

## 섭동법을 이용한 구조 재설계 기법

김 중 현 <한국선급 기술연구소>, 임 채 환 <한국기계연구원 구조시스템 연구부>

### 1. 재설계(Redesign)

재설계란 기존설계를 원래의 요구조건 또는 새로운 요구조건에 맞추어 설계를 변경하는 것을 가리킨다. 어떤 구조물의 설계가 끝나고 그 구조물의 특성을 파악하기 위하여 구조해석을 하였을 경우에, 구조물의 응답(Structural Response), 예를 들어 정적 변위, 고유진동수등이 설계사양과 일치하지 않았을 때 설계를 변경하는 일이나 새로운 설계조건이 추가 되어 설계를 변경하는 일 등이 재설계의 범주에 들어간다. 재설계와 비슷한 용어로서 재해석(Reanalysis)이 있는데 이것은 재설계와 반대되는 개념이다. 재해석은 구조물의 치수가 달라졌을 때 구조물의 응답을 구하는 것이고, 재설계는 구조물의 응답이 달라졌을 때 구조물의 치수를 구하는 것이다.

종래의 재설계 방법으로는 시행착오 방법이 있다. (Fig. 1 참조). 이 방법은 설계자의 경험이나 직관 등에 의하여 설계를 변경한 후 다시 구조해석을 하여 재설계조건을 만족여부를 확인 하는 방법이다. 이때 재설계조건을 만족하지 않을 경우 설계를 다시 바꾸고 구조해석으로 재설계조건을 확인하여야 한다. 따라서 이 방법은 비효율적이고 설계조건에 쉽게 맞추기도 어렵다. 이러한 단점을 보완한 새로운 재설계 방법으로 민감도 해석(Sensitivity Analysis)과 섭동법(Perturbation)에 의한 방법이 있다. 민감도 해석은 설계조건을 설계변수의 민감도로 나타내는 방법이고 섭동법은 설계조건을 설계변수들의 함수로 나타내는 방법이다.

대형구조물의 구조해석과 구조설계 문제는 대부분 유한요소법에 의존한다. 따라서 이러한 대형구조물의 재설계 도구가 되기 위해서 재설계 프로그램은 유

한요소해석 프로그램의 후처리 프로그램(Postprocessor)으로 개발 되어야 한다. 이러한 전제조건 때문에 설계가 끝나고 유한요소해석을 행한후 재설계를 하기 위해서 유한요소해석 모델을 사용하는 것이 바람직하다. 재설계는 재설계가 끝난 후 유한요소 모델이 어떻게 변하는가에 따라 치수 재설계(Sizing), 형상 재설계 (Shaping) 및 Topology Change로 나뉜다.

- (1) 치수 재설계: 재설계의 종류중 제일 간단하면서 가장 많이 쓰이는 방법으로서 부재의 치수를 바꾸는 방법이다. 예로서, 평판의 두께를 바꾸거나 보강재의 단면 치수를 바꾸는 것 등이다. 따라서 유한요소 모델의 절점 위치와 갯수, 요소의 종류와 갯수 등은 재설계 후 바뀌지 않고 요소의 단면치수만 바뀐다.
- (2) 형상 재설계: 구조물의 경계(Boundary)를 바꾸는 방법이다. 예를 들어 응력집중계수를 줄이기 위하여 구조물의 형상을 바꾸거나, 보강재가 없는 구조물에 보강재를 덧붙이는 것 등이다. 이때, 유한요소 모델에 새로운 절점은 생기지 않지만, 절점의 위치가 변하거나 기존의 절점에 새로운 요소가 추가되거나 기존의 요소가 없어진다.
- (3) Topology Change: 치수 및 형상 재설계를 포함하는 포괄적인 재설계로서, 재설계 후 유한요소 모델의 절점과 요소들이 생겨나거나 없어진다.

지금까지의 섭동법에 의한 재설계는 치수 재설계에 이용되어 왔고 형상 재설계 및 Topology change

는 문제의 어려움으로 인하여 연구가 전혀 되어 있지 않은 상태이다. 다음에 소개하는 섭동법에 의한 재설계는 치수 재설계를 중심으로 살펴보기로 한다. 이하에서는 섭동법에 의한 재설계를 간단히 섭동법이라고 칭하기로 한다.

