분의 전동기 구동 시스템에서는 질량이 진동기축과 부하축, 두 곳에 집중되어 있고 그 사이에 축이 있어 토크를 전달하는 것으로 근사화시킬 수 있다. 이와 같은 2관성계 모델(2 mass system model)을 그림으로 표시하면 그림 6(a)와 같고, 마찰등에 의한 감쇠 Bsh를 무시하면, 2관성계 전동기 구동 시스템의 기계계 블럭선도는 그림 6(b)와 같은 표시된다.

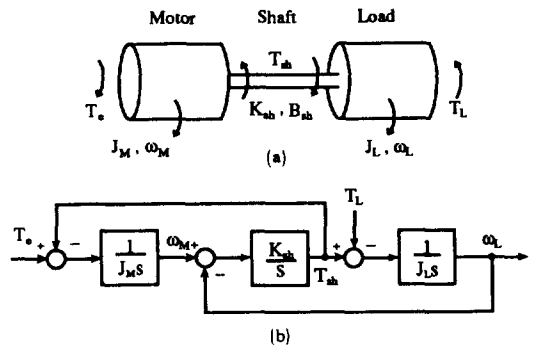


그림 6. 2관성계의 모델링

## 4.2 상태공간 해석

상태 공간에서의 해석을 위해, 그림 6-1(b)의 블록 선도에서 적분기 출력에 해당하는 양들을 상태 벡터  $X = [\omega_M \ \omega_L \ T_{sh}]^T$ 로 하고, 전동기속도를 출력  $Y = \omega_M$ 으로 하면 시스템의 상태 방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BT_e + ET_L \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (4.1)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{J_M} \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_L} \\ -K_{sh} & -K_{sh} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_L} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$C = [1 \ 0 \ 0]$ 이다.

단,  $\omega_M$ : 전동기속도,  $\omega_L$ : 부하속도

$T_e$ : 전동기토크,  $T_{sh}$ : 축토크

$J_M$ : 전동기축 관성 모멘트

$J_L$ : 부하축 관성 모멘트

$K_{sh}$ : 축의 스프링상수(강성)

$T_L$ : 부하토크

시스템의 고유 공진 주파수는  $|sI - A| = 0$ 에서 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_0 = \sqrt{K_{sh} \left( \frac{1}{J_M} + \frac{1}{J_L} \right)}$$

## 4.3 상태추정을 위한 칼만필터의 구성

상태궤환 제어를 구성하기 위해서는 모든 상태 변수가 알려져 있어야 한다. 그러나 압연기 구동과 같은 실제 응용에서는 부하속도  $\omega_L$ 와 축토크를 측정하기가 힘들다. 또한 시스템에서 알지 못하는 입력 중의 하나인 부하토크는 상태변수를 추정하기 위해 미리 결정되어 있어야 한다. 만약 부하토크가 상태 변수이고 그 미분값이 0이면 시스템 행렬  $A$ 는 아래의  $A_a$ 처럼 수정된다. 즉 칼만필터 이론에서의 가정은 플랜트가 외란에 의한 영향을 많이 받고 센서의 출력은 측정 잡음에 의해 좌우된다는 것이다. 이 때 Gaussian white noises가 이 모든 외부

오차의 근원으로서 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_a(t) &= A_a X_a(t) + B_a U(t) + W(t) \\ Y(t) &= C_a X_a(t) + V(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

여기서  $W(t)$ 는 시스템 잡음이고  $V(t)$ 는 측정 잡음이다. 이  $W(t)$ 와  $V(t)$ 는 zero-mean white Gaussian noise 입력이고 이들의 공분산 행렬은 각각  $Q_0, R_0$ 이다. 또한 시스템 행렬들과 입출력은 다음과 같다.

$$A_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-1}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_L} & \frac{-1}{J_L} \\ K_{sh} & -K_{sh} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_a = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_a = [1 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$X_a = [\omega_M \ \omega_L \ T_{sh} \ T_L]^T, \quad Y = \omega_M, \quad U = T_e.$$

여기서 위의 시스템 행렬들과  $Q_0, R_0$ 값들을 사용하여 선형 칼만필터의 과정을 반복하면 상태변수들을 추정해 나가게 된다.

