

剪斷變形이 變斷面 기둥의 挫屈荷重에 미치는 影響

Effects of Shear Deformations on Buckling Loads of Tapered Columns

李 炳 求*
Lee, Byoung Koo

Summary

The nondimensional differential equations governing the buckling loads of tapered columns and its boundary conditions are derived, in which the effects of shear deformations are included. These equations are solved numerically using a numerical integration technique and a bracketing method to obtain the buckling loads of columns.

Four types of cross-sectional shape with clamped-free end constraint are used in the numerical examples. The parametric studies of shear deformation effects on the buckling loads such as cross-sectional shape factor, shear coefficient, ratio of modulus of elasticity, slenderness ratio and section ratio are reported in tables and figures.

I. 緒 論

기둥은 보와 더불어 構造工學 分野에서 가장 基本이 되는 部材單位이다. 構造物의 斷面을 變斷面으로 하는 경우에 材料가 절약되는 경제적 잇점이 있고 美的感覺 또는 施工上의 이유 등으로 變斷面 構造를 더욱 많이 이용할 전망이다.

構造解析에서 剪斷變形 效果는 작용하중에 의한 構造物의 變位를 증가시키는 要因으로

작용하므로¹⁾ 構造解析時에 剪斷變形 效果를 고려하는 것이 구조안정상 더 좋다. 또한 기둥의 挫屈荷重 등과 같이 構造物의 荷重能力을 산정할 때에 剪斷變形 效果를 고려하면 구조물의 하중능력은 현저하게 감소될 수 있다.²⁾

最近 材料科學의 발달로 여러가지 새로운 構造材料가 개발되어 構造物에 이용되고 있으므로 構造解析에서 剪斷變形 效果를 고려하는 것이 바람직하다.

기둥의 挫屈荷重에 관한 연구는 많은 文獻

* 圓光大學校 工科大學

키워드: 斷面形狀係數, 無次元, 變斷面기둥, 細長比, 剪斷係數, 剪斷變形, 挫屈荷重, 挫屈荷重方程式, 彈性係數比

들에³⁻¹⁰⁾ 발표되고 있으며, 이 중에서 剪斷變形을 고려한 기둥의 挫屈荷重에 관한 문헌을 考察하면 다음과 같다.

Bleich 등⁷⁾은 剪斷變形을 고려하여 기둥의 좌굴형을 지배하는 微分方程式을 유도하고 이를 固有值問題로 해석하여 挫屈荷重을 산정하였다. Timoshenko 등⁸⁾은 剪斷變形을 고려하여 一端固定 他端自由인 기둥의 挫屈荷重을 Energy method로 算出하였다. Chen 등⁹⁾은 단면깊이 지간깊이비가 매우 큰 기둥에 대해서는 垂直應力에 비하여 剪斷應力이 매우 작다는 일반적인 理論에 따라서 기둥의 해석에서 剪斷變形 效果는 무시할 만 하다고 하였다. Sheinman 등¹⁰⁾은 剪斷變形을 고려한 적층관으로 된 기둥의 後挫屈舉動에 관하여 연구하였다. 이 논문에서 後좌굴기둥의 좌굴형태를 正현곡선으로 가정하여 微分方程式을 유도하고 荷重과 처짐의 관계를 그림에 나타내었다.

본 연구에서는 變斷面 기둥의 挫屈荷重 算定시 剪斷變形效果를 고려하므로 剪斷變形 效果의 諸要因들이 挫屈荷重에 미치는 影響을 분석하는 데 研究目的이 있다.

이 研究에서 基本假定은 다음과 같다.

- 1) 기둥은 線形彈性 理想기둥이다.
- 2) 기둥은 축은 非壓縮性이다.
- 3) 挫屈荷重은 分岐荷重으로 정의한다.

