

〈論 文〉

# 공간함수 필터를 이용한 자기수반계의 모달판정

## A Modal Identification of Self-Adjoint Distributed Parameter Systems Using Spatial Filter

강 수 준\*

Kang Soo Joon

〈1993년 12월 6일 접수 ; 1994년 2월 18일 심사완료〉

### ABSTRACT

The objective of this research is to introduce a method of modal identification for self-adjoint distributed-parameter systems using Spatial Filter. To minimize the spillover effects which come from using the finite discrete sensors by means of discrete measurements, a new mechanism, namely spatial filter which is main subject in this research, is introduced for extracting modal coordinates from sensors' output. As an illustration of the proposed method, two simple numerical examples are also examined.

### 1. 서 론

분포 변수계 (distributed-parameter system)의 진동에서 얻어진 응답 측정치를 이용하여 그 계 (system)의 변수 (parameter)나 고유 값 (eigen-quantity)을 정확하게 판정 하는 것이 결코 쉬운일이 아니다. 이는 계 (system)마다의 특성이 있기 때문에 어떠한 유일한 방법만으로 모든 system에 대한 모드 (mode) 판정을 정확하게 할 수 없음을 의미한다.<sup>(1,2)</sup> 따라서 여러가지 방법의 모달 판정법이 연구되고 있다.<sup>(5-8)</sup> 본 연구에서는 자기수반 분포 변수계 (self-adjoint distributed-parameter systems)의 모달 판정법<sup>(5)</sup>에서 분포측정 (distributed measurement)시 유한개의 센서 (discrete sensor)를 이용하여 측정함으로써 측정시 포함되지 않은 모우드가 자기 이외의 모우드를 간섭하여 훼손 시키거나 이 값들이 직접 측정값에 유입 (spillover effect)<sup>(3)</sup> 됨으로서 야기되

는 측정오차를 줄이는 방법을 연구 하고자한다. 연구 방법은 공간함수 필터 (spatial filter)<sup>(4)</sup>라는 새로운 방법 (mechanism)을 사용하게 되는데, 이는 진동 모우드 (vibration mode)의 직교특성을 바탕으로 한다. 공간함수필터 (spatial filter)를 적용함에 있어 가장 문제가 되는것은 역시 "어떻게 하면 연속된 변위분포 (continuous displacement profile)를 얻을 수 있을까?"하는 것이다. 이 문제를 해결하기 위해서는 두가지 방법을 생각할 수 있는데, 그 첫째는 전 영역 (space domain)에 걸쳐 측정센서 (sensor)를 연속적으로 완벽하게 부착하여 얻고져 하는 분포값 (profile)을 측정하는 방법이고, 둘째는 먼저 부분영역 (subdomain) 별로 내부의 분포값을 측정한다음 이들값을 보간법 (interpolation method)으로 서로 연결시킴으로서 계의 전영역에 대한 근사값을 얻을 수 있다. 이러한 방법들 중 첫째 방법은 현실적으로 불가능하기 때문에 대부분의 경우 두번째 방법을 많이 사용하게 되는데, 이 방법이 비록 근사적인 측정값을 제공하는 수단에 불과하지만 측정 오차를 가능한 줄일 수 만 있다면 현실적으로 가장 타당성이 있

\*정회원, 공군사관학교 기계공학과

는 방법으로 생각된다. 본 연구에서는 공간함수필터 (spatial filter)설계에 요구되는 분포값 측정을 위하여 유한개의 측정센서(discrete measurement)를 이용하여 측정된 다음 이들 유한 구간별로 측정된 값을 유한요소법(finite element interpolation method)을 사용하여 전 영역에 대한 측정값으로 극사화 한다.