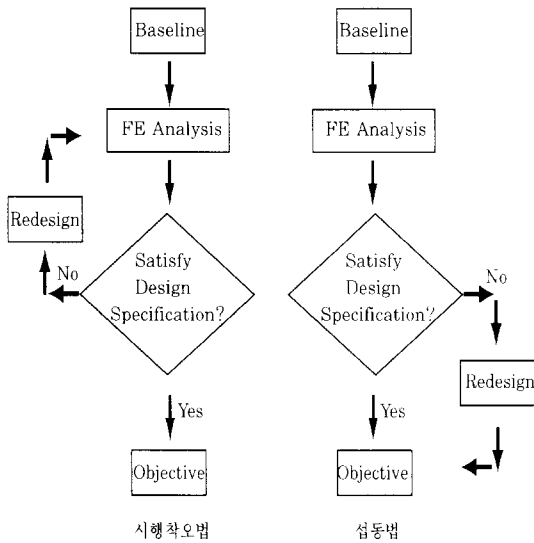


Fig. 1 Comparison of redesign methods between trial and error, and perturbation

## 2. 섭동법에 의한 재설계

섭동법에 의한 재설계의 기본개념은 기존설계의 구조응답을 바꾸고자 할 때 기존 설계의 구조응답과 원하고자 하는 설계의 구조응답의 차이를 설계변수의 함수로 나타내어 그 설계변수들의 값을 구하는 것이다[1][2][3]. 바꾸고자 하는 구조응답은 고유진동수(Natural Frequency), 고유진동형(Natural Mode), 처짐(Deflection), 응력(Stress), 좌굴 하중(Buckling Load) 등의 유한요소 해석으로 구할 수 있는 양들이다. 원하고자 하는 설계에서의 구조응답은 설계사양에 나타난 구조물의 응답이거나 초기 설계에 고려되지 않았던 새로이 추가된 설계조건이 된다. 설계변수는 바꾸고자 하는 구조물의 단면 치수가 된다. 따라서 섭동법은 두 설계의 구조응답의 차이 즉 고유진동수 차이, 처짐의 차이등을 구조부재의 단면 치수의 함수로 나타낸다.

설계변수에 대해서 살펴보면, 설계변수는 보에서는 보의 높이와 폭, 보강판에서는 판의 두께와 보강

재의 단면 치수등의 구조부재의 단면 치수가 된다. 보강재가 여러개 있는 보강판에서 보강재의 단면치수를 설계변수로 하는 경우를 생각하여 보자. 이때 각각의 보강재의 치수를 설계변수로 취할 수도 있고 또 같은 보강재라도 어떤 길이마다 보강재의 치수를 달리하여 설계변수로 잡을 수 있는 등의 설계변수 선정에 설계자의 판단이 필요하다. 이러한 설계변수 결정에 영향을 주는 인자는 설계변수의 유효성, 구조물의 연속성, Manufacturing 등이다.

섭동법은 미국 미시간 대학에서 소규모 그룹에 의하여 지난 10여년 동안 개발되어 왔다[4]. 초기에는 미소변화를 요구하는 재설계에 적용하였으나, 변화량이 큰 재설계에도 적용할 수 있도록 개발되었다[3][4]. 그동안 개발된 구조응답의 종류는 고유진동수, 고유진동형, 및 정적 처짐이 있고[2], 좌굴 하중과 응력은 개발 단계에 있다. 이 방법을 적용한 구조물은 선박[5], 해양구조물[3], Marine Riser[6], 평판[7] 및 보강판[8][9] 등이 있다.

섭동법의 기본 원리는 어떤 두 양의 차이를 설계변수의 함수로 정식화하는 것이기 때문에, 이 원리는 재설계 분야 뿐만 아니라 어떤 두 양의 차이를 나타내고자 하는 여러 분야에 응용되어 왔다. 다음은 재설계 분야 이외의 응용 분야를 나타냈다.

- (1) 여유강도(Redundancy): 기존 구조물의 여유강도를 바꾸고자 할때, 기존의 여유강도와 원하는 여유강도를 설계변수로 나타낸다[10].
- (2) 신뢰성해석(Reliability Analysis): 기존 구조물의 신뢰성을 높이거나 낮추거나 할 때 이 신뢰성의 차이를 설계변수로 나타낸다[11].
- (3) 모델 상관성(Model Correlation): 실험에 의한 구조해석과 유한요소법에 의한 구조해석을 일치 시키고자 할 때 두 구조해석의 차이를 설계 변수로 나타낸다. 이것은 유한요소 모델의 단순화와 이상화에 의해서 생기는 실제 구조물과의 강성도 및 질량분포등의 차이를 규명하는데 쓰인다[12].

