

비균일 단면 외팔보형 프로펠러 날개의 진동특성에 관한 연구

정인성*, 채희창**, 박태원***, 김경모****, 이기형*****, 이환성*****

A Study on the Vibration Characteristics of Nonuniform Cross Section Propeller Blade

In-sung Chung*, Hee-chang Chae**, Tae-won Park***, Kyoung-mo Kim****, Kee-hyung Lee*****, Hwan-sung Lee*****

ABSTRACT

The method is presented for determining the free vibration characteristics of a rotating blade having nonuniform spanwise properties and cantilever boundary condition. The equations which govern the coupled flapwise, chordwise and torsional motion of such a blade are solved using an integrating matrix method.

By expressing the equation of motion in matrix notation, utilizing the integrating matrix as an operator, and applying the boundary condition, the equations are formulated into an eigenvalue problem whose solution may be determined by conventional method. Computed results are compared with experimental data.

1. 서 론

회전 날개들의 고유진동 특성은 비행성질, 날개수명, 진동수준 및 안정성의 견지에서 근본적으로 매우 중요하다(4). 왜냐하면 헬리콥터, 프로펠러, 터빈들이 가진 주파수 회전 속도의 몇배수와 같아질 때 심각한 공진 문제를 일으킬 수 있기 때문이다. 그러므로 공진에 따르는 조건들이 작동속도의 범위안에 존재하지 않도록 하기 위해서는 고유 진동수를 정확하게 결정하여야 한다.

또한, 고유 모우드들은 그들의 직교관계들 때문에 보통 강제응답 및 안정성 계산에서 사용된다(8, 9, 12, 14.

19). 본 논문에서는 회전하는 비균일 날개의 고유 진동수들 및 모우드형태의 수치해를 구한다. Houbolt와 Brook(1)에 의해 개발된 것을 수치해석으로 이용하였다. 또한 많은 연구에서 얻어진 수치해를 이용하여 문제의 여러면에 대하여 고찰하였다(2, 3, 5, 6).

본 논문에서는 참고문헌1에서 유도한 지배 방정식을 이용하였으며 지배방정식을 Hunter(10)에 의해 개발된 적분 행렬법을 사용하여 수치해를 구하고 또한 실험을 수행하여 비교분석하였다.

적분행렬은 독립 변수의 증분들에서 함수값의 항으로 표현되는 함수를 수치적으로 적분하는 수단이 된다(7,10).

* 전북대학교 기계공학과(정회원)
 ** 전북대학교 기계설계공학과(정회원)
 *** 전주공업전문대학 금형설계과(정회원)
 **** 전북산업대학교 기계공학과(정회원)
 ***** 전북대학교 기계공학과 대학원

가변 계수들을 갖는 선형 제차 방정식인 운동 방정식은 적분 행렬을 사용하는 행렬 형식으로 표현한다. 경계 조건을 적용하면 행렬 방정식은 표준 고유치 형식으로 표현된다. 이러한 고유치 문제에 대한 전통적인 방법에 의해서 얻어질 수 있다.

직각단면인 테이퍼량이 다른 테이퍼진빔을 바꾸어 가면서 실험을 하고 실험 결과치를 수치해와 비교 분석한다.

2. 이론해석

현재 분석하고자 하는 빔은 Fig. 1에 나타냈다. 이 그림에서 비틀림을 받는 회전하는 빔에는 비틀림과 굽힘이 발생한다.

이때에 굽힘과 비틀림이 동시에 일어나지 않기 때문에 날개의 탄성축과 중립축이 동일하다고 하고 탄성축(중립축), 질량축 그리고 비틀림축은 일치하지 않는다고 가정한다.

그리고 날개는 z축에 대하여 일정한 속도로 회전한다고 가정한다. 비틀림과 굽힘의 조합에 의한 자유진동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \left(EI_1 \cos^2 \theta + EI_2 \sin^2 \theta \right) w'' + (EI_2 - EI_1) \cos \theta \sin \theta v'' \\ & - EB_2 \theta' \phi' \sin \theta - T e_a \phi \cos \theta + \Omega^2 \int_x^R \left\{ m \eta [w(\eta) \right. \\ & \left. - w(x)] + m e \eta \phi \cos \theta \right\} d\eta \\ & = - \int_x^R (m \ddot{w} + m e \ddot{\phi} \cos \theta) (\eta - x) d\eta \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} & (EI_2 - EI_1) \cos \theta \sin \theta w'' + (EI_1 \sin^2 \theta + EI_2 \cos^2 \theta) v'' \\ & - EB_2 \theta' \phi' \cos \theta + T e_a \phi \sin \theta + \Omega^2 \int_x^R \left\{ m [xv(\eta) \right. \\ & \left. - \eta v(x)] - m e \eta \phi \sin \theta \right\} d\eta \\ & = - \int_x^R (m \ddot{v} - m e \ddot{\phi} \sin \theta) (\eta - x) d\eta \end{aligned} \quad (1b)$$

$$\left[GJ + TK_a^2 + EB_1 (\theta')^2 \right] \phi' - EB_2 \theta' (v' \cos \theta$$

$$\begin{aligned} & + w' \sin \theta) + \int_x^R T e_a (v'' \sin \theta - w'' \cos \theta) d\eta \\ & + \Omega^2 \int_x^R \left[m e v \sin \theta + m (k_{m2}^2 - k_{m1}^2) \phi \cos 2\theta \right. \\ & \left. - m e \eta (v' \sin \theta - w' \cos \theta) \right] d\eta \\ & = - \int_x^R \left[m e (\dot{w} \cos \theta - \dot{v} \sin \theta) \ddot{\phi} m k_m^2 \right] d\eta \end{aligned} \quad (1c)$$