## 2. 모달 판정법

본 절에서는 먼저 참고문헌<sup>(5)</sup>에서 제안된 자기수반 분포변수계(self-adjoint distributed-parameter system)에 대한 모달 판정법을 살펴보기로 한다. 제안된 모달 판정법은 다음과 같이 내적(inner product)의 형태로 표시되는 함수지수(functional quotient)로 주어진다.

$$S(\Phi(P)) = \langle \dot{u}(t), \dot{u}(t) \rangle / \langle u(t), u(t) \rangle \quad (1)$$

$$u(t) = \int_D \Phi(P) u(P, t) dD \quad (2)$$

식 (1)에서  $\Phi(P)$ 는 정의된 부분영역(subspace)  $W$ 안에서의 임의의 함수이고  $u(t)$ 와  $\dot{u}(t)$ 는 임의의 시간  $t$ 일때 위치  $P$ 에서의 일반적으로 표시되는 변위(generalized displacement)와 시간에 대한 변위의 변화율이고,  $u(P, t)$ 는 주어진 공간영역내의 임의의점  $P$ 에서의 변위이다. 식 (2)에서 요구되는 변위  $u(P, t)$ 의 분포측정(distributed measurement)이 불가능 하므로 이를 해결하기 위하여 유한개의 센서(discrete sensor)를 이용하여 근사값을 측정한다. 먼저 정의된 부분영역(subspace)  $W$ 안에서 허용 함수(admissible function)  $\Phi_r(P)$ 를 선정할 수 있다면 이 함수를 이용하여 정의된 공간내에서 다음과 같은 선형조합(linear combination)을 얻을 수 있다.

$$\Phi(P) \approx \sum_{r=1}^n v_r \Phi_r(P) \quad (3)$$

$$u(P, t) \approx \sum_{r=1}^n w_r(t) \Phi_r(P) \quad (4)$$

식 (3)과 (4)에서  $v_r$ 와  $w_r(t)$ 는 각각 미 결정 계수(undetermined coefficient)들이다. 식 (3)과 (4)를 식 (2)에 적용하면 다음과 같은  $u(t)$ 의 근사값을 얻을 수 있다.

$$u(t) \approx \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n v_r w_s(t) \Phi_{rs} \quad (5)$$

$$\Phi_{rs} \approx \int_D \Phi_r(P) \Phi_s(P) dD \quad (6)$$

식 (5)를 적용한 식 (1)은 다음과 같은 고정값(stationary value)를 구하는 문제로 전환이 가능하다.

$$S(v_1, v_2, \dots, v_n) \approx \frac{\sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n k_{rs} v_r v_s}{\sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n m_{rs} v_r v_s} \quad (7)$$

$$m_{rs} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi_{ri} \Phi_{sj} \langle w_r(t), w_s(t) \rangle \quad (8)$$

$$k_{rs} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi_{ri} \Phi_{sj} \langle \dot{w}_r(t), \dot{w}_s(t) \rangle \quad (9)$$

식 (7)의 고정값(stationary value)을 구하는 것이 다음과 같은 행렬(matrix) 형태의 고유치(eigenvalue)해석문제로 바꾸어 쓸수 있다.

$$\Lambda M V = K V \quad (10)$$

식 (10)에서  $M, K, V, \Lambda$ 는 식 (8)과 (9)의  $m_{rs}, k_{rs}, v_r$  및 고유치(eigenvalue)를 각각 요소로 하는 행렬(matrix)이다.

## 3. 공간함수 필터(Spatial Filter)

자기 수반 분포변수계의 진동형에서 모달공간 함수가 직교특성(spatial orthgonality condition)을 가진다는 기본개념을 확장정리(expansion theorem)에 적용하면 다음과 같은 비교적 간단한 모달공간 내에서 만족하는 함수 필터(modal spatial filter)<sup>(4)</sup>를 얻을 수 있다.

$$u_r(t) = \int_D m(P) \Phi_r(P) u(P, t) dD, \quad r=1, 2, \dots \quad (11)$$

식 (11)에서  $u_r(t)$ 은 시간함수로 표시되는 모달계수(modal coordinate)이고,  $u(P, t)$ 와  $\Phi_r(P)$ 는 각각 진동계의 공간영역  $P$ 점에서 얻어지는 일반적인 변위(distributed mass)이다. 이러한 관계식은 만약 정의된 계의 공간 영역내의 임의의 점  $P$ 에서 언제나 변위  $u(P, t)$ 를 얻을 수만 있다면 모달계수  $u_r(t)$  (modal displacement)는 식 (11)을 적분함으로써 쉽게 구할 수 있다. 식 (11)의 관계로 정의된 공간함수 필터(spatial filter)는 정의된 유한차원의 공간영역 내에서는 직교특성을 가지므로 이 메카니즘(mechanism)을 센서에 적용하여 측정하였을 때 측정된 진동형중에 포함되지 않는 보다 높은 진동형이나 이들과 선형조합(linear combination of the higher modes)으로 형성되는 진동형은 필터의 직교 특성으로 인하여 배제(filter out)<sup>(4)</sup>된다. 이러한 필

