

## 장방형 PZT 세라믹 공진자의 비선형공진특성

정수태 · 조상희\*

부산공업대학교 전자공학과

\*경북대학교 무기재료공학과

(1994년 5월 30일 접수)

### Nonlinear Resonance Characteristics of Transverse Type PZT Ceramic Resonator

Su-Tae Chung and Sang-Hee Cho\*

Dept. of Electronic Eng., National Pusan University of Technology

\*Dept. of Inorganic Materials Eng., Kyung Pook National University

(Received May 30, 1994)

#### 요 약

장방형 PZT 세라믹 공진자의 비선형공진특성을 조사하고, Duffing이 제안한 비선형이론을 적용시켜 비선형계수를 계산하였다. 시료의 공진특성은 구동전류에 기인하는 열적효과에 의해서 비선형성을 보였다. 시료의 크기에 대하여 비선형계수가 매우 다르게 보였으나, 시료의 전류밀도로 비교해 보면 그 값들은 거의 같았다. 비선형계수는 구동전류의 밀도가 40 mA/cm<sup>2</sup>까지는 거의 일정한 값을 가졌고,  $\alpha$ 는 920,  $\beta$ 는 -10.6이었다. 반면에 그 전류밀도 이상에서는 비선형계수가 지수적으로 증가하였다. 또한 비선형계수는 온도가 증가함에 따라 증가하였다.

#### ABSTRACT

Nonlinear resonance characteristics of transverse type-PZT ceramic resonator were investigated, and their nonlinear coefficients were calculated using the nonlinear theory proposed by Duffing. Resonance characteristics of sample showed nonlinearity by the thermal effects due to driving current. Nonlinear coefficients greatly affected by sample dimension, however, comparing with respect to current density, it was almost constant. Nonlinear coefficients were not changed as driving current increased upto 40 mA/cm<sup>2</sup>, when  $\alpha$  and  $\beta$  was 920 and -10.6, respectively, while nonlinear coefficients exponentially increased beyond the current density of 40 mA/cm<sup>2</sup>. Nonlinear coefficients were slightly increased as temperature increased.

#### 1. 서 론

공진자에 교류전력을 인가하면 공진자는 진동을 하므로 공진자를 전기적으로 등가회로화(등가저항, 등가정전용량, 등가인덕턴스로 구성)시켜 진동에 대한 물리적인 해석을 한다. 등가전기회로에서 주파수에 대한 전류의 값이 공진주파수를 중심으로 하여 대칭적일 때 선형공진특성이라 하고, 주파수에 대한 전류의 특성이 비대칭적일 때를 비선형공진특성이라 한다. 일반적으로 공진자는 선형으로 취급하나, 공진자의 등가회로정수가 전류나 전압 등의 요인에 의해서 그 값들이 비교적 크게

변화하면 비선형으로 취급한다. 실제로 물리계는 비선형적인 요소가 많고, 이러한 비선형계에 대한 공진특성의 해석방법이 다소 있다. 그 예로 Duffing 방정식<sup>1)</sup>은 선형물리계에 비선형항을 추가하여 2차 방정식을 갖는 비선형계를 해석한 것으로, 이 방정식은 비선형공진특성을 나타내는 가장 적합한 방법으로 사료된다. 한편 인덕터(inductor)의 비선형회로에 대해서 반복법으로 해석한 것도 보고되어 있으며<sup>2)</sup>, 이러한 결과는 Duffing 모델의 결과와 거의 일치한다. 또한 자성체를 갖는 철공진(ferro resonance)에 대한 비선형특성을 벡터(vector)적으로 해석한 것도 있다<sup>3)</sup>.

실제 압전공진자에 교류전압을 인가하면 구동전류가 클 때 비선형공진특성을 나타내며, 이것은 선형으로 취급한 공진특성과의 차이가 있다. 즉 기계적 품질계수가 큰 압전체의 대진폭구동에서는 공진특성이 비선형적으로 나타남이 보고되어 있다<sup>4)</sup>. 그리고 Kaname<sup>5)</sup>는 압전세라믹변압기에서 구동전류가 적으면 공진주파수를 중심으로 공진특성이 대칭적으로 되었으나, 구동전류가 크게 증가하면 공진특성이 비대칭적으로 나타남을 보고하였다. 역시 본 저자도 압전변압기의 공진특성에서 비대칭성이 나타남을 관측하였다<sup>6)</sup>. 한편 공진자의 공진주파수가 변화하는 원인은 대개 공진시 발생하는 탄성응력, 소자에 인가되는 직류전계 및 구동전류 등이며, Nosek<sup>7)</sup>는 공진자의 비선형현상은 구동전류에 관계한다고 가정하여 등가전기회로에서 전류의 회로방정식(대수방정식)으로 나타내어 비선형공진특성을 모델링하였다.

