

〈論 文〉

1자유도 등가 진동계로 이해하는 헬름홀츠 공명기 특성의 한계점과 응용

The Limitation and Applicability of Helmholtz Resonator, Regarding
as Equivalent Single-Degree of Vibration System

하 상 태* · 김 양 한**

S.-T. Haa and Y.-H. Kim

〈1994년 3월 3일 접수 ; 1994년 5월 30일 심사완료〉

ABSTRACT

Classical method calculates the resonance frequency of Helmholtz resonator by postulating that there is a moving mass in neck and a stiffness which expresses the compressibility of cavity. This has been widely accepted as reasonable to determine the resonant frequency, provided that the wave length of interest is longer than any length scale of resonator. Nevertheless, it has been often recognized that this classical method sometimes does not well predict the resonant frequency. This paper describes the way in which the dynamics of resonator very often does care about the detail geometries of resonator ; location of the neck, diameter ratio of the neck to that of cavity, length of resonator compared with that of neck, etc. This rather unexpected observations have been proved theoretically ; 3 dimensional analysis of acoustic wave equation, as well as experimentally by comparing the resonant frequencies, transmission loss, and insertion loss of resonator.

1. 서 론

헬름홀츠 공명기는 구조적인 측면에서의 간략성 및 적용의 편의성 등으로 인하여 보편적으로 이용될 수 있는 소음제어 요소 중의 하나로 알려져 있다. 음향학적인 특성에서 보면 공명기의 기하학적인 형상, 즉 길이들이 입사되는 음파의 파장에 비하여 충분히 작은 경우, 공명기의 동역학적 특성이 단순 진동자로 대표될 수 있는 점 등이 지니는 간략함과 이해의 편의성으로 인하여 주파수 즉, 공명 주파수의 음파를 흡음 혹은 사용목적에 따라서 방사할 수 있는 기능이 그 대표적인 특성인 셈이고 따라서 실제 적용면을 살펴보면 가능한 한 정확하게 공명 주파수

를 결정하는 것이 매우 중요하다고 하겠다. 이러한 이유로 인하여 헬름홀츠 공명기에 대한 연구는 주로 공명 주파수의 이론적 예측과 실험적 결과의 불일치 (discrepancy) 및 유효 흡음 주파수의 폭에 중요한 영향을 주는 감쇄에 대한 해석에 집중되어왔고, 최근까지도 관심있는 주제로 다루어져 오고 있다^(1,2,4).

공명 주파수의 불일치는 실제 공명기 목의 길이에 추가적으로 고려되어야 할 보정 길이(end correction)의 불명확성으로부터 기인된다고 볼 수 있는데, 이때 목의 안쪽과 바깥쪽의 보정 길이는 실제 목의 내부에서 같은 위상으로 움직이는 유체입자와 이와 동일한 위상으로 움직이는 목의 안쪽 및 바깥쪽 유체 입자의 유효질량과 관련이 있다. 이는 공명기에 입사되는 음파의 주파수 및 진폭, 그리고 목 양단의 음향학적 주변 조건 혹은 수학적 표현을 빌면 경계 조건과 밀접한 관련이 있음을 쉽게 가상할 수 있다. 목의 안쪽 보정 길이에 대해서는 여러 가지 표현들

*한국과학기술원 기계공학과 대학원

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

이 제안 되어왔으며^(2,4~7,12) 목의 바깥쪽 경우는 공명이 장착된 상태에 따라 상이한 보정길이 사용되어야 할 것이다.

본 논문에서는 유한한 체적을 갖는 공명기의 보정길이 입사 음파의 파장 및 공명기의 형상에 따라 어떠한 영향을 받는지 살펴보고 실제로 공명기를 이용할 때 관측되는 예측 공명 주파수의 불일치 현상 및 현재까지 간과할 수 있다고 이해되어왔던 고품향 음향 모드의 영향을 살펴보고자 한다.

2. 헬름홀쯔 공명기의 개요

헬름홀쯔 공명기는 목의 체적에 비하여 상대적으로 큰 부피를 갖는 공동(cavity)과 좁은 목(neck)으로 이루어져 있는 음향 기구를 일반적으로 말한다. 고전적인 해석에서는 설계 인자들의 치수가 관심 음파의 파장(λ)에 비해 아주 혹은 충분히 작은 경우를 가상하고, 이 경우 공명기의 좁은 목에 위치한 유체 입자는 목의 단면에 대하여 균일한 운동을 하게 되므로 Fig. 1과 같은 등가 1자유도 기계적 시스템으로 이해하여 해석하고 있다. 고전적 방법의 정확성 여부는 실제로 공명기가 응용될 경우, 이론적 예측을 기본으로 공명기가 제작되고, 적용을 위한 단계에서 실험을 통한 교정(turning)단계가 수반됨으로써 사실상 정확도 여부에 대한 검증 즉 공명기의 각요소 변화에 따른 고전적 예측 방법의 부정확성 등이 관심의 대상이 되지 못하였던 것 또한 사실이다.

헬름홀쯔 공명기에서 일어나는 물리적 현상을 연속 방정식과 운동량 방정식으로 표현하여 에너지 손실이 없다는 가정하에 해석하면 헬름홀쯔 공명기의 임피던스를 다음과 같이 표현할 수 있다⁽³⁾.

$$Z_{HR} = R' + j \left(\frac{\rho \omega l'}{A_0} - \frac{\rho c^2}{\omega V^2} \right) \quad (1)$$

여기서, R' 은 resistance, A_0 는 목의 면적, V 는 공명기의 체적, l' 은 목의 유효길이를 나타낸다. 즉 $l' = l_0 + \Delta l$ 이라하면, l_0 는 목의 기하학적 길이이고 Δl 은 보정길이를 의미한다.

공명기의 공명현상은 임피던스가 최소가 될 때 일어난다는 물리적으로 자명하여 공명기의 감쇄가 충분히 적은 경우, 공명기의 공명주파수는 다음과 같이 얻어진다.

$$f_r = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A_0}{Vl'}} \quad (2)$$