터의 여과현상으로 높은 고유 진동수 및 고유 진동형은 이들의 간섭으로 훼손되는 것이 방지되거나 이들이 직접 판정된 값에 유입 됨으로서 잡음으로 나타나는 유입현상(identification sillover)이 감소될 것이다.

필터를 사용함으로써 측정오차를 감소시킬 수 있다는 장점은 있으나 이러한 필터 디자인에 사용될 직교함수(orthogonal function)의 선정은 무척 어려운 문제임에 틀림없다. 이들 직교함수는 정의된 계의 기하학적 경계조건(geometric boundary conditions)은 물론 자연 경계조건(natural boundary conditions) 또한 충분히 만족시켜야 되기 때문이다.

필터를 사용하는 목적은 근사측정시 의도하는 부분공간 영역(subspace domain)  $W$ 내의 값만 측정되고 그 이외의 공간영역의 값은 배제(filter out) 되도록 하는 데 있다. 이러한 기능을 얻기 위하여 의도하는 부분공간  $W$ 를 형성할 수 있는 임의의 함수  $\phi_r(P)$ 를 고려하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\Psi_f(P) = \sum_{r=1}^N \phi_r(P) v_{f,r}, \quad n \geq N \quad (12)$$

$$u_f(P, t) = \sum_{r=1}^N \phi_r(P) w_{f,r}(t), \quad n \geq N \quad (13)$$

식 (12)과 (13)에서 함수  $\Psi_f(P)$ 는 부분영역(subdomain)  $W$ 안에서 정의되는 임의의 함수  $\phi_r(P)$ 와 함께 선형조합(linear combination)으로 표시된 함수이고,  $v_{f,r}$ 과  $w_r(t)$ 은 각각 미결정 모달계수(undetermined coefficient) 및 시간함수의 미결정 모달계수(time-dependent modal coordinate)를 의미한다. 또한  $n$ 과  $N$  및 하부첨자  $f$ 는 각각 필터를 사용하지 않고 측정된 진동형의 수와 필터를 사용하여 측정된 진동형의 수(number of participating modes) 그리고 측정시 필터를 사용하였다는 의미의 부호이다. 여기서 필터를 사용하지 않았을 때 얻어진 함수  $\Psi(P)$ 와 필터를 사용하여 얻어진 함수  $\Psi_f(P)$ 값간의 오차(error) 및 변위  $u(P, t)$ 와  $u_f(P, t)$ 값간의 오차(error)가 각각 정의된 공간영역  $V$ 에서 직교특성(orthogonality condition)을 가지게 함으로서 이들 오차가 제거되도록 한다면 공간 영역  $V$ 내의 함수  $\Psi_f(P)$ 와 함께 다음과 같은 내적(inner product)관계를 얻는다.

$$\langle \Psi_r(P), \Psi(P) - \Psi_f(P) \rangle = 0 \quad (14)$$

$$\langle \Psi_r(P), u(P, t) - u_f(P, t) \rangle = 0 \quad (15)$$

식 (14)와 (15)로부터 식(3)과 (4) 및 식 (12)과 (13)을 고려하여 정리하면 각각 다음을 얻는다.

$$\sum_{s=1}^n \Psi_{rs} v_r = \sum_{s=1}^n \phi_{rs} v_{f,r}, \quad r=1, 2, \dots, n \quad (16)$$

$$\sum_{s=1}^n \Psi_{rs} w_r(t) = \sum_{s=1}^n \phi_{rs} w_{f,r}(t), \quad r=1, 2, \dots, n \quad (17)$$

식 (16)과 (17)에서 사용된  $\Psi_{rs}$  및  $\phi_{rs}$ 는 각각 다음과 같다.