여기에서 축방향 장력 변분은 다음과 같다.

$$T' + m \Omega^2 x = 0 \quad (2)$$

여기서

B_1, B_2 : 날개 단면 상수, e_a : 장력을 받는 부분의 도심면적과 탄성축과의 거리, K_a : 장력을 수반하는 단면 2차 반지름이다. 또한 v, w 는 각각 날개 끝, flapwise, 비틀림의 변위이다.

방정식을 구하기 위하여 다음과 같이 가정한다.

- (a) 빔은 단단한 허브와 연결되고 일정한 속도로 회전한다.
- (b) 빔의 탄성은 관계적으로 기술된다. 굽힘과 비틀림 성질은 참조문헌 1에 기술되어 있고 전단변형과 회전관성은 무시해도 좋다고 가정한다.
- (c) 변형을 일으키지 않는 빔의 탄성축(중립축)은 직선이다.
- (d) 피치축은 변형을 일으키지 않는 빔에서 탄성축(중립축)과 일치한다.
- (e) 빔의 precone, prelag는 0이라 한다.
- (f) 날개의 횡단면은 장축에 대하여 대칭이다.
- (g) 회전피치는 무시한다.

이러한 날개를 해석하기 위해서 일단고정 일단자유인 외팔보의 경계조건을 적용한다.

$$\begin{aligned} v(0, t) = w(0, t) = \phi(0, t) = v'(0, t) \\ = w'(0, t) = \phi'(0, t) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Q(R, t) = M_y(R, t) = M_x(R, t) = \\ V_y(R, t) = V_x(R, t) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

Q는 면내 굽힘 모멘트 $\text{kgf} \cdot \text{cm}$ 이다.
 M_y, M_z : y, z방향의 합성 모멘트이다.
 (1)식을 적분하면 다음의 정의와 같다.

$$\left\{ \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \right\} = [L] \{f\} \quad (5)$$

(n+1)인 행렬은 Hunter에 의해 1계의 다항식을 구하기 위하여 7개의 항이 주어진다. 이것을 해석하기 위하여 7차의 다항식이 사용된다.

이는 행렬이 계수를 포함하는 다항식이기 때문에 연립 방정식으로 푸는 것을 피하기 때문이다.

행렬로 운동 방정식을 표시하고 연산자로서 적분 행렬을 유용하게 이용한다. 경계조건을 적용하여, 방정식을 재래적인 방법에 의해 해를 구하는 고유치 문제로 공식화 된다.

다음에 주어진 관계는 각각의 날개 길이면에서 유효하다.

$$v'(w, t) = v'(0, t) + \int_0^x v''(x, t) dx ;$$

$$v(x, t) = v(0, t) + \int_0^x v'(0, t) dx \quad (6a)$$

$$w'(x, t) = w'(0, t) + \int_0^x w''(x, t) dx ;$$

$$w(x, t) = w(0, t) + \int_0^x w'(w, t) dx \quad (6b)$$

$$\phi(x, t) = \phi(0, t) + \int_0^x \phi'(w, t) dx \quad (6c)$$

(3)식에서 얻어진 경계조건을 (6)식에 적용하고 (5)식을 이용하여 다음을 얻는다.

$$\{v'\} = [F] \{v''\}, \{v\} = [F] \{v'\} = [F]^2 \{v''\}$$

$$\{w'\} = [F] \{w''\}, \{w\} = [F] \{w'\} = [F]^2 \{w''\}$$

$$\{\phi\} = [F] \{\phi'\} \quad (6d)$$

여기서 $[F] = [1] [L] [1]$ 이다. 위의 첫째 열 벡터 요소는 날개끝에서의 값에 해당한다. 단순조화 운동이라 가정하면

$$w(x, t) = \bar{w}(x) e^{i\omega t}, \quad v(x, t) = \bar{v}(x) e^{i\omega t},$$

$$\phi(x, t) = \bar{\phi}(x) e^{i\omega t}$$

(1)식에 행렬연산(5)식을 적용하면 다음을 얻는다.

$$[G] \{\phi\} = \omega^2 [H] \{\phi\} \quad (7a)$$

여기서

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} \bar{w}'' \\ \bar{v}'' \\ \bar{\phi}' \end{Bmatrix}$$

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{1w} & G_{1v} & G_{1\phi} \\ G_{2w} & G_{2v} & G_{2\phi} \\ G_{3w} & G_{3v} & G_{3\phi} \end{bmatrix}; \quad [H] = \begin{bmatrix} H_{1w} & H_{1v} & H_{1\phi} \\ H_{2w} & H_{2v} & H_{2\phi} \\ H_{3w} & H_{3v} & H_{3\phi} \end{bmatrix}$$

ω : 날개 고유 진동수 (rad/sec)

$$\lambda \{\phi\} = [D] \{\phi\} \quad (7b)$$

여기서 $[D] = [G]^{-1} [H]$ 이다. 그리고 λ 는 Δ 와 연계된 보조함수이다.

