

3次理論에 의한 變斷面 鋼말뚝의 挫屈荷重 및 後挫屈 舉動

Buckling Loads and Postbuckling Behavior of Tapered Piles by Third Order Theory

李 炳 求* · 鄭 鎮 燮* · 李 汶 樹** · 朴 勝 海*
Lee, Byoung Koo · Jeong, Jin Seob · Lee, Moon Soo · Park, Seung Hae

Summary

Numerical methods are developed to obtain the buckling loads and to analyze the postbuckling behavior of the tapered steel piles. The nondimensional differential equations governing the elastica of the buckled piles are derived by the third order theory and solved numerically. The Runge-Kutta method is used to solve the differential equations, and the bisection method is used to obtain the buckling loads and the reaction moments of the clamped ends.

Both the linear and stepped taper of the steel piles are considered as the variable cross-section in the differential equations. As the numerical results, the equilibrium paths, the buckling loads vs. section ratio curves and the typical elastica and the bending moment diagrams of the buckled piles are presented in figures. Experimental studies that complement the theoretical results are presented.

It is expected that the numerical methods developed in this study for calculating the buckling loads and analyzing the postbuckling behavior of the steel piles are used in the structural and foundation engineering.

I. 緒 論

말뚝은 構造 및 基礎工學 분야에서 여러가지

용도로 광범위하게 이용되는 구조단위 중의 하나이다. 해저에 강말뚝을 타설하고 石油試錐 플랫폼 흙을 설치하거나, 연약지반에 강말뚝을

* 圓光大學校 工科大學

** 全南大學校 農科大學

키워드: 3次理論, 變斷面, 鋼말뚝, 挫屈荷重, 後挫屈舉動, 正確彈性曲線, 平衡經路, Runge-Kutta method, 半分法

타설하고 農業用 싸이로를 건설하는 경우, 農業用 水路橋의 橋脚 또는 大規模 農場의 스프링쿨러 支持臺 등은 강말뚝 使用의 전형적인 예이다. 이와 같은 경우에 강말뚝의 좌굴하중 산정과 후좌굴거동의 정확한 해석은 필수적이다.

구조부재를 變斷面으로 하면 재료가 절약되는 경제적 이점이 있고 또한 美的感覺이나 시공성 등으로 인하여 변단면을 많이 이용할 展望이다. 따라서 강말뚝에서도 등단면을 지양하고 변단면을 채택하는 구조물이 많이 등장하게 되었다.

말뚝의 해석은 2次理論(second order theory)과 3次理論(third order theory)에 의한 해석으로 대별된다. 2차이론은 彈性曲線의 미분길이 ds 와 이를 x 방향에 투영한 미분길이 dx 가 近似的으로 같다고 가정하여 해석하는 방법으로 지배미분방정식을 dx 의 항으로 유도한다. 2차이론에 의해서 말뚝을 해석할 때에 좌굴하중은 固有值問題로 구할 수 있으나 정확탄성곡선(elastica)은 오로지 좌굴형태만 결정되기 때문에 후좌굴거동의 해석은 불가능하다. 3차이론은 앞에서 말한 ds 와 dx 를 동시에 고려하여 지배미분방정식을 유도하는 방법으로 후좌굴 말뚝의 正確彈性曲線을 산출할 수 있기 때문에 좌굴하중뿐만 아니라 후좌굴 거동도 해석할 수 있다.

2차이론에 의한 해석은 처짐이 매우 작을 때 有效하며 큰 처짐이 발생하는 때에는 3차이론에 의한 해석이 必須的이다. 이러한 관점에서 2차이론을 微小처짐理論(small deflection theory), 3차이론을 큰처짐이론(large deflection theory)이라 한다. 최근 강말뚝으로 上部構造를 지지하는 경우에 비교적 큰 수평처짐을 허용하는 매우 柔軟한 강말뚝의 施工이 고려되고 있다. 이러한 경우에 강말뚝은 3차이론에 의한 해석이 불가피하다.

말뚝에 대한 연구는 그동안 많은 文獻들에 발표되고 있으며 본 연구와 관련된 문헌을 고찰하면 다음과 같다.

劉 등¹⁾은 1984년에 一端固定 他端自由인 변단면 長柱의 臨界挫屈荷重에 관한 논문을 발표하였으며, Bessel函數에 의한 해와 有限要素에 의한 해로 임계하중을 산출하였다. 黃 등²⁾은 1991년에 平面板의 彈塑性挫屈特性을 해석하였으며 고유치해석에 의한 subspace 反復技法으로 좌굴하중을 산출하였다. 李 등³⁾은 1992년에 動的概念을 도입하여 변단면 기둥의 좌굴하중을 해석하고 이를 回歸分析하여 좌굴하중방정식을 제안하였다. 이 논문은 2次理論에 의한 방법의 일종이므로 후좌굴거동은 해석할 수 없었다.