섭동법의 큰 장점은 반복적인 유한요소해석이 필요 없어 해를 얻는데 시간이 아주 짧게 걸린다는 것이다(Fig.1 참조). 시행착오법은 매 시행마다 구조해석을 하여야 하며 민감도 해석은 매 반복(Iteration) 계산 마다 구조해석을 하여야 하기 때문에 계산 시간이 많이 걸린다. 또 하나의 장점은 두 설계의 구조응답의 차이나 설계변수의 변화량이 100%이상 되

되더라도, 문제의 성질에 따라 다르지만, 해를 구할 수 있다는 것이다. 이러한 범위는 민감도 해석을 쉽고 빠르게 적용 할 수 없는 범위이다.

섬동법의 단점은 요소마다의 강성 및 질량행렬을 유한요소해석 프로그램으로부터 얻어야 하기 때문에 이 행렬들을 출력하는 option이 없으면 이 방법을 사용할 수 없다. 또 섬동법에서는 정적 변위를 고유진동형의 일차함수로 나타내기 때문에 동적 응답을 바꾸지 않는 재설계라도 동적해석을 하여야 한다.

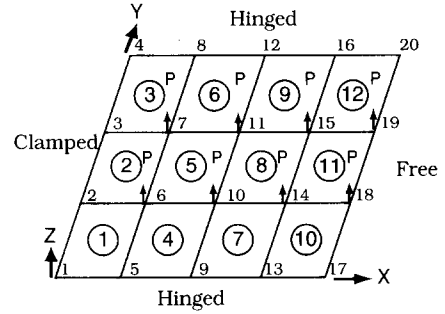
### 3. 최적화(Optimization)

설계변수로 나타내어진 식들은 식들의 갯수와 설계변수(미지수)의 갯수에 따라 해를 구하는 방식이 달라진다. 식들의 갯수가 설계변수의 갯수보다 많을 때는 최소오차해(Minim Error Solution)[13]의 방법으로 구한다. 반대로 식들의 갯수가 설계변수의 갯수보다 적을 경우, 그 식들을 구속조건(Constraint)으로 하고 목적함수(Objective Function)를 주어 최적화의 해법에 의한 해를 구한다. 목적함수는 최소중량, 최소 설계변수 변화(설계변수의 변화량을 최소화) 등을 사용할 수 있다. 그러나, 재설계를 하는 시점이 설계가 거의 완성된 단계이기 때문에 최소중량등의 최적화는 어느 정도 되어있는 상태로 보고 부재의 치수를 기존의 설계로부터 가장 작게 변화 시키는 최소 설계변수 변화를 목적함수로 쓰는 것이 더 적당하다.

### 4. 계산예: 12-Element Plate

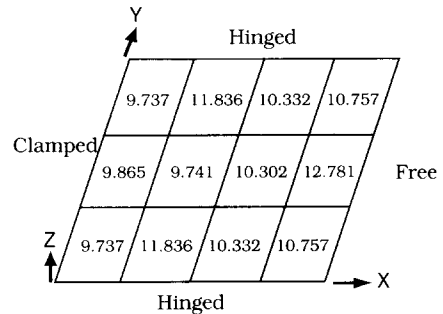
다음은 섬동법에 의한 계산예를 보인 것이다. Fig. 2는 평판으로 이루어진 초기구조물의 유한요소 모델과 구조응답을 보여주고 있다. 재설계 목표는 고유진동수  $f_1 = 79.13 \text{ Hz}$ 에서  $f_1 > 90.00 \text{ Hz}$ 로 바꾸는 동시에 최대 처짐을  $\delta_{18} = \delta_{19} = 2.009 \text{ mm}$ 에서  $\delta_{18} = \delta_{19} < 1.300 \text{ mm}$ 로 바꾸는 것이다. 설계변수는 평판의 두께이고 구조물의 대칭성을 이용하여 배치하였다. Fig.3은 재설계된 평판의 두께를 나타내었다. 재설계의 결과로 주어진 두께로 해석을 다시한 결과 고유진동수는  $f_1 = 88.08 \text{ Hz}$ 이고 최대처짐은  $\delta_{18} = \delta_{19} = 1.325 \text{ mm}$ 로서 재설계 목표를 달성하였다는 것을 보여주고 있다.