(7b)식의 해를 고유 진동수라 하며 이는 진동형 벡터와 연계된다. 위의 첫째 행렬요소는 날개에 해당된다. 날개끝의 경계조건을 만족시키기 위해서 동적 행렬 $[D]$ 의 1, n+1, 2n+1의 행과 열을 무시한다.

행렬 $[D]$ 와 $[H]$ 의 요소는 다음과 같이 정의되는 (n+1)행렬이 된다.

$$[G_{1w}] = EI_1 \cos^2 \theta + EI_2 \sin^2 \theta + \Omega^2 [P_3(mx)] [F]^2$$

$$[G_{2w}] = (EI_2 - EI_1) \cos \theta \sin \theta$$

$$[G_{3w}] = -\Omega^2 [L] [c_2 \cos \theta] [P_2(mx)] +$$

$$\Omega^2 [L] [m \cos \theta] [F] - [EB_2 \theta' \sin \theta]$$

$$[G_{1v}] = (EI_2 - EI_1) \cos \theta \sin \theta$$

$$[G_{2v}] = [EI_1 \sin^2 \theta + EI_2 \cos^2 \theta] - \Omega^2 [P_1(m)] [F]^2 +$$

$$\Omega^2 [P_3(mx)] [F]^2$$

$$[G_{3v}] = \Omega^2 [L] [e_p \sin \theta] [P_2(mx)] + \Omega^2 [L] \begin{pmatrix} \bar{w} \\ \bar{v} \\ \bar{\phi} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [F]^2 & 0 & 0 \\ 0 & [F]^2 & 0 \\ 0 & 0 & [F] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \bar{w}'' \\ \bar{v}'' \\ \bar{\phi}' \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$[me \sin \theta] [F]^2 - \Omega^2 [L] [mex \sin \theta] [F] - [EB_2 \theta' \cos \theta]$$

$$[G_{1\phi}] = -\Omega^2 [P_2(mx)] [e_p \cos \theta] [F] + \Omega^2 [L] [mex \cos \theta] [F] - [EB_2 \theta' \sin \theta]$$

$$[G_{2\phi}] = \Omega^2 [P_2(mx)] [e_p \sin \theta] [F] - \Omega^2 [L] [me \sin \theta] [F] - [EB_2 \theta' \cos \theta]$$

$$[G_{3\phi}] = [G] + [EB_1(\theta')^2] + \Omega^2 [k_m^2] [P_2(mx)] + \Omega^2 [L] [m(k_{m2}^2 - k_{m1}^2) \cos 2\theta] [F]$$

$$[H_{1w}] = [P_1][m][F]^2$$

$$[H_{2w}] = [0]$$

$$[H_{3w}] = [L][me \cos \theta][F]^2$$

$$[H_{1v}] = [0]$$

$$[H_{2v}] = [P_1][m][F]^2$$

$$[H_{3v}] = -[L][mesin\theta][F]^2$$

$$[H_{1\phi}] = [P_1][mecos\theta][F]$$

$$[H_{2\phi}] = -[P_1][mesin\theta][F]$$

$$[H_{3\phi}] = [L][mk_m^2][F]$$

여기서

$$[P_1] = [L][x] - [x][L]$$

$$[P_2(f)] = \text{diag}[L][f]$$

$$[P_3(f)] = [L][f] - [P_2(f)]$$

$$[F] = [1][L][1]$$

모우드 편차는 다음과 같이 (7b) 식의 고유 벡터로부터 (6d) 식에 의해 결정된다.

(7b) 식의 해는 QR변환 방법을 사용하여 구한다. 동적 행렬을 변환하면 Upper Hessenberg로 줄어든다(15).

16). Francis의 QR변환(15, 17, 18)으로 알려져 있는 이 변환은 반복적으로 행렬을 줄여 Upper Triangular형으로 만든다.

실제 고유치에 해당하는 고유 벡터는 Wielant의 반복적인 inverse방법을 사용하여 계산한다(18).

3. 수치해석

2자유도 진동특성은 현재 어떤 요소의 변동 영향을 보여주며 해석의 현재 방법의 정확한 해석을 표시해준다. 수치예 (numerical examples)는 전형적인 프로펠러 날개와 오직 한방향에 대하여 측변위를 갖는 테이퍼진 빔에 대하여 고찰한다.