Wang⁴⁾은 1987년에 자중이 매우 큰 말뚝에 대하여 좌굴하중과 후좌굴거동을 해석하였다. 이 논문에서는 等斷面에 국한하였으며, 말뚝의 단위길이당 重量을 좌굴하중 산정에 고려하였다. Groper 등⁵⁾은 1987년에 不連續 變斷面 말뚝에 대한 非彈性 좌굴에 대한 논문을 발표하였다. 이 논문은 2차이론에 의한 해석이며 實驗을 통하여 해석방법의 妥當性을 입증하였다. Kerr⁶⁾은 1988년에 말뚝으로 支持된 水槽의 安定性에 관한 논문을 발표하였으며, 지지단에 回轉을 허용한 말뚝의 좌굴하중을 산정하였다. Lee 등⁷⁾은 1993년에 橫方向 하중을 받는 캔틸레버보의 정확탄성곡선을 3차이론으로 해석하였다. 이 논문에서는 線形分布荷重과 보의 자유단에 集中荷重 및 모멘트하중이 작용하는 경우의 수치예를 들었고 실험을 통하여 수치해의 타당성을 보였다.

이 논문은 3차이론에 의한 일단고정 타단자유인 변단면 강말뚝의 좌굴하중 산정과 후좌굴거동을 해석하는 데 研究目的이 있다.

본 연구에서 基本假定은 다음과 같다.

- ① 말뚝은 線形彈性 理想기둥이다.
- ② 말뚝의 軸은 非壓縮性이다.
- ③ 挫屈荷重은 平衡經路(equilibrium path)에서 最初의 分岐荷重(bifurcation load)으로 定義한다.

II. 말뚝의 變斷面

본 연구에서 말뚝의 변단면은 일반적으로 널리 이용되고 있는 線形變斷面(linear taper)과 不連續變斷面(steped taper)으로 채택하였다.

먼저 Fig. 1(a)에 말뚝길이 ℓ 이고, 말뚝의 固定端과 自由端의 단면2차모멘트가 각각 I_c , I_f 이며 말뚝의 중간부분은 直線的으로 변화하는 선형변단면을 나타내었다.

말뚝의 固定端으로 부터 도심축을 따라서 측정된 말뚝의 임의점 s 에서 단면2차모멘트 I 는 다음 식과 같이 표시된다⁸⁾.

$$I = I_c [1 + (e^{1/n} - 1)s/\ell]^n \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서,

$$e = I_f/I_c, \quad 0 \leq e \leq 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

위의 (2)식에서 e 는 고정단에 대한 자유단의 단면2차모멘트비이며 斷面比(section ratio)로 정의된다. e 값이 1보다 크면 자유단의 단면이 고정단의 단면보다 큰 경우가 되며 말뚝문제에서는 불합리하므로 e 값을 0~1사이의 값으로 제한하였다. 또한 n 은 말뚝의 斷面形狀에 따라서 결정되는 斷面形狀係數이며 본 연구에서는 다음과 같은 5가지 경우의 단면형상계수값⁹⁾들을 수치해석에서 이용하였다.

- $n=1$: 변화폭구형단면
- $n=2$: 탑단면(tower section),
개복부단면(open web section)
- $n=2.1 \sim 2.6$: I형단면, 상형단면 $\dots\dots\dots (3)$
- $n=3$: 변화높이 구형단면
- $n=4$: 정방형단면, 원형단면

I형단면 및 상형단면에서 n 값은 2.1~2.6사이의 값을 가지나 본 연구의 수치해석예에서는 $n=2.5$ 에 대하여 해석하였다.

다음 Fig. 1(b)에 말뚝의 불연속변단면을 나타내었으며, 말뚝길이는 ℓ , 고정단의 단면2차모멘트는 I_c 이다. 고정단으로 부터 첫번째 不

連續區間길이 및 단면2차모멘트는 각각 ℓ_1 , I_1 ($=I_c$)이며, j 번째 불연속구간길이 및 단면2차모멘트는 각각 ℓ_j , I_j 이다. j 번째 불연속구간길이비 α_j 및 단면비 β_j 를 각각 말뚝길이 ℓ 과 첫번째 불연속단면의 단면2차모멘트 I_c ($=I_1$)로 正規化하면 다음 식과 같다.

$$\alpha_j = \ell_j/\ell \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\beta_j = I_j/I_c \quad \dots\dots\dots (5)$$

위의 (5)식에서 첫번째 불연속단면의 β_1 값은 $I_1 = I_c$ 이므로 1이다.

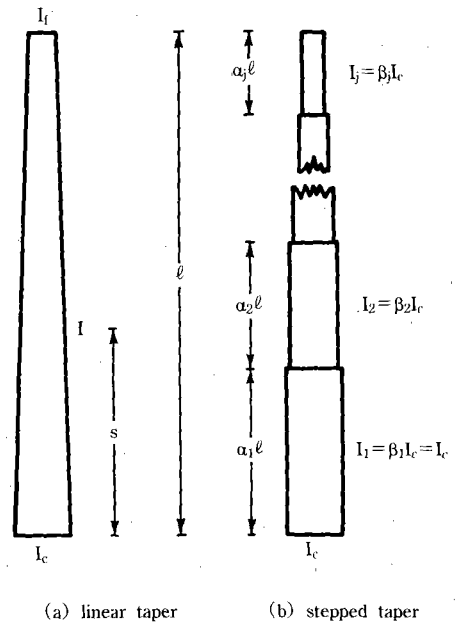


Fig. 1. Variable cross sections of steel piles

III. 微分方程式의 誘導

Fig. 2는 一端固定 他端自由이고 길이가 ℓ 인

강말뚝의 後挫屈舉動을 해석할 수 있는 정확탄성곡선이다. 말뚝에 좌굴하중 P_b 보다 작은 하중 P 가 작용하면 점선 CF와 같이 直線狀態를 유지하나, $P > P_b$ 인 하중을 받으면 좌굴하여 실선 CF'와 같이 正確彈性曲線을 이룬다. 말뚝의 축은 非壓縮性이므로 좌굴된 말뚝의 길이 CF'는 말뚝의 길이 ℓ 을 유지한다. 固定端에는 수직 반력 P 이외에 좌굴에 의한 반력모멘트 M_c 가 작용하게 된다.

