

압자와의 미끄럼 접촉에 의한 취성재료의 응력분포 및 변형에 관한 연구

안 유 민

한양대학교 기계공학과

Stress Fields and Deformation Caused by Sliding Indentation of Brittle Materials

Yoo-Min Ahn

Department of Mechanical Engineering, Hanyang University

Abstract—An analytical model of the stress field caused by sliding indentation of brittle materials is developed. The complete stress field is treated as the superposition of applied normal and tangential forces with a sliding blister approximation of the localized inelastic deformation occurring just underneath the indenter. It is shown that lateral cracking is produced by the sliding blister stress field and that median cracking is caused by the applied contact forces. The model is combined with an experimental volume change measurements to show that the relative magnitude of tensile stresses governing lateral crack and median crack growth varies with the magnitude of the applied load. This prediction is consistent with the different regimes of experimentally observed cracking in soda-lime glass.

1. 서 론

세라믹스 기계가공의 기본적인 가공기구를 이해하기 위해서 취성재료에 대한 정적압입과 미끄럼압입에 관한 연구가 진행되어지고 있다. 특히 세라믹스 기계가공에서는 가공물 성형을 위한 물질 제거의 주된 작용이 미끄럼압입에 의해 발생되어지는 취성파괴에 의한 것이라고 여겨지고 있다. 이러한 가공기구의 해석을 위하여 경하중의 미끄럼 압입에 의한 취성재료 내의 접촉응력분포를 구해보고자 한다. 미끄럼 압입에 의해 발생되어지는 응력으로서는 압입하중에 의한 응력과 미끄럼 마찰력에 의한 응력이 있으며, 압자와의 접촉점 부근에 생성되어지는 소성변형 내의 응력과 이 소성변형 부위에 의해 생기는 잔류응력이 존재하게 된다. 끝이 예리한 압자에 의한 정적압입 파괴현상에 관한 해석적 모델들이 발표되었는데, 그중 Yoffe의 소성변형에 의한 응력발생에 관한 이론[1]이 미끄럼 압입효과를 고려하기 위해서 이용되었다. 압자에 의해 압입된 부피만큼 재질이 압축되거나 전단 변형된다든 것이 취성재료에 대한 많은 압입 실험들에

의해 관찰되었다[2,3]. Peter는 압입과정에서 압입되는 고체와 압자와의 평균 접촉압력이 일정하게 유지되는 것을 밝혔는데[4], 이는 Yoffe의 모델의 기초가 되었다. Yoffe의 모델에서는 원추형 압자가 고체표면에 압입됨에 따라 고체와 압자가 접촉된 부분부터 재료의 항복이 처음 발생되면서 반구 모양을 한 소성변형층이 형성되어 압입력과 고체 내부로부터의 반발력이 평형이 이루어질 때까지 소성변형층이 확대된다고 가정하고 있다. 재료의 항복은 전단변형과 압축현상으로 이루어진다. 압자에 의해 압입된 고체부피의 일부분은 소성변형층 내에서의 압축으로 대체되고 나머지는 탄성변형의 형태로 소성변형층 밖으로 밀리면서 고체가 압박된다. 압입된 압자가 제거된 후에도 고체 표면에 소성변형층과 함께 오목하게 압입된 자국이 남게 된다. 재료가 원상태였던 평평한 표면으로 회복되지 못하게 되므로 잔류응력이 재료내에 생기게 된다. 잔류응력 발생에 의해 취성재료는 미소 파괴가 일어나게 된다. 이러한 소성변형층 생성에 따른 응력발생을 해석하기 위해서 Yoffe는 'doublet' 힘 계를 응용한 브리스터(blister) 응력을

유도해 냈다[1]. 이 브리스터 응력장의 크기는 압입 하중의 함수로서 재료의 물성치에 의해 결정지어진다. 그러나 아직까지 그 크기의 예측 및 측정이 정확히 이루어지지 못하고 있다.

취성재료의 미끄럼 압입에 관한 해석모델들이 발표되어 압자에 의한 미소파괴 현상은 해석이 가능하지만 압자와의 접촉부위에서 발생되는 소성변형은 완전히 설명되지 못하고 있다[5-7]. 미끄럼 압입에 의한 응력분포를 소성변형까지 고려하여 해석하기 위한 한가지 방법으로써 Yoffe의 모델을 응용하는 것이 바람직하다고 생각되어진다. 미끄럼 압입을 해석하기 위해서는 정적 압입에서도 존재하는 고체 표면에 수직인 압입하중에 의한 응력이 외에 미끄럼 마찰력에 의해 발생되어지는 응력과 압자가 고체표면 위를 소성변형층을 남기며 미끄러져 지나감에 따라 생기는 잔류응력의 축적효과가 고려되어야 한다.

본 연구의 주된 목적은 미끄럼 압입에 의한 응력을 해석하기 위해서 Yoffe의 브리스터 응력장을 확장하여 응용하는 것이다. 새로이 확장된 브리스터 응력장을 미끄럼 브리스터 응력장이라고 부를 것이며 2.절에 자세히 유도되어 있다. 3.절에서는 Swain 등에 의해 실험적으로 관찰된 결과를 본 모델을 이용하여 비교 설명하였다.

2. 미끄럼 압입의 응력해석

미끄럼 압입에 관한 도시적 모양과 소성변형이 일어나는 위치가 Fig. 1과 같다. 압자는 하중 P의 크기로 고체 표면에 수직하게 압입되며 접선방향으로는 마찰력 Q가 작용된다. 소성변형층과 탄성영역과의 경

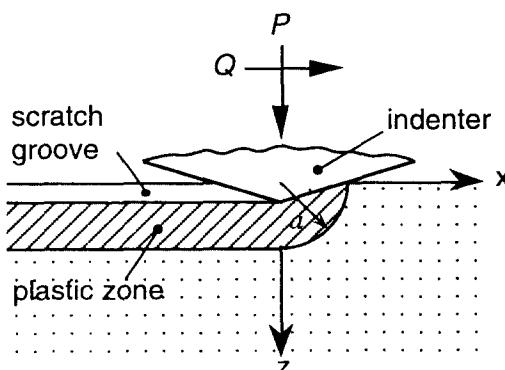


Fig. 1. Schematic side view of sliding indentation and moving coordinate system.