실제문제에 대한 운동방정식의 적용에 대한 신뢰도를 증명하기 위해 프로펠러 날개의 고유 진동수의 수치해를 구하여 실험 데이터와 비교한다. 테이퍼진 빔의 수치결

Table 1 Comparison of Computer and Exact-Solution Values of Bending Displacements for an Uniform Blade, $\Omega=0, \theta=0^\circ$

X/R	COMPUTER			EXACT SOLUTION REFERENCE		
	W ₁	W ₂	W ₃	W ₁	W ₂	W ₃
0.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
0.1	.0168	.0526	.2276	.0168	-.0926	.2281
0.2	.0639	-.3011	.6040	.0639	-.3011	.6045
0.3	.1365	-.5261	.7558	.1365	-.5261	.7562
0.4	.2299	-.6835	.5261	.2299	-.6835	.5259
0.5	.3395	-.7137	.0204	.3395	-.7137	.0197
0.6	.4611	-.5895	-.4729	.4611	-.5895	-.4738
0.7	.5909	-.3171	-.6569	.5909	-.3171	-.6574
0.8	.7255	.0700	-.3949	.7255	.0700	-.3949
0.9	.8624	.5238	.2280	.8624	.5238	.2285
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

과는 완전해와 비교되고 근사적 해를 얻는다.

3.1. 테이퍼진 빔

한 방향 축변위를 갖는 선형적인 테이퍼진 빔의 자유 진동의 특성은 현재 해법의 정확성을 입증한다.

Table 1은 피치가 0에서 균일한 비회전 빔의 굽힘 변화를 완전해와 수치해와의 비교를 보여주고 있다.

Table 2는 피치가 0인 선형적으로 테이퍼진 빔의 굽힘 진동수를 Rayleigh-Southwell 근점법과 수치해와의 비교를 보여주고 있다. 근점 Rayleigh-Southwell 방법 (20)은 선형적으로 테이퍼진 빔의 진동수를 구하는데 자주 이용된다. 선형적인 테이퍼빔의 진동수는 Rayleigh-Southwell방법에 의해 구한 값과 매우 잘 일치한다.

3.2. 프로펠러날개

본 논문의 수치해석의 정확도를 증명하기 위하여 사용된 날개는 WADC S-5의 치수모형 (21)을 선택하였다.

이 프로펠러날개 모형을 선택한 이유는 고유 진동수에 대한 실험적 데이터 뿐만 아니라 수치해에 대한 구조적 묘사가 충분하기 때문이다.

이 날개는 회전 중심으로부터 0.1016m인 곳에서부터 외팔보처럼 연결되어 있으며, 반경이 0.609m인

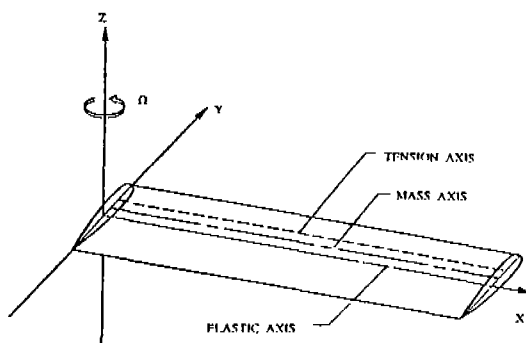


Fig.1 Undeformed blade coordinate systems.

Table 2 Bending Frequencise of Linearly Tapered Blades, $\theta=0^\circ$

m _t /m _o	EI _t /EI _o	Ω rpm	Computed (Hz)			Rayleigh-Southwell Approximation ref. (20), Hz		
			W ₁	W ₂	W ₃	W ₁	W ₂	W ₃
1.0	1.0	0	1.426	8.935	25.00	1.426	8.935	25.00
		300	5.47	15.5	32.6	5.53	15.4	32.5
1.0	0.5	0	1.35	7.9	21.6	1.35	7.9	21.8
		300	5.47	14.9	29.9	5.66	24.8	29.7
1.0	0.0	0	1.25	6.3	16.1	1.22	6.4	16.1
		300	5.46	14.2	25.8	5.74	14.1	25.4
0.5	1.0	0	1.85	10.7	29.4	1.86	10.7	29.1
		300	5.64	16.0	35.3	5.75	15.9	34.6
0.5	0.5	0	1.75	9.5	25.4	1.76	9.5	25.6
		300	5.62	15.3	32.0	5.77	15.1	31.7
0.5	0.0	0	1.62	7.8	19.4	1.62	7.6	19.4
		300	5.61	14.2	26.9	5.82	14.0	26.8
0.0	1.0	0	3.21	16.2	42.4	3.20	16.2	42.0
		300	6.28	19.4	45.9	6.29	19.2	44.9
0.0	0.5	0	3.07	14.7	37.8	3.04	14.7	37.6
		300	6.23	18.1	41.4	6.25	17.9	40.7
0.0	0.0	0	2.89	12.5	30.5	2.88	12.4	30.4
		300	6.18	16.4	34.6	6.23	16.1	34.1

날개이다. 본 논문에서 개발한 프로그램에서 시험은 다양한 피치각에 대하여 실행하였다. 설정된 피치는 $X = 0.75R$ 에서 측정된 θ 의 값이며 이때 R 은 회전 중심으로부터 날개의 끝까지의 반경이다. 입력값은 11개의 지점에 대한 물성치를 사용하였으며 이 11개의 지점 간격은 프로펠러 날개의 횡단면의 고유성을 기술하기 위하여 0.0508m 간격으로 한다.

