

## 직접해법에 의한 공기윤활 틸팅패드 저어널 베어링의 정특성 및 동특성에 관한 연구

황 평\* · 김인식\*\*

\*영남대학교 기계공학과

\*\*영남대학교 대학원

### A Study on the Static and Dynamic Characteristics of Air Lubricated Titing Pad Journal Bearing with Direct Numerical Method

Pyung Hwang\*, In-Sik Kim\*\*

\*Department of Mechanical Engineering, Yeungnam University

\*\*Graduate Student, Yeungnam University

**Abstract**—The static and dynamic analysis of air lubricated tilting pad journal bearing which considers tilting effect of each pad, preload but which neglects pad inertia effect and deflection are performed. A direct numerical method is used in evaluating the static characteristics such as load carrying capacity, friction force and small perturbation method is used for calculation of dynamic characteristics. Stiffness and damping coefficients are compared with the variation of the preload. And these coefficients are slightly decreased with increased compressibility number under the constant bearing load carrying capacity.

#### 1. 서 론

고속 터빈과 액화장치의 주축 등은 고속회전과 고속에서의 높은 회전안정성을 요구한다. 베어링의 안정속도한계를 정하는 중요한 요인은 자력진동, 불균형진동, 공진시의 진동, 높은 전단응력과 난류천이에 기초로한 소비동력, 발열증대 등이다.

이러한 자력진동을 방지하고 최고 회전속도를 높이기 위해 베어링 형태를 비진원으로 하거나, 베어링을 탄성지지하여 오일 필름 댐퍼를 달거나, 부동부시를 이용하거나, 각각 자유롭게 독립적으로 대책이 제시되었다. 틸팅 패드 형식을 이용하는 등의 대책이 제시되었다. 틸팅 패드를 지지하는 방법으로는 롤링 패드를 이용하는 방법이 지지부의 강성이 높고 구조가 단순하여 정밀도가 높고 비교적 가격이 싼 장점을 가지나, 고속, 경하중하에서는 회전축의 중심이 베어링 중심근처에서 각 패드의 내면에 형성된 유막의

두께가 균일하게 근접할때 가려진동을 방지하는 기능이 저하된다. 그러므로, 본 논문에서는 피벗 지지된 틸팅 패드 베어링에 대한 연구를 수행하였다.

틸팅 패드 저어널 베어링에 대해서는 1968년 Chu 등이 공기 윤활 베어링 축의 안정성을 주파수 응답법과 비선형 제적법으로 비교하였고, 다시 1972년에 정상상태와 안정성에 관해 연구하였다[1,2]. 또, Elwell 등이 1969년 총류이며, 비압축성 윤활제로 윤활되는 베어링의 정특성을 연구하였다[3]. 1984년 비압축성 윤활체에 대해 난류에서의 유체 관성력, 패드변형, 예압 등의 특성이 주는 영향 등에 대해서 Hashimoto가 연구하였고[4,5], 1988년에는 Knight 등이 열전달 효과를 고려한 해석을 비압축성 윤활체에 대해 수행했다[6].

본 논문에서는 공기로 윤활되는 틸팅 패드 저어널 베어링을 모델로 하여 패드에 작용하는 유막압력을 계산하여 각각의 4개의 패드에 걸리는 모우멘트가 평형을 찾도록 하는 해석을 수행하여, 베어링의 정

\*\* : 현재 (주)미래산업 설계부에 근무

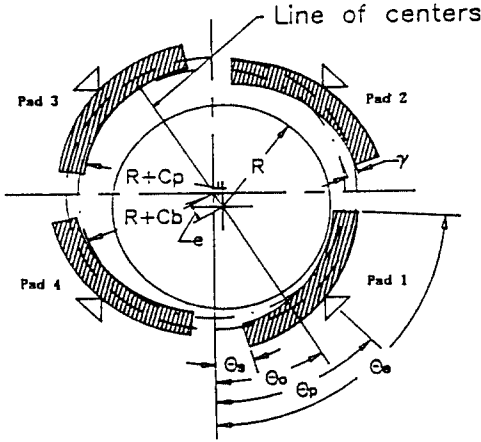


Fig. 1. Geometry of tilting pad journal bearing

적하중용량, 마찰력 등의 정특성을 계산한다. 이 경우 황[7] 등이 발표한 바 있는 직접해석법을 이용하여 해석함으로써 틸팅각의 변화에 따른 반복계산시간의 감소효과를 얻었다. 이를 위한 베어링의 설계변수로서는 베어링 폭과 직경의 비, 압축성계수, 축, 반경, 베어링 반경, 패드 반경, 패드의 길이 및 패드에 걸리는 예압 등이 있다. 축을 지지하는 압력은 축과 패드의 곡률반경의 차에 의해 유막이 형성되어 발생하므로 그 곡률반경(피벗 틸새, 베어링 틸새)의 변화에 의한 지지부하용량의 특성을 아는 것이 중요하다. 또, 교란지배방정식에 의하여 강성계수, 감쇠계수 등의 동특성도 계산하였다.

## 2. 이론적 고찰

### 2-1. 틸팅 패드 저어널 베어링의 모델링

공기유회 틸팅 패드 저어널 베어링을 Fig. 1에 나타내었다. 여기서 네개의 패드는 각각  $\theta_{p1}, \theta_{p2}, \theta_{p3}, \theta_{p4}$  각도에서 라인 피벗 지지되어 있고, 각 패드는  $\theta_s$ 에서  $\theta_s$ 만큼의 각도로 되어 있다. 또한,  $C_b$ 만큼의 베어링 틸새를,  $C_p$ 만큼의 패드 틸새를 가지며 각도  $\gamma$ 로 기울어져 있다.