계지역에서 취성파괴가 주로 발생하여 탄성영역으로 성장하므로 이 영역의 응력분포를 중심으로 자세히 구하고자 한다. 소성영역에서의 응력분포에 대해서는 정확성을 잃더라도 전체적으로 해석과정을 간략하게 하기 위해서 압자와 압입평면과의 사이에 실제로 분포한 접촉압력을 점으로 집중된 하중으로 이상화하여 압입하중에 의한 응력분포를 구했다. 소성변형은 미끄럼 압입의 앞쪽에 처음 생성되며 반지름이 미끄럼 암흔(groove)의 폭길이의 반(Fig. 1에서의 'a')과 같은 4분의 1의 구의 형상을 한다고 가정한다. 미끄럼 압자의 뒤편으론 반지름이 'a'이고 길이는 총 미끄럼 길이와 같은 반 원통 형상의 소성변형 영역이 남게 된다고 가정한다. 압입 하중과 마찰력에 의한 응력 해석을 위해서 집중 하중에 대해 잘 알려진 해들인 Boussinesq 해와 Cerruti 해를 이용하고자 한다.

Fig. 2의 좌표축을 기준으로 원점에 작용하는 집중 수직하중 P에 대한 반무한 공간에서의 Boussinesq 해는 다음과 같다.[8]

$$\sigma_x^n = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{x^2-y^2}{r^2} + \frac{zy^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zx^2}{\rho^5} \right] \quad (1)$$

$$\sigma_y^n = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{y^2-x^2}{r^2} + \frac{zx^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zy^2}{\rho^5} \right] \quad (2)$$

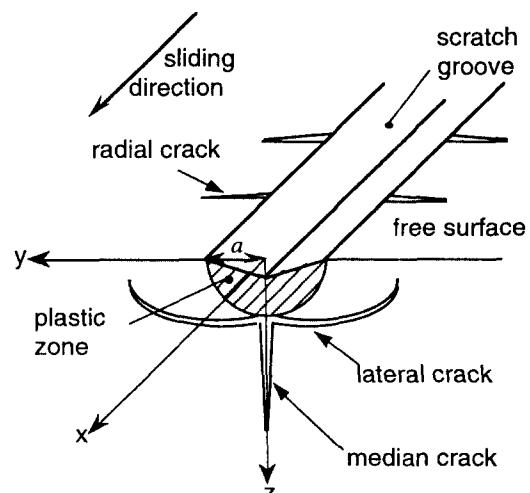


Fig. 2. Schematic view of cracking induced by sliding indentation of brittle solids.

$$\tau_{xy}^n = \frac{P}{2\pi} \left[\frac{1-2v}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{xy}{r^2} + \frac{xyz}{\rho^3} \right\} - \frac{3xyz}{\rho^5} \right] \quad (3)$$

$$\sigma_z^n = \frac{z}{y} \tau_{yz}^n = \frac{z}{x} \tau_{zx}^n = - \frac{3P}{2\pi} \frac{z^2}{\rho^5} \quad (4)$$

여기서 $r^2 = x^2 + y^2$, $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ 이고 v 는 푸아송비이다. 역시 같은 원점에 작용하고 x 축 방향으로의 집중 접선력 Q 에 대한 응력성분들은 다음과 같다[8].

$$\begin{aligned} \sigma_x^t &= -\frac{Q}{2\pi} \left[\frac{3x^3}{\rho^5} -(1-2v) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{x}{\rho^3} - \frac{3x}{\rho(\rho+z)^2} + \frac{x^3}{\rho^3(\rho+z)^2} + \frac{2x^3}{\rho^2(\rho+z)^3} \right\} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^t &= -\frac{Q}{2\pi} \left[\frac{3xy^2}{\rho^5} -(1-2v) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{x}{\rho^3} - \frac{x}{\rho(\rho+z)^2} + \frac{xy^2}{\rho^3(\rho+z)^2} + \frac{2xy^2}{\rho^2(\rho+z)^3} \right\} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy}^t &= -\frac{Q}{2\pi} \left[\frac{3xy^2}{\rho^5} +(1-2v) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{y}{\rho(\rho+z)^2} - \frac{x^2y}{\rho^3(\rho+z)^2} - \frac{2x^2y}{\rho^2(\rho+z)^3} \right\} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sigma_z^t = \frac{z}{y} \tau_{yz}^t = \frac{z}{x} \tau_{zx}^t = -\frac{Q}{2\pi} \frac{3xz^2}{\rho^5} \quad (8)$$

수식에서 상첨자 n 과 t 는 각각 수직력과 접선력에 관한 성분을 나타낸다. 이들 응력들은 원점으로부터 거리가 ρ 만큼 멀어짐에 따라 $1/\rho^2$ 에 비례하여 감소함을 알 수가 있다.