정확탄성곡선상의 임의점에서 諸變數는 Fig. 2에서와 같이 (s, x, y, ψ, I, M) 이다. 여기서 s 는 고정단 C로 부터 軸方向을 따라서 측정한 곡선길이, (x, y) 는 정확탄성곡선을 정의해주는 직교좌표계, ψ 는 斷面回轉角, I 는 단면2차모멘트, M 은 휨모멘트이다. 또한 말뚝의 자유단 F'에서 수평치침 및 회전각은 각각 H 및 ψ_f 로 표시되어 있다.

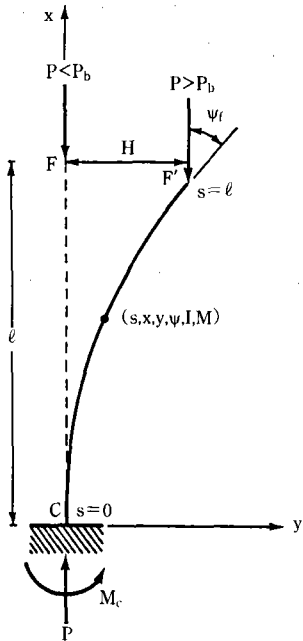


Fig. 2. Postbuckling behavior of piles

3次理論에 의한 正確彈性曲線의 諸變數 (x, y, ψ, I, M) 사이의 s 에 대한 관계식은 다음과 같다¹⁰⁾.

$$d\psi/ds = -M/EI \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$dx/ds = \cos\psi \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$dy/ds = \sin\psi \quad \dots\dots\dots (8)$$

(6)식에서 E 는 말뚝재료의 彈性係數이다.

Fig. 2에서 말뚝축상의 임의점에서 휨모멘트 M 은 다음과 같이 표시된다.

$$M = -M_c + Py \quad \dots\dots\dots (9)$$

微分方程式을 무차원으로 유도하기 위하여 (s, x, y) 를 말뚝길이 ℓ 로 正規化하여 다음과 같이 무차원길이로 이용한다.

$$\lambda = s/\ell \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\xi = x/\ell \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\eta = y/\ell \quad \dots\dots\dots (12)$$

또한 荷重項인 P, M_c 와 휨모멘트 M 을 다음과 같이 무차원화한다.

$$p = P\ell^2/\pi^2EI_c \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$m_c = M_c\ell/\pi^2EI_c \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$m = (-M_c + Py)\ell/\pi^2EI_c \\ = -m_c + p\eta \quad \dots\dots\dots (15)$$

이제 (6)식에 휨모멘트 M 대신에 (9)식을, 단면2차모멘트 I 대신에 線形變斷面인 경우에는 (1)식을, 불연속변단면인 경우에는 (5)식의 $I (=I_j = \beta_j I_c)$ 를 대입하고 (10)~(12)식의 무차원 길이 및 (13)~(15)식의 無次元荷重을 이용하여 정리하면 (16.1)식 및 (16.2)식의 무차원 미분방정식을 얻을 수 있다. 또한 (7), (8)식은 (10)~(12)식을 이용하면 각각 (17), (18)식의 무차원 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$d\psi/d\lambda = \pi^2(m_c - p\eta)[1 + (e^{1/n} - 1)\lambda]^{-n}$$

: 선형변단면 (16.1)

$$d\psi/d\lambda = \pi^2(m_c - p\eta)\beta_j^{-1}, \lambda \text{는 } j\text{구간에서}$$

: 불연속변단면..... (16.2)

$$d\xi/d\lambda = \cos\psi \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$d\eta/d\lambda = \sin\psi \quad \dots\dots\dots (18)$$

이상에서 말뚝이 선형변단면인 경우에는 (16.1), (17) 및 (18)식이, 불연속변단면인 경우에는 (16.2), (17) 및 (18)식이 말뚝의 正確彈性曲線을 支配하는 무차원 미분방정식이다.

말뚝의 固定端(s=0)에서 $x=y=\psi=0$ 이므로 (10)~(12)식의 무차원길이를 이용하면 다음의 無次元 境界條件式이 유도된다.

$$\xi=0, \lambda=0 \text{에서} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\eta=0, \lambda=0 \text{에서} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\psi=0, \lambda=0 \text{에서} \quad \dots\dots\dots (21)$$

말뚝의 自由端(s=l)에서 $M=0$ 이므로 (15)식을 이용하면 다음의 無次元 境界條件式을 誘導할 수 있다.

$$-m_c + p\eta = 0, \lambda=1 \text{에서} \quad \dots\dots\dots (22)$$

IV. 數值解析 方法

이상에서 유도한 경계조건식을 이용하면 말뚝의 挫屈荷重과 後挫屈 舉動을 해석할 수 있는 정확탄성곡선을 얻을 수 있다.