본 논문에서는 압전세라믹스공진자를 비선형적 등가전기회로로 가정하고, 여기에 Duffing 모델을 적용시켜 주파수에 대한 전류의 공진특성을 simulation하였다. 그리고 시편의 크기에 대한 공진특성을 상호 비교하였다. 또한 비선형 이론에서 유도한 수식을 실험결과에 적용시켜 전기적 등가상수의 비선형계수를 계산하였고, 이 계수들의 온도에 대한 영향을 검토하였다. 그 결과 본 시료의 비선형공진특성은 이론과 잘 일치하였고, 비선형계수는 소자에 인가되는 전류의 발생열에 영향을 받았다.

## 2. 비선형이론과 공진특성의 Simulation

Fig. 1은 압전진동자의 등가전기회로를 나타낸 것이다.

여기서 R'은 등가저항, L은 등가인덕턴스, C'는 등가정전용량, C<sub>0</sub>는 입력단의 정전용량, V는 주파수 ω를 갖는 정현파의 전압이고, i는 회로에 흐르는 전류이다. 공진이 일어날 때 C<sub>0</sub>의 값(보통 수 nF 정도)은 C의 값(보통 수십 pF 정도)보다 매우 크므로 R', L, C' 직렬회로의 공진주파수에 거의 영향이 없고 또한 공진전류에 비하여 C<sub>0</sub>에 흐르는 전류는 매우 적으므로 R L C의 직렬공진회로에 대하여 논의한다.

Fig. 1의 등가회로에 대한 회로방정식(미분방정식)은 다음과 같다.

$$L \frac{di}{dt} + R'i + \frac{1}{C'} \int i dt = V \sin(\omega t + \zeta) \quad (1)$$

위의 등가전기회로에서 등가인덕턴스 L은 주로 물리계의 질량으로 유추하므로, 시료의 형태가 주어지면 L의

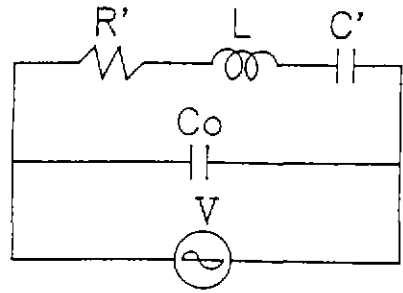


Fig. 1. Equivalent electric circuit of resonator.

변화가 거의 없다. 따라서 이론을 간략화하기 위해서 Nosek<sup>7)</sup>와 동일하게 다음 식과 같이 등가저항 R' 및 등가정전용량 C'가 입력전류 i의 함수관계가 주어진다고 가정한다. 여기서 α 및 β는 비선형계수이다.

$$R'(i) = R(1 + \alpha i^2), \quad C'(i) = \frac{C}{1 + \beta i^2} \quad (2)$$

식 (2)을 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 2차 미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{di^2}{dt^2} + \frac{R}{L}(1 + 3\alpha i^2) \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}(1 + \beta i^2)i \\ = \frac{V}{\omega L} \cos(\omega t + \zeta) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 왼쪽 항의 i<sup>2</sup>항이 없으면 Duffing 방정식과 같은 형식이다. 식 (3)의 비선형계수 α, β가 매우 적을 때 i의 해를 근사적으로 i = I<sub>1</sub>cosωt + I<sub>3</sub>cos3ωt라 둔다. 여기서 실제 공진이 일어날 때 선택도 Q(시료의 기계적 품질계수)가 큰 경우에는 비선형계의 경우라도 제 3 고조파성분 무시할 수 있다. 그러므로 I<sub>1</sub> ≫ I<sub>3</sub>라고 가정하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left( \frac{1}{LC} - \omega^2 \right) I_1 \cos \omega t - \omega \frac{R}{L} I_1 [\sin \omega t \\ + 3\alpha I_1^2 (\sin \omega t - \sin^3 \omega t)] + \frac{\beta}{LC} I_1^3 \cos^3 \omega t \\ = \omega \frac{V}{L} \cos(\omega t + \zeta) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 sin<sup>3</sup>ωt = 3/4 sinωt + 1/4 sin3ωt ≃ 3/4 sinωt, cos<sup>3</sup>ωt = 3/4 cosωt + 1/4 cos3ωt ≃ 3/4 cosωt(전술의 과정과 같이 cos<sup>3</sup>ωt 항이 매우 적다고 가정함)라 두고 정리하면 다음과 같다.

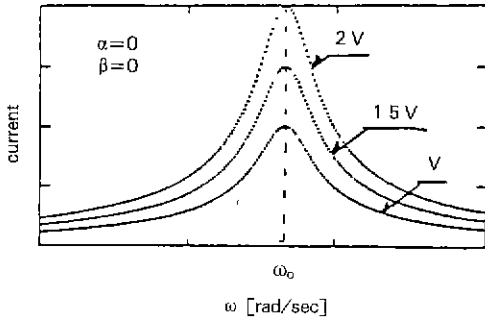


Fig. 2. Resonance characteristic of linear system.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{LC} - \omega^2 + \frac{3}{4} \frac{\beta}{LC} I_1^2 \right) I_1 \cos \omega t \\ & - \omega \frac{R}{L} \left( 1 + \frac{3}{4} \alpha I_1^2 \right) I_1 \sin \omega t \\ & = \omega \frac{V}{L} (\cos \omega t \cos \zeta - \sin \omega t \sin \zeta) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)의 양변을  $\cos \omega t$ 와  $\sin \omega t$ 의 계수를 비교하면 다음과 같다.