II. 기둥의 變斷面

本 研究에서 기둥의 變斷面은 일반적으로 널리 이용되고 있는 線形變斷面(linear taper)을 採擇하였다. Fig. 1은 기둥길이 가 l 이고, 기둥의 固定端과 自由端의 斷面積과 단면2차모멘트가 각각 A_c, I_c 및 A_f, I_f 이며 기둥의 중간 부분은 直線的으로 변화하는 線形變斷面을 나타내고 있다. 기둥의 固定端으로부터 도심축을 따라서 측정된 기둥의 임의점 s 에서 단면적 A 및 단면2차모멘트 I 는 다음과 같다.¹¹⁾

$$A = A_c [1 + (e^{1/m} - 1)s/l]^m \dots\dots\dots (1)$$

$$I = I_c [1 + (e^{1/n} - 1)s/l]^n \dots\dots\dots (2)$$

여기서,

$$e = A_f/A_c, 0 \leq e \leq 1 \dots\dots\dots (3)$$

위의 (3)식에서 e 는 固定端에 대한 自由端의 斷面積比이며 斷面比로 정의한다. 또한 m, n 은 기둥의 斷面形狀에 따라서 결정되는 斷面形狀係數이며 本 研究에서는 다음의 3가지 斷面形狀係數 값들을 이용한다.

(1) 變化폭 구형단면

$$m = 1 \dots\dots\dots (4.1)$$

$$n = 1 \dots\dots\dots (4.2)$$

(2) 變化높이 구형단면

$$m = 1 \dots\dots\dots (5.1)$$

$$n = 3 \dots\dots\dots (5.2)$$

(3) 正방형 단면 또는 원형단면

$$m = 2 \dots\dots\dots (6.1)$$

$$n = 4 \dots\dots\dots (6.2)$$

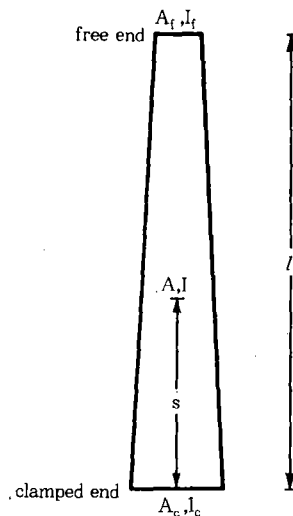


Fig. 1. Variable cross section of column

III. 微分方程式의 誘導

Fig. 2와 같이 一端固定 他端自由이고 길이가 l 인 기둥에 軸荷重 P 가 작용하고 있다. 이 기둥은 挫屈荷重 B 보다 작은 하중을 받으면 점선 CF 와 같이 直線狀態를 維持하나 挫屈荷重보다 큰 하중을 받으면 挫屈하여 실선 CF' 과 같은 正確彈性曲線(elastica)을 이루게 된다. 後挫屈 기둥의 固定端에는 垂直反力 P 와 반력모멘트 M_c 가 작용하며, 기둥의 축은 非壓縮性이므로 正確彈性曲線에서 CF' 의 길이는 기둥의 길이 l 과 같다. 기둥의 固定端 C 로부터 측방향을 따라서 측정된 거리 s 에서 諸變數는 $(s, x, y, \theta, A, I, M, Q)$ 이다. 여기서 (x, y) 는 正確彈性曲線을 정의해 주는 직교좌표계, θ 는 斷面回轉角, A 는 斷面積, I 는 단면2

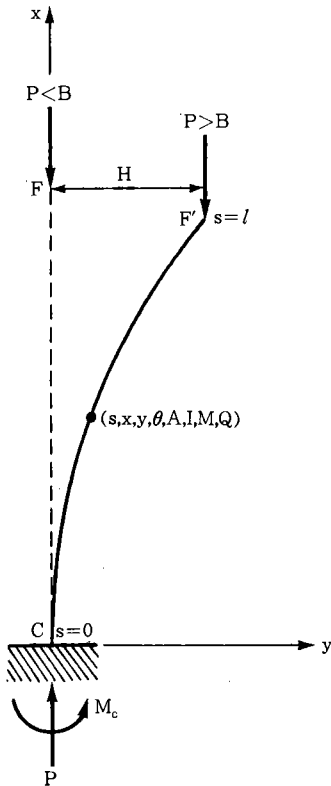


Fig. 2. Postbuckling behavior of column

차모멘트, M 은 휨모멘트, Q 는 剪斷力이다. 또한 기둥의 自由端에서 수평처짐은 H 로 표시되어 있다.