## 4.4 적분제어 및 부하토크 보상 제어를 포함한 최적 상태궤환 제어

단일 변수 설계에서,  $Y_{ref}$ 와  $T_L$ 이 일정한 정상상태 값을 가진다면, 적분제어는 정상상태 오차가 없는(i.e.,  $Y \rightarrow Y_{ref}$  as  $t \rightarrow \infty$ ) 안정한 설계(i.e.,  $X \rightarrow 0$  as  $t \rightarrow \infty$ )로 구현될 수 있다.

이 설계 문제를 해결하기 위해서, 우선 새로운 상태변수를 다음과 같이 지정한다.

$$p = \int_0^t (Y - Y_{ref}) dt \quad (4.3)$$

식 (4.3)을 미분하고 식 (4.1)를 이용하면 다음과 같은 미분 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= AX + BU + ET_L \\ \dot{p} &= Y - Y_{ref} = CX - Y_{ref} \end{aligned} \quad (4.4)$$

이를 행렬 형태로 쓰게 되면 이 식들은 다음과 같은 확장된 상태공간 모델로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_L \\ Y_{ref} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$T_L$ 과  $Y_{ref}$ 가 일정한 값을 갖기 때문에 시스템이 안

정하다면 정상상태에서는  $X=0, p=0$ 이다. 이는 정상상태의 해  $X_s, p_s, U_s$ 가 다음과 같은 식을 만족해야 함을 의미한다.

$$\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_L \\ Y_{ref} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_s \\ p_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} U_s \quad (4.6)$$

식 (4.5)의 마지막 항을 이것으로 대치하면,

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_s \\ p - p_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} (U - U_s) \quad (4.7)$$

이다.

이제 다음과 같이 정상상태의 편차를 나타내는 새로운 변수를 정의하자.

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X - X_s \\ p - p_s \end{bmatrix}, \quad \dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{p} \end{bmatrix}, \quad v = U - U_s \quad (4.8)$$

이것으로, (4.7)식은

$$\dot{z} = Az + Bv$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

이 된다.

이 결과의 중요성은, 정상상태의 편차를 상태변수, 제어변수로 정의함으로써 설계 문제가 표준 LQ 제어문제(standard LQR problem)와 같은 형태로 재구성될 수 있다는 사실이다. 그래서, 가격 함수  $J$ 와 제어 입력  $v$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Qz + Rv^2) dt \quad (4.9)$$

$$v = -Gz \quad (4.10)$$

$G$ 를 적당히 분할한 후, 식 (4.8)을 이용하면

$$G = [G_1 \ G_2], \quad v = -G_1 z_1 - G_2 z_2 \\ U - U_s = -G_1(X - X_s) - G_2(p - p_s) \quad (4.11)$$

과 같다.

정상상태 항은 서로 평형되어 있다.  $p$ 를 적분 형태의 식 (4.3)으로 대치하면 제어 입력  $U$ 는 다음과 같다.

$$U = -G_1 X - G_2 p = -G_1 X - G_2 \int_0^t (Y - Y_{ref}) dt \quad (4.12)$$

여기서,  $G_1 = [f_1 \ f_2 \ f_3], G_2 = K_i, Y_{ref} = \omega^*$

$$U = -[f_1 \ f_2 \ f_3] [\omega_M \ \omega_L \ T_{sh}]^T - K_i \int (\omega_M - \omega^*) dt \quad (4.13)$$

만일 2관성계 시스템의 제어 목적을 만족시키기 위해 가중치 행렬  $Q$ 와  $R$ 이 다음과 같은 식으로 주어진다

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha + \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta \end{bmatrix}, \quad R = \gamma \quad (4.14)$$

가격 함수는  $J$ 는 다음과 같이 된다.

$$J = \int_0^{\infty} \{ \alpha(\omega_M - \omega_L)^2 + \beta(\omega_L - \omega^*)^2 + \delta(p - p_s)^2 + \gamma(U - U_s)^2 \} dt \quad (4.15)$$

여기서,  $\alpha$ : 축전동 억제에 대한 가중치,  $\delta$ : 정상상태 오차에 대한 가중치,  $\beta$ : 명령 추종에 대한 가중치,  $\gamma$ : 제어 입력에 대한 가중치

가중치  $\alpha, \beta, \delta$ , 그리고  $\gamma$ 는 설계 특성에 맞게 오프라인(off-line)으로 MATLAB 시뮬레이션을 이용하여 시행착오적으로 결정할 수 있다.