먼저 주어진 無次元荷重 p, 斷面比 e 및 단면형상계수 n(선형변단면인 경우) 또는 주어진 무차원하중 p, 불연속구간길이비 α_j 및 단면비 β_j (불연속변단면인 경우)에 대한 후좌굴 말뚝의 正確彈性曲線을 얻을 수 있는 數值解析 方法은 다음과 같다.

미분방정식 (16.1) 또는 (16.2)~(18)식의 數值解를 구하기 위해서는 初期值인 $\lambda=0$ 에서

ξ, η, ψ 값을 알아야 하며 이 값들은 (19)~(21)식의 境界條件과 같이 모두 0으로 알려져 있다. 그러나 미분방정식에는 未知數 m_c 가 존재하고 이 값을 알아야 數值解를 얻을 수 있다. 반면 $\lambda=1$ 에서는 (22)식과 같이 $-m_c + p\eta=0$ 의 경계조건이 알려져 있다. 그러므로 정확탄성곡선의 수치해석은 (22)식의 경계조건을 이용해서 未知數 m_c 값을 찾는 문제로 형성된다.

이를 위하여 微分方程式의 수치해는 Runge-Kutta method¹¹⁾를 이용하고 未知數 m_c 값은 bracketing method중의 하나인 半分法¹²⁾을 이용하여 찾았다. 즉 未知數 m_c 값을 가정하여 미분방정식에 대입한 후 (19)~(21)식의 경계조건을 初期值로 하여 $\lambda=0$ 에서 $\lambda=1$ 까지 미분방정식 (16.1) 또는 (16.2)~(18)식의 수치해를 Runge-Kutta method에 의해서 구한다. 수치적분의 결과로 $\lambda=1$ 에서 η 값이 계산되므로 (22)식의 境界條件 $-m_c + p\eta=0$ 가 만족되는지 검토한다. 만일 만족하지 않으면 m_c 값을 다시 가정하여 위의 과정을 反復施行한다. 반복시행하는 과정에서 $\lambda=1$ 에서 계산된 경계조건 값 $-m_c + p\eta$ 의 부호가 바뀌면(이 연구는 +에서 -로 바뀌는 경우임) 참 m_c 값은 前段階와 現段階에서 가정한 m_c 값들 사이에 존재한다. 이렇게 경계조건 값 $-m_c + p\eta$ 의 부호가 바뀌는 2개의 m_c 값을 찾으면 참 m_c 값은 半分法을 이용하여 찾았다. 이때 正確한 m_c 값을 찾을 수 없으므로 다음의 收斂基準式을 만족하면 참 m_c 값에 收斂한 것으로 보았다.

$$|-m_c + p\eta| < 1 \times 10^{-15}, \lambda=1 \text{에서} \quad \dots (23)$$

이상과 같이 未知數 m_c 값을 찾으면 미분방정식의 數值解의 결과로 ($\lambda, \xi, \eta, \psi, m$)가 계산되므로 후좌굴 말뚝의 正確彈性曲線을 얻을 수 있고 後挫屈 舉動이 解析된다.

주어진 제원의 강말뚝에 대한 平衡經路를 얻기 위하여 말뚝 自由端의 수평처짐 H와 단면 회전각 ψ_l 를 다음과 같이 無次元化하여 후좌굴

거동값으로 이용하였다.

$$h = H/\ell \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\theta = \psi/\pi \quad \dots\dots\dots (25)$$

다음은 주어진 강말뚝의 제원 n , e (線形變斷面인 경우) 또는 주어진 α_1 , β_1 (불연속변단면인 경우)에 대한 挫屈荷重을 찾는 수치해석 방법을 설명한다.

좌굴하중은 緒論에서 언급한 바와 같이 평형 경로에서 최초의 分岐荷重으로 정의하였으므로 말뚝 자유단에 水平처짐 H 를 야기시키는 순간의 하중이 挫屈荷重이 된다. 이 좌굴하중은 自由端의 무차원 수평처짐인 (24)식의 h 값을 충분히 작게 취하므로서 算定할 수 있다. 본 연구에서 無次元 挫屈荷重 b 는 (13)식에 의하여 다음과 같이 정의되며 P_b 는 挫屈荷重이다.

$$b = P_b \ell^2 / \pi^2 EI_c \quad \dots\dots\dots (26)$$

h 가 충분히 작을 때의 無次元荷重 p 가 무차원 좌굴하중 b 가 되므로 (22)식의 境界條件에 의하여 $m_c = bh$ 가 된다. 따라서 앞에서 설명한 정확탄성곡선의 수치해석방법에서 주어진 p 값에 대하여 m_c 를 찾는 문제는 이제 주어진 h 값에 대하여 무차원 좌굴하중 b 를 찾는 문제로 전환된다. 그러므로 正確彈性曲線의 수치해석 방법은 그대로 挫屈荷重 b 를 찾는 문제에서도 적용된다. 挫屈荷重의 수치해석 방법에서도 미분방정식의 數值解는 Runge-Kutta method를 이용하였고 무차원 좌굴하중 b 는 半分法을 이용하여 찾았다. 이상의 두가지 數值解析 方法을 FORTRAN 77어로 컴퓨터 프로그램하였으며, 실행은 製圖(graphics)가 지원되는 대우 Work station system을 이용하였다.