剪斷變形을 고려한 3次理論에 의한 기둥축상의 諸變數 $(s, x, y, \theta, A, I, M, Q)$ 사이의 관계식은 다음과 같다.¹²⁾

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{M}{EI} + \frac{\alpha}{GA} \frac{dQ}{dx} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos\theta \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin\theta \dots\dots\dots (9)$$

(7)식에서 $\alpha/GA \cdot dQ/dx$ 항이 剪斷變形的項이며, E, G 는 각각 기둥재료의 彈性係數 및 剪斷彈性係數를 나타낸다. α 는 斷面形狀에 따라 결정되는 剪斷係數이며 구형단면과 원형단면에 대한 전단계수 α 값은 다음과 같다.¹³⁾

$$\text{구형단면} : \alpha = 1.2 \dots\dots\dots (10.1)$$

$$\text{원형단면} : \alpha = 1.11 \dots\dots\dots (10.2)$$

(7)식의 微分方程式을 一端固定 他端自由인 기둥에 적용시키기 위하여 Fig. 2에서 기둥축상의 임의거리 s 에서 휨모멘트 M 과 전단력 Q 를 구하면 다음과 같다.

$$M = -M_c + Py \dots\dots\dots (11)$$

$$Q = P \sin\theta \dots\dots\dots (12)$$

(8)식과 (12)식을 이용하여 dQ/dx 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{dQ}{dx} = \frac{dQ}{ds} \cdot \frac{ds}{dx} = P \frac{d\theta}{ds} \dots\dots\dots (13)$$

微分方程式을 無次元으로 誘導하기 위하여 다음의 無次元 變數들을 이용한다.

$$\lambda = s/l \dots\dots\dots (14)$$

$$\xi = x/l \dots\dots\dots (15)$$

$$\eta = y/l \dots\dots\dots (16)$$

$$\Gamma = G/E \dots\dots\dots (17)$$

$$\kappa = l/(I_c/A_c)^{1/2} \dots\dots\dots (18)$$

윗 식에서 (λ, ξ, η) 는 (s, x, y) 를 기둥길이 l 로 正規化 시킨 것이며 Γ 는 E 에 대한 G 의 彈性係數比, κ 는 기둥의 固定端部를 기준으로 한 細長比이다.

또한 압축하중 P , 반력모멘트 M_c 와 휨모멘트 M 을 다음과 같이 無次元化하여 無次元 荷重變數로 이용한다.

$$p = Pl^2/\pi^2EI_c \dots\dots\dots (19)$$

$$m_c = M_c l/\pi^2EI_c \dots\dots\dots (20)$$

$$m_\xi = (-M_c + Py)l/\pi^2EI_c = -m_c + p\eta \dots\dots (21)$$

이제 (7)식에서 (1), (2)식 및 (11), (13)식을 대입하고 無次元 變數 (14)~(20)식을 이용하여 정리하면 (22)식의 無次元 微分方程式을 얻을 수 있다. 또한 (8), (9)식은 (14)~(16)식을 이용하면 (23), (24)식의 無次元 微分方程式으로 誘導된다.