그러므로, 베어링 틸새 및 패드 틸새, 패드의 회전각 등을 고려하여 베어링의 유막두께는 다음의 식 (1)로 나타낼 수 있다[1,2,6].

$$h = C_p - e \cos(\theta - \theta_s) - (C_p - C_b) \cos(\theta - \theta_p) - \gamma R \sin(\theta - \theta_p) \quad (1)$$

### 2-2. 지배방정식의 유도

공기유회 베어링의 유막압력분포의 해석을 위하여

유도된 레이놀즈 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho h^3 \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \right] = 6\eta U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (2)$$

윗 식을 무차원화 하기 위해 무차원 변수를 다음과 같이 둔다.

$$P = \frac{p}{P_a}, \quad H = \frac{h}{C_p}, \quad \theta = \frac{x}{R}$$

$$Z = \frac{z}{L}, \quad \phi = \omega t$$

여기서,  $P_a$ 는 대기압,  $R$ 은 베어링반경,  $L$ 은 베어링의 길이이다. 결국 다음과 같은 무차원화 된 레이놀즈 방정식이 유도된다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ PH^3 \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left[ PH^3 \cdot \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (PH) + 2\Lambda \frac{\partial}{\partial \phi} (PH) \quad (3)$$

여기서,  $\Lambda = \frac{6\eta RU}{PaC_p^2}$  이며, 압축성계수

(compressibility number)이다.

그러나, 위에서 유도된 공기에 대한 레이놀즈 방정식은 압력  $P$ 에 대해서 비선형 방정식이므로 일반적으로 잘 풀리지 않는다. 그러므로 압력분포를 구하기 위해 유체의 연속성을 이용하는 직접해법의 과정을 따른다.

$$q = \int_{\Sigma} \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) \delta A \quad (4)$$

유회체의 속도분포  $u, w$ 를 구하기 위한 좌표계는 Fig. 2에 나타내었고, 경계조건은 다음과 같다.

$$y=0: u=w=0$$

$$Y=h: u=U, w=0 \quad (5)$$

공기유회 베어링의 유막압력분포 해석을 위한 간략화 된 Navier-Stokes 방정식에 위에서 구한속도  $u, w$ 에 대해 적분하고, 공기를 이상기체로 가정하면 다음식이 유도된다.

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) + \frac{y}{h} U$$

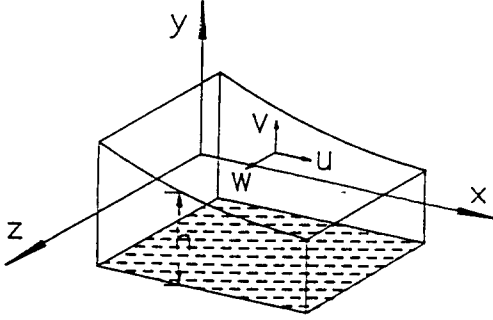


Fig. 2. Coordinate system

$$w = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (y^2 - yh) \quad (6)$$

이 식을 각각 식 (4)에 대입하여 x, z방향의 단위 폭당의 질량유량을 구하고 무차원화하면 다음과 같다.

$$Q_0 = \frac{12\eta R \bar{R} T}{Pa^2 Cp^3} q_x = -PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} + \Lambda PH$$

$$Q_z = \frac{12\eta R \bar{R} T}{Pa^2 Cp^3} q_z = -\frac{R}{L} PH^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \quad (7)$$

여기서,  $\Lambda$ 는 식 (3)의 압축성계수이다.

$$Q_{\theta i+1/2j} = \Delta Z \left[ P_{i-1j} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} + \Lambda \frac{H_{i+1/2j}}{2} \right) - P_{ij} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} - \frac{\Delta H_{i+1/2j}}{2} \right) \right]$$

$$Q_{\theta i+1/2j} = \Delta Z \left[ P_{ij} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} + \Lambda \frac{H_{i+1/2j}}{2} \right) - P_{i+1j} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} - \frac{\Delta H_{i+1/2j}}{2} \right) \right]$$

$$Q_{z ij-1/2} = \Delta \theta \left[ \frac{R}{L} \frac{H_{ij-1/2}^3 P_{ij-1/2}}{\Delta Z} P_{ij-1} - \frac{R}{L} \frac{H_{ij-1/2}^3 P_{ij-1/2}}{\Delta Z} P_{ij} \right]$$

$$Q_{z ij+1/2} = \Delta \theta \left[ \frac{R}{L} \frac{H_{ij+1/2}^3 P_{ij+1/2}}{\Delta Z} P_{ij-1} - \frac{R}{L} \frac{H_{ij+1/2}^3 P_{ij+1/2}}{\Delta Z} P_{ij} \right] \quad (8)$$

식 (7)의 우변 첫번째항은 압력구배에 의해 생성

되는 Poiseuille 유동이므로 절점 (j, j)에서의 압력은 인접한 절점들로부터 심한 영향을 받고, 두번째항의 Couette 유동항은 두 베어링면 사이의 상대속도를 나타내므로 상류측 압력의 영향이 하류측 압력의 영향에 비해 지배적이다[7].

그러므로, 식 (8)의  $Q_0$ 항을 다시쓰면 다음과 같이 된다.

$$Q_{\theta i+1/2j} = \Delta Z \left[ P_{i-1j} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} + \Lambda H_{i+1/2j} \right) - P_{ij} \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} \right]$$

$$Q_{\theta i+1/2j} = \Delta Z \left[ P_{ij} \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i+1/2j}}{\Delta \theta} + \Lambda H_{i+1/2j} \right) - P_{i+1j} \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i+1/2j}}{\Delta \theta} \right]$$

이들 무차원 질량유량들은 연속방정식을 만족시켜야 하므로

$$Q_{\theta i+1/2j} - Q_{\theta i+1/2j} + Q_{z ij-1/2} - Q_{z ij+1/2} = 0 \quad (10)$$

식 (10)을 정리하면 다음과 같은 절점 압력에 대한 대수방정식을 얻는다.

$$a_{ij} P_{ij} = a_{i-1j} P_{i-1j} + a_{i+1j} P_{i+1j} + a_{jj-1} P_{jj-1} + a_{jj+1} P_{jj+1} \quad (11)$$