식 (2)에 따르면, 공명 주파수는 공명기의 구체적

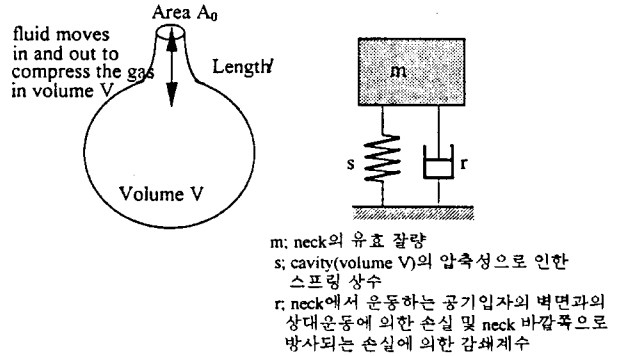


Fig. 1 Helmholtz 공명기의 개략적인 모델과 그에 상응한 기계적 모델

형상에는 무관하며 오직 공명기를 이루고 있는 각 요소의 대표치인 A_0 (공명기 목의 단면적), V (공명기 공동의 체적), l' (공명기 목의 유효길이) 등에 의하여 결정되고 있다. 그러나 엄밀히 살펴보면 공동의 형상이나 치수에 따라 공동 내의 파동 운동은 상당히 다를 수 있고 공명기의 공명 주파수에 영향을 줄 수 있는 가능성이 있다. 즉 같은 체적을 갖는 공동의 경우라 할지라도 공동이 공명기 목에 대하여 같은 선상에 위치하고 있는 경우와 목의 중심선에 대하여 수직하게 위치하고 있는 경우에 유체입자의 운동은 사뭇 다를 수 있을 것이다. Alster⁽²⁾, Panton⁽⁴⁾ 등은 이러한 현상이 공명 주파수에 상당한 영향을 주고 있음을 지적한 바 있다. 즉 Alster는 공명기 내의 질량 입자의 운동에 의한 영향을 고려해 다양한 형상의 공동을 갖는 공명기의 공명 주파수를 해석했고, Panton은 원통형 공명기에 대해 공명기의 목이나 공동의 치수가 파장의 5~10%에 달하면, 이러한 파동 운동이 중요한 영향을 끼침을 설명했다. 또한 공명기 형상에 대한 보정길이의 영향 또한 지속적인 관심을 끌어 왔고, 이것에 의한 공명기 공명 주파수의 영향 또한 연구되어 왔다. 대표적인 예를 살펴보면, Lord Rayleigh⁽⁵⁾는 두께가 L 인 판의 구멍을 통한 유동의 에너지를 계산하고, 전체 유동량과의 비를 계산하여 보정 길이의 범위를 유도한 바 있고, Ingard⁽⁶⁾는 목의 단면에서의 속도분포가 일정하다는 가정하에 몇 가지 형상의 목이 임의의 위치에 있을 때, 이에 의한 내부 보정길이를 해석하였으며, 아울러 축 방향으로 무한한 원형 덕트에서 두개의 원형 구경(aperture) 사이의 상호작용으로 인한 보정 길이도 구한 바 있다. Pollack⁽⁷⁾은 반경방향으로 유한하고 축방향으로는 무한한 길이를 갖는 plenum과 이에 연결되어 있는 좁은 목에 의한 보정

길이를 주어진 형상과 경계 조건을 적용해 해석한 바 있다. 여기서 Pollack은 좁은 목에서의 유체를 이와 등가적인 피스톤을 모델링하고, 파동 방정식에 의해 지배되는 plenum내의 음장을 경계조건에 대하여 해석하였고 이를 이용하여 피스톤에 분포되는 힘을 구해, 이 때 나타나는 부가 질량 효과를 관성보정 (inertial end correction)으로 정의했다.

공명기의 특성을 가장 잘 대변하는 공명기 공명 주파수는 수학적 의미에서 보면, 주어진 경계조건을 만족하는 파동방정식의 엄밀해로부터 정확히 구해질 수 있다. 즉 공동에 파동장을 형성하는 혹은 표현할 수 있는 직교 특성함수(orthogonal eigen function)의 고유치(eigen value)로서 구할 수 있다. 주목할 사실은 임의의 경계조건을 갖는 원형 공동의 경우 해석적 해가 이미 존재하므로⁽⁹⁾ 이를 이용하여 공명기의 파동현상을 비록 지나친 감이 있으나 3차원 해석을 함으로서 현재까지 미흡하였던 공명기 주파수의 고전적인 추정과 실험적 결과로부터 얻어진 결과와의 불일치 현상을 이해하여 봄은 가치있는 일이라 할 수 있다.

3. 공명기의 삼차원 해석

공명기의 임피던스는 레지스탕스가 충분히 작을 경우 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z_{HR} = j\rho\omega \frac{8a}{3\pi} + j\rho\omega l' + \rho c^2 \frac{A_0}{j\omega V}$$

$$= Z_{rad} + Z_{neck} + Z_{cavity} \quad (3)$$

여기서, Z_{rad} 는 방사임피던스, Z_{neck} 는 목의 리액티브(reactive) 임피던스를 표시하고, a 는 목의 반경을 표현하고 있다. 첫번째 항은 바깥쪽의 보정 길이로 하여 목의 원래 길이에 부가된 항으로 생각할 수 있다.

무한 벽에 놓여 있는 반경 a 인 원형 피스톤이 자유 공간으로 방사될 때 공간내 임의의 점에서의 음압은

$$\tilde{p} = -j \frac{\rho\omega}{2\pi} \int_{surface} \tilde{u} \frac{e^{jkr}}{r} dS \quad (4)$$

로 표현되고, 피스톤 표면에서의 임피던스는 다음과 같이 얻을 수 있는데,

$$Z_{rad} = \rho c \left\{ 1 - \frac{J_1(2ka)}{ka} + j \frac{H_1(2ka)}{ka} \right\} \quad (5)$$

여기서, J_1 는 베셀(Bessel)함수의 1차항이며 H_1 는

한켈(Hankel)함수의 1차항을 표현하고 있다.

식 (3)의 첫번째 항은 이 방사 임피던스의 저주파 근사에 의해 얻을 수 있다. Z_{neck} 과 Z_{cavity} 는 각각 목과 공동의 임피던스를 나타낸다. 여기서 Z_{cavity} 는 고전적인 해석에서 얻어진 결과를 표현한다.

공명기의 3차원 해석에 의한 Z_{cavity} 의 계산은 주어진 형상내 영역을 지배하는 음장을 구함으로써 가능하며, 이러한 음장의 해석은 수치적 방법이나 해석적 방법이 이용될 수 있다. 본 논문에서는 해석적 방법을 토대로 공명기의 각 설계인자들의 영향을 다각도로 고찰하고자 하며, 특히 수학적 유도의 용이함 등을 고려하여 Green 함수를 이용하고자 한다.

3.1 3차원 해석에 의한 입력 임피던스의 계산

Fig. 2와 같은 형상의 공동내에 형성되는 음장은 여러 해석 방법을 통하여 알려져 있으나, 실제적 면의 완벽성 및 정확도 등을 참작하여 여기서는 Green 함수를 이용한 임의의 공간내의 음장을 해석한 방법^(9,10)을 이용하기로 한다.