WADC S-5(21)의 물리적 성질은 Table 3과 Table 4에 나타났다. 각각의 회전속도에 대한 진동수의 실험치(21)와 본 논문에서 개발한 프로그램에 의해 구한 수치해와의 비교를 Fig. 2, 3에 주어졌다.

Fig. 2는 1차, 2차 굽힘 진동수에 대한 실험치(21)와 해석치의 비교를 나타낸 것이고, Fig. 3은 1차 비틀림 진동수에 대한 실험치(21)와 해석치의 비교를 보여주고

있다. Fig. 3에서의 수치결과는 비선형항을 이용하여 구한 것이다. Fig. 4는 각각의 피치각에 대한 1차 비틀림

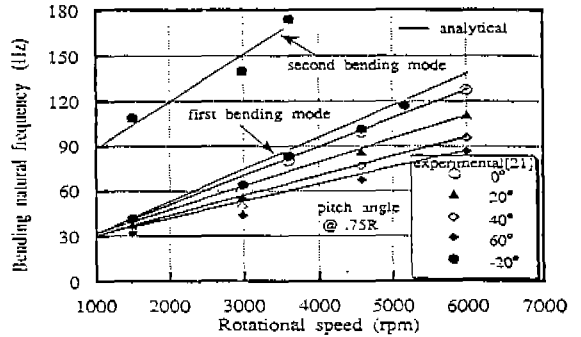


Fig. 2 Variation of bending frequency with rotational speed

Table 3 Physical Properties of Propeller Blade (Cantilevered at 0.1524m : station length 0.0508m)

X/R	m, N-sec ² /m ²	EI, N-m ²	EI, N-m ²	θ , deg	Thickness, m	Chord, m
1.0	3.411	0.689×10^2	1.607×10^2	-10.0	0.3653×10^{-4}	0.1691
.9	3.411	.718	1.475	-7.4	0.3587	0.1662
.8	3.563	.746	1.355	-4.1	0.3632	0.1618
.7	3.638	.775	1.274	0.0	0.3759	0.1574
.6	3.789	.918	1.257	4.8	0.4064	0.1537
.5	3.942	1.205	1.257	9.9	0.4343	0.1489
.4	4.245	1.636	1.274	14.7	0.5004	0.1439
.3	4.348	2.353	1.314	20.0	0.5740	0.1405
.2	4.927	3.301	1.375	25.4	0.6579	0.1354
.1	7.125	9.959	1.834	30.9	0.8433	0.1308

Table 4 Estimated Physical Properties of Propeller Blade Assuming Elliptical Cross Section

X/R	GJ, N-m ²	$K_m = K_a$, m	K_{m1} , m	K_{m2} , m	B_1 , m ⁶	B_2 , m ⁵
1.0	1.225×10^2	0.0422	9.119×10^{-4}	0.0422	1.547×10^{-9}	0.0
.9	1.139	0.0414	8.966	0.0414	1.394	0.0
.8	1.154	0.0404	9.068	0.0404	1.235	0.0
.7	1.239	0.0394	9.398	0.0394	1.112	0.0
.6	1.538	0.0384	10.160	0.0384	1.066	0.0
.5	1.819	0.0373	10.846	0.0373	0.975	0.0
.4	2.678	0.0361	12.522	0.0358	0.945	0.0
.3	3.958	0.0351	14.351	0.0348	0.964	0.0
.2	5.668	0.0338	16.459	0.0338	0.916	0.0
.1	11.626	0.0328	21.108	0.0325	0.988	0.0

고유 진동수의 실험치(21)와 선형 및 비선형 수치결과를 도시하였다.

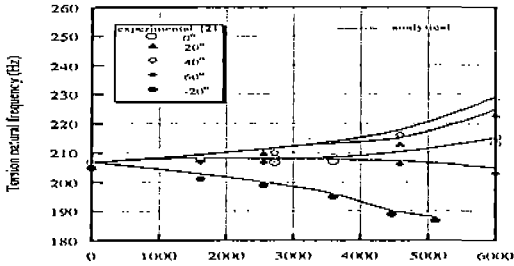


Fig.3 Variation of torsion frequency with rotational speed

Table 5는 각각의 피치각에 대한 실험치(21)와 수치해를 비교하고 또한 각각의 연관된 percent error를 보여주고 있다.

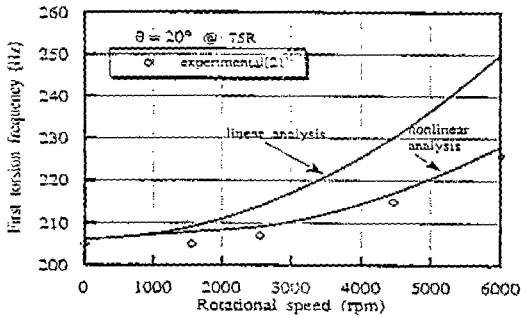
4. 실험장치 및 방법

앞의 운동방정식을 기초로 하여 얻은 수치해가 실제의 문제에 응용을 할 수 있는지 검토하여 보기 위하여 본 논문에서 제작한 모델의 실험치와 수치결과치를 비교하여 본다.