압자의 압입하중에 의한 응력들 외에 소성변형 발생에 의해 탄성영역 내에 생기는 응력들이 존재하게 된다. 이 응력들은 소성변형총과 함께 미끄럼 압자가 지나간 후에도 잔류응력으로 남게 된다. 미끄럼 압입을 준 정적압입 과정이 미끄럼 방향으로 연속적으로 일어나는 것이라고 본다면 정적압입에서 Yoffe의 브리스터 응력장으로 표현된 잔류응력을 미끄럼 방향으로 연속적으로 중첩하면 미끄럼 압입에서의 잔류응력을 구할 수 있을 것이다. 소성변형총 역시 정적압입에 의해 생성되어지는 소성변형총이 미끄럼 방향으로 축적되어 만들어진다고 생각할 수 있다. 먼저 Yoffe에 의해 유도된 브리스터 응력장은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_x^b}{2A} &= \left[\frac{(1-2v)(x^2+2y^2)}{r^2\rho^3} + \frac{(-5+4v)x^2}{\rho^5} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-2v)(2x^2+3y^2)z^2}{r^2\rho^5} + \frac{15x^2z^2}{\rho^7} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_y^b}{2A} &= \left[\frac{(1-2v)(2x^2+y^2)}{r^2\rho^3} + \frac{(-5+4v)y^2}{\rho^5} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-2v)(3x^2+2y^2)z^2}{r^2\rho^5} + \frac{15y^2z^2}{\rho^7} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_z^b}{2A} = - \left[\frac{(1-2v)}{\rho^3} + \frac{2(4+v)z^2-(1-2v)r^2}{\rho^5} - \frac{15z^4}{\rho^7} \right] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{xy}^b}{2A} &= - \left[\frac{(1-2v)xy}{r^2\rho^3} + \frac{(5-4v)xy}{\rho^5} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-2v)xyz^2}{r^2\rho^5} - \frac{15xyz^2}{\rho^7} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\frac{\tau_{yz}^b}{2A} = \frac{x}{y} \frac{\tau_{zx}^b}{2A} = - \left[\frac{6yz}{\rho^5} - \frac{15yz^3}{\rho^7} \right] \quad (13)$$

윗식들에서 상첨자 b 는 브리스터 응력을 나타내며 A 는 브리스터 응력장의 크기를 나타낸다. 브리스터 응력장의 크기(A)는 압입되는 고체의 재질특성과 압자의 형상 등에 의해 결정되어진다. 압자가 미끄러짐에 따라 브리스터 응력을 중첩하기 위해서 미끄럼 길이당 브리스터 응력장의 크기(B)를 $A=B(\xi)d\xi$ 와 같이 정의한다. ξ 는 x 축상의 압자의 위치를 나타내는 변수이다. 그리고 다음과 같이 함수 f 를 정의하면

$$\sigma_x^b = Af_x(x, y, z),$$

미끄럼 브리스터 응력장에 의한 잔류응력은 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$\sigma_x^r = \int_a^b B(\xi) f_x(x-\xi, y, z) d\xi$$

여기서 압자를 $x=a$ 부터 $x=b$ 까지 미끄럼 압입한 경우이며 상첨자 r 는 잔류응력을 나타낸다. 나머지 응력성분들도 같은 방법으로 구할 수가 있다. 미끄럼 압입의 관심있는 형태는 압입 크기에 비해 미끄럼 길이가 훨씬 큰 것이며 미끄럼 압자가 원점에 위치했을 때의 순간에 응력분포를 구해보고자 한다. 그러면 $a=-\infty$, $b=0$ 가 되며 $B(\xi)$ 는 일정한 값 B 를 가지는 경우에 대해서 적분을 수행하면 다음과 같은

잔류응력을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\sigma_x^r = & 2B[\{-2v(y^2 - z^2)/(y^2 + z^2)^2\} + x(2vx^4y^2 - 2x^2y^4 \\ & + 6vx^2y^4 - 2y^6 + 4vy^6 - 2vx^4z^2 - 4x^2y^2z^2 \\ & + 2vx^2y^2z^2 - 3y^4z^2 + 6vy^4z^2 - 2x^2z^4 - 4vx^2z^4 \\ & + z^6 - 2vz^6\}] / [(y^2 + z^2)^2\rho^5] \quad (14)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_x^r = & 2B[\{-2y^2(y^2 - 3z^2)/(y^2 + z^2)^3\} + \{(x(2x^4y^4 \\ & + 6x^2y^6 - 2vx^2y^6 + 4y^8 - 2vy^8 - 6x^4y^2z^2 - 7x^2y^4z^2 \\ & - 6vx^2y^4z^2 - 2y^6z^2 - 8vy^6z^2 - 12x^2y^2z^4 - 6vx^2y^2z^4 \\ & - 15y^4z^4 - 12vy^4z^4 + x^2z^6 - 2vx^2z^6 - 8y^2z^6 \\ & - 8vy^2z^6 + z^8 - 2vz^8\}] / [(y^2 + z^2)^3\rho^5] \quad (15)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_z^r = & 2B[\{2z^2(-3y^2 + z^2)(y^2 + z^2)^3\} + \{xz^2(6x^4y^2 \\ & + 15x^2y^4 + 9y^6 - 2x^4z^2 + 10x^2y^2z^2 + 12y^4z^2 \\ & - 5x^2z^4 - 3y^2z^4 - 6z^6\}] / [(y^2 + z^2)^3\rho^5] \quad (16)\end{aligned}$$

$$\tau_{xy}^r = 2B[-y(2x^2 - 2vx^2 + 2y^2 - 2vy^2 - z^2 - 2vz^2) / \rho^5] \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\tau_{yz}^r = & 2B[\{-4yz(y^2 - x^2)/(y^2 + z^2)^3\} + \{xyz(4x^4y^2 \\ & + 10x^2y^4 + 6y^6 - 4x^4z^2 + 3y^4z^2 - 10x^2z^4 \\ & - 12y^2z^4 - 9z^6\}] / [(y^2 + z^2)^2\rho^5] \quad (18)\end{aligned}$$

$$\tau_{zx}^r = 2B[-z(2x^2 + 2y^2 - z^2) / \rho^5] \quad (19)$$

최종적으로 다음과 같이 앞서 구한 응력성분들을 중첩하면 탄성영역에서의 전 응력들을 구할 수가 있다.

$$\sigma = \sigma^n + \sigma^l + \sigma^r, \quad \tau = \tau^n + \tau^l + \tau^r$$

응력 표현식에서 P와 Q, B들이 서로 다른 값들을 가짐에 따라 다양한 형태의 응력 분포가 이루어짐을 알 수가 있다.

소성변형 내에서의 응력분포는 부록에 균사적으로 구하여져 있다.