해석대상 공명기의 원통형 형상의 공동과 원형 단면인 목을 갖는다고 제한하고 Fig. 2와 같이, 공동의 경계면이 단단한 강체벽(rigid wall)으로 이루어져 있고, 공명기의 한쪽 끝단 임의의 위치에서 원형 피스톤이 조화적으로 공동을 가진(exciting)하는 경우를 생각하기로 한다. 공동 내의 음장은 Kirchoff-Helmholtz 방정식으로부터 표현할 수 있고 Fig. 2의 문제에 적용되는 경계 조건은,

$$\begin{aligned} \text{at region } S_1 & -\partial\phi/\partial z|_{z=0} = u \cdot h(r, \theta) \\ \text{at region } S_2 & -\partial\phi/\partial z|_{r=R} = 0 \\ \text{at region } S_3 & -\partial\phi/\partial z|_{z=L} = 0 \end{aligned}$$

이며, 공동의 내부에 부가적인 음원이 없다고 가정하면, Kirchoff-Helmholtz 방정식에서 체적 적분항이 소거되고, 여기에 위의 경계조건을 적용시키면, 공동 내부의 음장은, 다음과 같이 간단하게 표현된

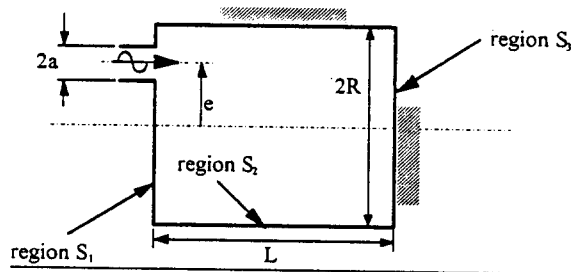


Fig. 2 일반적인 원통형 공명기

다. 즉,

$$\phi(\vec{r}_0) = - \iint_{\text{region}} S_1 G_k(\vec{r} | \vec{r}_0) \cdot u \cdot h(r_0, \theta_0) dS \quad (6)$$

여기서, G_k 는 Green 함수이며, u 는 음원의 입자속도를 나타내고, h 는 Heaviside step function을 나타낸다. Fig. 2와 같은 형상의 공동에 대한 Green 함수를 이용하여⁽⁹⁾ 식 (6)을 정리하면 다음과 같다.

$$\phi(\vec{r}_0) = - \sum_{i=1}^m \frac{2U \epsilon_m \epsilon_p a^2 (k_{r_{mn}} + \mu_{mn})^2 \{J_1(k_{r_{mn}} a) + \mu_{mn}\} J_m(k_{r_{mn}} e)}{L(k_{r_{mn}} a + 2\mu_{mn}) \{ (k_{r_{mn}} + \mu_{mn})^2 R^2 - m^2 \} (k_{r_{mn}} R)} \cdot \frac{1}{k_{mnp}^2 - k^2} \cdot J_m(k_{r_{mn}} r) \cos(m\theta) \cos(k_{zp} z) \quad (7)$$

여기서, ϵ_m, ϵ_p 는 m 이나 p 가 0일 때 1이고 m 이나 p 가 0이 아닐 경우에는 2이며, μ_{mn} 는 m 과 n 이 0일 때만 1의 값을 갖는다. 또한, m, n, p 는 각각 공동의 원주(circumferential), 반경(radial), 길이(axial) 방향의 모드를 나타내며, k_{zp} 와 $k_{r_{mn}}$ 은 각각 길이방향과 반경방향의 파수 성분을 나타낸다.

공동의 임피던스는 피스톤 면에 작용하는 힘 F 를 구함으로써 간단히 얻을 수 있다. 즉

$$F = - \iint_{\text{source}} p r d r d \theta$$

$$= \rho \omega \cdot \pi a^2 \cdot \sum_{\substack{m \\ n \\ p}} \frac{4 \epsilon_m \epsilon_p a^2 (k_{r_{mn}} + \mu_{mn})^2}{L(k_{r_{mn}} a + 2\mu_{mn})^2 \{ (k_{r_{mn}} + \mu_{mn})^2 R^2 - m^2 \}} \cdot \frac{\{J_1(k_{r_{mn}} a) + \mu_{mn}\}^2 J_m^2(k_{r_{mn}} e)}{J_m^2(k_{r_{mn}} R) \cdot (k_{mnp}^2 - k^2)} \quad (8)$$

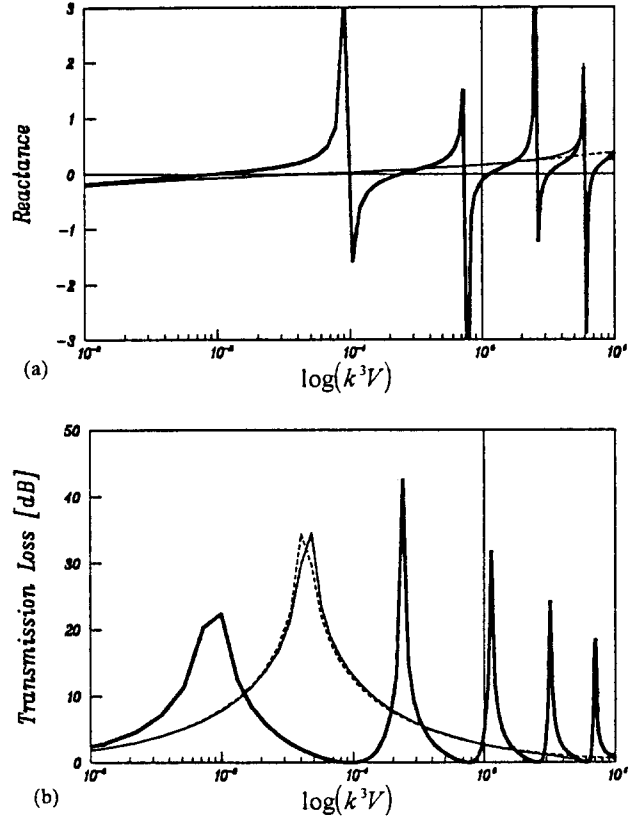
$$Z_{\text{cavity}} = \frac{F}{\pi a^2 \cdot u} = j \rho c k \sum_{\substack{m \\ n \\ p}} \dots \quad (9)$$

이 식의 $m=n=p=0$ 에 대한 결과는 집중(lumped) 시스템이라는 가정하에 얻어진 공동의 임피던스 $-j \rho c A_0 / kV$ 와 같은 결과를 주는 것을 알 수 있고, 따라서 식 (9)로 표현된 공동의 임피던스가 평면파는 물론 고차 모드에 의한 영향까지를 고려한 올바른 표현임을 유추할 수 있다.

이러한 해석으로부터, 공명기의 전체 임피던스 식 (3)은 다음과 같이 보완할 수 있다.

$$Z_{HR} = j \rho \omega \frac{8a}{3\pi} + j \rho \omega l_0 + j \rho \omega \cdot \sum_{\substack{m \\ n \\ p}} \dots \quad (10)$$

Fig. 3은 형상이 다른 공명기에 대해 고전적 모델로 해석된 임피던스, 투과손실에 대한 결과와 지금까지의 해석에 의한 결과와의 차이를 보여주고 있



----- lumped model, ——— $L/R=4, a/R=0.2$ (Type 1)
————— $L/R=32, a/R=0.4$ (Type 2)

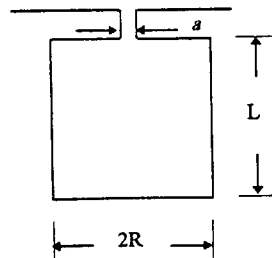


Fig. 3 같은 체적의 공동($V=1.57 l$; neck length)을 갖는 두 가지 형상의 공명기에 대해 이론적으로 계산된 (a) 임피던스와 (b) 투과 손실