$$\left( \frac{1}{LC} - \omega^2 + \frac{3}{4} \frac{\beta}{LC} I_1^2 \right) I_1 = \omega \frac{V}{L} \cos \zeta \quad (6a)$$

$$\omega \frac{R}{L} \left( 1 + \frac{3}{4} \alpha I_1^2 \right) I_1 = \omega \frac{V}{L} \sin \zeta \quad (6b)$$

식 (6)의 a, b 식을 제곱해서 왼쪽 항끼리 또 오른쪽 항끼리를 각각 더하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left( \frac{1}{LC} - \omega^2 + \frac{3}{4} \frac{\beta}{LC} I_1^2 \right)^2 \right. \\ & \left. + \left[ \omega \frac{R}{L} \left( 1 + \frac{3}{4} \alpha I_1^2 \right) \right]^2 \right\} I_1^2 = \left( \omega \frac{V}{L} \right)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)은 공진자에 비선형요소가 존재한다고 가정한 전기적 등가회로의 전류방정식이다. 이 식은 등가회로의 정수 및 비선형계수의 값이 주어질 때 주파수의 변화에 대한 전류의 해를 구할 수 있다. 전류에 대한 해는 중근인 3개의 근을 갖는 6차방정식이다. 물리계에서 실제로 측정되는 양은 양(+)의 실수근이므로 양의 실근을 취하여 주파수에 대한 전류의 공진특성을 그리기로 한다. 공진자의 주파수에 대한 전류의 공진특성은 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 에 따라 좌우되므로 각 조건에 대한 전류의 주파수 특성을 simulation하면 다음과 같다.

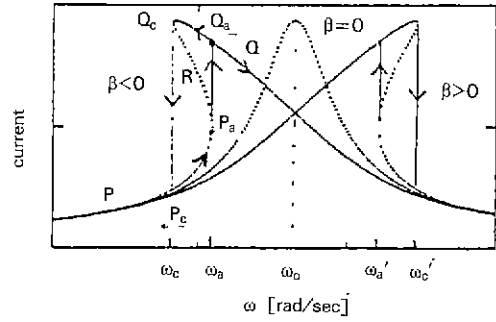


Fig. 3. Resonance characteristics for a various value of  $\beta$ .

2.1. 선형공진특성

식 (7)에서  $\alpha=0, \beta=0$ 인 경우에는 비선형항이 없으므로 회로의 전류는 다음과 같다.

$$I_1 = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \quad (8)$$

식 (8)은  $I_1$ 가  $\omega$ 의 1차 함수를 가지므로 2차계의 선형적인 진동계이다. 여기서 공진이 일어날 때 공진각과수는  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ 이다. Fig.2는  $\alpha=0, \beta=0$ 인 식 (8)에 대한 선형계의 공진특성을 나타낸 것이다. 등가회로정수 R, L 및 C의 값이 일정하므로 인가전압의 변화에 대하여 공진각주파수가 일정하고, 공진시에 흐르는 전류의 값도 인가전압에 비례적이며 전형적인 공진곡선이다.

2.2. 비선형공진특성

Fig.3은 인가전압이 일정할 때 식 (7)의  $\beta$ 의 범위에 대한 공진특성을 나타낸 것이다. 그림에서  $\beta$ 의 값에 따라 곡선의 형태가 다르다.  $\beta=0$ 인 경우에는 공진각주파수,  $\omega_0$ 를 기준으로 좌우 대칭성을 갖는 곡선이다. 한편  $\beta>0$ 인 경우는 오른쪽으로 곡선이 기울어지고,  $\beta<0$ 의 경우에는 왼쪽으로 기울어졌다. 이러한 현상을 비선형공진 특성이라 한다. 그러나 실제 물리계에서는 이러한 공진 곡선을 얻을 수 없다. 그림의  $\beta<0$ 에서 공진특성은 P, Q, R의 3개의 분기로 나누어지고, 각주파수  $\omega_a$ 와  $\omega_c$  사이에 존재하는 R의 분기는 방정식으로는 구할 수 있으나, 실제로 측정할 수 없는 부분이다. 즉 주파수를 증가시키면 P 부분에서는 전류가 서서히 증가하고  $\omega_0$ 인 주파수에서는 P에서 Q로 급격히 전류가 증가하며 그 이후는 주파수의 증가에 대하여 서서히 전류가 감소한다. 역으로 주파수를 큰 쪽에서 작은 쪽으로 감소시키면 처음

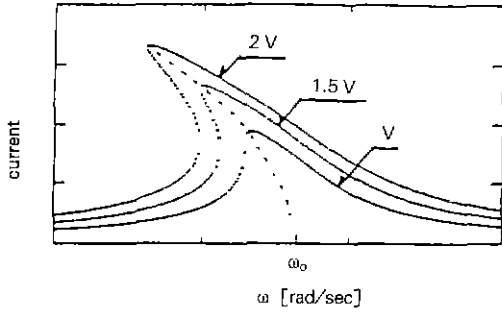


Fig. 4. Resonance characteristics for input voltage of  $\beta < 0$ .