3. 결과 및 고찰

미끄럼 압입에 의한 응력 분포가 유도됨으로써 Swain[5], Misra와 Finnie[6] 등에 의해 실험적으로 관찰된 취성재료의 미소파괴 현상의 해석이 가능하게 된다. 이를 연구에 의해 밝혀진 크랙의 형태가 Fig. 2에 도식화되어 그려져 있다. 이를 미끄럼 압입에 관한 연구는 소다-라임 유리와 알루미나, 니켈-아연 페라이트 등의 취성재료에 대해서 압입 하중을 작게 한 경우들이다. 선형적으로 관찰된 크랙들은 메디안(median)과 래터럴(lateral) 그리고 래디얼(radial) 크랙들

Table 1. Classification of deformation pattern in soda-lime glass under a sliding Vickers indenter

Normal load(N)	Deformation pattern
0~0.05	No crack
0.05~0.8	Median cracking
0.8~3.0	Median and lateral cracking
3.0~6.0	Median cracking and crushed scratch track

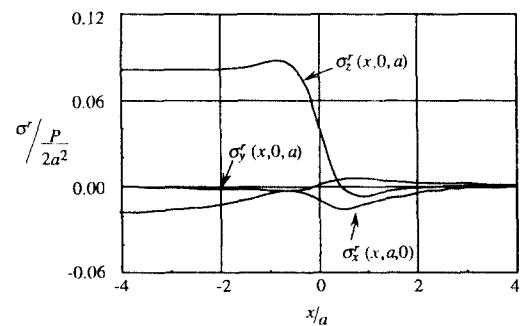


Fig. 3. Residual normal stress distribution at the edge of the plastic zone (B/P=0.005).

이다. 다양한 크랙 형태들이 나타나는 압입하중의 영역이 Table 1에 요약되어 있다[5,9].

이들 크랙들은 소성변형층과 탄성영역의 경계 부근에서 주로 발생하여 탄성영역으로 진행되는 것이 관찰되었다. 따라서 소성변형층과의 경계에 위치한 탄성영역 내의 인장 응력에 의해서 크랙이 발생되며 커지게 된다고 가정한다. 메디안 크랙은 $\sigma_y(x, 0, a)$ 에 의해서 그리고 래터럴 크랙은 $\sigma_z(x, 0, a)$ 에 의해서, 래디얼 크랙은 $\sigma_x(x, a, 0)$ 에 의해서 발생될 가능성이 가장 높다고 여겨진다. 이들 응력들의 크기가 각각의 압입하중 영역에서 어떻게 되는 가를 비교하면 어떤 크랙이 발생될 것인가를 예측할 수 있다. 인장방향으로의 크기가 큰 응력에 대응하는 크랙이 다른 크랙에 비해 생성될 확률이 높을 것이다. 소다-라임 유리의 실험적인 관찰결과들을 예측해 보도록 한다. 사용된 유리의 물성치는 탄성계수(E)가 70 GPa이고 종탄성계수(v)가 0.25이다.

3-1. 잔류응력

미끄럼 압입에 의해 생기는 잔류응력 중에서 크랙들이 일반적으로 발생하는 위치에서의 수직응력을 Fig. 3에 x축을 따라 계산하여 도시하였다. 응력들은

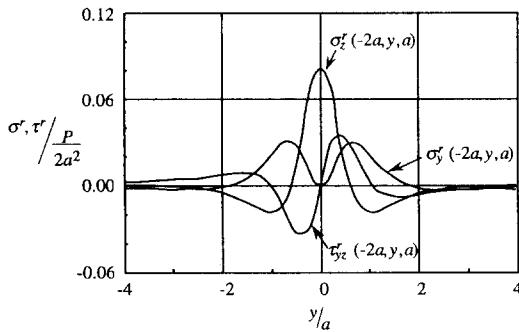


Fig. 4. Plane strain residual normal and shear stress distributions versus position perpendicular to the sliding direction ($B/P=0.005$).

평균 접촉압력 $P/2a^2$ 으로 무차원화시켰으며 $B/P=0.005$ 로 가정하였다. 음의 x/a 가 매우 큰 영역 즉 압자가 지나간 훨씬 뒤에서는 잔류응력이 전체응력의 주 성분이 될 것이다. 잔류응력 $\sigma_z^r(x, 0, a)$ 은 미끄럼 압자의 뒤편에서 인장응력이 된다. 다른 잔류응력 $\sigma_y^r(x, 0, a)$ 와 $\sigma_z^r(x, 0, a)$ 는 압자가 지나간 지역에서는 어디에서나 압축응력이 되고 있다. 더구나 이들의 크기는 σ_z^r 에 비해 훨씬 작다. 압자의 뒤편에 존재하는 인장응력 $\sigma_z^r(x, 0, a)$ 에 의해 래터럴 크랙이 발생될 수가 있다. 이러한 래터럴 크랙은 Swain 등에 의해서 관찰되었다[5]. 압자가 미끄러져 지나간 훨씬 뒤의 영역에서는 미끄럼 방향(x 축)으로의 잔류응력 변화가 미소하므로 잔류응력장이 y - z 축으로 평면응력을 형성하게 된다. $x=-2a$ 인 평면응력장에서의 잔류응력 분포가 Fig. 4에 도시되어 있다. 수직응력 $\sigma_z^r(-2a, y, a)$ 은 $y=0$ 에서 최대 인장응력이 되는데, 이는 실험적으로 관찰된 래터럴 크랙의 발생 위치와 일치한다. 래터럴 크랙이 이 최대인장응력에 의해 생성된다면, 크랙의 진행 방향도 평면응력 상에 존재하는 잔류 전단응력에 의해 예측될 수 있다. 크랙은 최대 주 인장응력에 수직방향으로 진행된다고 가정한다면, $|y| < a$ 인 경우에는 전단응력의 작용방향이 래터럴 크랙의 성장방향과 잘 일치한다. Fig. 2에서 보면 래터럴 크랙은 x - y 평면에 평행하게 진행되다가 표면쪽으로 편향되는데 높은 압입하중에서는 결국 표면과 만나게 된다. σ_y^r 이 $y=0$ 인 지점에서 벗어남에 따라 영의 크기에서 인장응력으로 되는데, 이는 래터럴 크랙의 표면쪽으로의 편향현상과 잘 일치하고 있다. 그러나 이러한 응력분포만으로는 래터럴 크랙이 미끄럼 압입 자국의 폭(2a)보다 훨씬 길게 형성된다는 것을 설명할