다. 그림에서 점선은 고전적인 lumped 모델로 해석된 결과이다. 여기서 식 (3)에 사용된 보정길이 Δl 은 플랜지(flanged)가 되어 있는 경우의 보정 길이인 $2 \times 0.85a$ 이고, 나머지 두 곡선은 공동의 3차원 해석으로부터 구해진 결과이다. 고전적 모델에서 예측하는 것과는 달리 공동의 부피는 같지만 형상이 다르기 때문에 두 가지의 공명기는 서로 다른 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

여기에서 두번째 유형의 공명기의 경우(굵은 실선으로 표현)가 lumped 모델의 결과보다 왼쪽으로 공명 주파수가 이동한 것을 볼 수 있는데, 이것은 보정 길이가 고전적 결과보다 커야함을 의미함과 동시에 길이방향의 파동운동으로 인한 영향이 중요함을 알 수 있다. 또한 고차 공명(higher resonance)이 첫번째 유형의 공명기와는 달리 뚜렷하게 나타남을 관찰할 수 있다. 이는 공명기 목부분의 진동에 따라 동일한 위상으로 움직일 것으로 예상되는 유체 입자의 양이, 첫번째 유형의 공명기(Type 1)보다 두번째 유형(Type 2)에서 훨씬 더 많다는 것을 의미한다.

3.2 End Correction

3.1절에서 얻은 결과는 고전적인 접근 방식의 한계성으로 잘 보여 주고 있고 따라서 삼차원 해석이 실질적으로 필요함을 보여주고 있다. 공동의 삼차원 해석에 의해 공동의 입력임피던스는 다음과 같이 표현될 수 있고,

$$Z_{cavity} = Z_{lumped} + j\omega ck \left(\sum \frac{1}{k} \right) = Z_{lumped} + Z_{addition}$$

이 추가적인 항을 유한치수를 갖는 공동의 보정 길이로 정의한다면, 공동의 형상이나 치수 등으로 인한 보정길이(δ_i)의 변화를 고찰할 수 있다. δ_i 는 다음과 같이 표현할 수 있다. 즉,

$$j\omega ck \cdot \sum \frac{1}{k} = Z_{add} = j\omega ck \delta_i$$

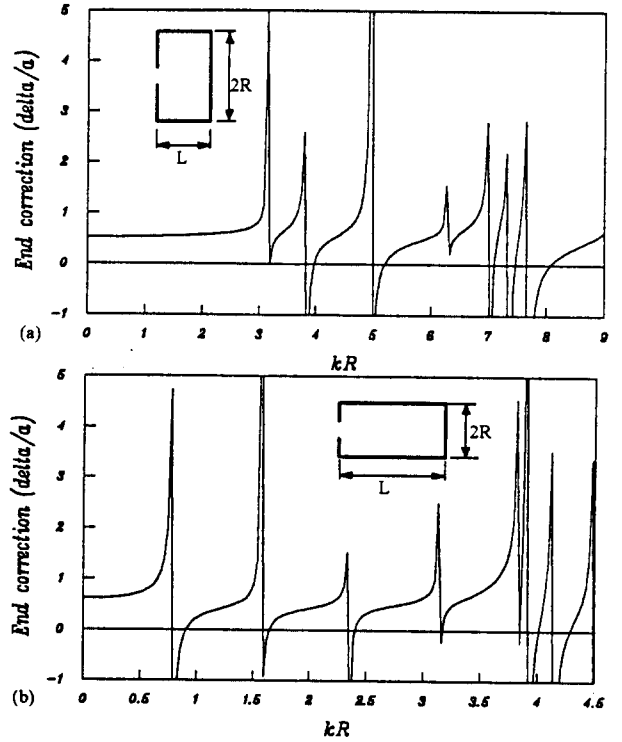
그러므로,

$$\delta_i = \sum_{p=1} \frac{A_0}{V} \cdot \frac{2}{k_{zp}^2 - k^2} + \sum_{\substack{m,n \text{ is not zero} \\ \text{simultaneously}}} \frac{4\epsilon_m \epsilon_p}{L(k_{rnm}^2 R^2 - m^2)} \cdot \frac{1}{k_{mn}^2 - k^2} \cdot \frac{J_1^2(k_{rnm}a) J_m^2(k_{rnm}e)}{J_m^2(k_{rnm}R)} \quad (11)$$

이 식 우변의 첫번째 항은 공동의 길이방향으로 진행되는 평면파의 영향으로 얻어진 결과이며, 두번째 항은 고주파 모드의 영향으로 나타난 것이다. 여기서, δ_i 는 공동의 직경과 길이 등을 포함한 공동의 치수와 목의 위치, 그리고 목과 공동의 직경비(ξ) 등으로 결정되는 함수임을 알 수 있다. 즉

$$\delta_i = \text{Function of } \xi, L, R, e \quad (12)$$

Fig. 4는 임의의 치수를 갖는 공동에 대한 식 (11)의 결과를 나타낸 것인데 관심이 있는 저주파 영역에서 거의 일정한 값(Fig. 4(a)의 경우는 kR 이 2보



(a) $R=10$ cm, $L=10$ cm ($L/R=1$)

(b) $R=5$ cm, $L=20$ cm ($L/R=4$)

여기서, R 은 공동의 직경, L 은 공동의 길이

Fig. 4 부가적인 임피던스로부터 얻어진 end correction의 kR 에 대한 변화

다 작은 경우, Fig. 4(b)의 경우는 kR 이 약 0.4이 약 0.4보다 작은 경우)을 갖는 부분이 존재함을 알 수 있으며, 이 영역 또한 공명기 형상에 의하여 변화하고 있음이 주목된다. 이 부분의 값은 근사적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_i = \sum_{p=1} \frac{A_0}{V} \cdot \frac{1}{k_{zp}^2} + \sum_{\substack{m,n \text{ is not zero} \\ \text{simultaneously} \\ \text{and } p=0}} \frac{4\epsilon_m \epsilon_p}{L(k_{rnm}^2 R^2 - m^2)} \cdot \frac{1}{k_{mn}^2 - k^2} \cdot \frac{J_1^2(k_{rnm}a) J_m^2(k_{rnm}e)}{J_m^2(k_{rnm}R)} \quad (13)$$

식 (13) 결과의 극단적인 조건으로 공동과 목의 직경의 비 ξ 가 1인 경우($\lambda/4$ 공명기)를 살펴보면, $\xi=1$ 일때, 식 (13)의 두번째 항은 $J_1(k_{rnm}a)=0$ (when $a \rightarrow R$)로 인해 소거되고 첫번째 항만 남으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$\delta_i = \sum_{p=1} \frac{2L}{\pi^2 p^2} = \frac{2L}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^2}{6} = \frac{L}{3}$$