V. 數值解析 例 및 考察

실제의 수치적용 예를 실행하기 전에 收斂解析을 실시하여 미분방정식의 수치적분을 위한

段階길이(step size) $\Delta\lambda$ 를 산정하여야 한다. Fig. 3은 선형변단면과 불연속변단면에 대하여 後挫屈舉動값 m_c , θ , h 와 $1/\Delta\lambda$ 사이의 관계를 나타낸 것이다. 수치해석에 이용한 단면제원과 하중을 이 그림 상단에 표시하였다. $1/\Delta\lambda$ 값이 40이상(즉 $\Delta < 0.025$)이면 수치해는 有效숫자 4자리 정도(four significant figure)로 收斂하였다. 본 연구에서는 數值解의 정도를 強化하기 위하여 $1/\Delta\lambda$ 를 100, 즉 $\Delta\lambda = 0.01$ 로 하여 數值解析하였다. 이 경우 대부분의 數值解는 유효숫자 6자리 정도를 가졌다.

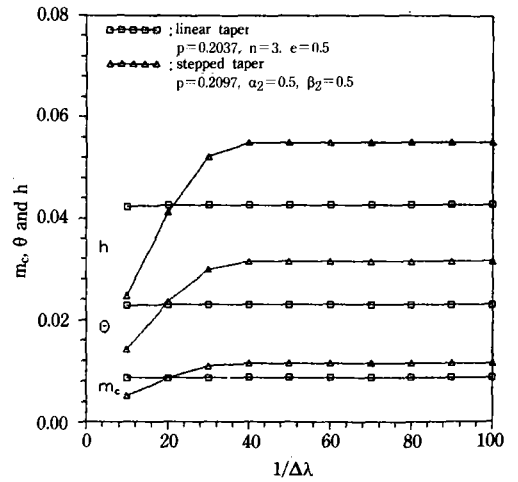


Fig. 3. Convergency analysis

無次元 挫屈荷重 b 는 말뚝 자유단의 水平처짐 h 값을 충분히 작게 취하므로서 算定할 수 있다. Table-1은 h 값을 변화시키면서 b 값을 계산하여 h 와 b 사이의 관계를 수록한 것이다. 이 표에서 처럼 b 값은 h 값을 1×10^{-4} 이하가 되도록 함으로서 유효숫자 5자리 정도의 收斂된 값을 얻을 수 있었다. 마찬가지로 數值解의 정도를 強化하기 위하여 $h = 1 \times 10^{-8}$ 에서의 하중을 無次元 挫屈荷重 b 로 계산하였다.

Table-2는 본 연구에서 3次理論에 의해서 산출한 무차원 좌굴하중 b 와 文獻^{13,14} 값을 비교한 것이다. 이 표에서 두 결과는 아주 우수하게

접근하여 본 研究方法의 妥當性を 立證할 수 있었다.

Fig. 4는 선형변화단면, $n=3, e=0.5$ 인 강 말뚝의 m_c, θ, h 의 平衡經路를 나타낸 것이다. 이 그림의 平衡經路는 □표로 표시된 無次元荷重 $b=0.20357$ 이전에는 直線狀態를 유지하여 후좌굴거동값 m_c, θ, h 값이 모두 0이나 이 하중 이후에는 좌굴하여 m_c, θ, h 가 分岐하여 후좌굴 거동을 하고 있음을 보여주고 있다. 따라서 이 강말뚝의 무차원 좌굴하중 b 는 分岐荷重인 0.20357이 된다. 또한 m_c, θ, h 는 모두 非線形舉動을 하며 매우 작은 荷重增加에 대하여 후좌굴 거동값들이 아주 민감하게 작용하고 있다. 특히 自由端의 수평처짐 h 값은 하중증가에 매우 민감하여 m_c, θ 에 비하여 매우 큰 폭으로 증가한다. 예를 들어 △표로 표시한 p 값과 h 값은 각각 0.204, 0.205 및 0.07775, 0.14118으로 이는 불과 0.49%의 荷重增加에 비하여

82.2%의 水平처짐의 증가를 의미한다. 따라서 이 그림에서는 挫屈直後의 후좌굴 거동을 이해하기 위하여 p 값을 0.2052로 제한하여 나타내었다. 그러나 機械, 航空 등 특정의 構造工學

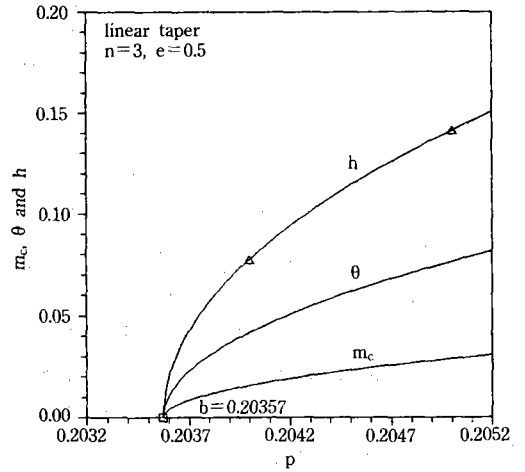


Fig. 4. Equilibrium path of linear taper

Table-1. Relationship between h and b

h	Buckling load parameter, b			
	Linear taper		Stepped taper	
	n=2, e=0.8	n=3, e=0.5	$\alpha_2=0.4, \beta_2=0.8$	$\alpha_2=0.5, \beta_2=0.5$
1×10^{-1}	0.23489	0.20428	0.24475	0.21127
1×10^{-2}	0.23423	0.20403	0.24412	0.20986
1×10^{-3}	0.23418	0.20375	0.24397	0.20950
1×10^{-4}	0.23413	0.20357	0.24397	0.20945
1×10^{-5}	0.23413	0.20357	0.24397	0.20945