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\pi^2(m_c - p\eta)}{[1 + (e^{1/m} - 1)\lambda]^n}$$

$$\left\{ 1 - \frac{\alpha}{\Gamma\kappa^2} \frac{\pi^2 p}{[1 + (e^{1/m} - 1)\lambda]^m} \right\}^{-1} \dots (22)$$

$$\frac{d\xi}{d\lambda} = \cos \theta \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{d\eta}{d\lambda} = \sin \theta \dots\dots\dots (24)$$

斷面이 等斷面($e=1$)이면 (22)식의 微分方程式은 $d\theta/d\lambda = \pi^2 (m_c - p\eta)(1 - \alpha\pi^2 p/\Gamma\kappa^2)^{-1}$ 로 간단해지고, 斷面形狀係數 m, n 은 기둥의 後挫屈 舉動에 影響을 미치지 못한다. 또한 剪斷變形項을 無視하면 (22)식의 微分方程式은 $d\theta/d\lambda = \pi^2 (m_c - p\eta)/[1 + (e^{1/m} - 1)\lambda]^n$ 으로 간

단 해지고 이는 文獻 [6]의 結果와 일치한다. 固定支點 ($s=0$)에서 $x=y=\theta=0$ 이므로 (14)~(16)식의 無次元 變數를 이용하면 다음의 無次元 境界條件이 誘導된다.

$$\xi=0, \lambda=0 \text{에서} \dots\dots\dots (25)$$

$$\eta=0, \lambda=0 \text{에서} \dots\dots\dots (26)$$

$$\theta=0, \lambda=0 \text{에서} \dots\dots\dots (27)$$

기둥의 自由端($s=l$)에서 휨모멘트 $M=0$ 이므로 (21)식을 이용하면 다음의 無次元 境界條件이 얻어진다.

$$-m_c + p\eta = 0, \lambda=1 \text{에서} \dots\dots\dots (28)$$

이상에서 一端固定 他端自由인 變斷面 기둥의 正確彈性曲線을 支配하는 微分方程式은 (22)~(24)식과 같고, 固定端의 境界條件은 (25)~(27)식, 自由端의 境界條件은 (28)식과 같다.

IV. 數值解析 方法

이상에서 誘導한 微分方程式과 境界條件을 이용하면 變斷面 기둥의 挫屈荷重을 얻을 수 있다. 挫屈荷重은 서론에서 언급한 바와 같이 分岐荷重으로 정의하였으므로 기둥 自由端에 수평처짐이 惹起되는 순간의 荷重이 挫屈荷重이 된다. 이 挫屈荷重은 自由端의 수평처짐 H 값을 충분히 작게 취하므로서 算定할 수 있다. 本 研究에서 無次元 挫屈荷重 b 는 (19)식에 의하여 다음과 같이 정의되며 B 는 기둥의 挫屈荷重이다.

$$b = B l^2/\pi^2EI_c \dots\dots\dots (29)$$

또한 自由端의 수평처짐 H 를 다음 식과 같이 기둥길이 l 로 正規化하여 無次元 變數로 이용한다.

$$h = H/l \dots\dots\dots (30)$$

주어진 기둥의 제원(m, n, e, κ , α , Γ)에 대한 挫屈荷重을 찾는 數值解析 方法을 설명하면 다음과 같다.

h가 충분히 작을 때 無次元 荷重 p가 無次元 挫屈荷重 b가 되므로 (28)식의 境界條件에서 $m_c = bh$ 가 된다. 따라서 (22)식의 微分方程式에 $m_c = bh$, $p=b$ 를 대입하고 정리하면 다음 식과 같이 無次元 挫屈荷重 b를 未知數로 하는 微分方程式이 된다.

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{\pi^2 b(h-\eta)}{[1+(e^{1/m}-1)\lambda]^m}$$

$$\left\{ 1 - \frac{\alpha}{\Gamma \kappa^2} \frac{\pi^2 b}{[1+(e^{1/m}-1)\lambda]^m} \right\}^{-1} \dots (31)$$

이제 微分方程式 (31), (23), (24)식과 境界條件 (25)~(27)식을 이용하면 未知數인 挫屈荷重 b를 찾을 수 있다. 이를 위하여 微分方程式의 數值解는 Runge-Kutta method⁽¹⁴⁾를 이용하고 未知數인 無次元 挫屈荷重 b값은 bracketing method 중에 하나인 Regula-Falsi method⁽¹⁵⁾를 이용하여 찾았다.