따라서, 길이가 L 인 $\pi/4$ 공명기의 기본 공명 주파수는

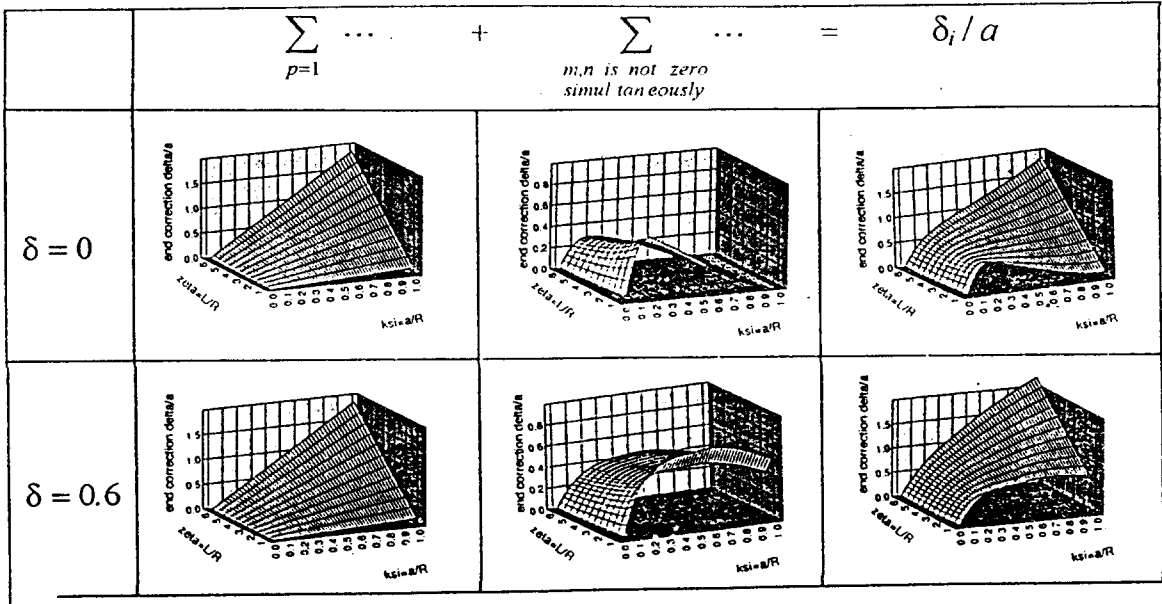


Fig. 5 공명기 목의 두 가지 목의 위치에 대해 식 (14)의 $\zeta(L/R$: 길이에 대한 공동의 반경비)와 $\xi(a/R$: 길이에 대한 공동의 반경비) 변화에 따른 결과

$$f_r = \frac{c}{4(L+L/3)}$$

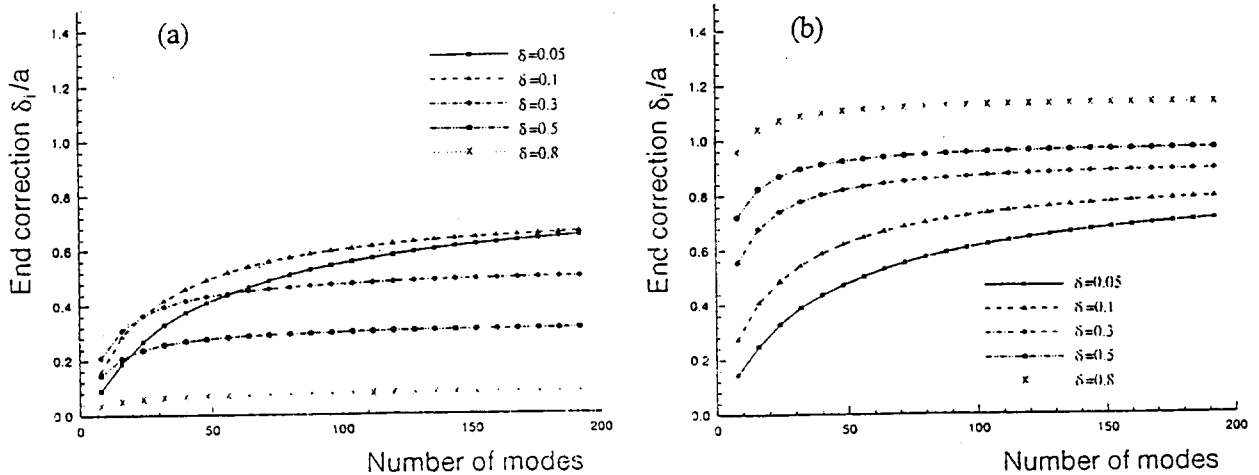
$$\delta_i/a = \sum_{p=1} \xi \frac{\zeta}{p^2 \pi^2} + \sum_{\substack{m,n \text{ is not zero} \\ \text{simul taneously} \\ \text{and } p=0}} \frac{4\epsilon_m \epsilon_p}{L(k^2 r_{mn} R^2 - m^2)} \cdot \frac{\zeta/\xi}{\zeta^2 \lambda_{mn}^2 - p^2 \pi^2} \cdot \frac{J_1^2(k r_{mn} a) J_m^2(k r_{mn} e)}{J_m^2(k r_{mn} R)} \quad (14)$$

이며, 이 결과는 공명기내의 입자의 운동의 영향을 고려해 공명 주파수를 해석한 Panton⁽⁴⁾이나 Alster⁽²⁾의 결과와 일치하게 됨을 알 수 있다.

식 (12)에 표현된 인자들의 변화에 따른 δ_i 의 경향을 보기 위해, 식 (13)에서 L/R 을 ζ 로 정의해 다시 표현하면

와 같다.

Fig. 5는 목의 편심($\delta=e/R$) 정도에 따른 ξ 와 ζ 가 δ_i 에 미치는 영향을 보여주고 있다. 식 (14)의 첫번째 항은 목의 편심에 무관하며, 따라서 목의 위



(a) 식 (14) 우변의 두번째항에 대한 수렴성
(b) 식 (14) 전체의 수렴성

Fig. 6 고려되는 모드갯수에 따른 end correction의 수렴성

치에 관계없이 ξ 와 ζ 에 의해서만 나타나는데, ξ 와 ζ 의 변화에 따라 선형적으로 변한다. $\delta \neq 0$ 인 경우의 그래프들은 $\xi < 1 - \delta$ 인 영역의 값만 의미를 가진다. 여기서는 식 (14)가 두번째 항의 결과인 고차 모드의 영향과 식 (14) 전체의 ξ, ζ 에 대한 변화 정도를 보여주고 있다. 한 가지 흥미로운 사실은 $\xi < 0.1$ 정도의 범위에서 공동의 길이의 증가, 즉 ζ 의 증가가 $\zeta > 1$ 인 부분에서 보정길이의 변화에 거의 영향을 미치지 않고 있으며, 목의 편심이 존재할 경우 이러한 영역은 $\xi < 0.2$ 로 까지 확대됨을 알 수 있다. 결국 목의 편심이 존재할 경우는 $\zeta > 1$ 인 영역에서는 보정 길이가 ζ 보다 ξ 의 값에 큰 영향을 받게됨을 알 수 있다.

제안된 보정길이 추정식의 수렴성을 살펴보면, Fig. 6과 같다. 즉 Fig. 6(a)는 식 (14) 우변의 두번째 항에 대한 수렴성을 보여주고 있고, Fig. 6(b)는 전체의 수렴성을 보여주고 있다. ξ 가 작은 값에서는 정확한 보정길이의 계산에 많은 모드가 필요하며, ξ 가 큰 경우는 상대적으로 적은 수의 모드라도 충분함을 볼 수 있다. $\xi \leq 0.3$ 정도의 범위에서는 50개 정도의 모드로도 보정길이의 계산이 유효함을 알 수 있지만, $\xi < 0.3$ 에서는 많은 수의 모드가 필요하다.