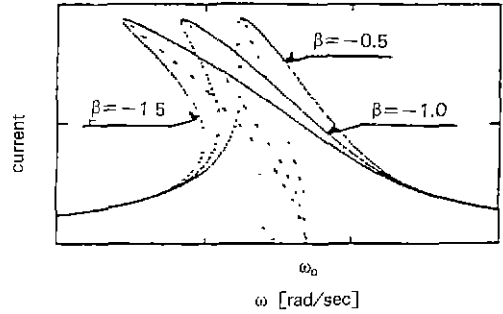


Fig. 6. Resonance characteristics for a various value of  $-\beta$ .

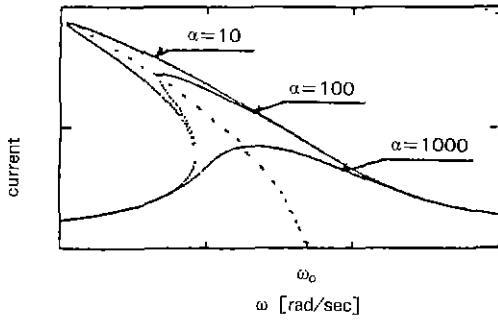


Fig. 5. Resonance characteristics for a various value of  $\alpha$ .

Q 부분을 따라 전류가 서서히 증가하여  $Q_0$  부분을 지나서 주파수가  $\omega_c$ 인  $Q_c$ 에서  $P_c$ 로 급격히 감소하여 그 이후는 P 부분을 따라 전류가 감소한다. 그리고 각주파수  $\omega_c$ 와  $\omega_0$  사이의 주파수 범위에서 전류의 히스테리시스 현상이 나타남을 알 수 있다. 한편  $\beta > 0$ 인 경우에는 반대현상이 나타나므로 다음부터  $\beta < 0$ 의 경우에 대해서 기술하기로 한다.

Fig. 4는  $\alpha \neq 0$ ,  $\beta < 0$ 의 경우에 인가전압에 대한 공진 특성을 나타낸 것으로서 전압의 증가에 따라서 공진특성의 비선형성은 더욱더 증가하고, 공진각주파수는 감소함을 나타내고 있다. 비선형공진이 일어날 때 식 (7)에서 공진시의 각주파수,  $\omega_c$ 와 전류사이에는 다음의 관계식이 주어진다.

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{3}{4} \beta I_1^2 \right)} = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{3}{4} \beta I_1^2} \quad (9)$$

즉 공진각주파수,  $\omega_c$ 는 전류의 크기에 관계하므로  $\beta > 0$ 이면  $\omega_c$ 는 증가하며,  $\beta < 0$ 이면  $\omega_c$ 는 감소한다.

Fig. 5는  $\beta < 0$ 인 경우에 인가전압을 일정하게 두고  $\alpha$ 의

Table 1. Piezoelectric Constant and Electric Equivalent Constant

Sample	es	$k_{11}$	$\frac{s_{11}^E}{10^{-12}}$ [m <sup>2</sup> /V]	R [ $\Omega$ ]	L [mH]	C [pF]	$f_r$ [kHz]
PZT-1	760	0.285	11.02	28.5	83.87	41.51	85.298
PZT-2	760	0.300	11.00	36.0	106.3	32.67	85.404

값에 대한 공진특성을 나타낸 것이다.  $\alpha$ 의 값이 증가함에 따라 전류의 값은 점차로 감소하고 공진각주파수,  $\omega_c$ 는 선형체의 공진각주파수,  $\omega_0$ 쪽으로 접근하였다. 그러나  $\alpha$ 의 값이 미소하게 변할 때는 거의 차이가 적었다. 여기서  $\alpha$ 의 증가는 등가저항의 증가를 의미한다.

Fig. 6은  $\alpha$  및 인가전압을 일정하게 두고  $-\beta$ 의 크기에 대한 공진특성을 나타낸 것이다.  $\beta$ 의 값이 부(-)의 값으로 조그마한 증가에 대하여 비선형성은 크게 증가하고, 공진각주파수,  $\omega_c$ 는 선형체의 공진각주파수,  $\omega_0$ 보다 감소하였으나, 공진시의 전류값은 변화가 없었다. 그러므로 공진이 일어나면 공진특성의 형태는  $\beta$ 에 크게 영향 받을음을 알 수 있다.