여기서,

$$a_{ij} = \Delta Z \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} + \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i+1/2j}}{\Delta \theta} + \Lambda H_{i+1/2j} \right) + \Delta \theta \left( \frac{H_{ij-1/2}^3 P_{ij-1/2}}{\Delta Z} + \frac{H_{ij+1/2}^3 P_{ij+1/2}}{\Delta Z} \right)$$

$$a_{i-1j} = \Delta Z \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i-1/2j}}{\Delta \theta} + \Delta H_{i-1/2j} \right)$$

$$a_{i+1j} = \Delta Z \left( \frac{H_{i+1/2j}^3 P_{i+1/2j}}{\Delta \theta} \right)$$

$$a_{ij-1} = \Delta \theta \frac{R}{L} \left( \frac{H_{ij-1/2}^3 P_{ij-1/2}}{\Delta Z} \right)$$

$$a_{ij+1} = \Delta \theta \frac{R}{L} \left( \frac{H_{ij-1/2}^3 P_{ij+1/2}}{\Delta Z} \right)$$

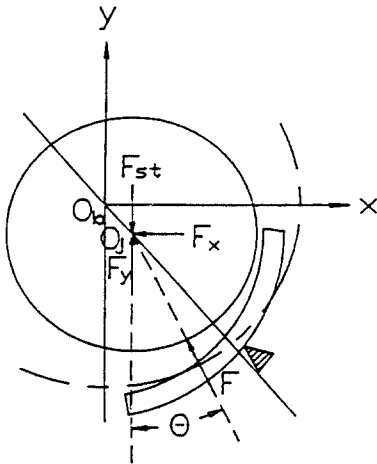


Fig. 3. Coordinate system of static forces

위 식 (11)은 아래의 경계조건이 적용되었으며, SOR (Successive over relaxation) 법으로 반복 계산하였다. 계산과정에서 이완변수(Relaxation parameter)는 1.2로 두었다.

$$P|_{boundary} = P_a$$

또, 유막두께의 식 (1)도 무차원화 하면 다음 식과 같다.

$$H = \frac{h}{C_p} = 1 - \epsilon_p \cos(\theta - \theta_0) - m \cos(\theta - \theta_p) - \bar{\gamma} \sin(\theta - \theta_p) \quad (12)$$

여기서,  $m = \frac{C_p - C_b}{C_p}$ 은 패드에 가하는 예압을

의미한다.

### 3. 유효해석

#### 3-1. 정특성 해석

식 (11)로 표시되는 대수 연립 방정식을 풀어 유효면 위의 모든 절점에서의 압력분포를 구할 수 있으며, Fig. 3과 같은 좌표계에서 반력의 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_x &= \frac{F_x}{P_a R L} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (P-1) \cos\theta \, dZd\theta \\ \bar{F}_y &= \frac{F_y}{P_a R L} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 (P-1) \sin\theta \, dZd\theta \end{aligned} \quad (13)$$

따라서, 무차원 하중용량은

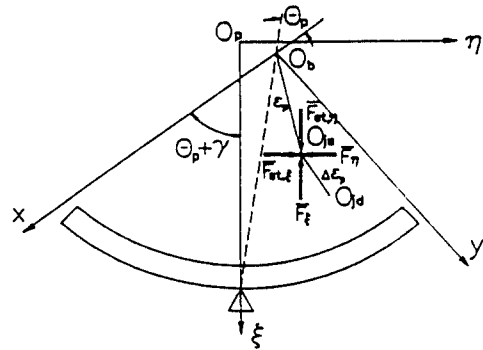


Fig. 4. Coordinate system for dynamic coefficients of fixed pad

$$\bar{F} = \sqrt{\bar{F}_x^2 + \bar{F}_y^2} \quad (14)$$

이고, x축에 대한 자세각은 다음과 같다.

$$\theta_0 \tan^{-1}(\bar{F}_y / \bar{F}_x) \quad (15)$$

마찰력의 계산은 전단응력에 대한 뉴턴의 법칙에서 다음과 같이 계산된다.

$$\bar{F}_R = \frac{F_R C_p}{R L U \eta} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left( \frac{1}{H} + \frac{3}{\Lambda} H \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) d\theta dZ \quad (16)$$

정적 평형 상태에서는 무차원 정하중  $\bar{F}_s$ 는 y방향으로만 작용하고, 자세각  $\theta_0$ 는 0이다. 또한 패드의 지지점에서 모우멘트는 평형을 이루어야 한다.

라인 피벗지지된 틸팅 패드 베어링에서는 각 패드는 자유도 1(원주방향의 패드 틸팅각  $\gamma$ )을 가지며, 각 패드에는 피벗 지지점에 대해 베어링에 작용하는 유막압력에 의한 총 모우멘트가 0이 되는 패드 틸팅각  $\gamma$ 가 존재한다. 따라서, 패드에 걸리는 모우멘트가 정해진 수렴한도를 만족하는 틸팅각을 계산하여야 한다. 이 틸팅각  $\gamma$ 는 유막 두께에 영향을 주므로 수정된 유막두께를 구하여 정하중과 마찰력이 계산되어야 한다.

#### 3-2. 동특성 해석

##### 3-2-1. 고정 패드의 동특성 계수

동특성 해석을 위해 식 (3)의 레이놀즈 방정식을 다시 생각한다. Fig.4는 고정된 패드의 동특성 해석을 위한 좌표계를 나타낸다. 베어링 중심이  $O_b$ 이고, 정적 저어널 중심이  $O_s$ 이며  $\Delta \epsilon_p$ 만큼 유막의 동적 움직임이 있을 때 동적 저어널 중심이  $O_{j,d}$ 이다. 유막의 동적 작용에 의해 전체 유막에 의한 힘은 다음과 같이 나

타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\bar{F}_\xi &= \bar{F}_{st,\xi} + \Delta \bar{F}_\xi(\xi, \eta, \xi', \eta') \\ \bar{F}_\eta &= \bar{F}_{st,\eta} + \Delta \bar{F}_\eta(\xi, \eta, \xi', \eta') \\ \xi &= \Delta \varepsilon_p \cdot \cos \Delta \theta \\ \eta &= \Delta \varepsilon_p \cdot \sin \Delta \theta\end{aligned}\quad (17)$$

여기서, 미분항(연산자)은  $\frac{\partial}{\partial \phi}$  ( $\phi = \omega t$ )를 나타낸다.