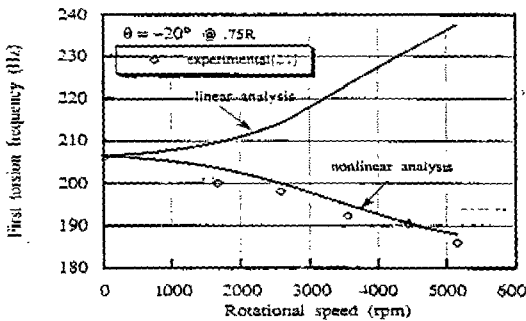
실험장치의 배치도는 Fig. 5에 나타났다. 그림에서처럼 날개에 질량의 영향을 주지 않고 저주파(low frequency)도 잡을 수 있도록 가속도계를 신중히 선정한다. 와스를 가속도계 밑면에 코르게 도포한 후 날개의 폭 중앙에 측정하고자 하는 방향과 일직선이 되도록

Table 5 Comparison of Experimental and Analytical Torsion Frequency

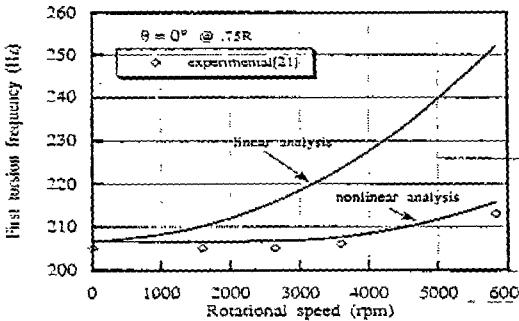
0.75R DEG	Ω rpm	ω , Hz			Percent Error	
		Experimental (21)	Computed Linear	Computed Nonlinear	Linear	Nonlinear
-20	1586	201.4	209.7	203.8	4.1	1.2
	2554	198.1	214.8	199.8	8.4	0.8
	3587	192.7	222.9	194.4	15.7	0.9
	4449	188.2	231.7	190.0	23.1	1.0
	5134	186.8	239.9	187.6	28.4	0.4
0	1600	203.9	210.2	206.1	3.1	1.1
	2610	203.9	216.1	206.0	6.0	1.0
	3585	204.5	224.3	206.5	10.0	1.0
	5886	214.1	251.5	205.7	17.5	0.7
20	1572	205.8	209.7	207.7	1.9	0.9
	2542	207.5	214.8	209.8	3.5	1.1
	4476	216.3	231.0	218.1	6.8	0.8
	6016	226.1	248.4	229.8	9.9	1.6
40	1482	205.3	208.6	207.6	1.6	1.1
	2536	207.6	212.5	209.9	2.4	1.1
	5975	223.4	236.7	226.7	5.9	1.5
60	1491	204.6	207.6	206.4	1.5	0.9
	2682	204.1	210.0	206.2	2.9	1.0
	4523	204.8	215.9	205.8	5.4	0.5
	5945	202.4	221.8	205.6	9.6	1.6



(a) $\theta = 20^\circ$ at @.75R



(b) $\theta = -20^\circ$ at @.75R



(c) $\theta = 0^\circ$ at @.75R

Fig. 4 Torsional frequency versus rotational speed

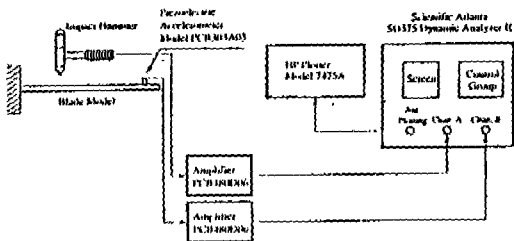


Fig. 5 Schematic of the setup for model testing

고정한다.

날개의 고정상태를 나타내는 그림을 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에서 정반 ①과 하부판 ②, 하부판과 원통이 부착된 본체 ③ 사이에 외부로부터 전달되는 진동을 차단하기 위해 각각 방진용 고무판 ⑥을 삽입하고 볼트 ⑦을 이용하여 회전축에 날개를 단단히 결합시켰다. 하부판 ②의 중앙에 테이퍼 베어링을 끼울 수 있도록 구멍을 뚫었으며 축의 윗부분을 고정시키기 위하여 베어링 케이스를 만들어 원통과 베어링 케이스를 볼트 ⑧을 이용하여 고정시킨 다음 베어링 내륜을 조여 축 ④와 베어링이 밀체가 되도록 하였다.

임팩해머로 여러 곳에서 날개를 가진시킬 수 있으나 축에서 멀어질수록 중복가진으로 분석의 어려움때문에 축 근처를 가진한다.