$$\Psi_{rs} = \langle \Psi_r(P), \Psi_s(P) \rangle, \quad \phi_{rs} = \langle \phi_r(P), \phi_s(P) \rangle \quad (18)$$

식 (16)과 (17)을 행렬(matrix) 형태로 변화시키면 각각 다음 관계식을 얻는다.

$$\Psi V = \phi v_f \quad (19)$$

$$\Psi W(t) = \phi W_f(t) \quad (20)$$

식 (19)와 (20)에서  $\Psi$ 와  $\phi$ 는 각각  $n \times n$ ,  $n \times N$  행렬(matrix)이다.  $V$ 와  $W(t)$ 는  $n$ 개의 벡터로 구성되는 행렬(column matrix)이다. 식 (20)에서 행렬(inverse)을 가진다면,  $n \times N$ 행렬의  $A = \Psi^{-1} \phi$ 를 정의 할 수 있으므로 상기 식들은 다음 관계식을 바꾸어 사용할 수 있다.

$$V = A V_f, \quad W(t) = A W_f(t) \quad (21)$$

식 (21)을 식 (10)에 대입한 후 위에서 정의한 행렬  $A$ 의 전치행렬(transpose matrix)  $A^T$ 를 양변에 각각 곱하면 다음과 같은 고유값 문제를 얻는다.

$$\Lambda_f A^T \Psi^T A \langle W_f(t), W_f^T(t) \rangle A^T \Psi A V_f = A^T \Psi A \langle \dot{W}_f(t), \dot{W}_f^T(t) \rangle A^T \Psi A V_f \quad (22)$$

여기서  $W(t) = A W_f(t)$ 이므로 이 관계식의 양변에  $A^T \Psi$ 의 관계를 곱한 후  $W_f(t)$ 를 구하기 위하여 정리하면 다음 식이 된다.

$$W_f(t) = (A^T \Psi A)^{-1} A^T \Psi W(t) \quad (23)$$

식 (23)을 식 (22)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \Lambda_f A^T \Psi^T A (A^T \Psi A)^{-1} A^T \Psi \langle W(t), W^T(t) \rangle \Psi^T A (A^T \Psi A)^{-1} A^T \Psi A V_f \\ = A^T \Psi^T A (A^T \Psi A)^{-1} A^T \Psi \langle \dot{W}^T(t), \dot{W}^T(t) \rangle \Psi^T A (A^T \Psi A)^{-1} A^T \Psi A V_f \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)에서 행렬  $\Psi$ 는 대칭행렬(symmetric matrix)이므로 식 (24)는 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \Lambda_f A^T \Psi^T \langle W(t), W^T(t) \rangle \Psi A V_f \\ = A^T \Psi^T \langle \dot{W}(t), \dot{W}^T(t) \rangle \Psi A V_f \end{aligned} \quad (25)$$

$A = \Psi^{-1} \phi$ 이므로 식 (25)는 다음 식으로 바꾸어

사용할 수 있다.

$$\Lambda_f \phi^T \langle W(t), W^T(t) \rangle \phi V_f = \phi^T \langle \dot{W}(t), \dot{W}^T(t) \rangle \phi V_f \quad (26)$$

이제 식 (26)를 정리하면 필터링(filter out)된  $N$  차 근사값( $N^{\text{th}}$  order approximation)으로 해를 구할 수 있는 고유값 문제를 다음 관계식으로 얻는다.

$$\Lambda_f M_f V_f = K_f V_f \quad (27)$$

$$M_f = A^T \Psi M \Psi A = \phi^T M \phi \quad (28)$$

$$K_f = A^T \Psi K \Psi A = \phi^T K \phi \quad (29)$$

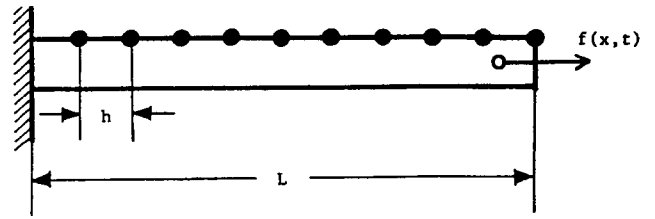
식 (28) 및 (29)에서  $M$ 과  $K$ 는 각각 필터링된 측정값으로 얻어진 질량행렬(identified mass matrix) 및 강성행렬(identified stiffness matrix)이고, 식 (8)와 (9)를 각각 요소로 가진다.

