

## 알루미나 세라믹스의 반복 피로 수명 예측을 위한 응력 모델

이홍림 · 박성은 · 한봉석

연세대학교 세라믹공학과

(1994년 6월 7일 접수)

### Stress Modeling for Cyclic Fatigue Life Prediction of Alumina Ceramics

Hong Lim Lee, Sung Eun Park and Bong Seok Hahn

Dept. of Ceramic Eng., Yonsei Univ.

(Received June 7, 1994)

#### 요 약

알루미나의 피로 수명을 예측을 위하여 반복 피로 실험을 하였다. 주기적 응력에 대응하는 정적 응력을 나타내기 위하여 4가지 모델들을 세웠다. 반복 피로 실험에 의한 균열 성장 지수 예측에는 등가 정적 응력 모델이 가장 적합한 것으로 생각된다. 각각의 모델에 대한 균열 성장 지수  $n$ 의 계산값은 산술 평균 응력 모델에 대하여는 21.81, 적분 응력 모델에 대하여는 22.15, 최대 응력 모델에 대하여는 24.57, 등가 정적 응력 모델에 대하여는 24.43을 얻을 수 있었다. 따라서 본 연구에 의한 알루미나 세라믹스의 균열 성장 지수값은 24에 접근하는 것으로 판단된다.

#### ABSTRACT

Cyclic fatigue experiment was carried out to predict the life time of alumina ceramics. Four kinds of model were suggested to obtain the adequate representative static stress corresponding to the cyclic stress applied to the alumina specimens. Arithmetic mean stress model gives 21.81 of the crack growth exponent, integrated stress model gives 22.15, maximum stress model gives 24.57, and equivalent static stress model gives 24.43. It is considered that the equivalent static stress model is the most reasonable and gives the best adequate crack growth exponent value.

#### 1. 서 론

세라믹스가 기계구조용 소재로 널리 사용되기 위해서는 원료 분말의 합성으로부터 부품의 제조 및 가공에 이르는 기술과 함께, 소재의 신뢰성을 파악하기 위한 평가기술 확립이 매우 중요하다. 세라믹스의 파괴는 재료의 표면이나 내부에 존재하는 미소균열(microcrack)의 성장에 의해서 일어난다. 세라믹스는 파괴강도 이하의 조건에서 사용되는데, 이 경우에도 시간이 경과하면 균열의 성장에 의해 파괴가 일어날 수 있다. 이를 피로(fatigue)라고 한다. 피로에는 일정한 응력을 계속 가해주는 정적 피로(static fatigue)와 응력을 일정한 주기로 반복적으로 가해 주는 반복 피로(cyclic fatigue)가 있다.

세라믹스의 피로 수명은 느린 균열 성장(slow crack growth) 기구에 의해 지배되며<sup>1)</sup>, 균열 성장 속도  $V$ 는

다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$V = AK_I^n \quad (1)$$

여기에서  $K_I$ 은 응력 확대 계수(stress intensity factor)이며,  $A$ ,  $n$ 은 물질 상수이다. 이때 균열 성장 지수(crack growth exponent)  $n$ 은 알루미나에서 20 이상으로 보고되며 이와 같이 큰 값 때문에 세라믹스는 급격한 균열 성장 파괴를 나타낸다<sup>2-5)</sup>. 즉, 균열 성장 속도  $V$ 는  $n$ 에 지수적으로 비례하므로  $K_I$ 이 일정한 값 이상으로 증가하면 급격한 증가를 보이며 이는 곧 세라믹스의 급작스러운 파괴(catastrophic failure)를 의미한다.

세라믹스의 피로 수명은 Griffith의 파괴조건에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>6)</sup>.

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^n = \left(\frac{t_2}{t_1}\right) \quad (2)$$

이때  $t_1$ 은 응력 조건  $\sigma_1$ 에서 파괴에 이르는 시간이며,  $t_2$ 은 응력 조건  $\sigma_2$ 에서 파괴에 이르는 시간이다.

정적 피로에 의한 파괴에서는  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$ 가 일정하지만, 반복 피로에 의한 파괴에서는 작용하는 응력이 시간에 따라 변화하므로 반복 피로 수명의 예측을 위해서는 응력의 변화에 의한 균열의 성장을 적절히 반영할 수 있는 응력 값을 사용하여야 한다. 본 연구에서는 알루미늄 시편을 사용하여 일정한 주기를 갖는 반복 응력에서의 피로 수명을 측정하고 반복 피로 수명을 예측하기 위하여 식 (2)에서의 응력항에 관하여 고찰하였다.