FFT분석의 저주파 대역에서 고유진동수를 찾을 때에

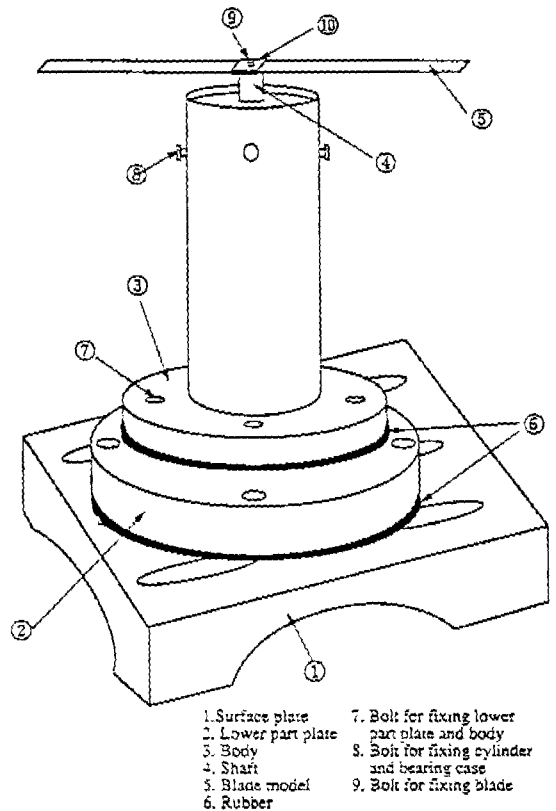


Fig. 6 Schematic diagram of experimental apparatus

는 임팩해머의 팁을 부드러운 재료로 선택한다. 고주파수 대역에서 고유진동수를 찾을 때에는 상대적으로 팁이 단단한 재료를 선택한다. 진동신호를 시간 영역에서 잡

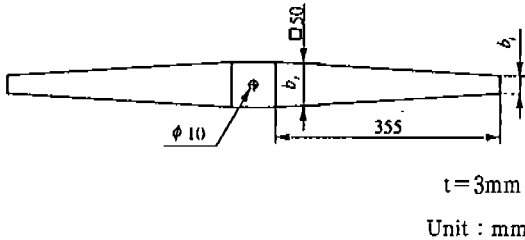
은다음 주파수 영역으로 변환하여 고유진동수를 찾는다.

본 실험에서는 순수한 동력학적인 데이터를 얻기 위하여 공기역학적인 요소는 배제하였으며 회전시 날개의 진동수를 측정하기 위한 계측의 어려움 때문에 비회전 굽힘 실험에 국한하였다.

본 실험에서 제작한 날개는 subscale로 제작하였으며 치수는 Table 6에 도시하였다. 재질은 두께가 3mm인 알루미늄판을 사용하였다.

수치 결과치와 실험 결과치는 Table 7에 나타냈으며 또한 각각의 경우에 대한 percent error를 도시하였다. Table 7에서 테이퍼량이 증가할수록 고유진동수가 증가하며, 이는 테이퍼량 증가에 따른 질량 및 단면적의 변화로 인한 상대적인 굽힘 강성 증가의 결과이다. 같은 테이퍼량을 갖는 날개 모형에 대한 수치결과 및 실험결과와의 오차가 진동수 차수가 증가할수록 커지며 이는 일반적인 진동수 차수 증가에 따른 오차 증가의 경향과 일치한다.

Table 6 Configuration of tapered model



Model	b_r	b_t	angle (°)
1	50	50	0.0
2	50	39	0.9
3	50	30	1.6
4	50	20.4	2.4
5	50	12.6	3.0

Table 7 Predicted and measured natural frequencies for tapered models

Model	Resulted obtained	1st-Mode	2nd-Mode	3rd-Mode	4th-Mode
		[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
1	Simulation	18.90	121.68	340.79	667.95
	Measured	18.8	121.0	338.75	660.0
	Error (%)	0.52	0.56	0.60	1.19
2	Simulation	20.42	124.41	343.17	669.94
	Measured	20.3	123.5	340.0	657.5
	Error (%)	0.58	0.73	0.92	1.86
3	Simulation	22.47	129.68	345.87	672.27
	Measured	22.4	129.0	343.75	667.5
	Error (%)	0.31	0.52	0.61	0.71
4	Simulation	25.09	134.05	350.31	676.34
	Measured	25.0	133.5	348.75	667.5
	Error (%)	0.36	0.41	0.45	1.31
5	Simulation	27.43	137.79	356.86	683.84
	Measured	27.3	138.5	358.75	680.0
	Error (%)	0.47	0.52	0.53	0.56

Model : see Table 2~6

Modulus of elasticity : 71,344 Gpa.

Density : 2800kg/m³

5. 결 론

비균일 spanwise 성질을 갖는 회전 외팔보형 날개의 자유 진동 특성을 결정하기 위한 수치적 방법이 주어진다. 운동 방정식을 행렬로 표현하고 적분 행렬을 연산자로 사용하여 경계조건을 적용함으로써 방정식의 해가 전통적인 방법들에 의하여 결정될 수 있는 고유치 문제로 공식화된다.

본 논문에서 다음의 결과를 얻었다.