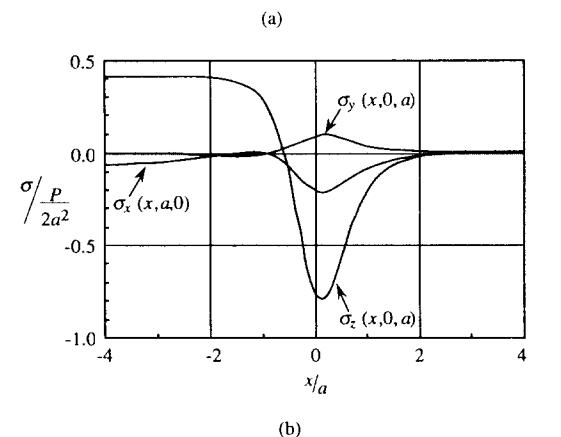
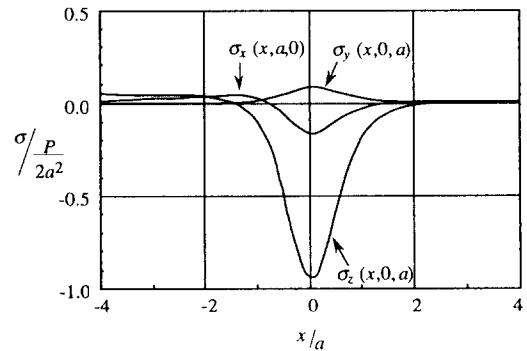


Fig. 5. Complete normal stress distributions at the edge of the plastic zone (a - $B/P=0.0025$, b - $B/P=0.025$).

수가 없다. 크랙 발생에 따라 응력분포가 변화될 것이다. 파괴역학적으로 보다 자세한 해석이 필요하다고 본다.

3-2. 전 응력장

수직 압입하중과 접선 마찰력은 마찰계수 μ 에 의해 $Q=\mu P$ 와 같이 관련되어진다고 가정한다. 압입하중이 $0.1\sim 4.0$ N이고 미끄럼 속도가 5 mm/min일 때 다이아먼드 비커스 압자와 소다-라임 유리와의 마찰계수 μ 가 0.13 ± 0.033 임이 측정되었다. 따라서 μ 가 0.13이라고 가정하고 마찰력에 의한 응력을 계산하였다. 메디안 크랙과 래터럴, 래디얼 크랙이 주로 발생되는 위치에서의 전 응력장의 수직 응력성분들이 Fig. 5에 도시되어 있다. 수직응력 σ_y 는 $x=0$ 에서 최대가 된다. 따라서 메디안 크랙이 압자와의 접촉점 바로 밑에서 발생되리라 예측된다. 수직응력 σ_x 는 $x=-1.3a$ 에서 최대가 된다. 그러므로 래디얼 크랙은 미끄러지는

압자의 뒤편으로 어느 정도 거리를 두고 발생하게 된다. $x \leq -2a$ 인 영역에서는 수직응력 σ_z 가 항상 최대 크기를 유지하고 있으므로 래터럴 크랙은 잔류 응력장 내에서 생성되리라 예상된다. Fig. 5(a)의 $B/P < \sim 0.005$ 인 경우에는 인장응력 σ_x 와 σ_z 의 최대 크기가 σ_y 의 최대치 보다 작다. 따라서 메디안 크랙만이 발생되리라 여겨진다. $B/P > \sim 0.005$ 인 경우에는 수직 응력 σ_x 의 최대치가 σ_y 에 비해 여전히 작지만 σ_z 의 최대 크기는 증가해 큰 값을 가지게 된다. 그러므로 이 경우에는 재질이 미끄럼 압자와 접촉할 때에 메디안 크랙이 먼저 발생되고 압자가 지나간 후에 래터럴 크랙이 생성된다고 예상된다. 메디안 크랙이 발생되고나서 시간적 지연이 있는 뒤에 래터럴 크랙이 생성되는 것이 실제로 관찰되어 왔다[5].

결론적으로 전형적인 형태의 크랙들을 발생시키는 인장응력들이 존재하는데 래터럴 크랙은 $\sigma_z(-2a, 0, a)$ 에 의해 그리고 메디안 크랙은 $\sigma_y(0, 0, a)$ 에 의해 래디얼 크랙은 $\sigma_x(-1.3a, a, 0)$ 에 의해 생성된다고 가정할 수 있다. 그리고 B/P 의 값이 작은 경우에는 즉 잔류응력장의 크기인 B 가 작거나 압입하중 P 가 클 때에는 메디안 크랙만이 발생된다고 예측할 수 있다. 또한 잔류응력장이 압입하중에 의한 응력 장보다 우세할 때에는 래터럴 크랙이 생성된다고 할 수 있다.

4. 미끄럼 브리스터 응력장의 크기

미끄럼 압입에서는 미끄럼 브리스터 응력장의 크기 (B)에 따라 고체내의 전응력 크기 분포가 변화된다. 현재로서는 B 의 값을 명확히 구할 수 있는 측정법이나 해석법이 발표되어 있지 못하다. 본 연구에서는 실험적인 관찰을 통해 B 의 값을 근사적으로 추정하였으며 그 값을 이용하여 여러 응력들의 크기를 계산

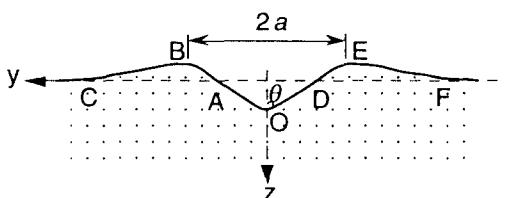


Fig. 6. Sketch of surface profile across a scratch track made by a sliding Vickers indenter in soda-lime glass(load $\sim 0.05\sim 1$ N). The ratio of vertical magnification to horizontal is 5 : 1.