$\Delta \bar{F}$ 를 Taylor 급수로 변환시켜 1차항까지를 택하면

$$\begin{aligned}\Delta \bar{F}_\xi &= \left( \frac{\partial \bar{F}_\xi}{\partial \xi} \right)_{st} \cdot \xi + \left( \frac{\partial \bar{F}_\xi}{\partial \eta} \right)_{st} \cdot \eta \\ &+ \left( \frac{\partial \bar{F}_\xi}{\partial \xi'} \right)_{st} \cdot \xi' + \left( \frac{\partial \bar{F}_\xi}{\partial \eta'} \right)_{st} \cdot \eta' \\ &= \gamma_{\xi\xi} \cdot \xi + \gamma_{\xi\eta} \cdot \eta + \beta_{\xi\xi} \cdot \xi' + \beta_{\xi\eta} \cdot \eta'\end{aligned}\quad (18)$$

$$\begin{aligned}\Delta \bar{F}_\eta &= \left( \frac{\partial \bar{F}_\eta}{\partial \xi} \right)_{st} \cdot \xi + \left( \frac{\partial \bar{F}_\eta}{\partial \eta} \right)_{st} \cdot \eta \\ &+ \left( \frac{\partial \bar{F}_\eta}{\partial \xi'} \right)_{st} \cdot \xi' + \left( \frac{\partial \bar{F}_\eta}{\partial \eta'} \right)_{st} \cdot \eta' \\ &= \gamma_{\eta\xi} \cdot \xi + \gamma_{\eta\eta} \cdot \eta + \beta_{\eta\xi} \cdot \xi' + \beta_{\eta\eta} \cdot \eta'\end{aligned}$$

와 같이 되고,  $\gamma_{ik}$ ,  $\beta_{ik}$ 는 각각 유막의 선형화된 강성 계수와 감쇠계수를 나타낸다. 축의 순간 중심이동이 아주 적다면, 즉  $\Delta \xi$ ,  $\Delta \eta$ 가 충분히 작을 때 유막두께의 교란은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}H &= H_0 + \left( \frac{\partial H}{\partial \xi} \right)_{st} \cdot \xi + \left( \frac{\partial H}{\partial \eta} \right)_{st} \cdot \eta \\ &= H_0 + H_\xi \cdot \xi + H_\eta \cdot \eta\end{aligned}\quad (19)$$

Fig. 4에서

$$\begin{aligned}H &= H_0 - \Delta v_p \cos(\theta - \Delta \theta) \\ &= H_0 - \xi \cdot \cos \theta - \eta \cdot \sin \theta\end{aligned}\quad (20)$$

따라서,

$$H_\xi = -\cos \theta, \quad H_\eta = -\sin \theta\quad (21)$$

로 된다.

축운동의 회전수에 동기된 진동의  $\xi$ ,  $\eta$ 성분을 복소수의 실수로서 파악할 수 있다. 즉  $\xi$ ,  $\eta$  성분의 진동은 조화함수로 나타낼 수 있고, 각각의 미분값은 복소형식으로 표현할 수 있으므로, 다음과 같이  $\xi$ 와

$\xi'$ 를 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\xi &= 1 \operatorname{Re}\{\sigma \cdot e^{i\phi}\} \\ &= \operatorname{Re}\{(\xi + i \cdot \xi') (\cos \phi + i \cdot \sin \phi)\}\end{aligned}\quad (22)$$

여기서  $\xi$ 는 복소수를 나타내며,  $\xi'$ 는 실수부를  $\xi'$ 는 허수부를 나타낸다.

또한,  $\xi'$ 와  $\eta'$ 는 다음과 같이 된다.

$$\xi' = i \cdot \xi, \quad \eta' = i \cdot \eta\quad (23)$$

로 되며, 미소 변위에 의한 교란압력  $P$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = P_0 + P_\xi \cdot \xi + P_\eta \cdot \eta\quad (24)$$

$$P_\xi = P'_\xi + i \cdot P''_\xi$$

$$P_\eta = P'_\eta + i \cdot P''_\eta$$

앞서 구한 교란항  $P$ ,  $H$ ,  $P'$ ,  $H'$ 를 식 (3)의 지배 방정식에 대입하여 교란 매개변수  $\xi$ ,  $\eta$ 의 배열에서 다음의 복소교란방정식을 얻으며, 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}& \frac{\partial}{\partial \theta} \left( 3P_0 H_0^2 H_k \frac{\partial P_0}{\partial \theta} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_k}{\partial \theta} \right. \\ & \left. + P_k H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial \theta} \right) + \left( \frac{R}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left( 3P_0 H_0^2 H_k \right. \\ & \left. \frac{\partial P_0}{\partial Z} + P_0 H_0^3 \frac{\partial P_k}{\partial Z} + P_k H_0^3 \frac{\partial P_0}{\partial Z} \right) \\ & = \Lambda \frac{\partial}{\partial \theta} (P_0 H_k + P_k H_0) + i \cdot 2\Lambda (P_k H_0 + P_0 H_k)\end{aligned}\quad (25)$$

$$P_k(\theta_s, Z) = P_k(\theta_c, Z) = P_k(\theta, 0) = P_k(\theta, 1) = 0$$

$$(k=1, 2)$$

계수  $\gamma_{ik}$ 는 복소압력분포  $P_\xi$ 와  $P_\eta$ 를 각각 복과 각 변위에 따라  $\xi$ ,  $\eta$ 성분을 적분하여 구할 수 있으며, 아래와 같이 표현된다. 또,  $\beta_{ik}$ 는 압력분포의 허수부를 적분하여 구한다.

$$\gamma_{\xi\xi} = \int_{0_z}^{0_k} \int_0^1 \operatorname{Re}(R_\xi) \cdot \cos(\theta - \theta_p - \gamma) \, dZ \, d\theta$$

$$\gamma_{\xi\eta} = \int_{0_z}^{0_k} \int_0^1 \operatorname{Re}(R_\eta) \cdot \cos(\theta - \theta_p - \gamma) \, dZ \, d\theta$$

$$\gamma_{\eta\xi} = \int_{0_z}^{0_k} \int_0^1 \operatorname{Re}(R_\xi) \cdot \cos(\theta - \theta_p - \gamma) \, dZ \, d\theta$$