Table-2. Comparison of results

Geometry		Data source	Buckling load parameter, b
Linear taper	n=2	this study	0.1929
	e=0.4	ref. [13]	0.1929
	n=4	this study	0.2145
	e=0.6	ref. [13]	0.2144
Stepped taper	$\alpha_2=0.4$	this study	0.23415
	$\beta_2=0.6$	ref. [14]	0.23415
	$\alpha_2=0.5$	this study	0.23895
	$\beta_2=0.8$	ref. [14]	0.23895

分野에서는 매우 큰 후좌굴거동값에 대해서도 平衡經路를 산정하여야 할 필요가 있다. 이런 觀點에서 $p=0\sim 1$ 사이의 平衡經路를 附錄(Fig. 11)에 참고로 나타내었다.

Fig. 5는 선형변단면에 대하여 斷面形狀係數 $n=1, 2, 2.5, 3, 4$ 인 강말뚝의 무차원 좌굴하중 b 와 斷面比 e 사이의 관계를 나타낸 것이다. 이 그림에서 等斷面인 $e=1$ 일 때는 他文獻들에 알려진 바와 같이 無次元 挫屈荷重 $b=0.25$ 를 나타내고 있다. 특히 $n=1$ 의 변화폭 구형단면에서 $e=0$ 인 썩기형 강말뚝의 b 값(Δ 표)은 0.14649로 收斂하였다. 또한 n 값이 클수록 b 값은 더 작아지는 것을 알 수 있으며, e 값이 약 0.5 이상에서는 각 曲線間的 폭이 매우 좁아져서

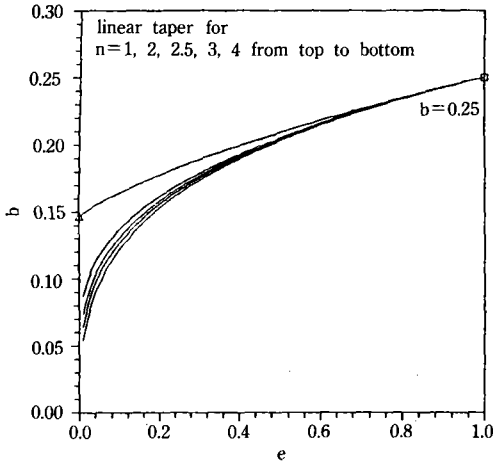


Fig. 5. b vs. e curves

n 값이 b 값에 미치는 影響이 매우 작음을 알 수 있다.

Fig. 6에 선형변단면, $n=1, e=0.5$ 인 말뚝에 대한 正確彈性曲線(ξ, η)과 휨모멘트도(λ vs. m)를 나타내었다. 이 그림들에서 \blacksquare 표로 표시된 값들은 後挫屈 舉動實驗에 의한 값들이다. 실험에 사용한 말뚝은 $n=1, e=0.5, p=0.2097$ ($\ell=30\text{cm}, I_c=5.76 \times 10^{-4}\text{cm}^4, E=2.1 \times 10^6 \text{kg/cm}^2, P=2.78\text{kg}$)의 實驗室 規模(laboratory

scale)의 시험시편을 제작하고 처짐은 1/100 mm까지 측정가능한 다이얼게이지로, 휨모멘트는 정적변형측정기로 변형율을 측정하고 이로부터 휨모멘트를 계산하였다. Fig. 7은 정확탄성곡선 및 휨모멘트 측정을 위한 실험장치의 세부도이며, 固體力學 실험서인 문헌 [15]를 참고로 하여 실험하였다. Fig. 6에 보인 바와 같이 이론값과 실험값은 아주 근사하게 접근하여 본 연구 결과의 妥當性을 확인할 수 있었다.