## 2. 이론적 배경

Griffith의 느린 균열 성장(slow crack growth) 이론에 의한 균열 성장 속도식 (1)에 의한 세라믹스의 피로 수명은 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$V = \frac{da}{dt} = AK_I^n = A(Y\sigma\sqrt{a})^n \quad (3)$$

여기에서  $\sigma$ 는 작용 응력,  $a$ 는 균열의 크기,  $t$ 는 시간,  $A$ 와  $n$ 은 물질 상수,  $K_I$ 은 응력 확대 계수(stress intensity factor),  $Y$ 는 형상 계수(geometric factor)이다.

식 (3)을 응력을 가해진 시점부터 파괴가 일어나는 시간 동안 적분하면, 식 (4), (5)와 같다.

$$\int_{a_1}^{a_2} a^{-n/2} da = AY^n \int_0^t \sigma^n dt \quad (4)$$

$$a_2^{(2-n)/2} - a_1^{(2-n)/2} = \frac{2-n}{2} AY^n \sigma^n t \quad (5)$$

대부분의 경우  $a_2 \gg a_1$ ,  $n \gg 1$ 이므로, 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{2}{(n-2)AY^n a_1^{(n-2)/2}} = \sigma^n t \quad (6)$$

식 (6)의 좌변은 모두 상수이므로, 식 (7), (8)과 같이 유도된다.

$$c = \frac{2}{(n-2)AY^n a_1^{(n-2)/2}} \quad (7)$$

$$c = \sigma_1^n t_1 = \sigma_2^n t_2 \quad (8)$$

위와 같은 유도 과정을 통하여 식 (2)를 얻을 수 있다. 그러므로, 식 (2)를  $\log \sigma$  vs.  $\log t$ 으로 plot하여 기울기로부터  $n$ 을 계산할 수 있으며, 이 관계식을 이용하면

세라믹스의 피로 수명을 예측할 수 있다.

주기적인 응력 변화를 갖는 반복 피로에 의한 수명 예측에 식 (2)를 적용시키기 위해서는 주기적인 응력 변화를 이에 대응하는 정적 응력으로 나타내어야 한다. 주기적 응력을 이에 대응하는 정적 응력으로 표시하기 위한 가능한 응력 모델들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

### 2.1. 산술 평균 응력(arithmetic mean stress) 모델

$$\sigma_{mean} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (9)$$

일정한 주기를 갖는 반복 응력에서 응력 주기 내에서 최대값과 최소값의 산술 평균을 대표 응력으로 사용한다.

### 2.2. 적분 응력(integrated stress) 모델

$$\sigma_{int} = t^{-1} \int_0^t \sigma(t) dt \quad (10)$$

반복 응력을 범위 내에서 적분하여 응력 주기 내의 적분 면적과 동일한 값을 반복 피로의 대표 응력으로 사용한다.

### 2.3. 최대 응력(maximum stress) 모델

응력 주기의 최대값  $\sigma_{max}$ 을 대표 응력으로 사용한다.

### 2.4. 등가 정적 응력(equivalent static stress) 모델

반복 피로의 경우, 식 (11)에 나타난 바와 같이 동일한 시간 동안  $\sigma(t)$ 와 같은 균열 성장을 일으키는 정적 응력을 등가 정적 응력(equivalent static stress,  $\sigma_{es}$ )이라고 정의하고<sup>2)</sup>, 이를 대표 응력으로 사용한다.

$$\sigma_{es} = \left[ t^{-1} \int_0^t [\sigma(t)]^n dt \right]^{1/n} \quad (11)$$

$$\int_0^t [\sigma(t)]^n dt = \sigma_{es}^n \cdot t \quad (12)$$

식 (6)과 (7)에 식 (12)를 적용하면 식 (13)을 얻게 된다.

$$\sigma_{es}^n \cdot t = c \quad (13)$$

위의 4가지 대표 응력 모델을 이용하면 정적 피로에서의 수명 예측식 (2)를 이용할 수 있다.