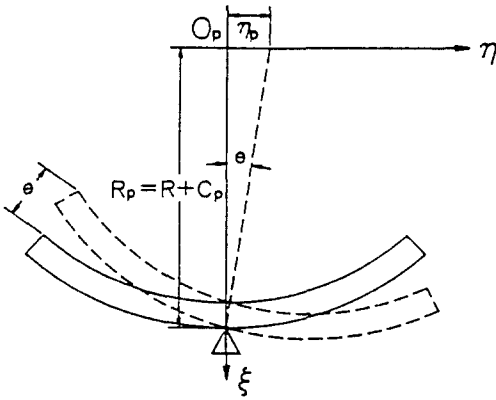


Fig. 5. Coordinate system for dynamic coefficients of tilting pad

$$\gamma_{\eta\eta} = \int_0^{\theta_c} \int_0^1 \text{Re}(R_\eta) \cdot \cos(\theta - \theta_p - \gamma) \, dZ \, d\theta \quad (26)$$

3-3-2. 틸팅 패드의 동특성 계수

Fig. 5는 틸팅하는 패드의 동특성 계수를 구하기 위한 좌표계를 나타낸다. 패드의 중심은  $O_p$ 이고, 반경  $R_p$ 는  $R + C_p$ 에 해당된다. 또한 패드의 관성 모우멘트는  $\bar{I}_p$ 이다. 패드가 동적 하중하에서  $\theta$ 만큼 움직인다면 패드의 중심은  $\eta_p$ 만큼 움직이게 되므로 패드의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\bar{I}_p \cdot \theta'' = -R_p \cdot \Delta \bar{F}_\eta \quad (27)$$

여기서,

$$\eta_p = R_p \cdot \theta \quad (28)$$

식 (28)를 식 (27)의 운동방정식에 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{\bar{I}_p}{R_p^2} \cdot \eta''_p = -\Delta \bar{F}_\eta = \bar{M} \cdot \eta''_p \quad (29)$$

식 (18)의  $\Delta \bar{F}_\eta$ 을 정리하면

$$\bar{M} \cdot \eta''_p = \xi(\gamma_{\eta\xi} + i \cdot \beta_{\eta\xi}) + \eta(\gamma_{\eta\eta} + i \cdot \beta_{\eta\eta}) \quad (30)$$

여기에서, 동적인 운동조건이므로  $\eta$ 대신에  $(\eta - \eta_p)$ 를 대입하여 식 (30)을 정리하면

$$-\bar{M} \cdot \eta_p = -\xi(\gamma_{\eta\xi} + i \cdot \beta_{\eta\xi}) + (\eta - \eta_p)(\gamma_{\eta\eta} + i \cdot \beta_{\eta\eta}) \quad (31)$$

윗 식을  $(\eta - \eta_p)$ 에 대하여 풀면 다음과 같이 된다.

$$\eta - \eta_p = [-\xi(\gamma_{\eta\xi} + i \cdot \beta_{\eta\xi}) - \bar{M}\eta] \cdot (p - i \cdot q) \quad (32)$$

여기서,

$$p = \frac{\gamma_{\eta\eta} - \bar{M}}{(\gamma_{\eta\eta} - \bar{M})^2 + \beta_{\eta\eta}^2}$$

$$q = \frac{\gamma_{\eta\eta} - \bar{M}}{(\gamma_{\eta\eta} - \bar{M})^2 + \beta_{\eta\eta}^2}$$

식 (15)에  $\eta - \eta_p$ 를 대입하고 정리하면 다음의 식으로 된다.

$$\begin{aligned} \Delta \bar{F}_\xi &= \hat{\gamma}_{\xi\xi} \cdot \xi + \hat{\gamma}_{\xi\eta} \cdot \eta + \beta_{\xi\xi} \cdot \xi + \beta_{\xi\eta} \cdot \eta \\ \Delta \bar{F}_\eta &= \hat{\gamma}_{\eta\xi} \cdot \xi + \hat{\gamma}_{\eta\eta} \cdot \eta + \beta_{\eta\xi} \cdot \xi + \beta_{\eta\eta} \cdot \eta \end{aligned} \quad (33)$$

여기서, 동특성계수  $\hat{\gamma}_{\xi\xi}$ ,  $\beta_{\xi\xi}$ ,  $\hat{\gamma}_{\eta\eta}$ ,  $\beta_{\eta\eta}$  등은 패드의 동적움직임에 의한 새로운 계수로서 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{\xi\xi} &= \gamma_{\xi\xi} - (P \gamma_{\xi\eta} + q \beta_{\xi\eta}) \gamma_{\eta\xi} - (q \gamma_{\xi\eta} - p \beta_{\xi\eta}) \beta_{\eta\xi} \\ \beta_{\xi\xi} &= \beta_{\xi\xi} - (P \gamma_{\xi\eta} + q \beta_{\xi\eta}) \beta_{\eta\xi} - (q \gamma_{\xi\eta} - p \beta_{\xi\eta}) \beta_{\eta\xi} \\ \hat{\gamma}_{\xi\eta} &= -\bar{M}(p \gamma_{\xi\eta} + q \beta_{\xi\eta}) \\ \beta_{\xi\eta} &= -\bar{M}(q \gamma_{\xi\eta} + p \beta_{\xi\eta}) \\ \hat{\gamma}_{\eta\xi} &= -\bar{M}(p \gamma_{\eta\xi} + q \beta_{\eta\xi}) \\ \beta_{\eta\xi} &= -\bar{M}(q \gamma_{\eta\xi} + p \beta_{\eta\xi}) \\ \hat{\gamma}_{\eta\eta} &= -\bar{M}(p \gamma_{\eta\eta} + q \beta_{\eta\eta}) \\ \beta_{\eta\eta} &= -\bar{M}(q \gamma_{\eta\eta} + p \beta_{\eta\eta}) \end{aligned} \quad (34)$$

만약 패드 관성을 무시하면, 즉  $\bar{M} = 0$ 이므로  $\hat{\gamma}_{\xi\xi}$ ,  $\beta_{\xi\xi}$  만이 남게 된다. 또한 베어링이 4개의 패드로 구성되어 있으므로, 각각의 강성 및 감쇠계수는 전체 베어링의 동적 계수를 위해 합쳐져야 한다. 전체 베어링의 동특성 계수로 치환하기 위해 Fig. 6과 같은 좌표계를 생각한다.