### 3. 실험

압전공진자의 비선형공진특성을 조사하기 위하여 Pb (Zr, Ti)O<sub>3</sub>의 시료를 사용하였으며, 이 시료에 대한 제조공정은 본 저자의 논문에 있다<sup>9)</sup>. 시편의 규격은 길이, 폭, 두께를 각각 20×4.5×0.95 mm<sup>3</sup>(PZT-1), 20×3.0×0.95 mm<sup>3</sup>(PZT-2)로 하였다. 시편의 양면에 은 전극을 붙여 100°C의 실리콘 기름속에서 20 kV/cm의 전계를 10분간 인가하여 분극처리하였다. Table 1은 본 실험에 사용한 시편의 압전정수와 전기적등가상수(압전상수는

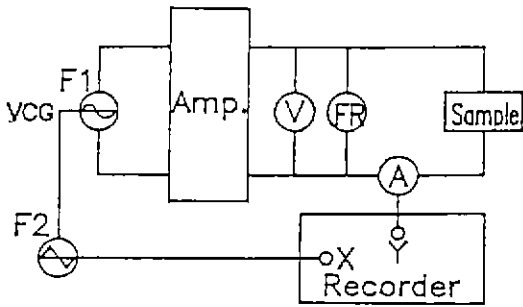


Fig. 7. Experiment measuring circuit

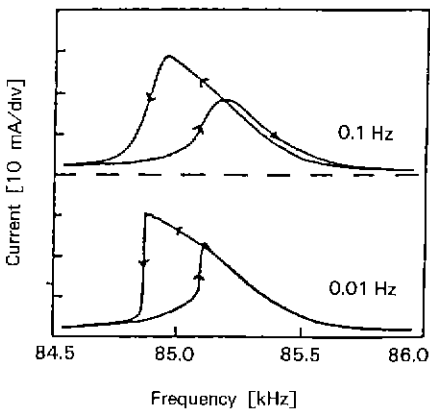


Fig. 8. Resonance characteristics for sweep times.

공진 및 반공진주파수를 측정하여 IRE 공진법에 따라 계산한 값이고, 등가상수는 공진특성으로부터 구한 값임. 이때 인가전압은 0.2 V를 나타낸 것이다. Fig. 7은 시료의 공진특성을 측정하는 회로를 나타낸 것이다. 인가전압원은 함수발생기-1[F-1](정현파 발생)에 증폭기를 접속하여 전원용량을 증가시켰다. 측정시에 가장 큰 문제점은 공진시에 흐르는 큰 전류에 기인하는 탄성손실(열적요소)로 인하여 측정에 소요되는 시간에 따라서 공진점의 전류와 주파수가 수시로 변화하였다. 그래서 주파수의 가변은 F-2(튜너와 발생)의 주파수를 일정하게 하고 그 출력전압을 F-1의 VCG 단자에 연결시켜 측정의 신뢰성을 확보하기 위하여 X-Y 기록계를 이용하였다. Fig. 8은 F-2의 소인시간에 대한 공진곡선을 나타낸 것이다. 그림에서 소인시간(sweep time)이 0.1 Hz인 경우에는 공진곡선에서 전류의 급격한 증가를 인식하기가 어려웠다. 따라서 인가주파수의 소인시간을 0.01 Hz로 하였다.

4. 결과 및 고찰

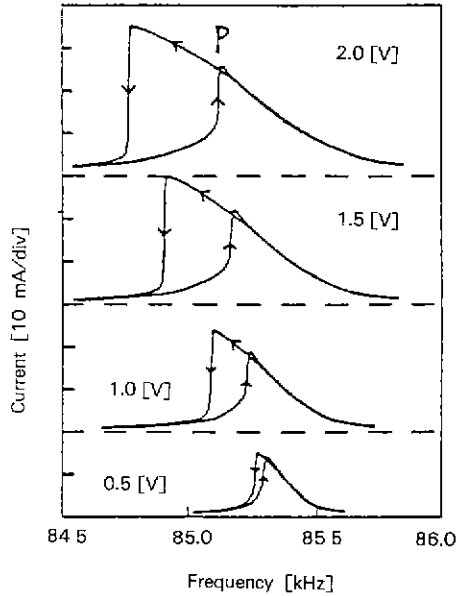


Fig. 9. Resonance characteristics for input voltage of PZT-1.

Fig. 9는 PZT-1 시료에 대해서 각각 인가전압의 변화에 대한 주파수의 상승과 하강시의 공진특성을 나타낸 것이다. 전압의 증가에 대하여 Fig. 4와 같이 비선형계수가  $\beta < 0$ 와 일치하고, 공진특성의 비선형정도와 전류의 히스테리시스가 나타나는 주파수의 폭이 증가함을 보였다. 이러한 차이는 식 (9)와 같이 공진주파수는 전류에 관계하기 때문이다. 즉 주파수를 하강시킬 때는 그림과 같이 상승시킬 때 전류값보다 큰 전류로 서서히 증가하기 때문에 주파수 하강시의 공진주파수가 주파수 상승시의 공진주파수보다 낮아지고, 이러한 현상은 인가전압이 증가하면 구동전류가 더욱 증가하여 그 차이는 훨씬 크게 나타난다. 한편 주파수를 증가시켰을 때 급격히 증가한 전류의 첨두치(P점)가 보였으며, 이러한 현상은 전술한 이론식의 비선형공진특성과는 조금 차이가 있다. 이것은 실제 공진자의 등가 리액턴스(reactance)값이 유도성(L 성분)에서 용량성(C 성분)으로 변할 때 용량성의 급격한 증가에 대한 충전전류(돌입전류)라 사료된다.