## 3. 실험방법

반복 피로 실험에 사용한 알루미늄 시편은 국내 Y사에서 제조한 슬립캐스팅(slip casting) 판상 시편(40×40

Table 1. Properties of Alumina Specimen

$\rho$	3900 kg/m <sup>3</sup> (97.9%)
$\sigma$	360~420 MPa
$K_{Ic}$	3.6~4.5 MPa·m <sup>1/2</sup>
Grain Size	2~10 $\mu$ m (mean: 5 $\mu$ m)
$H_v$	11.5~13 GPa

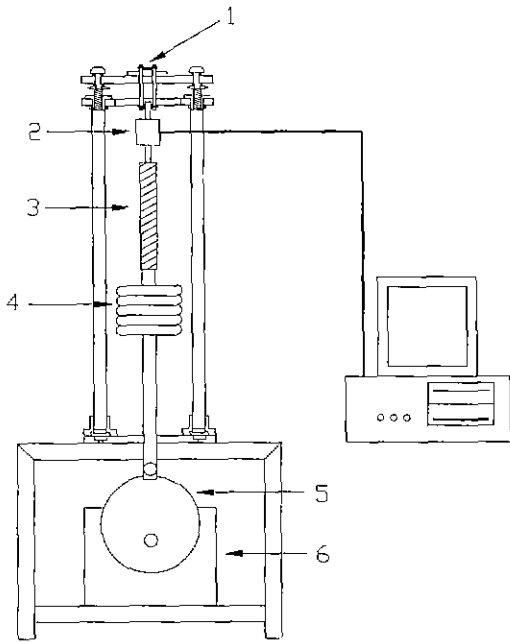


Fig. 1. Schematic diagram of the cyclic fatigue machine.

- 1. specimen
- 2. load cell
- 3. spring
- 4. weight
- 5. cam
- 6. motor

$\times 4 \text{ mm}^3$ )을 정밀 절단 연삭기(MX-833, Maruto ind., Japan)를 사용하여 시편의 크기가  $3 \times 4 \times 40 \text{ mm}^3$ 이 되도록 절단한 후 모서리에 존재하는 균열을 제거하기 위하여 각 모서리를  $45^\circ$ 로 가공하였다. 시편의 특성을 Table 1에 나타내었다. 반복 피로 실험은 자체 제작한 피로 시험기를 이용하였으며 피로 시험기의 구성도를 Fig. 1에 나타내었다.

반복 피로 시험은 3점 쥐임강도 형태로 하중을 가한 후, 하중 인가 주기를 0.5 Hz로 조절하여 행하였다. 시편에 인가되는 응력의 크기는 식 (14)를 사용하여 계산하였고<sup>8)</sup>, 시편 인가 응력의 크기는 최대응력이 250~350 MPa가 되도록 조절하였다.

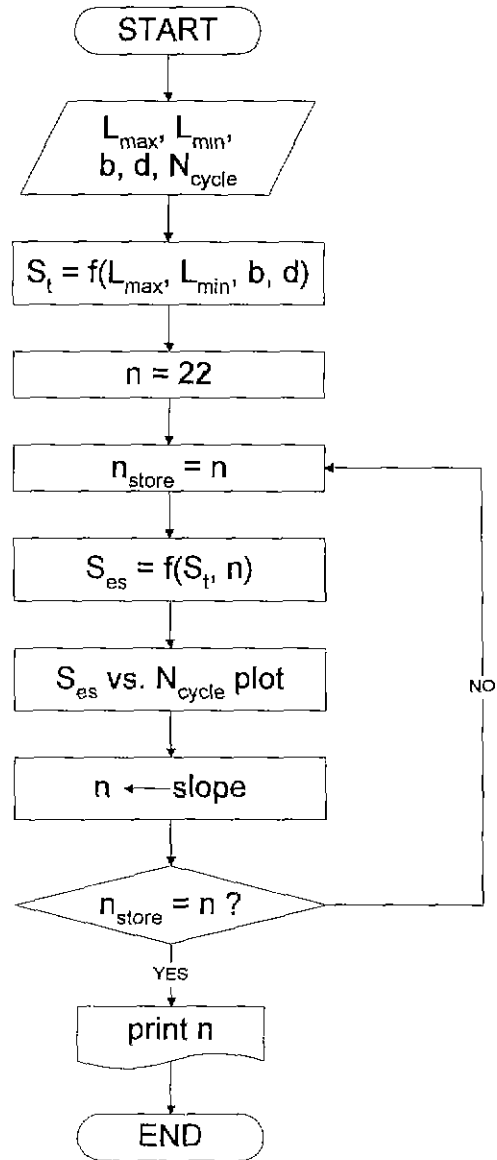


Fig. 2. Flowchart of n calculation program.