이상의 數值解析 方法을 FORTRAN 77語로 컴퓨터 프로그램하였으며, 實行은 製圖(graphics)가 支援되는 대우 Work Station System을 이용하였다.

V. 數值解析 例 및 考察

實際의 數值適用 例를 실행하기 전에 收斂解析을 실시하여 無次元 挫屈荷重 b를 算定하기 위한 自由端의 수평처짐 h를 算定하여야 한다. Table-1은 h값을 變化시키면서 b값을 계산하여 h와 b 사이의 관계를 수록한 收斂解析 結果이다. 이 표에서 처럼 b값은 h값을 1×10^{-4} 이하가 되도록 함으로서 유효숫자 5자리 정도의 수렴된 無次元 挫屈荷重 b값을 얻을 수 있었다. 本 研究에서는 數值解의 精度를 強化하기 위하여 $h=1 \times 10^{-8}$ 에서의 荷重을 無次元 挫屈荷重 b로 계산하였다.

Table-1. Convergency analysis between h and b

h	buckling load parameter, b	
	m=1, n=3, e=0.5 $\alpha/\Gamma\kappa^2=0.02$	m=2, n=4, e=0.8 $\alpha/\Gamma\kappa^2=0.03$
1×10^{-1}	0.13148	0.20511
1×10^{-2}	0.13090	0.20450
1×10^{-3}	0.13089	0.20448
1×10^{-4}	0.13088	0.20447
1×10^{-5}	0.13088	0.20447

Table-2는 本 研究에서 산출한 無次元 挫屈荷重 b와 文獻^(6,8) 값을 비교한 표이다. 이 표에서 두 결과는 아주 우수하게 접근하여 本 研究方法의 妥當性을 立證할 수 있었다.

微分方程式 (22)식 또는 (31)식에서 알 수 있듯이 剪斷變形을 고려한 變斷面 기둥의 挫屈荷重에서 剪斷變形效果는 斷面形狀 (m, n, α), 彈性係數比 Γ 및 細長比 κ 로 構成되어 있으므로 이들 要素들이 無次元 挫屈荷重 b에 미치는 影響을 分析한다.

먼저 斷面形狀 (m, n, α)가 b에 미치는 影響을 分析하기 위하여 b값을 斷面形狀別로 Table-3에 나타내었다. 이 표에서 알 수 있듯이 e 값이 같을 때 b값은 (1, 1, 1.2), (2, 4, 1.11), (2, 4, 1.2), (1, 3, 1.2)의 斷面形狀 順序로 큰 것을 알 수 있다.

Table-2. Comparison of buckling load parameter, b

• for $\alpha/\Gamma\kappa^2=0$

geometry	m=1, n=3 e=0.7937	m=2, n=4 e=0.7746	m=1, n=1 e=1.00
ref. [6]	0.20357	0.2145	0.2500
this study	0.20357	0.2145	0.2500

• for e=1.

$\alpha/\Gamma\kappa^2$	0.	0.01	0.02	0.03
ref. [8]	0.2500	0.2440	0.2382	0.2328
this study	0.2500	0.2440	0.2382	0.2328

Table-3. Effects of (m, n, α) on b for Γ=0.4, κ=100

m	n	α	b	
			e=0.5	e=0.75
1	1	1.2	0.2088	0.2304
1	3	1.2	0.1353	0.1935
2	4	1.2	0.1635	0.2101
2	4	1.11	0.1636	0.2102

彈性係數比 Γ가 b에 미치는 영향을 分析하기 위하여 Γ의 變化에 따른 b값을 Table-4에 나타내었다. 이 표로부터 剪斷變形 效果를 고려하는 경우에 Γ는 b를 增加시키는 要因으로 작용하지만 그 影響力은 매우 적은 것을 알 수 있다.