하여 구하였다.

Bridgman와 Simon은 대부분의 유리 재료들이 압축응력 상태에서 일정량의 부피가 축소되어지는 것을 밝혔다[3]. B 의 크기를 구하기 위해서는 이와 같은 사실이 고려되어야 하는데 미끄럼 압자에 의해 발생되는 유리의 압축 현상은 완전히 소성변형 영역 내에서만 일어난다고 가정하였다. 그리고 압자에 의해 차지된 부피 중 압축되어지는 부분이외의 나머지는 소성변형 영역 밖으로 밀려난다고 가정하였다. 예리한 압자에 의한 정적압입의 경우에는 압입응력에 의한 탄성변형적 체적증가가 반지름 r ($r < a$, a 는 소성변형 영역의 반지름)의 반구 상에서는 r 의 크기에 무관하며 다음과 같이 Yoffe에 의해 구하여져 있다[1].

$$\Delta V = 2\pi A \frac{1-2v}{3G} \quad (20)$$

여기서 G 는 전단탄성계수이다. 압입하중이 0.05~0.1 N일 때 미끄럼 비커스 압자에 의해서 만들어지는 미끄럼 압입 자국의 전형적인 수직 절단면의 형상이 Fig. 6에 그려져 있다. 크랙이 존재하지 않은 경우에는 압입 자국의 양편으로 자그마하게 볼록한 부분이 생기는 것을 발견할 수 있다. 이는 압입에 의해 일부 재질이 밀려 올려져서 이루어진 것으로 믿어지고 있다. 따라서 압자에 의해 압입된 부피의 일부분은 이렇게 옆으로 밀려서 올려진다고 보아야 한다. 이와 같이 옆으로 밀려 올려진 소성변형적 흐름의 양을 나타내기 위해서 계수 F_p 를 Fig. 6로부터 다음과 같이 정의한다.

$$F_p = \frac{\text{Area } \Delta OAD - (\text{Area } \Delta ABC + \text{Area } \Delta DEF)}{\text{Area } \Delta OBE} \quad (21)$$

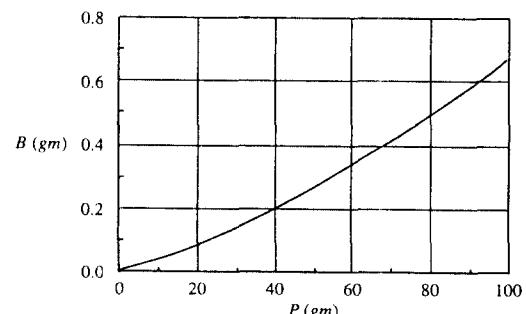


Fig. 7. Strength of residual stress field as a function of applied load.

B의 크기를 구하기 위해서는 F_p 을 구하여만 한다.

정적압입의 브리스터 응력장에서와 같이 미끄럼 압입의 미끄럼 브리스터 응력장에 의해 무한히 긴 미끄럼 압입 자국의 주위에 발생되는 체적 증가를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} \int_{-1}^1 \mathbf{B} \Delta V(x - \xi, y, z) d\xi \\ = \lim_{i \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{2a^2}{\tan \theta} + \frac{2a^3}{3\tan \theta} \right) - \left(\pi a^2 + \frac{8\pi a^2}{3} \right) \frac{\delta V_c}{V} \right] F_p \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $\delta V_c/V$ 은 압입에 의한 유리의 압축율이다. 웃식의 우변에서 첫번째 괄호 안의 항은 미끄럼 압입에 의해 압입된 부피를 나타낸다. 두번째 괄호 안의 항은 소성변형층의 원래 압입전 부피를 나타낸다. 변수 a 와 θ 는 Fig. 6에 명시되어 있다. 수식 (20)과 수식 (22)을 조합하면 다음과 같이 된다.

$$B = \frac{3Ga^2}{2\pi(1-2\nu)} \left(\frac{1}{\tan \theta} - \frac{\pi}{2} - \frac{\delta V_c}{V} \right) F_p \quad (23)$$

여기서 $\delta V_c/V$ 와 F_p 의 값을 알면 B을 구할 수가 있다.

정수압 하에서의 소다-라임 유리의 수축 현상에 대한 데이터를 Cheng과 Finnie가 곡선식으로 보간하였는데, 그 결과가 다음과 같다[7].

$$\begin{aligned} \frac{\delta V_c}{V} (\%) \\ = \frac{0.95128 - 0.72872p + 1.9336p^2 + 0.25953p^3}{(1+p)^2} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 p 는 정수압력(GPa)이다. a 와 θ 그리고 F_p 의 값을 구하기 위해서 여러 압입하중(0.05~0.8 N)에서 소다-라임 유리의 미끄럼 압입 실험을 하였다. 표면 거칠기 측정기(Form Talysurf-50 of Rank Taylor Hobson Ltd.)을 사용하여 압입 자국의 단면 형상들을 구하였다. 압입 자국의 폭($2a$)과 깊이($a/\tan \theta$)를 측정하였는데 측정 데이터로부터 다음과 같이 $a(\mu\text{m})$ 과 $P(\text{N})$ 와의 관계식을 얻었다.

$$a = 9.48P^{0.57} \quad (25)$$

측정된 평균 θ 의 값은 $83.6^\circ \pm 1.46^\circ$ 이고 평균 F_p 의 값은 0.055이다. 이제는 압입하중 P 의 크기에 따른 B를 구할 수가 있다. 계산된 결과가 Fig. 7에 나타나

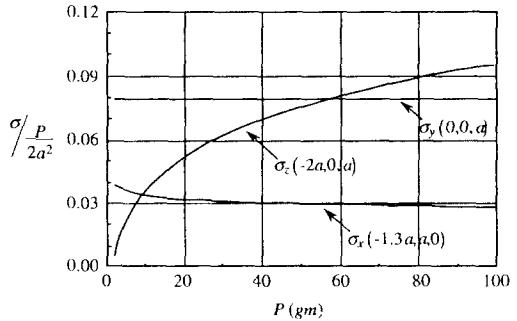


Fig. 8. Tensile stress at crack location as a function of applied load.