식 (27)에 의해서 판정된 값들은 극히 제한된 수의 진동형(finite number of modes)일뿐 아니라, 이들은 모두가 낮은 고유 진동수(lower natural frequency) 및 이와 관련된 고유 진동형(natural modes of vibration)의 값들이다. 하지만 진동계의 특성은 대부분의 낮은 고유진동수 및 이와 관련된 진동형들에 의하여 좌우되므로 식 (27)로 판정된 값들은 계의 진동 특성을 이해하는데 충분한 도움이 될 수 있다. 또 한가지, 만약 허용함수(admissible function)로서 정규 직교함수(orthonormal function)를 선정할 수 있다면 정의된 고유값 문제는 보다 쉬운 계산으로 해를 구할 수 있을 뿐만 아니라 필터링된 측정값으로 얻어진 식 (27)의 고유값 문제 또한 계산이 한결 쉬워질 것이다.

#### 4. 응용 예 제

본 연구에서 제안된 모달판정법을 전산기 모사법(computer simulaton)으로 검증하기 위하여 간단한 2가지 경우의 진동계 문제를 예제로 다루고자 한다. 응용 예제의 첫째 대상은 축 방향으로 진동하고 있는 균일분포질량의 외팔 세장부재(Fig. 1)이고, 둘째 대상은 횡방향 진동을 하는 단순 지지된 균일 분포 질량의 세장부재(Fig. 4)이다. 이들 계에 대하여 얻어진 모달 판정 결과와 참고문헌<sup>(5)</sup>에서 제안된 모달 판정법의 결과와 비교 함으로서 측정오차를 감소시키는 방안으로 본 연구에서 제안한 모달 공간함수 필터적용 가능성을 검증 확인 한다.

제안된 모달 판정법의 해석에 요구되는 허용함수(admissible function)는 흔히 사용되는 유한요소보



● Locations of Sensors

$L = 10 \text{ m}$

$h = L/\text{Elements}$

$m = 1 \text{ Kg/m}$

$EA = 1 \text{ N}$

$f(x,t) = 10 \cdot \delta(x-10L/11) \cdot \delta(t) \text{ N} \cdot \text{sec}$

Fig. 1 An axially vibrating fixed-free bar

관법(finite element interpolation method)에 의하여 얻어진 선형 보간함수(linear interpolation function)와 3차보간함수(cubic interpolation function)를 축방향 진동계와 횡방향 진동계 해석에 각각 적용한다. 측정시 일어나는 유입현상(identification spillover)를 제거하기 위하여 사용된 필터함수인 정규 직교 허용함수(orthonormal admissible function)는 편의상 예제 적용 대상계의 실제 고유 진동형의 함수(eigenfunction) 값을 적용한다.

자유 진동계를 초기에 진동시키기 위하여 사용된 외력(exciting force)은 충격함수(initial impulse function)이고, 제안된 판정법의 내적(inner product)계산에 사용된 적분시간(integrating time)은 초기 진동시 사용된 가장 낮은 진동수의 주기(lowest period of oscillation)의 800배, 측정시간의 중분-적분구간(integration step size)은 초기 진동시

Table 1 Identified natural frequencies for an Axially vibrating bar using the spatial filter,  $w_r$  ( $r=1, 2, \dots$ , rad/sec)

$r$	Without filter	With filter	Actual values
1	0.157039	0.157016	0.157080
2	0.471236	0.471212	0.471239
3	1.271210	0.785460	0.785398
4	1.018231	1.099509	1.099557
5	2.225206	1.413641	1.413717
6	2.545872	1.727917	1.727876