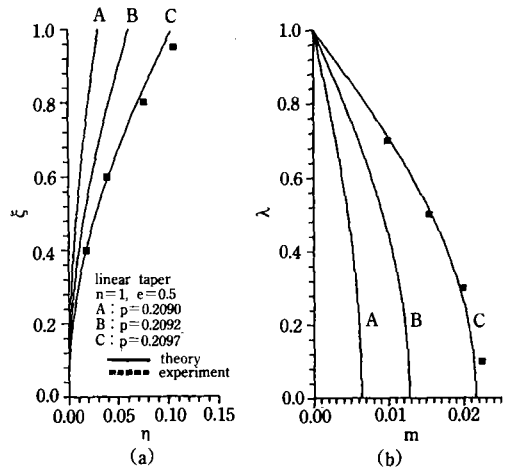


Fig. 6. Elastics and bending moment diagram of linear taper

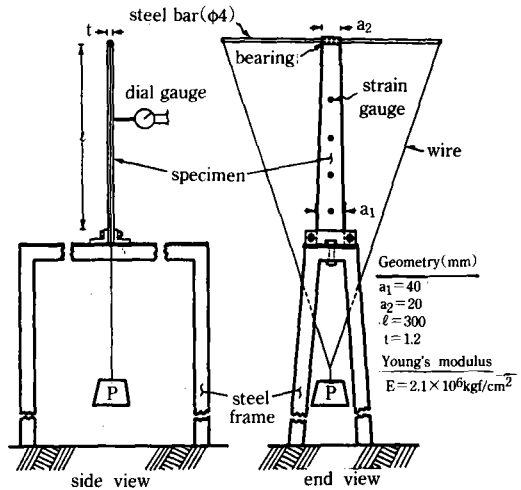


Fig. 7. Schematic drawings of experimental setup

Fig. 8은 불연속변단면에 대한 m_c , θ , h 의 平衡經路를 나타낸 것이다. 불연속 변단면인 경우에 α_1 , β_2 의 조합은 무한정이므로 이 연구에서는 두개의 不連續區間을 갖는 말뚝에 대하여 數值解析하였다. 따라서 $\alpha_1=1-\alpha_2$ 이고, $\beta_1=1$ 인 관계로 α_1 , β_1 값은 생략하고 α_2 , β_2 값만을 그림에 나타내었다. Fig. 8에서도 □표로 b 값을 표시하였으며 후좌굴 거동값 m_c , θ , h 역시 非線形 舉動을 하고 작은 荷重增加에도 매우 민감하게 작용하였다. 역시 $p=0\sim 1$ 사이의 平衡經路를 附錄(Fig. 12)에 나타내었다.

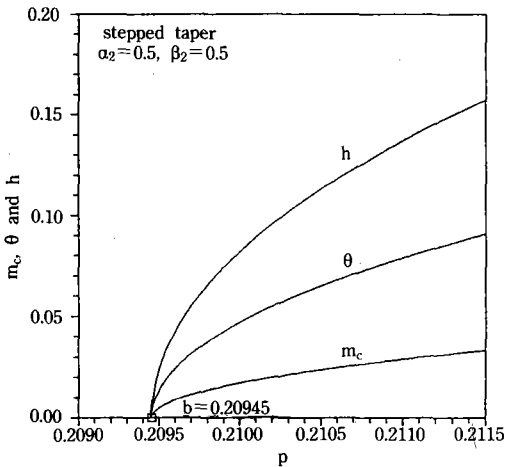


Fig. 8. Equilibrium path of stepped taper

Fig. 9는 不連續區間比 α_2 를 변화시키면서 b 값을 산출한 결과이며, β_2 값은 0.25, 0.33..., 0.50, 0.66..., 0.75의 5가지 경우에 대하여 적용하였다. α_2 가 0인 경우 즉 말뚝의 全區間이 等斷面인 때에는 β_2 에 상관없이 $b=0.25$ 를 보였고, α_2 가 1인 경우 즉 全區間이 β_2 인 等斷面인 때에는 $b=0.25\beta_2$ 의 값으로 收斂하였다. 또한 α_2 가 약 0.2이하에서는 각 곡선들의 간격이 매우 좁아져서 β_2 가 b 값에 미치는 영향이 매우 작음을 알 수 있었다.

Fig. 10에 불연속변단면의 正確彈性曲線과 휨모멘트도를 나타내었으며, 역시 실험값($\alpha_2=$

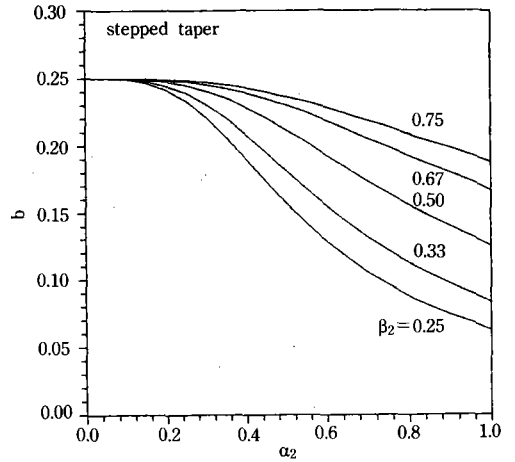


Fig. 9. b vs. α_2 curves

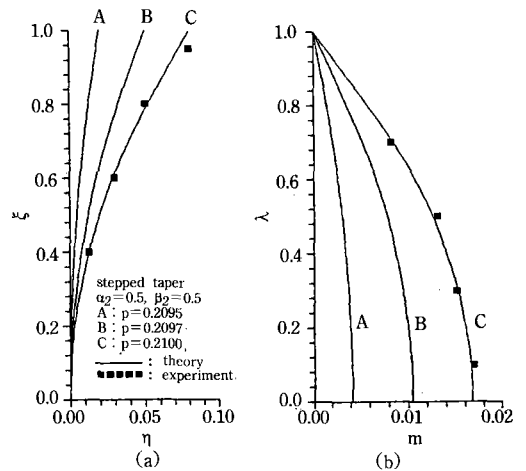


Fig. 10. Elastica and bending moment diagram of stepped taper

0.5, $\beta_2=0.5$, $p=0.2100$: $\ell=30\text{cm}$, $I_1=5.76 \times 10^{-4}\text{cm}^4$, $E=2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2$, $P=2.79\text{kgf}$) 과 잘 일치함을 보여 주었다.

VI. 結 論

變斷面 鋼말뚝의 후좌굴 거동을 지배하는 미분방정식을 3次理論에 의해 유도하고 이를 수

치해석하여 挫屈荷重과 後挫屈 舉動을 해석하였다. 微分方程式 誘導에서 변단면은 線形變斷面과 不連續變斷面을 채택하였다. 實驗을 통하여 본 연구에서 계산한 鋼말뚝의 後挫屈 舉動 結果의 妥當性을 立證하였다.