Fig. 6에서  $\xi$ ,  $\xi$ 방향은 각각의 패드의 좌표를 나타내며,  $x$ ,  $y$ 는 전체 베어링의 좌표계를 나타낸다.  $\Delta \bar{F}$ 는 동특성 계수에 의해 무차원 동적 힘을 나타낸다.

Fig. 6의 좌표에서

$$\begin{aligned} \Delta \bar{F}_x &= \Delta \bar{F}_\xi \cdot \cos(\theta_p + \gamma) - \Delta \bar{F}_\eta \cdot \sin(\theta_p + \gamma) \\ \Delta \bar{F}_y &= \Delta \bar{F}_\xi \cdot \sin(\theta_p + \gamma) + \Delta \bar{F}_\eta \cdot \cos(\theta_p + \gamma) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\gamma = x \cdot \cos(\theta_p + \gamma) + y \cdot \sin(\theta_p + \gamma)$$

$$\eta = x \cdot \sin(\theta_p + \gamma) + y \cdot \cos(\theta_p + \gamma) \quad (36)$$

식 (35), (36)과 식 (18)의 선형화된 동적유막식을 정리하고 패드의 관성을 무시하면 전체 강성계수는

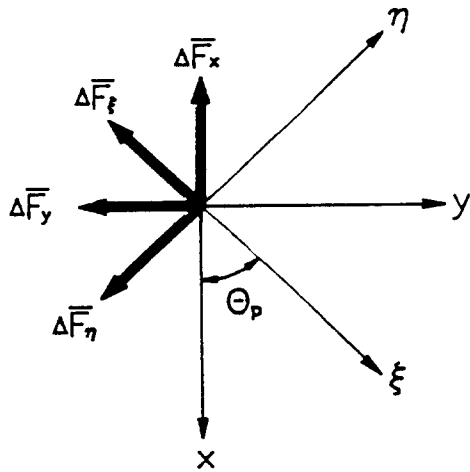


Fig. 6. Pad and bearing coordinate system for dynamic force and displacement

다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{xx} &= \sum_{i=1}^4 (\gamma_{\xi\xi} \cdot \cos^2(\theta_p + \gamma)); \\ \gamma_{xy} = \gamma_{yx} &= \sum_{i=1}^4 (\gamma_{\xi\xi} \cdot \sin(\theta_p + \gamma) \cdot \cos(\theta_p + \gamma)); \\ \gamma_{yy} &= \sum_{i=1}^4 (\gamma_{\xi\xi} \cdot \sin^2(\theta_p + \gamma)); \end{aligned} \quad (37)$$

댐핑계수도 강성계수와 같은 형태다.

결국, 패드의 관성을 무시한다면, 패드가 x축에 대해 대칭이므로 동적계수의 연성항(crosscoupling terms)들은 사라지고 비연성항들만 남게 된다.

#### 4. 해석결과의 고찰

공기 윤활 틸팅 패드 저어널 베어링의 압력을 직접해법을 이용하여 해석하였으며, Fig. 7에 압축성계수 2, 편심율 0.5, 예압 0.2에 대한 3차원 압력분포를 나타내었다. 축 아래 2개의 패드에 큰 압력이 발생하며, 좌우 패드는 수직축에 대칭적으로 압력이 발생하였다.

Fig. 8에 편심율이 0.1인 경우에 예압과  $\Lambda$ 의 변화에 따른 무차원 하중지지력을 나타내었고, 같은 형식으로 Fig. 9에 편심율이 0.1인 경우의 무차원 마찰력을 나타내었다. 또, Fig. 10, 11에는 편심율이 0.5인 경우에 대해 무차원 하중지지력과 무차원 마찰력을 나타내었으며, Fig. 12, 13에서는 편심율이 0.8인 경우이다.

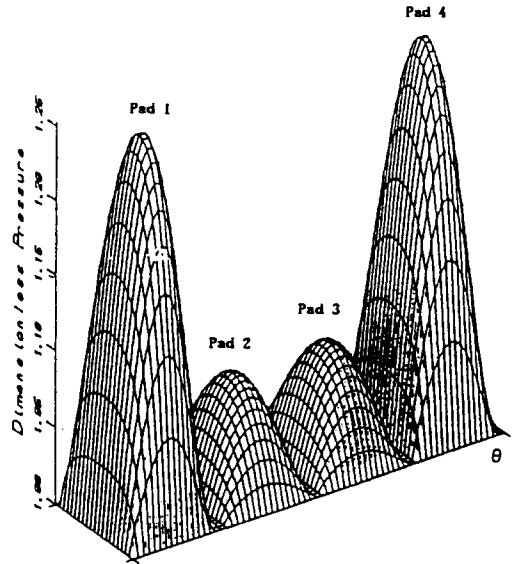


Fig. 7. Pressure distribution of tilting pad journal bearing

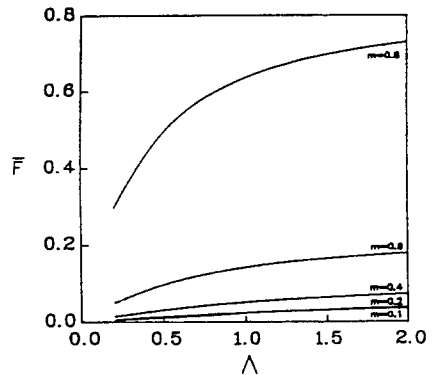


Fig. 8. Dimensionless load capacity ( $\omega_e = 0.1$ )

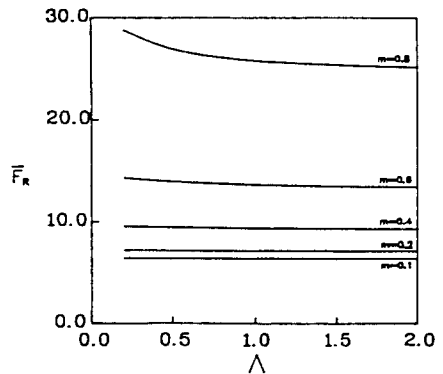


Fig. 9. Dimensionless friction force ( $\omega_e = 0.1$ )