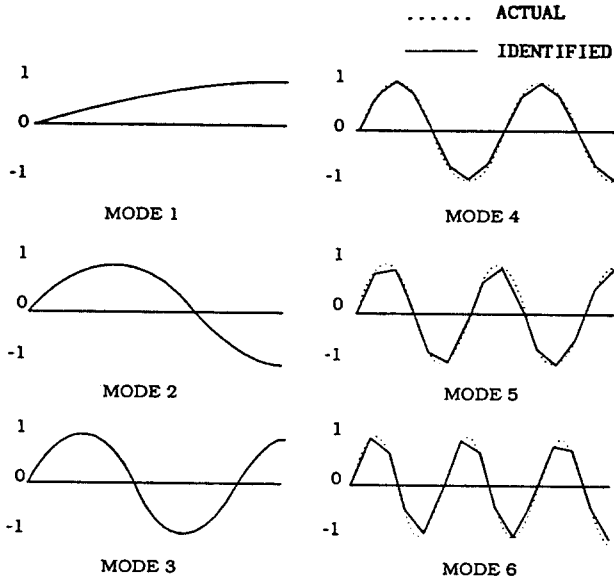


Fig. 2 Identified natural mode shapes without spatial filter of an axially vibrating bar

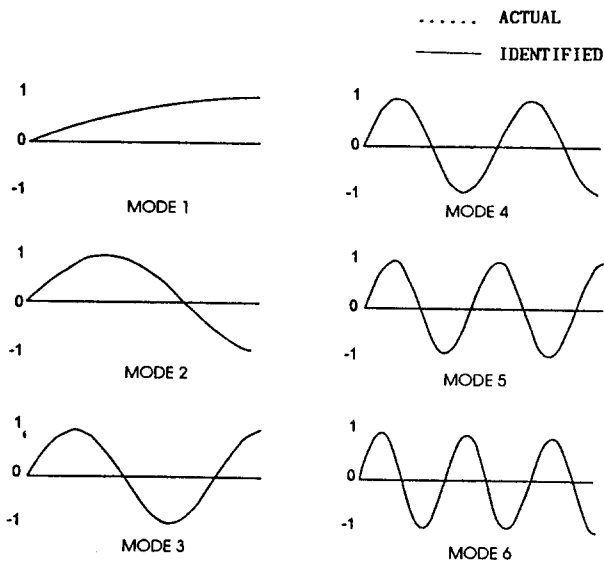
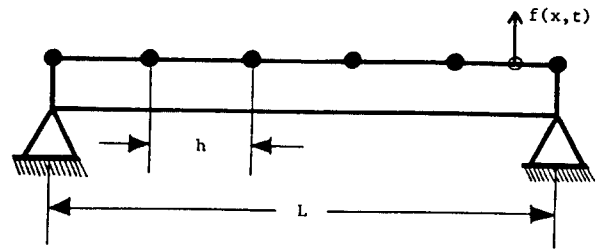


Fig. 3 Identified natural mode shapes with spatial filter of an axially vibrating bar

사용된 가장 높은 진동수 주기(highest period of oscillation)의 0.1배를 각각 사용하였다. 또한 계산에서 사용된 계의 강성계수(EA 및 EI), 질량분포(m) 및 보의 길이 L은 각각 단위값 1을 사용하였다.

Fig. 1은 축방향 진동을 하는 균일 세장부재와 가진(excitation)을 위한 외력의 작용상태를 보여준다. Table 1은 모달공간 함수필터를 적용했을 때의 판정



● Locations of Sensors

$L = 10 \text{ m}$

$h = L/\text{Elements}$

$m = 1 \text{ Kg/m}$

$EI = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^2$

$$f(x, t) = 10 \cdot \delta(x-10L/11) \cdot \delta(t) \text{ N}\cdot\text{sec}$$

Fig. 4 A Transversally vibrating simply-supported bar

Table 2 Identified natural frequencies for a transversally vibrating bar using the spatial filter,  $w_r$  ( $r = 1, 2, \dots$ , rad/sec)

$r$	Without filter	With filter	Actual values
1	0.161454	0.137276	0.098696
2	0.468361	0.396498	0.394784
3	1.688759	0.891947	0.888264
4	2.548458	1.579144	1.579137
5	2.958503	2.467362	2.467401
6	3.552988	3.552988	3.553058