부하토크는 압연기 구동 시스템에서의 톨에 철펠이 들어가는 순간과 같이 계단함수로 변하게 된다. 이것은 순간적인 속도 감소를 일으키고 축 비틀림 진동을 일으킨다. 그러므로 빠르고 정밀한 부하토크 추정을 통해, 부하 응답 특성을 향상시키기 위해 적당한 부하토크의 보상이 적용되어진다. 보상 이득  $K_d$ 는 전동기토크 상수의 역수로 정해진다. 만일 전류제어기의 응답 주파수가 속도제어기의 응답주파수보다 매우 크다고 가정하면 칼만필터를 사용한 전상태제환(full state feedback) 속도제어기의 블록선도는 그림 7.과 같이 구성되어질 수 있다. 그림 8.은 PI 속도제어기를 사용한 경우, 응답주파수  $\omega_{sc}$

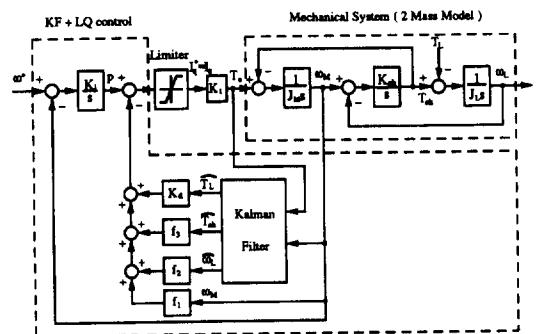


그림 7. 칼만필터 및 최적 상태제환 속도제어기



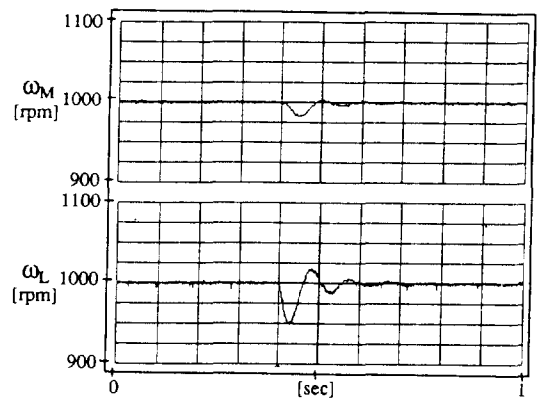
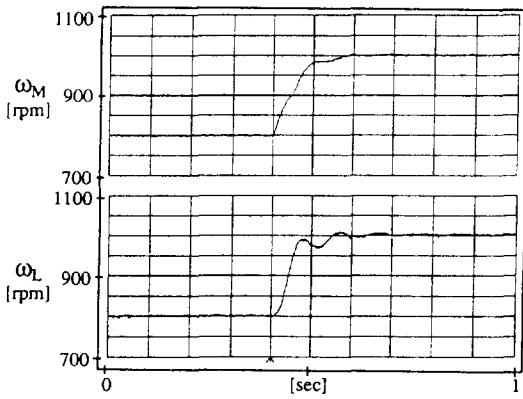