細長比 κ가 b에 미치는 影響을 分析하기 위하여 κ의 變化에 따른 b값을 Table-5에 나타내었다. 이 표에서 剪斷變形 效果를 고려하는 경우에 κ는 b를 增加시키는 要因이며, 細長比 κ가 작은 경우에 그 影響은 비교적 큰 것을 알 수 있다. 즉 κ=10일 때 b값은 κ=∞의 b값과 비교하여 약 7%~5%의 비교적 큰 차이로 감소하였음을 알 수 있다. κ=∞이면 剪斷變形 效果를 無視하는 경우이므로 κ<30인 경우에는 剪斷變形 效果를 고려하여 挫屈荷重을 산정하는 것이 構造 설계상 안전측에 든다.

앞에서 言及한 바와 같이 剪斷變形 效果는

Table-4. Effects of Γ on b for e=0.5, κ=100

(m, n, α)	Γ	b
m=1, n=1 α=1.2	0.37	0.208763
	0.38	0.208768
	0.39	0.208772
	0.40	0.208776
m=1, n=3 α=1.2	0.37	0.135332
	0.38	0.135334
	0.39	0.135336
	0.40	0.135338
m=2, n=4 α=1.11	0.37	0.163547
	0.38	0.163550
	0.39	0.163553
	0.40	0.163555

Table-5. Effect of κ on b for e=0.3, Γ=0.4

(m, n, α)	κ	b	effect(%)*
m=1, n=1 α=1.2	10	0.1752	-7.30
	30	0.1874	-0.85
	50	0.1884	-0.32
	100	0.1888	-0.11
	150	0.1889	-0.05
	∞	0.1890	-
m=2, n=4 α=1.11	10	0.1118	-5.01
	30	0.1170	-0.60
	50	0.1175	-0.17
	100	0.1176	-0.08
	150	0.1177	0.00
	∞	0.1177	-

* Effect(%) are calculated on the basis of the b with κ=∞.

(m, n, α, Γ, κ)로 構成되어 있으며 이들 要因 중에서 α, Γ, κ의 上昇 效果를 β로 정의하면, β는 다음 식과 같이 표시된다.

$$\beta = \frac{\alpha}{\Gamma \kappa^2} \dots \dots \dots (32)$$

Fig. 3은 剪斷變形 效果를 無視한 β=0의 경우와 剪斷變形 效果를 고려한 β=0.03의 경우에 대하여 b-e의 관계를 그림에 나타낸 것이다. 이 그림에서 e가 클수록 b도 增加함을 알 수 있고 e=1에서 세개의 곡선이 각각 한점에서 만나 e=1인 等斷面인 경우에는 斷面形狀係數 (m, n)이 無次元 挫屈荷重 b에 영향을 미치지 못한다. 또한 e가 클수록 β=0의 점선과 β=0.03의 실선의 두 곡선은 그 차이가 더욱 커지는 것을 알 수 있다. 예로서 Fig. 3에서 (m=2, n=4)인 斷面形狀에 대하여 몇개의 e값을 선택하여 β=0와 β=0.03의 b값을 Table-6에 나타내었다. 이 표에서 e=0.2에서 β=0와 β=0.03의 b값의 차이는 -5.62%인데 비하여 e=1.0에서는 -7.40%를 보이고 있다. 따라서 斷面比 e가 클수록 剪斷變形의 影響은 더욱 크게 나타나고 있다. 더우기 剪斷變形 效果는 b값을 감소시키는 要因이기 때문에 e가 큰 경우에는 剪斷變形을 고려하는 것이 構造