된 고유진동수값을 필터를 사용하지 않았을 때 판정된 값 및 실제의 값과 비교한 것이다. 이 경우 전산모사(computer simulation)를 위하여 입력된 고유진동수의 갯수는 10개로서 제일낮은 10개의 고유진동수(lowest ten natural modes)만이 계의 운동에 결정적인 역할을 한다고 가정한 것이다. 측정을 위하여 6개의 센서를 보의 상단에 등간격으로 부착한 다음 측정된 자료를 사용하여 판정한 6개의 고유진동수 값들이다. 필터를 사용하지 않는 경우의 판정된 값보다 필터를 사용한 경우가 보다 더 실제값에 근사함을 보여준다. Fig. 2는 필터를 사용하지 않은 경우에 판정된 고유 진동형<sup>(5)</sup>을 보여준다. 낮은 모드에서 실제값과 거의 일치함을 보이지만 높은 모드일 수록 약간의 오차가 발생 함을 알 수 있다. Fig. 3은 필터를 사용 하였을 때 판정된 고유 진동형을 실제값과 비교한 것으로 낮은 진동형(lower modes

of vibration) 뿐 아니라 판정된 전체값이 실제값과 거의 일치하는 결과를 보인다.

Fig. 4는 두번째 예제인 횡방향 진동을 하는 균일 세장부재와 이 부재에 적용된 외력을 보여준다. Table 2는 모달공간 함수필터를 이용했을 때 판정된 고유 진동수값과 필터를 사용하지 않았을 때 판정된 값 및 실제의 값을 비교한 것이다. 이 경우 역시 축방향 진동계와 마찬가지로 전산모사(computer simulation)를 위하여 입력된 진동수의 갯수는 10개

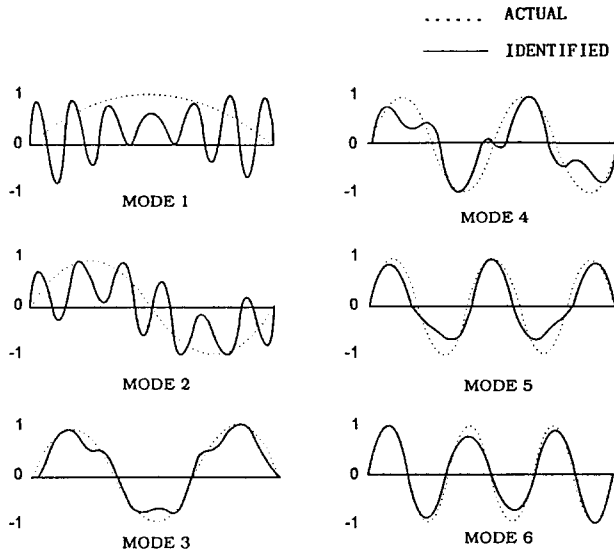


Fig. 5 Identified natural mode shapes without spatial filter of a Transversally vibrating bar

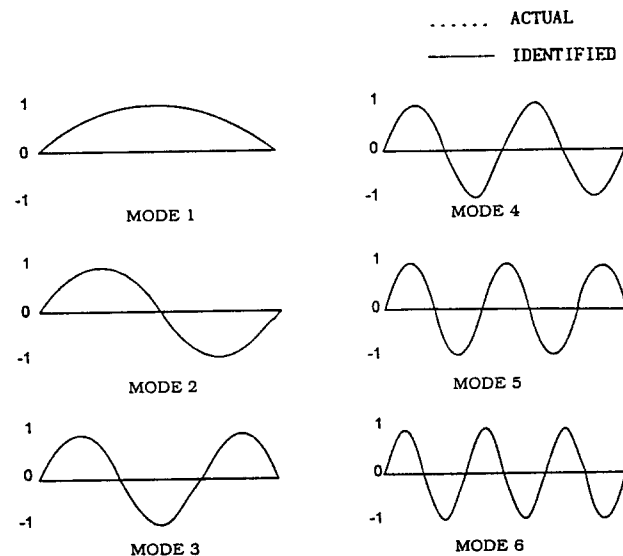


Fig. 6 Identified natural mode shapes with spatial filter of a transversally vibrating bar