4. 실험방법 및 결과

공명기의 특성 실험은 덕트에서 두 개의 음향 탐촉자를 이용한 투과 특성을 고찰하는 방법으로 행해질 수 있다. 소음기의 투과손실을 측정하는데 있어 두 개의 음향 탐촉자를 이용할 때의 오차 해석, 오차 해석에 근거한 측정 장치의 구성법 등이 제시되었으나⁽¹⁰⁾, 본 실험에서는 공명기의 투과 손실 측정보다는 공명 주파수의 측정이 주관심이므로 보다 간편하게 실험할 수 있는 시스템의 전달 함수 측정방법을 채택하였다.

4.1 실험장치 및 방법

Fig. 7은 공명기의 공명 주파수를 측정하기 위한 장치를 보여주고 있다. 공명기의 목 끝단의 곡률로 인한 영향을 없애기 위하여 주 덕트부는 사각 단면을 갖도록 제작되었다. 공명 주파수를 측정하기 위한 방법으로는 Anderson⁽¹¹⁾이 사용한 것과 유사한 방법을 사용하였으며, 공명기의 전달 함수(Frequency Response Function, FRF)를 통하여 공명 주파수를 측정하였다. 여기서는 공명기를 가진시키는 음압을 측정하기 위해 덕트 윗면에 마이크로폰 1을

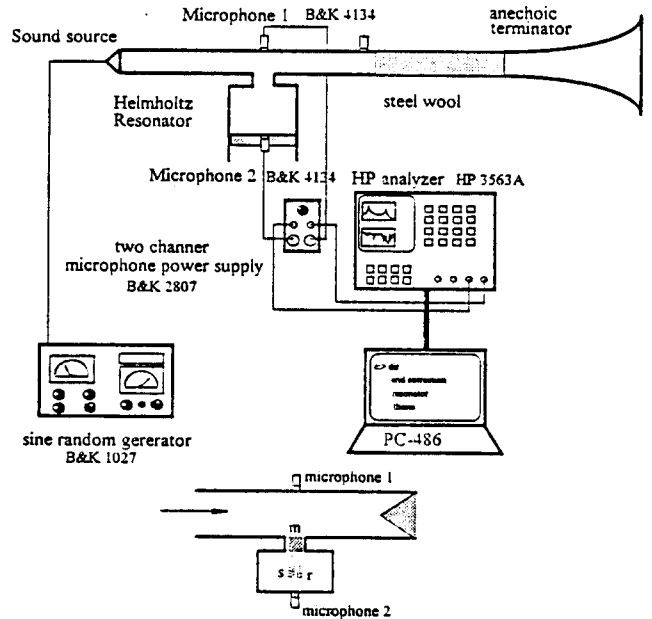


Fig. 7 공명기의 공명 주파수를 측정하기 위한 실험장치 및 측정원리

Table 1 실험에 사용한 공명기의 사양

	Cavity diameter 74 mm	Cavity diameter 30 mm
Neck dia. to cavity dia. ratio ξ	0.17 or 0.34	0.1 or 0.19
Cavity length L	6 cm ~ 40 cm 2 cm 간격	2 cm ~ 50 cm 2 cm 간격

설치하고, 공명기의 공동 끝에 전달되는 음압을 측정하기 위해 마이크로폰 2를 설치하고 이를 이용하여 주파수 응답 함수를 얻는 방법을 이용하였다.

실험에 사용한 공명기는 원통형 타입의 공동과 원형 목(neck)을 가지며, 2가지 종류의 직경(74 mm & 130 mm)에 공동의 치수를 조절함으로써 얻을 수 있는 다양한 치수의 공명기에 대해 고찰했다. 또한, 감쇄의 영향을 최소화하기 위해 목의 길이는 2 mm로 고정시켰고, 목의 직경을 변화시키므로써 앞에서 이론적으로 살펴본 결과들을 검토했다.

4.2 실험 결과

Fig. 8은 대표적으로 공명기의 주파수 응답함수에 대한 실험결과와 3차원 해석 그리고 기계적 등가 모

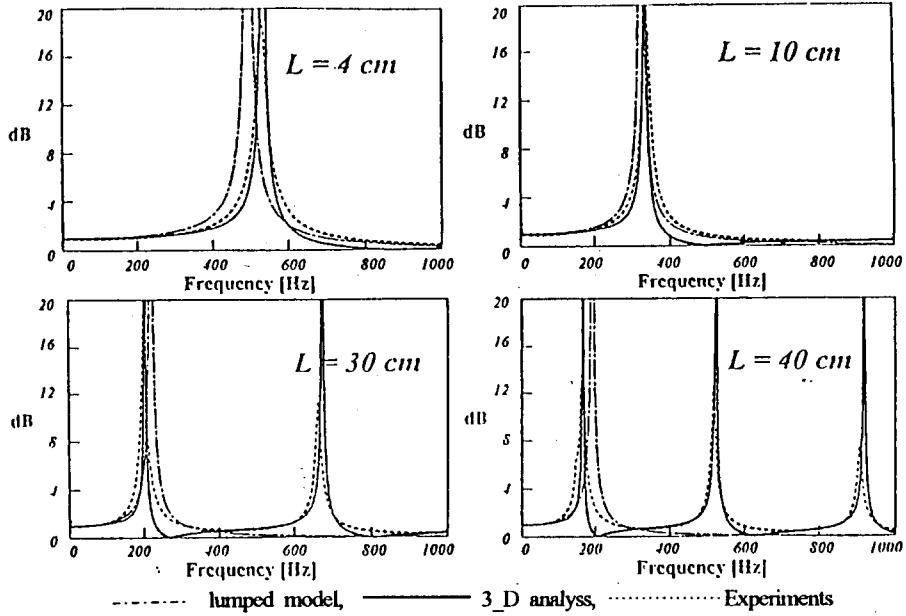


Fig. 8 공동의 dimension에 따른 공명기의 주파수 응답함수의 진폭 cavity dia. : 67 mm, $\xi=0.34$, L 은 cavity의 길이