Fig. 10은 PZT-1 시료와 PZT-2 시료에 대하여 인가전압 1, 3 V에 대한 전류의 주파수특성을 나타낸 것이다. 그림에서 인가전압이 일정한 경우에 공진자에 흐르는 전류가 적음에도 불구하고 폭이 적은 시료(PZT-2)가 폭이 큰 시료(PZT-1)보다 비선형정도가 크고, 주파수에 대한 전류의 히스테리시스폭도 증가함을 보였다.

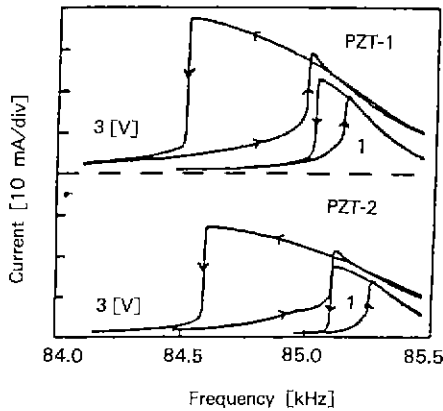


Fig. 10. Resonance characteristics of PZT-1 and PZT-2.

Fig. 9, 10의 비선형공진특성에서와 같이 인가전압이 증가함에 따라 공진시의 전류가 전압에 비례적으로 증가하지 않을 뿐만 아니라 전류의 히스테리시스의 폭도 각기 다르게 보였다. 이러한 차이는 비선형계수에 관계가 되어진다고 사료된다. 전술한 비선형이론과 실험결과로 미루어 보아서 공진자에 공진이 일어날 때 식 (7)의 왼쪽 항 중에서 제 1항(공진항)은 공진주파수에 영향을 미치고, 제 2항(감쇄항)은 공진전류의 크기에 영향을 미침을 알 수 있다. 여기서 각 공진자에 대한 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 를 계산해 보자. 먼저 비선형계수  $\alpha$ 를 구하는 수식은 다음과 같다. 식 (7)에서 공진이 일어날 때 최대전류는 공진항과 관계가 없으므로 다음과 같이 표현된다.

$$I_1 = \frac{V}{R \left( 1 + \frac{3}{4} \alpha I_1^2 \right)} \quad (10)$$

여기서  $V$ 는 인가전압이며,  $I_1$ 은 공진시의 공진전류이고,  $R$ 은 선형특성을 나타낼 때의 공진시의 등가저항이다. 식 (10)을 변형하면 다음과 같다.

$$\frac{V}{R I_1} - 1 = \frac{3}{4} \alpha I_1^2 \quad (11)$$

또한 공진시에 주파수의 변화가 일어나므로 공진항에서부터 비선형계수  $\beta$ 를 구해보자. 식 (9)를 변형하면 다음과 같다.

$$\left( \frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2 - 1 = \frac{3}{4} \beta I_1^2 \quad (12)$$

식 (11)과 (12)에서 왼쪽 항을  $y$ 축으로 하고 오른쪽

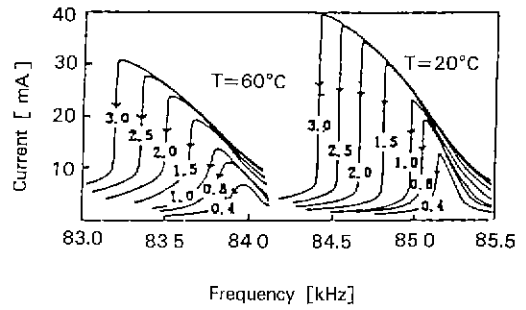


Fig. 11. Temperature characteristics of resonance curve for variation of input voltage (descend frequency from high to low).

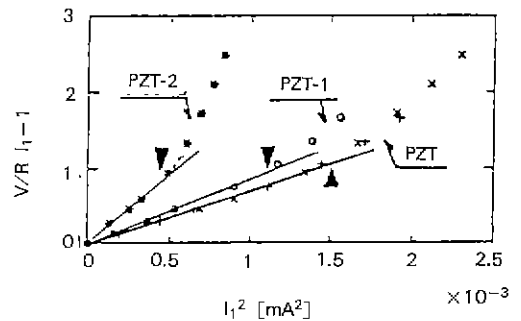


Fig. 12.  $V/(R \cdot I_1) - 1$  vs.  $I_1^2$  of samples at  $20^\circ\text{C}$  (▼: change point of curve).

항의  $I_1^2$ 을  $x$ 축으로 하면 직선의 방정식  $y-1=ax$  형식이 되므로 기울기  $a$ 를 그림에서 구하여 계산하면 바로 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 를 알 수 있고(기울기의 4/3배), 기울기가 크면 비선형계수가 큼을 뜻한다. 본 시료는 공진특성에서  $\beta$ 의 값이 부(-)를 나타내므로 시료의 인가주파수를 공진주파수 이상의 주파수로부터 낮은 주파수로 가변시킬 때의 공진특성(Fig. 11 참조)으로부터 비선형계수를 구하는 자료를 얻었다.