- (1) 테이퍼진 빔에서는 수치 해석치와 이론치가 일치한다.
- (2) 프로펠러 날개의 1차 비틀림 진동수는 회전속도가 증가할수록 피치각이 양의 값일때는 증가하였고 음의 값일때는 감소하였다. 그러나 피치각이 60도 일때는 진동수의 변화가 거의 존재하지 않는다.
- (3) 프로펠러 날개의 1차 비틀림 진동수를 회전속도에 따라 실험치와 비선형 수치 해석치, 선형 수치 해석치를 비교하여 보면 비선형 수치 해석치와 실험치는 일치함에 비해 선형 수치 해석치와 실험치는 회전속도가 증가함에 따라 큰 차이가 있었다.
- (4) 프로펠러 날개의 1차 굽힘 진동수는 회전속도가 증가할수록 피치각이 증가함에 따라 작아졌다.
- (5) 프로펠러 날개의 2차 굽힘 진동수는 회전속도에 따라 피치각의 영향을 받지 않는다.
- (6) 테이퍼량이 증가할수록 고유진동수가 증가하며, 이는 테이퍼량 증가에 따른 질량 및 단면적의 변화로 인한 상대적인 굽힘 강성 증가의 결과이다.
- (7) 테이퍼진 빔에 대한 수치 해석치와 실험치와의 오차는 모델별로 경향이 다르지만 최저 0.31%에서 최고 1.86%로 매우 양호한 결과를 얻었다.

참고문헌

1. Houbolt, John C., and Brooks, George W. : Differential Equations of Motion for Combined Flapwise Bending, Chordwise Bending, and Torsion of Twisted Nonuniform Rotor Blades. NASA Rep. 1346, 1958
2. Isakson, G., and Easley, J. G. : Natural Frequencies in Coupled Bending of Twisted Rotating Blades. NASA TN D-371, Mach

1960

3. Isakson, G., and Easley, J. G. : Natural Frequencies in Coupled Bending Torsion of Twisted Rotating and Nonrotating Blades. NASA CR-65, 1964
4. Berman, Alex. : A New Approach to Rotor Blade Dynamic Analysis. J. Amer. Helicopter Soc., Vol. 10, No. 3, pp.15~29, July 1965
5. Lipeles, Jay L. : Vibrations of a Rotating Beam. J. Amer. Helicopter Soc., Vol. II, NO. 4, pp.17~24, October 1966
6. Montoya, J. : Coupled Bending and Torsional Vibration in a Twisted Rotating Blade. Brown Boveri, Vol. 53, No. 3, pp.216~230, March 1966
7. Vakhitov, M. B. : Integrating Matriese as a Means of Numerical Solution of Differential Equations in Structural Mechanics. Izverstiya VUZ. Aviatsionnaya Tekhnika, No. 3, pp.50~61, 1966
8. Arcidiacono, P. J. : Steady Flight Differential Equation of Motion for a Flexible Helicopter Blade with Chordwise Mass Unbalance. USAAVLABS TR 68~18A, 1969
9. Piziali, R. A. : An Investigation of the Structural Dynamics of Helicopter Rotors, USAAVLABS TR 70~24, April 1970
10. Hunter, William F. : Integrating-Matrix Method for Determining the Natural Vibration Characteristics of Propeller Blades. NASA TN D-6064, December 1970
11. Rawtani, S., and Dikainish, M. A. : Natural Frequencies of Rotating, Low Aspect Ratio, Turbomachinery Blades. AIAA Paper No. 71~374, AIAA/ASME 12th Structural Dynamics and Materials Conference, April 1971
12. Liss, A. Y. : Equations of Propeller Blade Deformaiton and the Orthogonality Properties of the Pattern of Its Oscillation. Izvestiya VUZ. Aviatsionnaya Tekhnika, Vol. 15, No.

- 4, pp. 56~66. 1972
13. Sadler, Gene S. : Program Documentation for Blade Frequency Program for Nonuniform Helicopter Rotors, with Automated Frequency Search. NASA CR-112071, 1972
14. Oette, H. : Calculation of the Flapwise Bending, Edgewise Bending and Torsional Vibrations of Rotor Blades with Coupled Natural Modes and Frequencies. NASA TT F-16, 004, November 1974
15. Wilkinson, J. H. : Stability of the Reduction of a Matrix to Almost Triangular Forms by Elementary Similarity Transformation. J. Assoc. Comput. Mach., Vol. 6, pp. 336~359. 1959
16. Fox, L. : An Introduction to Numerical Linear Algebra. Oxford Univ. Press, 1965
17. Francis, J. GF. : The QR Transformation--A Unitary Analogue to the LR Transformation. Comput. J., Vol. 4. Pt. 1, pp. 265~271, Oct. 1961 Pt. 2, pp. 332~345, Jan. 1962
18. Wilkinson, J. H. : The Algebraic Eigenvalue Problem. Clarendon Press(Oxford), 1965
19. Chang, T.-C. and Craig. R. R., Jr. : On Normal Modes of Uniform Beams. EMRL 1068, The University of Texas at Austin, January 1969
20. Yntema, Robert T. : Simplified Procedures and Charts for the Rapid Estimation of Bending Frequencies of Rotating Beam. NASA TN 3459. June 1955
21. Carpenter, J. E., and Sullivan, E. M. : Structural and Vibrational Characteristics of WADC S-5 Model Propeller Blade. WADC TR 56~298. June 1957