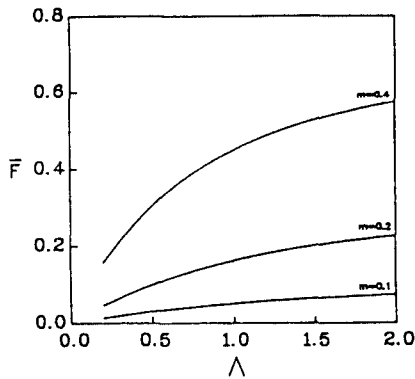


Fig. 10. Dimensionless load capacity ( $\omega_0 = 0.5$ )

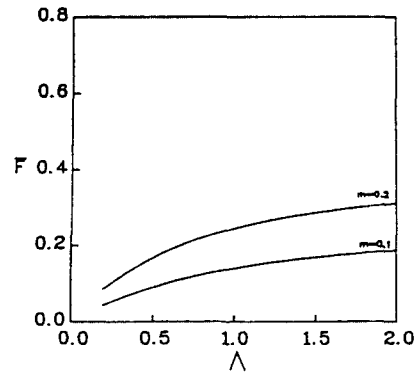


Fig. 12. Dimensionless load capacity ( $\omega_0 = 0.8$ )

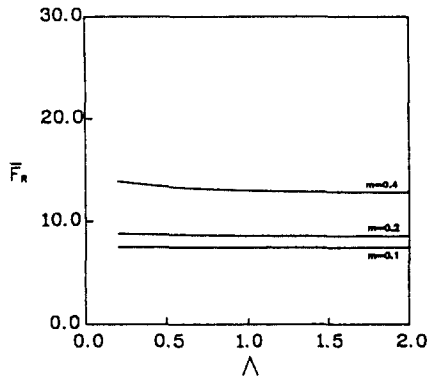


Fig. 11. Dimensionless friction force ( $\omega_0 = 0.5$ )

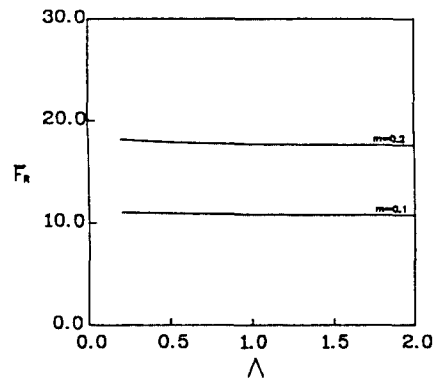


Fig. 13. Dimensionless friction force ( $\omega_0 = 0.8$ )

편심율  $\epsilon_p$ , 압축성계수  $\Lambda$ 와 예압  $m$ 의 값이 증가할수록 하중지지력이 증가하는 경향을 나타내었으며 예압에 의한 영향은 컸다. 또, 마찰력은  $\Lambda$ 에 의한 영향은 적었으며, 편심율  $\epsilon_p$ 와 예압  $m$ 에 의한 영향을 크게 받았다.

편심율  $\epsilon_p$ 의 값보다 베어링 틈새  $C_0$ 의 값이 적다면 실제의 상황에서는 일어날 수 없는 유막두께가 음이 되는 현상이 나타나므로 Fig. 10, 11에서는  $m$ 이 0.8, Fig. 12, 13에서는 0.6, 0.8일 때의 그래프가 없다.

다시 말하여, 큰 축에서 고속으로 회전할수록, 패드 틈새가 적을수록  $\Lambda$ 가 증가하여 좋은 특성을 나타내고, 패드 틈새를 크게 하고, 베어링 틈새를 작게 하여  $m$ 을 크게하면 베어링 부하능력이 좋아지나, 너무 크게하면 베어링과 축이 접촉하여 고체 마찰 현상이 발생하거나, 패드가 훼손될 우려가 있으므로 틸팅패드 베어링을 설계할 때에는 이 점을 주의 해야 된다.

축의 무차원 하중( $\bar{F}_{sr}$ )이 0.3으로 일정할 때, 압축

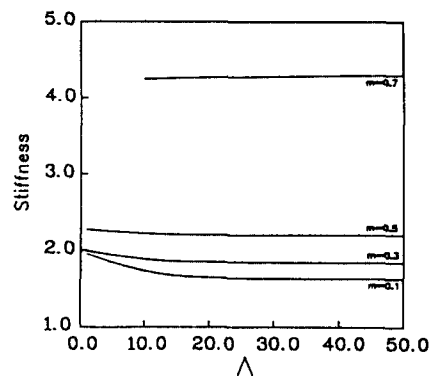


Fig. 14. Stiffness coefficient ( $\bar{F}_{sr} = 0.3$ )

성계수  $\Lambda$ 의 변화에 따른 강성계수와 감쇠계수를 각각 Fig. 14와 Fig. 15에 나타내었다.

$\Lambda$ 의 값이 작은 범위내에서는  $\Lambda$ 가 증가할수록 큰 폭으로 강성, 감쇠계수 모두 감소하였으며,  $\lambda$ 의 값이



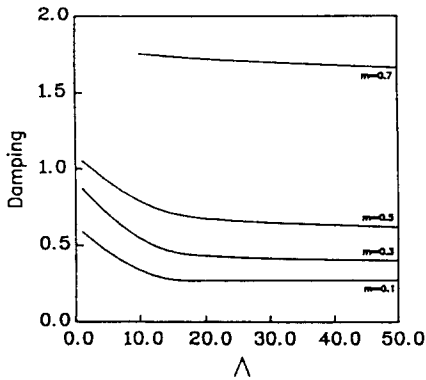


Fig. 15. Damping coefficient ( $\bar{F}_r=0.3$ )

큰 범위에서는 거의 일정한 값을 나타내었다. 또한, 예압  $m$ 의 크기에 따라 동적계수의 변화는 크게 나타났다. 즉,  $m$ 이 증가할 수록 강성, 감쇠계수 모두 크게 증가하였다.