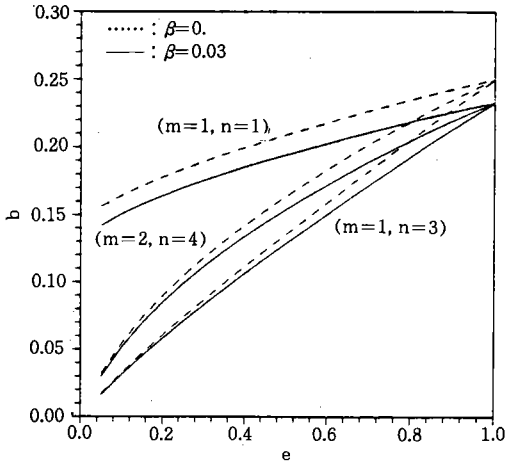


Fig. 3. b vs. e curves

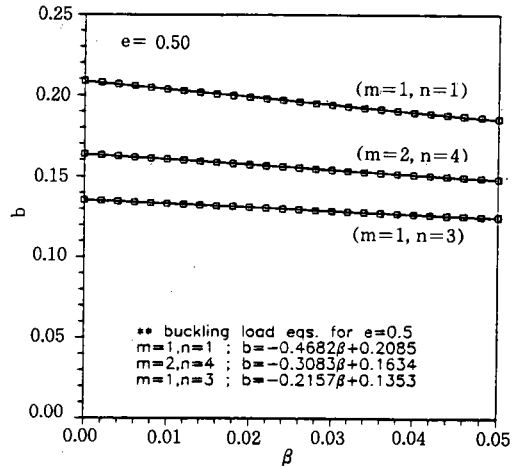


Fig. 4. Relationship between b and β

Table-6. Effects of β on b for m=2, n=4

e	β	b	effect(%)*
0.2	0.	0.089562	-5.62
	0.03	0.084796	
0.5	0.	0.163649	-6.24
	0.03	0.154040	
0.8	0.	0.218685	-6.95
	0.03	0.204473	
1.0	0.	0.250000	-7.40
	0.03	0.232770	

* Effect(%) is calculated on the basis of $\beta=0$.

설계상 더 안전측에 든다.

Fig. 4는 e=0.5인 變斷面 기둥에 대하여 b- β 사이의 관계를 그림에 나타낸 것이다. 이 그림에서 b- β 사이의 관계는 거의 直線的인 관계에 있음을 알 수 있다. 따라서 e=0.5인 경우에 이들 b- β 사이의 관계를 直線式에 回歸시켜서 無次元 控屈荷重方程式을 구하면 다음 식들과 같다.

$$m=1, n=1; \\ b = -0.4682\beta + 0.2085 (r^2 = 0.999) \dots (33.1)$$

$$m=1, n=3; \\ b = -0.2157\beta + 0.1353 (r^2 = 0.999) \dots (33.2)$$

$$m=2, n=4; \\ b = -0.3083\beta + 0.1634 (r^2 = 0.999) \dots (33.3)$$

Fig. 4에서 □ 표는 回歸分析에 이용한 데이터이며, 실선은 (33.1)~(33.3)식의 回歸方程式에 의한 結果를 나타내고 있다. 이 그림에서 보인 바와 같이 b와 β 사이의 관계는 거의 直線的 關係에 있으며, 또한 위 식들에서 결정계수(r^2 : coefficient of determination)의 값들은 모두 0.999를 나타내고 있어서 數學的으로도 直線式에 거의 完全 상관 關係를 보이고 있다. 相關關係상 이 論文에서는 e=0.5인 變斷面 기둥의 控屈荷重方程式만 수록하였지만, 다른 e값에 대한 控屈荷重方程式에서도 b와 e의 관계는 거의 直線的인 完全 상관關係를 보였다. (33.1)~(33.3)식의 控屈荷重方程式에서 β 의 기울기는 모두 “-” 값을 보이고 있어서 剪斷變形效果는 無次元 控屈荷重 b를 減少시키는 要因임을 다시 한번 보여주고 있다. 또한 β 의 기울기의 크기는 (m=1, n=1), (m=2, n=4), (m=1, n=3)의 순서를 보이고 있어서 斷面形狀에 따른 剪斷變形效果는 (m=1, n=1), (m=2, n=4), (m=1, n=3)의 순서로 影響이 큰 것을 알 수 있다.