一連의 數値解析 例를 考察하여 다음의 결론을 얻었다.

1. 微分方程式의 數値積分시 단계길이 $\Delta\lambda$ 가 0.025이하이면 數値解는 충분한 정도로 收斂한다.

2. 無次元 수평처짐 h 가 1×10^{-4} 이하이면 無次元 挫屈荷重 b 는 충분한 정도로 수렴한다.

3. 挫屈直後の 後挫屈 舉動은 매우 민감하게 작용한다.

4. 線形變斷面에서 변화폭구형단면($n=1$)을 갖는 썩기형 말뚝($e=0$)의 b 값은 0.14649이다.

5. 線形變斷面에서 斷面形狀係數 n 값이 클수록 b 값은 작아진다.

6. 線形變斷面에서 斷面比 e 값이 클 때 n 값이 b 값에 미치는 影響은 작다.

7. 不連續變斷面에서 不連續區間比 α_2 값이 작을 때 不連續斷面比 β_2 값이 b 값에 미치는 影響은 작다.

이 論文에서 開發한 數値解析 方法은 構造 및 基礎工學分野에서 鋼말뚝 設計에 有用하게 利用될 수 있을 것으로 期待된다.

이 論文은 1992年度 教育部支援 韓國學術 振興財團의 大學附設研究所課題 學術研究 造成費에 의하여 研究된 研究論文임

參 考 文 獻

1. 劉哲洙, 孫晟源, 1984, 一定變斷面 長柱의 臨界 挫屈荷重 決定, 大韓土木學會 論文集, 第4卷 第1號, pp. 98-101.
2. 황학주, 김문겸, 이승원, 김소운, 1990, 고유치문제 형성에 의한 평면판의 탄소성 좌굴 특성 해석, 한국전산구조공학회지, 제4권 제

- 1호, pp. 73-82.
3. 李炳求, 牟正萬, 1992, 動的概念에 의한 變斷面 기둥의 挫屈荷重, 韓國農工學會誌, 第34卷 第4號, pp. 97-105.
4. Wang, C.Y., 1987, Buckling and Postbuckling of Heavy Columns, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 1229-1233.
5. Groper, M. and Kenig, M. J., 1987, Inelastic Buckling of Nonprismatic Columns, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 1233-1239.
6. Kerr, A. D., 1988, Stability of Water Tower, Ingenieur-Archiv, Vol. 58, pp. 428-436.
7. Lee, B. K., Wilson, J. F. and Oh, S. J., 1993, Elastica of Cantilevered Beams with Variable Cross Sections, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 28, No. 5, pp. 579-589.
8. 李炳求, 吳相晉, 최규도, 1991, 變斷面 보의 自由振動 解析, 大韓土木學會 論文集, 第11卷 第3號, pp. 37-46.
9. Gupta, A. K., 1985, Vibrations of Tapered Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 11, No. 1, pp. 19-36.
10. Chen, W. F. and Atsuta, T., 1976, Theory of Beam-Columns(I), McGraw-Hill, pp. 110-115.
11. Al-Khafaji, A. W. and Tooley, J. R., 1986, Numerical Methods in Engineering Practice, Holt, Rinehart and Winston.
12. Maron, M. J., 1982, Numerical Analysis, Macmillan.
13. 이병구, 모정만, ibid.
14. Timoshenko, S.P. and Gere, J.M., 1961, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill.
15. Wilson, J. F., 1993, Experiments on the Strength of Solids, McGraw-Hill.

附 錄

線形變斷面과 不連續變斷面に 대한 $p=0\sim 1$ 의 平衡經路를 Fig. 11, 12에 나타내었다.

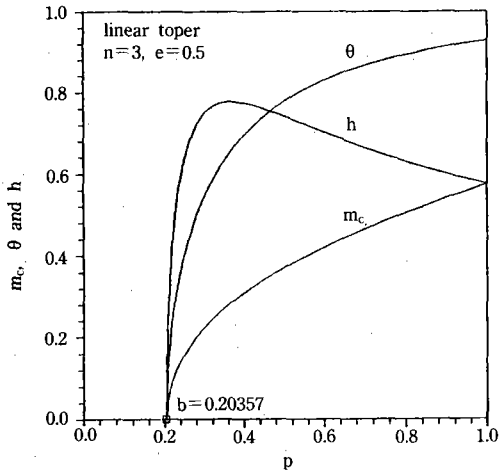


Fig. 11. Equilibrium path of linear taper for $p=0\sim 1$

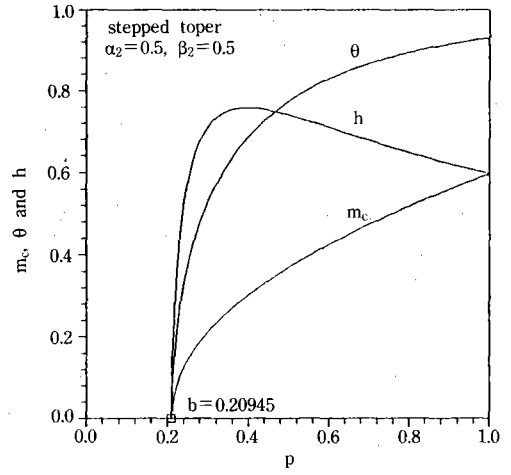


Fig. 12. Equilibrium path of stepped taper for $p=0\sim 1$