예압이 클 때( $m=0.7$  이상)는 낮은 압축성계수의 범위에서 수치해석이 수렴하지 못했다. 그 이유는 어떤 설계치 베어링 틈새, 패드 틈새에 의한 예압(본 연구에서는 0.7)이 주어졌다면 정해진 축하중(0.3)을 지지하기 위해 편심율이 증가해야 하지만, 정특성 해석에서 판명되었듯이 편심율의 값 보다도 베어링 틈새의 값이 적다면 실제의 상황에서는 일어날 수 없는 유막두께가 음이 되는 현상이 나타나기 때문이다.

그러므로, 예압을 크게하면 하중지지력, 강성, 감쇠 등이 증가하여 베어링 성능은 좋아지지만 지나치게 큰 예압은 축과 패드의 고체마찰이 일어나서 패드의 훼손이 우려되므로, 축하중을 작게하거나 주어진 축하중에 맞는 새로운 베어링 설계(베어링 재원; 길이, 폭, 패드 틈새, 베어링 틈새, 패드 길이, 피벗각 등)가 필요하다.

### 5. 결 론

공기윤활 틸팅 패드 저어널 베어링의 연구에서 베어링의 정특성과 동특성의 해석을 통해 다음의 결론을 얻었다.

1. 압축성계수가 증가할 수록, 예압이 증가할 수록, 편심율이 증가할수록 하중지지용량은 증가하였으며, 예압에 의한 영향은 매우 컸다.
2. 압축성계수의 증가에 따른 마찰력은 거의 일정한

값을 보였으나, 예압이 증가할수록, 편심율이 증가할 수록 마찰력은 큰 폭으로 증가했다.

3. 일정한중하에서 압축성계수가 증가할 수록 강성계수와 감쇠계수는 모두 감소하는 경향을 띠었으며, 감쇠계수의 변화가 더 컸다.

4. 전반적으로 예압의 증가는 베어링의 성능에 좋은 영향을 주지만, 편심율의 값 보다 베어링틈새의 값이 적게되면 패드와 축이 접촉한다는 의미이므로 주의할 필요가 있다.

### 후 기

본 연구는 1993년도 영남대학교 교비연구비의 지원으로 이루어졌으며, 이에 감사드립니다.

### 기호 및 약어 설명

- $C_p$  : pad clearance
- $C_b$  : bearing clearance
- $e$  : eccentricity
- $F_x, F_y$  : reaction force of bearing
- $\bar{F}_x, \bar{F}_y$  : dimensionless reaction force ( $F_x/P_aPL, F_y/P_aRL$ )
- $\bar{F}$  : total dimensionless bearing load capacity
- $\bar{F}_R$  : dimensionless friction force ( $F_R C_p / RLU_n$ )
- $F_{st}$  : shaft load
- $\bar{F}_{st}$  : dimensionless shaft load ( $F_{st}/P_aPL$ )
- $h$  : film thickness
- $H$  : dimensionless fluid film thickness
- $L$  : bearing length
- $m$  : preload ( $(C_p - C_b)/C_p$ )
- $p$  : bearing pressure
- $P$  : dimensionless bearing pressure
- $P_a$  : atmospheric pressure
- $q_x, q_z$  : mass flow per unit length
- $Q_0, Q_c$  : dimensionless mass flow per unit length
- $R$  : bearing radius
- $R_p$  : pad radius ( $R + C_p$ )
- $\bar{R}$  : gas constant
- $T$  : absolute temperature
- $U$  : velocity of journal
- $\beta_k$  : damping coefficient

$\gamma$	: pad tilting angle
$\bar{\gamma}$	: dimensionless pad tilting angle ( $\gamma R/C_p$ )
$\gamma_{ik}$	: stiffness coefficient
$\gamma$	: viscosity
$\epsilon_p$	: eccentricity ratio
$\Lambda$	: compressibility number
$\phi$	: dimensionless time
$\theta_0$	: attitude angle

### Subscript

x, y	global coordinate
$\xi, \eta$	local coordinate

### 참 고 문 헌

1. T.Y. Chu, J.T. McCabe, H.G. Elrod, "Stability Considerations for a Gas-Lubricated Tilting-Pad Journal Bearing; Part 1: Analytical Methods", J. of Lub. Tech., Trans. of the ASME, pp. 162-172, 1968.
2. J.T. McCabe, T.Y. Chu, H.G. Elrod, "Stability Considerations for a Gas-Lubricated Tilting Pad Bearing; Part 2: Analytical Refinements and Stability Data", J. of Lub. Tech., Trans. of the ASME, pp. 223-233, 1972.
3. R.C. Elwell, J.A. Findlay, "Design of Pivoted-Pad Journal Bearings", J. of Lub. Tech., Trans. of the ASME, pp. 87 - 103, 1969.
4. Hiromu Hashimoto, Sanae Wada, Shinji Yamamoto, "亂流域におけるティル ティグソ パッドジャーナル軸受の動特性に及ぼす流體慣性力の影響", 日本機械學會論文(C編), pp. 1709-1714, 1984.
5. Hiromu Hashimoto, Sanae Wada, Takashi Marukawa, "大形ティルティグソ パッドジャーナル軸受の潤滑特性", 日本機械學會論文(C編), pp. 2383-2391, 1984.
6. J.D. Knight, L.E. Barrett, "Analysis of Tilting Pad Journal Bearings with Heat Transfer Effects", J. of Lub. Tech., Trans. of ASME, pp. 128-133, 1988.
7. 박상신, 장인배, 황 평, 한동철, "극소 공기막을 갖는 공기베어링의 직접수치해법을 이용한 정적해석", 대한기계학회 논문집 제 15권 제 1호, pp. 120-126, 1991.
8. Neville F. Rieger, James F. Crofoot, "Vibrations of Rotating Machinery", Rochester Institute of Technology, 1977.
9. 황 평, "공기역학 탄성 베어링의 정특성 및 동특성에 관한 연구", 공학 박사 학위논문, 서울 대학교, 1989.
10. 김인식, 황 평, 직접해법에 의한 공기 윤활 틸팅패드 저어널 베어링의 윤활 해석에 관한 연구, 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, pp. 121-126, 1993.
11. 김인식, 황 평, 공기윤활 틸팅패드 저어널베어링의 윤활특성해석, 한국윤활학회 제 18회 학술대회초록집, pp. 85-91, 1993.