VI. 結 論

이 論文은 剪斷變形을 고려한 變斷面 기둥

의 挫屈荷重에 관한 研究이다. 이 연구에서 挫屈荷重을 지배하는 一端固定 他端自由인 變斷面 기둥의 微分方程式과 境界條件을 誘導하였다. 이 微分方程式을 Runge-Kutta method와 Regula-Falsi method를 이용하여 數值解析하고 無次元 挫屈荷重을 算出하였다. 一連의 數值解析 例를 考察하여 다음과 같은 結論을 얻었다.

1. 剪斷變形은 挫屈荷重을 減少시키는 要因이므로 剪斷變形效果를 고려하는 것이 구조설계상 안전측에 든다.
2. 剪斷變形을 고려할 때 彈性係數比(I)는 挫屈荷重을 增加시키는 要因이지만 그 影響은 매우 작다.
3. 剪斷變形을 고려할 때 細長比(κ)는 挫屈荷重을 增加시키는 要因이며 $\kappa < 30$ 일 때 그 影響은 비교적 크다.
4. 剪斷變形을 고려할 때 斷面比(e)가 클수록 挫屈荷重에 미치는 影響은 더 크다.
5. 剪斷變形을 고려할 때 斷面形狀에 따른 剪斷變形의 效果는 ($m=1, n=1$), ($m=2, n=4$), ($m=1, n=3$)의 순서로 影響이 크다.

이 論文은 1993年度 圓光大學校 附設 工業技術開發研究所의 研究費 支援에 의하여 研究된 論文임.

參 考 文 獻

1. 이병구, 1990, 전단변형을 고려한 캔틸레버보의 정확탄성곡선, 한국강구조학회 논문집, 제2권 제4호, pp. 181-187.
2. Timoshenko, S. P. and Gere, J. M., 1961, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, pp.132-135.
3. 劉哲洙, 孫晟源, 1984, 一定 變斷面 長柱의 臨界挫屈荷重 決定, 大韓土木學會 論文集, 第4卷 第1號, pp. 98-101.
4. Wang, C. Y., 1987, Buckling and Post-buckling of Heavy Columns, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 113, No. 8, pp. 1229-1233.
5. 李炳求, 牟正萬, 1992, 動的概念에 의한 變斷面 기둥의 挫屈荷重, 韓國農工學會誌, 第34卷 第4號, pp. 97-105.
6. 李炳求, 鄭鎮燮, 李汶樹, 朴勝海, 1994, 3次理論에 의한 變斷面 鋼말뚝의 挫屈荷重 및 後挫屈舉動, 韓國農工學會誌, 第36卷 第2號, pp. 56-66.
7. Bleich, F. and Bleich, H. H., 1952, Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, pp. 187-188.
8. Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. : ibid.
9. Chen, W. F. and Atsuta, T., 1977, Theory of Beam-Columns(I), McGraw-Hill, pp. 101-104.
10. Sheinman, I. and Adam, M., 1987, The Effect of Shear Deformation of Post-Buckling Behavior of Laminated Beams, Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 54, pp.558-562.
11. Gupta, A. K., 1985, Vibration of Tapered Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 11, No. 1, pp. 19-36.
12. Theocaris, P. S. and Panayotounakos, D. E., 1982, Exact Solution of the Non-Linear Differential Equation Concerning the Elastic Line of a Straight Rod due to Terminal Loading, Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 17, No. 5/6, pp. 395-402.
13. Gere, J. M. and Timoshenko, S. P., 1984, Mechanics of Materials, Brooks/Cole Engineering Division, pp. 660-666.
14. Al-Khafaji, A. W. and Tooley, J. R., 1986, Numerical Methods in Engineering Practice, Holt, Rinehart and Winston.
15. Maron, M. J., 1982, Numerical Analysis, Macmillan.