$$\sigma = \frac{3Pl}{2bd^2} \tag{14}$$

- P : Load
- l : span
- b : breadth of specimen
- d : depth of specimen

위와 같은 조건으로 시편의 파괴 시점까지 반복 피로 시험을 행한 후 피로 수명을 측정하였다.

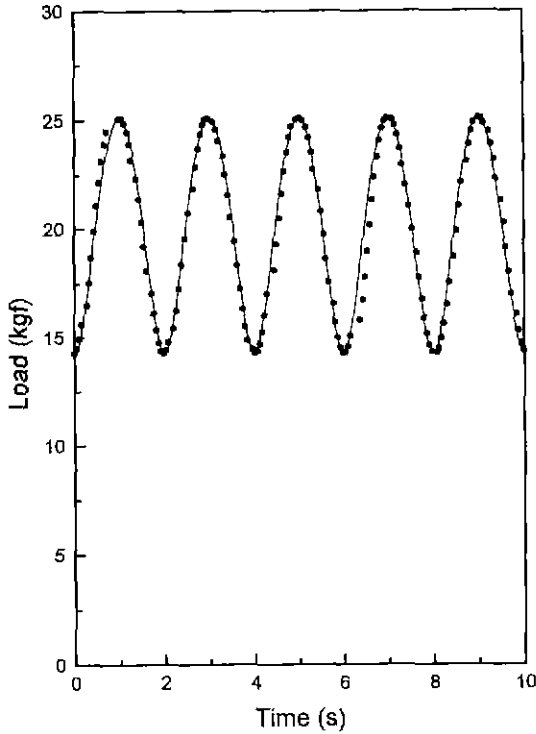


Fig. 3. Typical load-time profile for cyclic fatigue loading.

또한 등가 정적 응력을 계산하기 위하여 컴퓨터 프로그램을 작성하였으며, 프로그램의 흐름도를 Fig. 2에 나타내었다.

#### 4. 결과 및 고찰

Fig. 3에 피로 시험기를 이용하여 측정된 시험 인가 응력의 변화를 나타내었다. 피로 시험기에 의해 인가된 응력의 파형은 0.5 Hz의 주기를 갖는 Sine 파형과 거의 일치한다. Sine 파형에 의한 반복 응력을 도식화하고 각각의 대표 응력 모델에 의해 계산한 결과는 다음과 같다.

##### 4.1. 산술 평균 응력 모델과 적분 응력 모델

Fig. 4와 같은 응력 주기를 갖는 경우 산술 평균 응력과 적분 응력 모델의 대표 응력은 모두  $\sigma_{mean} = 200$  MPa,  $\sigma_{int} = 200$  MPa로 동일하다. 그러나 두가지 Sine 응력 파형은 서로 다른 최대, 최소 응력값을 가지므로 실제 피로 수명에는 큰 차이가 있을 것으로 예상된다. 즉, 산술 평균 응력 모델과 적분 응력 모델은 인가 응력의 크기 변화를

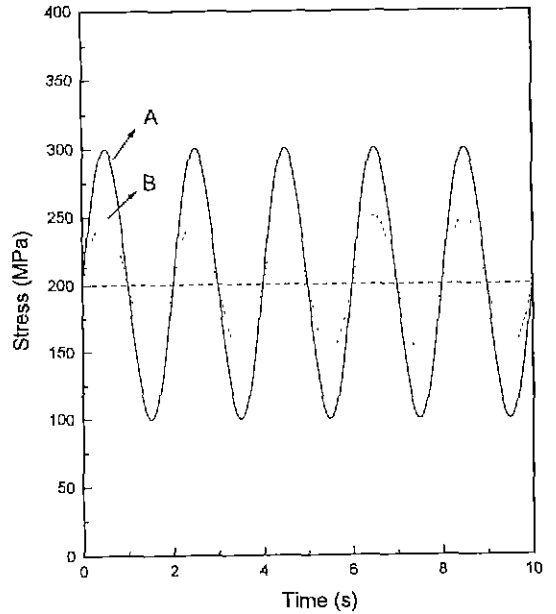


Fig. 4. Schematic drawing of loading wave forms for cyclic fatigue test.