그림 8. PI 속도제어기 ( $\omega_{se}=100[\text{rad/s}]$ ) (a) 속도 명령 응답 (b) 스텝 부하 응답

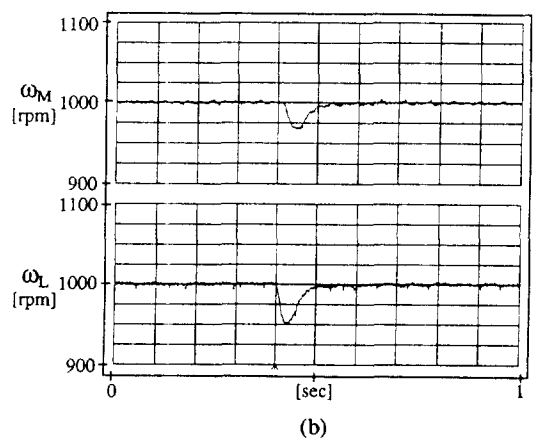
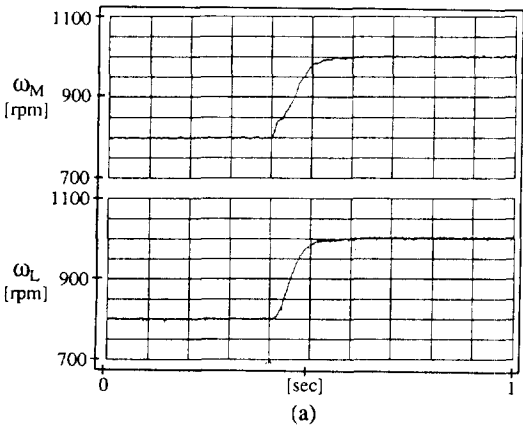


그림 9. 칼만필터 및 최적 상태궤환 속도제어기 (a) 속도 명령 응답 (b) 스텝 부하 응답

가  $100[\text{rad/s}]$ 일 때의 실험 결과로서, 속도명령 증가시나 스텝부하 인가시 전동기속도와 부하속도의 차이가 생겨 진동이 발생한다. 그림 9.는 칼만필터 및 최적 상태궤환 속도제어기를 사용한 경우의 실험 결과로서, 속도명령 증가시나 스텝부하 인가시 진동이 없는 빠른 응답특성을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

현대제어이론을 적용한 산업용 유도전동기의 제어기법에 관해 기술하였다. 다변수 상태궤환 제어

를 적용하여 단순한 PI제어기로는 얻기 힘든 d-q 축 비간섭 제어를 얻을 수 있었고, 속도추정에 칼만필터를 이용하여 종래 보다 저속에서 더 정확한 추정 값을 얻을 수 있었다. 후자는 센서리스 벡터제어를 위한 큰 진전이라고 생각된다. 또한 2관성계 전동기 구동 시스템에 칼만필터와 최적제어를 이용함으로써 축진동이 없는 빠른 속도제어 특성을 얻을 수 있었다.

이들 제어이론의 적용은 DSP 같은 고속 마이크로프로세서의 도움으로 실현 가능하게 된 것이며, DSP의 연산속도가 빨라질수록 더욱 고급 제어이론을 응용한 제어가 가능하게 될 것이다. 향후, 최근

에 개발된 LQG/LTR 이론 또는  $H_\infty$  제어이론을 전동기제어에 적용하는 연구 또한 기대된다.

참 고 문 헌

[1] Y. Dote, "Application of Modern Control Techniques to Motor Control," IEEE Proc. , vol. 76, no. 4, pp. 438~454, 1988.

[2] D. C. Lee, S. K. Sul and M. H. Park, "High Performance Current Regulator for a Field-Oriented Controlled Induction Motor Drive," IEEE IAS Conf. Rec. , Houston, Texas, pp. 538~544, 1992.

[3] 이동춘, 설승기, 박민호, "GTO 인버터 구동 유도전동기의 상태궤환 전류제어," 전기학회 논문지, 제 42권, 6호, pp. 28~40, 1993.

[4] Y. R. Kim, S. K. Sul and M. H. Park, "Speed Sensorless Vector Control of an Induction Motor Using an Extended Kalman Filter," IEEE IAS Conf. Rec. , Houston, Texas, pp. 594~599, 1992.

[5] J. K. Ji, D. C. Lee, and S. K. Sul, "LQG Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in 2-Mass System," IEEE IECON'93, pp. 1157~1162, 1993.



**이동춘(李東春)**

1963년 2월 20일생. 1985년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1993년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 1987~88년 대우중공업 중앙연구소 주임 연구원. 현재 서울대학교 공학연구소 특별연구원.



**지준근(池俊根)**

1964년 8월 13일생. 1986년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1988년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1994년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학). 현재 기초전력공학공동연구소 위촉연구원