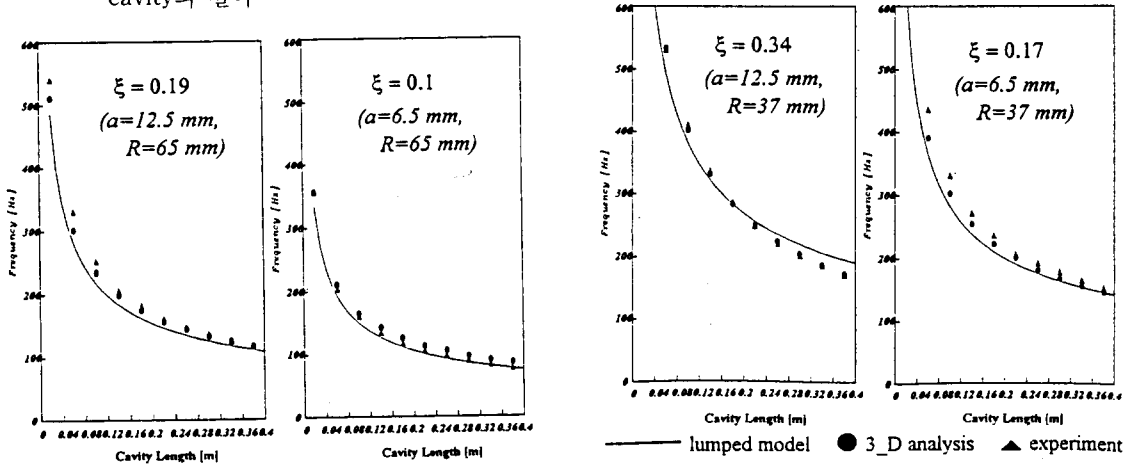
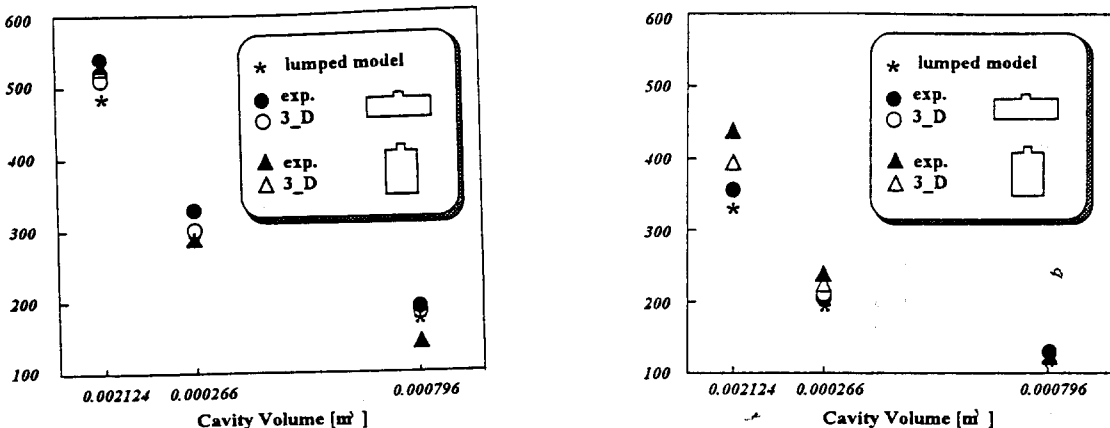


Fig. 9 공명기의 목이 중앙에 있을 때 공명 주파수에 대한 실험치와 해석결과의 비교



(a) 목의 직경이 25 mm

(a) 목의 직경이 13 mm

Fig. 10 Dimension은 같지만 형상이 다른 두 가지 공명기의 공명 주파수 차이

델 (lumped model) 의 결과들을 보여주고 있다. 공명기의 길이가 늘어 날수록 고차 모드의 영향이 중요한 인자로 나타남을 알 수 있으며 실험결과와 3차원 해석이 비교적 잘 일치되고 있음을 볼 수 있다. Fig. 9는 기본 공명주파수에 대한 등가모델 (lumped model) 의 결과와 3차원 해석의 결과, 그리고 실험 결과들을 비교한 것이다. 실험 결과와 잘 맞지 않는 부분이 일부 존재하지만 3차원 해석으로 인한 결과

가 공명 주파수의 값이나 그 경향이 실험치에 더 가깝다. Fig. 10에서는 공동의 체적은 같지만 형상이 틀린 공명기의 공명 주파수값을 비교하고 있다. 두 가지 타입이 공명기 모두가 공명 주파수에 있어 등가모델과 차이가 나타나며, 3차원 해석에 의해서 이러한 오차가 상당부분 개선됨을 볼 수 있다.