A:  $\sigma(t) = 100 \sin(\pi t) + 200$

B:  $\sigma(t) = 50 \sin(\pi t) + 200$

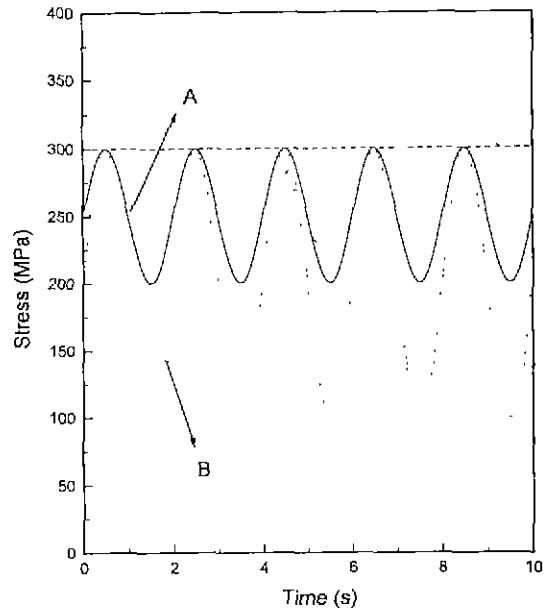


Fig. 5. Schematic drawing of loading wave forms for cyclic fatigue test.

A:  $\sigma(t) = 50 \sin(\pi t) + 250$

B:  $\sigma(t) = 100 \sin(\pi t) + 200$

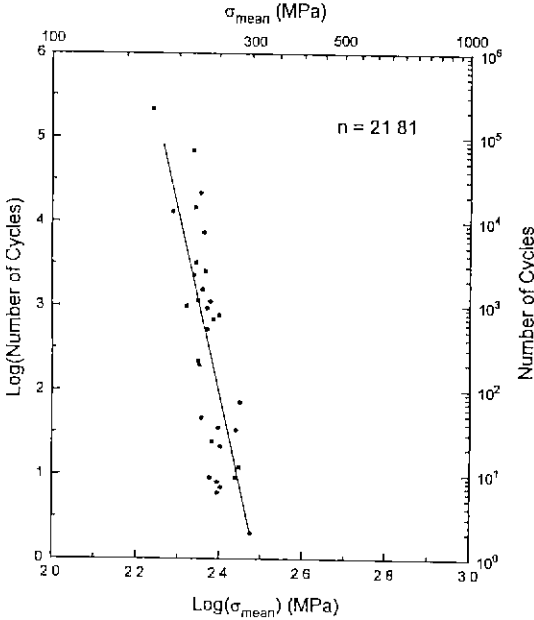


Fig. 6. Double logarithmic plot of arithmetic mean stress against number of cycles.

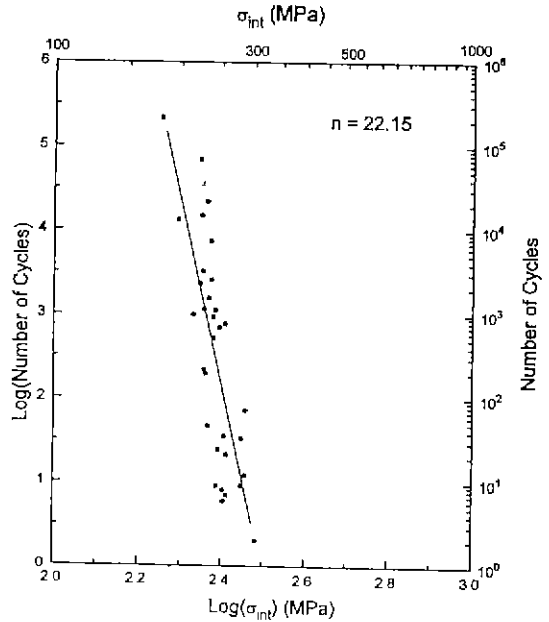


Fig. 7. Double logarithmic plot of integrated stress against number of cycles.