### 5. 전망



○ denotes element number Thickness = 10 mm  
 Breadth = 1,200 mm Width = 600 mm  
 $\rho = 7.833 \times 10^{-9} \text{ N-Sec}^2/\text{mm}^4$   $E = 2.07 \times 10^5 \text{ MPa}$   
 $\nu = 0.3$   $P = 1,000 \text{ N}$   
 초기구조응답:  $f_1 = 79.13 \text{ Hz}$   
 $\delta_{18} = \delta_{19} = 2.009 \text{ mm}$   
 재설계목표:  $f_1 > 90.00 \text{ Hz}$   
 $\delta_{18} = \delta_{19} = 1.300 \text{ mm}$

Fig. 2 Initial design



\*Numbers denote thickness(mm)  
 \* Thickness of baseline structure = 10 mm  
 재설계결과:  $f_1 = 88.08 \text{ Hz}$   
 $\delta_{18} = \delta_{19} = 1.325 \text{ mm}$

Fig. 3 Final design

섬동법에 의한 재설계는 다른 방법보다 빠르게 해를 구할 수 있다는 장점과 구조응답의 차이와 설계변수의 변화량이 크더라도 해를 구할 수 있는 장점이 있어, 비록 여러 가지 단점들이 있지만 설계 자동화 분야에 널리 쓰여 질 수 있다. 앞으로의 섬동법에 의한 연구 과제중의 하나는 섬동법과 민감도 해석과의 관계를 고찰하는 것이다. 섬동법에서는 구조응답의 차이가 크면 구조응답을 조금씩 변화시켜면서 재설계를 하기 때문에 민감도 해석과는 수학적으로 대등

하지는 않지만 어느 정도 유사성이 있다고 보여진다. 또, 지금까지는 치수 재설계에 국한되어왔던 재설계 범위를 형상 재설계와 Topology Change에도 적용하는 연구도 병행되어야 한다. 이러한 연구가 되면, (1) 치수재설계는 설계의 마지막 단계에서 구조부재의 단면 치수를 바꾸는데 쓰일 수 있고, (2) 형상 재설계 및 Topology Change는 초기설계 단계에 쓰여 구조부재의 형상, 구조 부재의 위치등을 바꾸어 전체적인 구조물의 모양을 바꾸는데 쓰일 수 있어, 보다 폭넓고 신속한 설계 자동화의 유용한 기구가 될 것이다.

### 참고 문헌

- [1] Bernitsas, M.M., Beyko, E., Kang, B., Rim, C.W. and Tawekal R.L., "RESTRUCT Version 4.0: A Program for Redesign of Structures," Report to the University of Michigan/Sea Grant/Industry Consortium in Off-shore Engineering, No. 318, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, Ann Arbor(in press)
- [2] Kim, J.H. "Integrated Static/Dynamic Redesign of Marine Structures," Ph.D. Dissertation, The Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, 1988.
- [3] Kim, J.H and Bernitsas, M.M., "Redesign of Marine Structures," Journal of Marine Structures, Vol. 1, No. 2, 139-183,1988.
- [4] Bernitsas, M.M., and Kang, B., "Admissible Large Perturbation in Structural Redesign," AIAA Journal, Vol.29, No. 1, pp.104-113, 1991
- [5] Sandstrom, R.E. and Anderson, W. J., "Modal Perturbation Method for Marine Structure," SNAME Transactions, Vol.90, PP.41-54, 1982.
- [6] Bernitsas, M.M., Hoff, C.J. and Kokarakis, J.R., "Nonlinear Inverse Perturbation in Structural Redesign of Risers," Journal of Energy Resources in Technology, Vol.107, No. 2, pp.256-263, 1985.
- [7] Bernitsas, M.M. and Rim, C.W., "Redesign of Plates by Large Admissible Perturbations", submitted to AIAA Journal
- [8] Rim, C.W. "Redesign of Hull Stiffened Plates by Geometrically Non-linear Large Admissible Perturbations" Ph.D. Dissertation, The Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, 1993.
- [9] Rim, C.W. and Bernitsas, M.M., "Redesign of Stiffened Plates by Large Admissible Perturbations", submitted to Journal of Ship Research
- [10] Kang, B., Beyko, E., and Bernitsas, M.M., "Invariant and Consistent Redundancy by Large Admissible Perturbations", Journal of Marine Structure, Vol. 5, pp.23-70, 1992.
- [11] Bernitsas, M.M., Beyko, E., Rim, C. W. and Alzahabi, B., "Finite Element Redesign by Large Admissible Perturbation," Applied Ocean Research, Vol. 14, No. 2, pp. 219-230, 1992.
- [12] Bernitsas, M.M and Tawekal, R.L., "Structural Model Correlation Using Large Admissible Perturbation Method," ALAA Journal, Vol. 29, No. 12, pp. 2222-2232,1991.
- [13] Strang, G., "Introduction to Applied Mathematics," Wellesley-Cambridge, USA, 1991.