Fig. 12는 비선형계수  $\alpha$ 를 구하고자 식 (11)에 의하여 공진전류의 제곱에 대한 저항비(Table 1의 저항을 기준)를 나타낸 것으로 공진전류가 증가함에 따라서 공진자의 등가저항이 증가하였다. 그리고 Fig. 13은 비선형계수  $\beta$ 를 구하고자 식 (12)에 의해서 공진전류의 제곱에 대한 공진주파수의 변화율(Table 1의 공진주파수를 기준)을 나타낸 것으로 공진전류가 증가함에 따라서 공진자의 공진주파수가 감소하였다. Fig. 12 및 13에서 곡선의 기울기는 ▼점까지 거의 직선이나 그 이후부터는 기울기가 지속적으로 증가함(Fig. 13은 감소)을 보였다. Table 2는 기울기가 일정한 P점(그림의 ▼ 표시)의 범위에서 비선

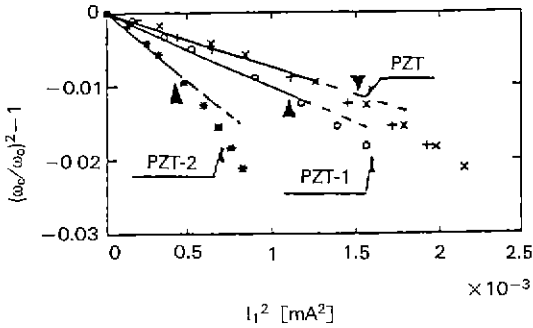


Fig. 13.  $(\omega_c/\omega_0)^2 - 1$  vs.  $I_1^2$  of samples at 20°C ( $\blacktriangledown$ : change point of curve).

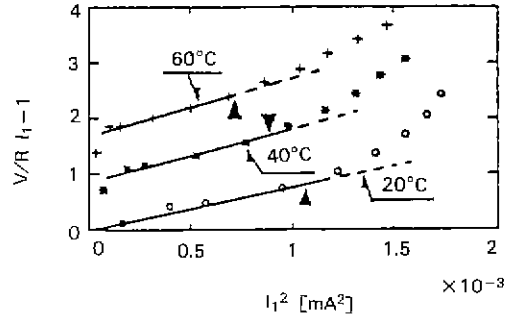


Fig. 14.  $V/(R \cdot I_1) - 1$  vs.  $I_1^2$  of PZT-1 at various temperature ( $\blacktriangledown$ : change point of curve).

Table 2. Nonlinear Coefficients at 20°C

Sample	$\alpha$	$\beta$	P
PZT-1	1130	-13.3	33 mA
PZT-2	2350	-24.7	22 mA
PZT	920	-10.6	40 mA/cm <sup>2</sup>

P: change point ( $\blacktriangledown$  mark) of curve.

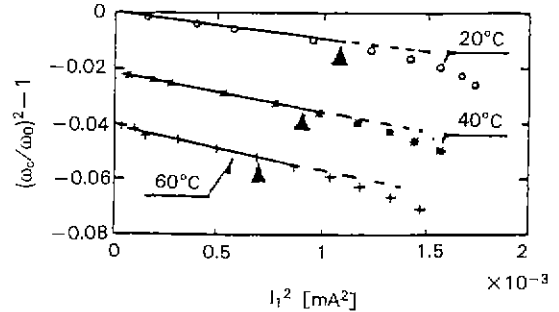


Fig. 15.  $(\omega_c/\omega_0)^2 - 1$  vs.  $I_1^2$  of PZT-1 at various temperature ( $\blacktriangledown$ : change point of curve).

형계수를 나타낸 것이다. 그러므로 비선형계수  $\alpha$ 는 정 (+)의 값을 가지며, 식 (2)와 같이 공진자의 저항은 곡선의 기울기가 일정한 범위에서 공진전류의 제곱에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 또한 비선형계수  $\beta$ 는 부(-)의 값을 가지며, 식 (2)와 같이 공진자의 등가정전용량은 공진전류의 제곱에 비례하여 증가함을 알 수 있다. 한편 PZT-2 시료의 비선형계수는 PZT-1 시료보다 약 2배 정도 큼을 보였다. 이러한 비선형계수의 차이가 Fig. 10과 같이 공진특성이 다르게 보인 이유이다. 그러나 두 시료의 단위면적당 전류밀도(각 그림 상에 PZT라고 명시한 것)로서 나타내어 보니 두 시료의 비선형계수는 거의 비슷하였다. 이것은 시료의 특성이 동일하면 비선형계수의 차이가 없음을 알 수 있다.

Table 3. Nonlinear Coefficients at Various Temperature

Temperature	$\alpha$	% $\alpha$	$\beta$	% $\beta$	P
20°C	1130	0	-13.3	0	33 mA
40°C	1276	113	-20.0	150	30 mA
60°C	1423	126	-22.7	170	27 mA

P: change point ( $\blacktriangledown$  mark) of curve.