반영하지 못하므로 반복 피로 수명 예측의 대표 응력으로 타당하지 못하다고 할 수 있다.

#### 4.2. 최대 응력 모델과 등가 정적 응력 모델

Fig. 4에서 A 응력 주기의 최대 응력값은  $\sigma_{max} = 300$  MPa, 식 (11)에 의한 등가 정적 응력 값은  $\sigma_{es} = 276.79$  MPa이며, B 응력 주기에서의 최대 응력값은  $\sigma_{max} = 250$  MPa, 등가 정적 응력값은  $\sigma_{es} = 233.19$  MPa이다. 그러므로 두가지 응력 모델은 모두 응력의 최대값 변화를 반영한 대표 응력이라고 할 수 있다. 그러나, 최대 응력 모델은 Fig. 5와 같이 최소 응력값의 변화가 있는 응력 주기에서는 최소 응력값의 변화를 반영하지 못한다. 최대 응력 모델에 의하면 Fig. 5의 A, B 응력 주기에서 최대 응력은 모두  $\sigma_{max} = 300$  MPa로 동일하지만, 등가 정적 응력 모델에 의하면 A 응력 주기에서  $\sigma_{es} = 280.95$  MPa, B 응력 주기에서  $\sigma_{es} = 276.79$  MPa를 나타낸다.

Glandus<sup>9)</sup> 등의 연구에 의하면 최대 응력을 일정하게 고정시킨 후 최소 응력을 변화시킨 반복 피로 실험결과는 최대값을 변화시키거나 최대값과 최소값을 변화시킨 경우와 마찬가지로 상당한 수명 변화를 보인다. 그러므로 최소 응력의 변화를 반영하지 못하는 최대 응력 모델은 반복 피로 수명 예측의 대표 응력 모델로는 역시 타당하지 못하다고 할 수 있다.

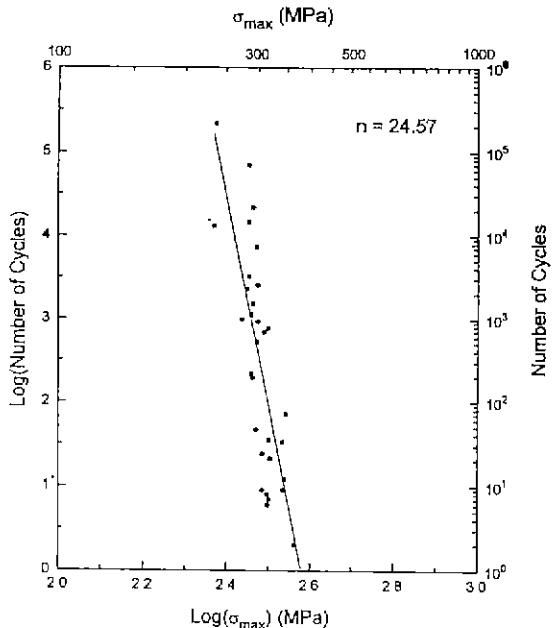


Fig. 8. Double logarithmic plot of maximum stress against number of cycles.

Fig. 6~9와 같이, 반복 피로 실험 결과를 각각의 대표 응력에 의해 plot하고 그 n값을 계산하였다. Fig. 6에는

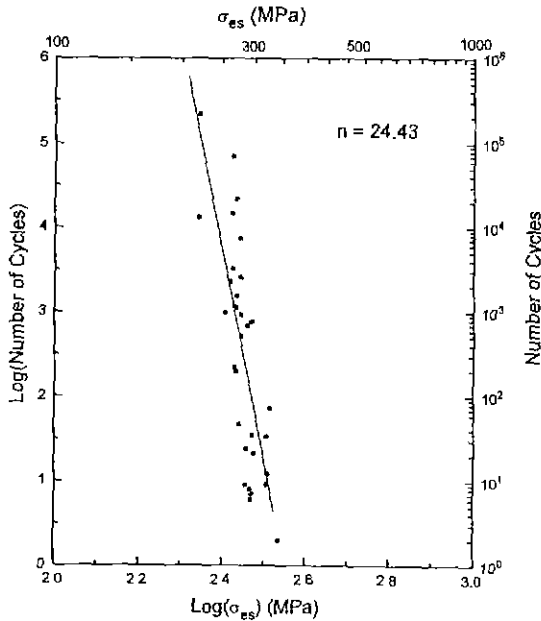


Fig. 9. Double logarithmic plot of equivalent static stress against number of cycles.