로서 제일낮은 10개의 진동형(lowest ten modes of vibration)이 계의 운동에 결정적인 역할을 한다고 가정한 것이다. 6개의 측정센서를 보의 상단에 등간격으로 부착한 다음 측정된 자료를 사용하여 판정한 6개의 고유 진동수값 들이다. 필터를 사용하지 않은 경우의 판정된 값보다 필터를 사용하여 판정한 값들이 보다 더 실제값에 근사함을 알 수 있다. Fig. 5는 필터를 사용하지 않은 경우의 판정된 고유 진동형<sup>(5)</sup>을 보여준다. 판정된 진동형이 실제값에 비하여 오차가 있음을 알 수 있다. Fig. 2에서 볼 수 있는 판정된 축방향 진동 모우드의 경우보다 특히 낮은 모우드에서 오차가 큰 이유는 측정시 포함 되지 않은 높은 진동형이 직접 유입되거나 낮은 진동형을 회손 시킨 것으로 판단되며, 이는 계(system)의 계수(order)의 차이와 허용함수의 계수(order)차이로 인하여 더욱 큰 오차가 유발된 것으로 생각된다. Fig. 6은 필터를 사용하였을 때 판정된 고유 진동형을 실제값과 비교한 것으로 낮은 진동형(lower modes of vibration) 뿐 아니라 판정된 거의 모든 값들이 실제값과 아주 근접하는 결과를 보인다. Table 1과 2 및 Fig. 3과 6에서 볼 수 있듯이 제안된 공간 함수 필터를 적용하여 판정한 모달값이 필터를 사용하지 않고 판정한 모달값이 보다 실제값에 보다 더 근사함을 알 수 있다. 이러한 현상은 높은 진동형에 의하여 낮은 고유 진동수 부분이 훼손 되거나 또는 높은 진동형이 직접 잡음형태로 측정값에 유입되는 현상(identification spillover)이 모달공간 함수필터에 의하여 방지 되었거나 또는 감소된 것으로 판단된다.

### 5. 결 론

본 연구는 자기수반 분포 변수계(self-adjoint distributed-parameter systems)에 적용하기 위한 모달 판정법(modal identification method)을 제안하였다. 여기서 제안된 모달 판정법은 Rayleigh's Quotient을 응용한 참고문헌<sup>(5)</sup>의 모달 판정법에서 분포측정(distributed measurement)이 현실적으로 어려운 관계로 근사측정(discrete measurement)함으로서 야기되는 측정 오차를 줄이는 한 가지 방법으로 공간 함수 필터(spatial filter)를 사용한 모달 판정법을 제안한다. 이 방법이 일반인 계에 적용가능한 모달 판정법으로 완전하게 검정 하지는 못하였지만 필터 설계시 사용될 허용함수(admissible function)를 적절하게 선정할 수만 있다면 유입현상으로 야기되는 측정 오차를 줄이는데 효과가 있음을 간단한

자기수반 진동계의 모달판정에 응용한 예제를 통하여 확인하였다.

### 참 고 문 헌

- (1) Kubrusly, C.S., 1977, "Distributed Parameter System Identification, A Survey", International Journal of Control, Vol. 26, No. 4, pp.509~535.
- (2) Meirovitch, L., 1980, "Computational Methods in Structural Dynamics", Sijthoff & Noordhoff.
- (3) Meirovitch, L. and Baruh, H., 1983, "On the Problem of Observation Spillover in Self-Adjoint Distributed-Parameter System", Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 39, No. 2, pp.269~291.
- (4) Meirovitch, L. and Baruh, H., 1985, "The Implementation of Modal Filters for Control of Structures", Journal of Guidance, Control and Dynamics(AIAA), Vol. 8, No. 6, pp.707~716.
- (5) Silverberg, L., and Kang, S., 1989, "Variational Modal Identification of Conservative Nongyroscopic Systems", ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 111, pp.166~171.
- (6) Kang, S., 1991, "A Variational Modal Identification Method for Self-Adjoint Distributed-Parameter Systems", Proceedings of the 1991 Asia-Pacific Vibration Conference, Vol. 1, pp.2.38~2.43.
- (7) 강수준, 1989, "자기수반 분포변수계의 모달판정(1)", '89 대한기계학회 추계 학술대회 논문초록집, pp. 141~144.
- (8) 강수준, 1990, "Spatial Filter를 이용한 분포변수계의 모달판정", '90 대한기계학회 추계 학술대회 논문 초록집, pp. 242~245.