Fig. 11은 실험적으로 얻어진 공명기의 삽입 손실과 이론적으로 해석된 투과 손실을 다른 형상을 갖

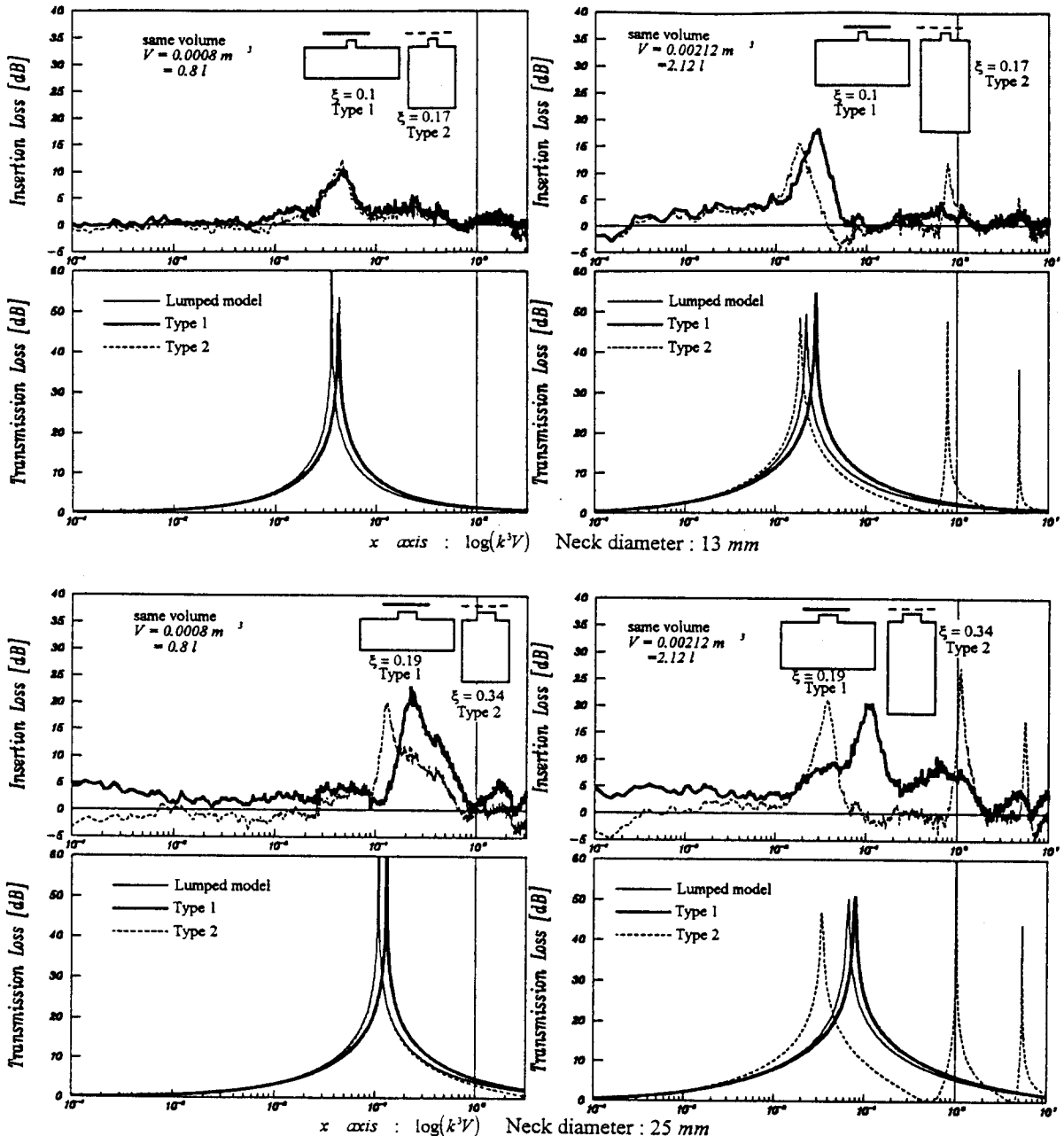


Fig. 11 여러가지 유형의 공명기에서 실험적으로 얻어진 공명기의 삽입손실과 삼차원 해석에 의한 투과 손실을 통한 공명기의 특성예측

는 공명기에 대해 그 결과를 비교한 것이다. 삽입 손실이란 소음기가 있을 경우와 없을 경우 방사되는 음압의 차이로 정의되므로, 출구단 부분의 음압을 공명기가 장착되었을 때와 없을 때 측정치의 차이로 공명기의 소음저감을 고찰했다. 삽입 손실은 물리적 으로 음수부가 존재할 수 없으며, 따라서 현재의 결과들의 일부는 실험적 오차로 추정된다. 삽입 손실과는 달리 투과손실은 소음기로 입사되는 음압과 무 반사 출구단으로 투과되는 음압의 차이로 정의되며, 음원의 임피던스에 무관한 개념이므로 소음기만의 특성을 평가한다. 정의에 의하여 삽입 손실은 무 반사 출구단 조건이 필요하지 않지만 무반사 출구단 조건과 일정 압력 음원일 경우 삽입 손실과 투과 손 실은 동일한 개념이므로 현재의 실험에서도 얻어진 결과를 이론적인 투과 손실과는 비교를 가능하게 하 기 위해 무반사 조건을 사용하였다. Fig. 11의 경우는 형상은 틀리지만 공동의 체적이 같은 공명기의 경우 고전적 해석으로서는 같은 값의 공명 주파수를 가지 지만, 일련의 실험 결과들은 공동내의 입자 운동을 고려한 삼차원 해석이 필요함을 보이고 있다.

5. 결 론

많은 용도를 지닌 헬름홀쯔 공명기의 공명 주파수 를 해석하는데 있어 나타나는 공명 주파수의 불일치 의 문제를 목에서의 부가적인 질량 효과의 개념적으 로 설명했으며, 이를 공동의 치수(dimension)와 형 상, 그리고 목의 위치 등의 변화에 따라 고찰하여 보았다. 고전적인 해석에서 간과되었던 공동내의 파 동운동이나 고차모드의 영향들이 중요하게 고려되 어야 됨을 확인할 수 있었고, 이러한 복합적인 해석에 Green 함수가 상당히 유용함을 확인할 수 있었다.

공명기의 보정 길이에 영향을 주는 인자는 공동의 길이에 대한 공동의 반경비(ζ)와 목의 반경에 대한 공동의 반경비(ξ)이며 공명기의 기본 공명 주파수는 이들 인자의 주어진 값에 의하여 많은 영향을 받는다. 특히, $\xi < 0.1$, $\zeta > 1$ 일 경우에는 보정길이의 값 이 ζ 에 거의 관계없이 일정한 값을 가짐을 확인할 수 있었고, ξ 가 클수록 ζ 의 영향이 우세함을 알 수 있었으며 이들이 고차 공명 주파수에 직접적인 영향 을 줄을 알 수 있었다.

삼차원 해석을 통한 보정길이의 계산상의 정확도 는 고려되는 모드의 갯수에 영향을 받으며, $\xi < 0.3$ 인 경우는 100개 이상의 모드가 고려되어야 한다는 예상외의 결과를 얻었고, ξ 가 클수록 상대적으로 적

은 수의 모드로도 유효한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

공명기의 소음 저감 효율에는 목의 단면적과 공동 의 강성(stiffness)이 클수록 효과가 큼을 실험적으 로 확인할 수 있었고, 20 dB 이상의 소음 저감을 보 이는 고차모드도 확인됨으로써 헬름홀쯔 공명기는 기본 공명주파수 뿐만아니라 고차모드의 공명도 공 명기의 설계에 적용될 수 있는 중요한 정보임을 알 수 있다.

공명기는 적용되는 시스템에 따라 그 시스템과의 접촉부(interface)에서의 보정길이가 정확히 해석되 어야 하며 덕트에 사이드 브랜치(side branch)로 장 착될 경우, 보정길이는 3차원 해석으로 얻어져야 한 다. 여기서의 부정확한 해석은 공명주파수의 불일치 에 영향을 줄 수 있다.

참 고 문 헌

- (1) Zinn, B. T., 1970, "A Theoretical Study of Non-Linear Damping by Helmholtz Resonators," Journal of Sound and Vibration 13(3), pp. 347~356.
- (2) Alster, M., 1972, "Improved Calculation of Resonant Frequencies of Helmholtz resonators," Journal of Sound and Vibration 24(1), pp. 63~85.
- (3) Samuel Temkin, 1981, Elements of Acoustics, pp. 90~93, John Wiley & Sons, Inc.
- (4) Panton, R. L. and Miller, J. M., 1975, "Resonant Frequencies of Cylindrical Helmholtz Resonators," Journal of the Acoustical Society of America 57, pp. 1533~1535.
- (5) Lord Rayleigh, 1877, Theory of Sound II, pp. 180~183. Dover Publication.
- (6) Uno Ingard, 1953, "On the Theory and Design of Acoustic Resonators," Journal of the Acoustical Society of America 25(6), pp. 1037~1062.
- (7) Pollack, M. L., 1979, "The Acoustic Inertial End Correction," Journal of Sound and Vibration 67, pp. 558~561.
- (8) 강성우, 김양한, 1992, "두 개의 음향탐촉자를 이용한 소음기의 투과손실 측정과 오차해석," 한국소음진동공학회지, 제2권, 제3호, pp. 181~192.
- (9) Kim, Y.-H. and Kang, S. W., 1993, "Green's Solution of the Acoustic Wave Equation for a Circular Expansion Chamber with Arbitrary Locations of Inlet, Outlet Port and Termination

- Impedance,” *Journal of the Acoustical Society of America* 94(1), pp. 473~490.
- (10) 강성우, 1992, “임의의 위치에 표면 속도장을 갖는 원형 덕트 내부 음장의 일반해와 실험적 평가에 관한 연구,” 한국과학기술원 석사학위논문.
- (11) Anderson, J. S., 1977, “The Effect of an Air Flow on a Single Side Branch Helmholtz Resonators in a Circular Duct,” *Journal of Sound and Vibration* 52(3), pp. 423~431.
- (12) Ih, J.-G., 1993, “On the Inertial End Correction of Resonators,” *Acustica* 78.