산술 평균 응력 모델에 의한 반복 피로 실험 결과를 나타내었고, Fig. 7에는 적분 응력 모델에 대한 반복 피로 실험 결과를 나타내었으며, Fig. 8에는 최대 응력 모델에 대한 반복 피로 실험 결과를 나타내었다. 본 연구에서 가장 타당한 모델로 생각되는 등가 정적 응력 모델에 의한 피로 수명 실험 결과는 Fig. 9에 나타내었다. 산술 평균 응력 모델과 적분 응력 모델에 대한 n값은 각각 21.81과 22.15였으며, 최대 응력 모델에 대한 n값은 24.57, 그리고 등가 정적 응력 모델에 대한 n값은 24.43을 나타내었다. 계산 결과 다른 두 대표 응력 모델보다는 최대 응력 모델이 등가 정적 응력 모델에 좀 더 접근하는 값을 보였다. 등가 정적 응력 모델에 의한 균열 성장 지수 n의 계산값 24.43은 Glandus의 실험 결과와도 상당히 일치한다.

### 5. 결 론

반복 피로 실험에서의 수명 예측과 균열 성장 지수 계산을 위한 4가지 대표 응력 모델에 의하여 고찰하였다.

1) 산술 평균 응력 모델과 적분 응력 모델은 반복 응력

주기 내에서의 최대, 최소값을 반영하지 못하며 최대 응력 모델은 응력 주기의 최소값의 변화를 반영하지 못한다. 그러므로 반복 피로 실험에 의한 균열 성장 지수 예측에는 등가 정적 응력이 가장 적합하다고 할 수 있다.

2) 각각의 모델에 대한 균열 성장 지수 n의 계산값은 산술 평균 응력 모델에서는 21.81, 적분 응력 모델에서는 22.15, 최대 응력 모델에서는 24.57, 등가 정적 응력 모델에서는 24.43을 나타내었다. 따라서 실험에 의한 알루미나 시편의 균열 성장 지수값은 24에 접근한다고 결론지을 수 있다.

### 감사의 글

본 연구를 위하여 피로 시험기를 제작해 주신 부영정밀의 박 원배 사장님께 깊은 감사를 드립니다.

### REFERENCES

1. S.M. Wiederhorn, "Subcritical Crack Growth in Ceramics," pp. 613-46 in *Fracture Mechanics of Ceramics*, Vol. 2. Ed. by R.C. Bradt, D.P.H. Hasselman and F.F. Lange, Plenum Press, New York, 1974.
2. S. Horibe, "Fatigue of Silicon Nitride Ceramics under Cyclic Loading," *J. European Ceramic Soc.*, **6**, 89-95 (1990).
3. Angela A. Steffen, Reinhold H. Dauskardt, and Robert O. Ritchie, "Cyclic Fatigue Life and Crack-Growth Behavior of Microstructurally Small Cracks in Magnesia-Partially-Stabilized Zirconia Ceramics," *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**(6), 1259-68 (1991).
4. Chih-Kuang Jack Lin and Darrell F. Socie, "Static and Cyclic Fatigue of Alumina at High Temperatures," *J. Am. Ceram. Soc.*, **74**(7), 1511-18 (1991).
5. F. Guiv, M.J. Reece, D.A.J. Vaughan, "Cyclic Fatigue of Ceramics," *J. Mater. Sci.*, **26**, 3275-3286 (1991).
6. A.A. Griffith, "The Phenomena of Rupture and Flow in Solids," pp. 163-198 *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A221**, 1913.
7. J. Menčík, "Rationalized Load and Lifetime of Brittle Materials," *J. Am. Ceram. Soc.*, **67**(3), c-37-c-40 (1984).
8. D.W. Richerson, *Modern Ceramic Engineering*, pp. 87, Marcel Dekker Inc., 1982.
9. J.C. Glandus, Qiu Tai, "Mechanical Fatigue of Structural Ceramics," *J. Mater. Sci.*, **26**, 4667-4677 (1991).