있다. 압입하중 P 가 증가함에 따라 B/P 의 값도 비례적으로 증가하고 있다. 따라서 압입하중 P 가 큰 값을 가짐에 따라 잔류응력장의 크기가 압입하중과 마찰력에 의한 탄성응력장 보다 커지게 된다. 이것은 Fig. 8에서 확인할 수가 있다. 압입하중($P < 0.6$ N)이 낮은 경우에는 응력 $\sigma_y(0, 0, a)$ 가 가장 큰 인장응력이 되어 메디안 크랙이 y 축에 수직인 평면 상에서 생성되리라 여겨진다. 그리고 이 경우에는 래터럴 크랙이 발생될 확률이 적을 것이다. 그러나 P 가 0.06 N 보다 커지는 경우에는 인장응력 $\sigma_z(-2a, 0, a)$ 도 래터럴 크랙을 발생시킬 만큼 커지게 된다. 이것은 Swain 등에 의해 관찰된 결과와 거의 일치하고 있다. 인장응력 $\sigma_x(-1.3a, 0, a)$ 는 압입하중의 크기에 상관없이 $\sigma_y(0, 0, a)$ 와 $\sigma_z(-2a, 0, a)$ 보다 훨씬 작으므로 래디얼 크랙이 발생되기가 다른 크랙들에 비해서 어려울 것으로 여겨진다. 사실 소다-라임 유리에서 래디얼 크랙이 잘 생성되지 않으며 크랙의 크기도 비교적 작은 편이다.

Table 1에 정리되어 있는 실험적 관찰 현상들이 해석적 모델을 이용하여 설명될 수가 있었다. 크랙이 생성됨에 따라 변형에너지가 소모되어 전체 응력분포 형태의 변화가 생길 것이다. 그러나 본 해석적 모델에서는 고려되지 못했다. 그리고 압입하중이 3~6 N일 때 발생되는 압입 자국의 분쇄 현상을 설명하기에는 본 모델로서는 한계가 있다. 실험적 관찰 현상들을 완벽히 설명하기에는 본 모델이 미흡하지만 다른 모델들[5-7]과 비교하여 본 모델에 의해 래터럴 크랙의 발생을 예측할 수 있다는 것이 좋은 성과이다. 정적 압입에 의해 생성되는 모든 크랙 형태들은 Evans와 그 동료들의 연구 결과[10,11]에 의해 만족할 수준의 해석이 가능하지만, 미끄럼 압입에 대해서는 래터럴

크랙을 제외한 메디안과 래터럴 크랙들만을 예측할 수 있는 해석[5-7]이 구하여져 있었다. 정적 압입에 관한 해석 모델인 Yoffe의 연구 내용을 적절히 응용(접선 방향 마찰력 Q의 도입 등)하여 본 모델을 구함으로써 미끄럼 압입에 관해 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

5. 결 론

정적압입에 대한 Yoffe의 모델을 이용하여 끝이 예리한 압자에 의해 취성재료가 미끄럼 압입 될 때에 형성되는 응력분포를 구하였다. 수치적으로 계산된 결과를 실험적으로 관찰된 현상들과 비교하여 설명하였다. 압입하중의 임계값 이상에서 래터럴 크랙이 발생하는 현상이 해석적 모델에 의해서 이해될 수 있었다. 압입하중에 따른 잔류응력의 크기를 구하는 방법이 제시되었다. 경 압입하중의 영역에서 취성재료 특히 유리재질에 관한 크랙의 발생형태는 본 해석적 모델에 의해 예측될 수 있었다. 앞으로의 연구방향으로서 파괴역학적으로 보완된 해석모델을 기대한다.

후 기

본 연구는 한양대학교 산업과학연구소의 1994년도 교수연구비 지원으로 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- E. Yoffe, "Elastic Stress Fields Caused by Indenting Brittle Materials", Philosophical Magazine, A Vol.46, No.4, pp617-628, 1982.
- D. Tabor, The Hardness of Metals, Oxford University Press, 1951.
- P. Bridgman and I. Simon, "Effects of very High Pressure on Glass", Journal of Applied Physics, Vol.24, No.4, pp405-413, 1953
- K. Peter, "Densification and Flow Phenomena of Glass in Indentation Experiments", Journal of Non-crystalline Solids, Vol.5, pp103-115, 1970.
- M. Swain, "Microfracture about Scratches in Brittle Solids", Proceedings of the Royal Society, A Vol. 366, pp575-597, 1979.
- A. Misra and I. Finnie, "On the Scribing and Subsequent Fracturing of Silicon Semiconductor Wafers", Journal of Materials Science, Vol.14, pp2567-2574, 1979.
- W. Cheng, E. Ling and I. Finnie, "Median Cracking

of Brittle Solids due to Scribing with Sharp Indenters", Journal of the American Ceramic Society, Vol.73, No.3, pp580-586, 1990.

- K. Johnson, Contact Mechanics, Cambridge, Cambridge, 1985.
- J.D.B. Veldkamp, N. Hattu and V.A.C. Snijders, "Crack Formation during Scratching of Brittle Materials", Fracture Mechanics of Ceramics, Vol.3, pp 273-301, Plenum Publ. Corp., 1978.
- B.R. Lawn, A.G. Evans and D.B. Marshall, "Elastic/Plastic Indentation Damage in Ceramics: The Median/Radial Crack System", Journal of the American Ceramic Society, Vol.63, No.9-10, pp574-581, 1980.
- D.B. Marshall, B.R. Lawn and A.G. Evans, "Elastic/Plastic Indentation Damage in Ceramics: The Lateral Crack System", Journal of the American Ceramic Society, Vol.65, No.11, p561-566, 1982.