% $\alpha = (\alpha T / \alpha_{20}) \times 100$ , % $\beta = (\beta / \beta_{20}) \times 100$ .

한편 공진전류의 크기에 대한 비선형계수의 기울기가 어느 특성의 전류(P점에서의 전류) 이상에서 증가한 이유를 조사하기 위하여 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 의 온도특성을 조사하였다. Fig. 14는 PZT-1 시료에 있어서 주위온도에 따른 공진전류의 제곱에 대한 저항비(Table 1의 저항을 기준)를 나타낸 것이고, Fig. 15는 주위온도에 따른 공진전류의 제곱에 대한 공진주파수의 변화율(Table 1의 공진주파수를 기준)을 나타낸 것이다. 그림에서 온도가 증가함에 따라 기울기와 종축의 교점이 거의 비례적으로 증가 또는 감소를 보였다. 이것은 시료의 온도가 증가하면 공진시 등가저항의 증가(동일전압에서 전류가 감소)

와 공진주파수가 낮아짐을 의미한다(Fig. 11 참조). 온도가 높을 때 공진시의 공진전류가 작은 이유는 시료의 탄성손실의 증가(기계적 품질계수의 감소) 때문에 등가저항의 증가에 기인하고, 공진주파수가 낮은 쪽으로 이동한 이유는 시료의 온도가 상승하면 유전률의 증가로 인하여 시료의 정전용량이 증가하며 정전용량이 증가하면 등가정전용량도 비례해서 증가하기 때문이다<sup>8)</sup>. 그림에서 기울기가 일정한 범위( $\blacktriangledown$ 점까지)에서 온도의 변화에 대한 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 를 나타낸 것이 Table 3이다. 표에서와 같이 온도가 증가함에 따라 비선형계수가 증

가하였고, 그 증가율(20°C 기준)은  $\alpha$ 보다  $\beta$ 가 크게 변화함을 보였다. 이것은 시료의 유전률이 온도영향을 크게 받고 있음을 의미한다. 한편 기울기가 변화하는 ▼점의 공진전류는 온도가 증가함에 따라 낮은 값에서 나타났다. 이러한 이유는 다음과 같다. 공진이 일어나면 공진전류에 의한 시료의 발생열량이 방출되는 열량보다 크게 되면 시료내부에 열의 축적이 일어나므로 이 열의 축적현상에 의해서 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 가 증가하기 때문이다. 또한 주위온도가 높아지면 방출되는 열량이 감소하여 더 많은 열량이 시료내부에 축적되므로 주위온도가 낮을 때의 공진전류보다 적은 전류에서 비선형계수  $\alpha$  및  $\beta$ 가 증가하기 때문이다.

## 5. 결 론

장방형 판상 PZT 세라믹 공진자에 Duffing 모델을 적용시킨 비선형공진특성의 연구를 요약하면 다음과 같다.

1) 공진자의 전기적 등가회로에서 저항 및 정전용량은 구동전류의 제곱에 기인하는 발열현상 때문에 시료의 공진특성은 비선형성을 보였다.

2) 시료의 크기에 대하여 비선형계수가 매우 다르게 보였으나, 시료의 전류밀도로 비교해 보면 그 값들은 거의 같았다. 비선형계수는 구동전류의 밀도가 40 mA/cm<sup>2</sup>까지는 거의 일정한 값을 가졌고,  $\alpha$ 는 920,  $\beta$ 는 -10.6이었다. 반면에 그 전류밀도 이상에서는 비선형계

수가 지수적으로 증가하였다. 또한 비선형계수는 온도가 증가함에 따라 증가하였다.

## 감사의 글

본 연구는 1992년 과학기술처 선도기술개발사업의 연구비 지원(BSN931-4803)으로 이루어진 것으로 이에 감사드립니다.

## REFERENCES

1. 戸田盛和, “振動論”, 培風館, 東京, pp. 56-81, 1968.
2. H. W. Katz, “Solid State Magnetic and Dielectric Devices”, John Wiley & Sons, New York, pp. 163-168, 1959.
3. 熊谷三郎, 手塚慶一, “交流理論”, 共立出版, 東京, pp. 139-151, 1962.
4. 電子材料工學會, “壓電セラミックスとその應用”, 電波新聞社, 東京, pp. 38-41, 1974.
5. 栗 祐一, 伊勢悠紀彦, “壓電セラミックス用素子の一考察”, 日本音響學會誌, 32(8), 470-479, 1976.
6. 박순태, 정수태, 이종현, “PZT계 압전트랜스의 전기적 성질”, 한국요업학회 추계연구발표논문집, 93. 10, pp. 201-202, 1993.
7. J. Zelenka, “Piezoelectric resonators and their applications”, Elsevier, New York, pp. 168-181, 1986.
8. 정수태, “전극크기가 PZT의 공진특성에 미치는 영향”, 부산공업대학교 산업기술연구논문집, 제 1집, pp. 177-183, 1985