부 록

정적압입에서 Yoffe의 모델에 의하면 소성변형 영역 내에서는 압입하중에 의해 수직압력이 균등히 작용한다. 그리고 주위의 재질로부터는 측면압력이 작용하는데 변형에너지가 최소가 되게 압력의 크기가 결정된다고 가정하였다. 정적압입 상태에서 소성변형 내의 주 응력분포는 다음과 같다[1].

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{1-v}{v} \quad \sigma_z = \frac{v}{v-1} \left(\frac{P}{2a^2} \right) \quad (A.1)$$

압입하중이 제거된 후에 소성변형 영역 내에서의 잔류응력은 최대 압입하중 P에 의해 생성된 항복응력(식 A.1)과 하중 제거 방향으로의 힘 -P에 의한 Boussinesq 응력을 중첩하여 근사적으로 다음과 같이 구했다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{v}{v-1} \left(\frac{P}{2a^2} \right) - \frac{P}{2\pi} \\ &\quad \left[\frac{1-2v}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{x^2-y^2}{r^2} + \frac{zy^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zx^2}{\rho^5} \right] \\ \sigma_y &= \frac{v}{v-1} \left(\frac{P}{2a^2} \right) - \frac{P}{2\pi} \\ &\quad \left[\frac{1-2v}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{y^2-x^2}{r^2} + \frac{zx^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zy^2}{\rho^5} \right] \\ \sigma_z &= \frac{-P}{2a^2} + \frac{3P}{2\pi} \left(\frac{z^3}{\rho^5} \right) \end{aligned}$$

$$\tau_{xy} = -\tau_{xy}^n, \quad \tau_{yz} = -\tau_{yz}^n, \quad \tau_{zx} = -\tau_{zx}^n \quad (A.2)$$

미끄럼 압입에서 압자가 접근함에 따라 압자의 앞 부분에 위치한 재질은 부하과정에 놓이게 되고 미끄러지는 압자가 지나쳐 멀어지는 동안은 언로딩 과정과 같이 놓이게 된다고 가정할 수 있다. 부하과정 동안에는 압자와의 접촉부위 밑에 생성되는 소성변형 영역은 압입하중에 의해 수직압력($q_z = -P/a^2$)를 균등히 받게되며 측면으로는 미끄럼 방향과 평행한 수평압력(q_x)과 직각인 수평압력(q_y)이 주응력 성분으로서 작용한다고 가정한다. 수평압력 q_x 는 마찰력과 관련되어 있지만 크기를 정하기는 어렵다. 수평압력인 q_y 는 크기가 정해진 다른 압력들과 작용하여 변형에너지가 최소가 되도록 크기가 결정되어진다고 가정하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수가 있다.

$$q_y = v(q_x + q_z) \quad (A.3)$$

미끄럼 압입이 이루어지고 압자가 지나간 후에는 소성변형 내에 잔류응력이 남게 된다. 미끄럼 압입된 길이가 무한히 긴 경우에는 미끄럼 방향으로의 잔류응력을 변화하는 무시할 만하다. 따라서 y-z축으로 평면응력을 형성한다고 가정한다. 정적압입의 경우에 사용된 방법을 비슷하게 적용하면, 잔류응력을 구하기 위해서 항복응력인 q_x, q_y, q_z 와 접종 수직하중 $-P$ 와 접종 접선력 $-Q$ 에 의한 탄성응력을 중첩한다. 압자가 $+x$ 축 방향으로 미끄러져 지나감에 따라 수직하중 P 와 접선력 Q 가 제거되는 상태가 매 $y-z$ 평면 상에서 연속적으로 발생된다고 볼 수 있으므로 중첩을 $x=0$ 인 $y-z$ 평면에서 수행하였으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= q_x - \frac{P}{2\pi} \left(\frac{1-2v}{y^2} \right) \\ &\quad \left\{ \frac{zy^2}{(y^2+z^2)^{3/2}} + \frac{z}{(y^2+z^2)^{1/2}} - 1 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y &= v \left(q_x - \frac{P}{a^2} \right) - \frac{P}{2\pi} \\ &\quad \left[\frac{1-2v}{y^2} \left\{ 1 - \frac{z}{(y^2+z^2)^{1/2}} \right\} - \frac{3zy^2}{(y^2+z^2)^{5/2}} \right] \\ \sigma_z &= \frac{-P}{a^2} + \frac{P}{2\pi} \left(\frac{3z^3}{(y^2+z^2)^{5/2}} \right) \\ \tau_{xy} &= \frac{3P}{2\pi} \left(\frac{yz^2}{(y^2+z^2)^{5/2}} \right) \end{aligned} \quad (A.4)$$

평면응력에서 만족되는 관계식 $\sigma_x = v(\sigma_y + \sigma_z)$ 을 이용하면 식(A.4)로부터 다음과 같이 q_x 를 구할 수가 있다.

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{P}{v^2-1} \left[\frac{v(1+v)}{a^2} + \frac{1}{2\pi} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{(1-2v)(1+v)}{y^2} \left(1 - \frac{z}{(y^2+z^2)^{1/2}} \right) - \frac{(1+3v)z}{(y^2+z^2)^{3/2}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (A.5)$$

마지막으로 식 (A.4)에 q_x 를 대입하면 식 (A.4)에서 그 크기가 결정되어지지 못했던 잔류응력 성분들을 다음과 같이 구할 수가 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{vP}{v^2-1} \left[\frac{1+v}{a^2} + \frac{1}{2\pi} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{(1-2v)(1+v)}{y^2} \left(1 - \frac{z}{(y^2+z^2)^{1/2}} \right) - \frac{(3+v)z}{(y^2+z^2)^{3/2}} \right\} \right] \\ \sigma_y &= \frac{P}{v^2-1} \left[\frac{v(1+v)}{a^2} + \frac{1}{2\pi} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{(1-2v)(1+v)}{y^2} \left(1 - \frac{z}{(y^2+z^2)^{1/2}} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{v(1+3v)z}{(y^2+z^2)^{3/2}} - \frac{3(1-v^2)zy^2}{(y^2+z^2)^{5/2}} \right\} \right] \end{aligned} \quad (A.6)$$